

数値解析によるコークス強度に関する 微視構造支配因子の特定

上岡 健太*・尾形 知輝*・松下 洋介*²・青木 秀之*²・三浦 隆利*²
福田 耕一*³・松平 寛司*⁴

Numerical Analysis of Microscopic Coke Strength Factors Using a Homogenization Method

Kenta UEOGA, Tomoki OGATA, Yohsuke MATSUSHITA, Hideyuki AOKI, Takatoshi MIURA,
Koichi FUKUDA and Kanji MATSUDAIRA

Synopsis : To investigate the effect of microscopic structures on coke strength, the stress analysis using a homogenization method is carried out for coke with different microscopic textures and pores with various shapes. Analytical results show that stress concentration for pores affects stress field in microscopic region of coke, on the other hand, the diameter and arrangement of inert in coke matrices hardly affects the stress field. The stress concentration for pores is the main factor of lowering coke strength since the interference of the stress concentration causes an increase in the maximum stress and a decrease in the homogenized elastic modulus. Especially, the existence of pores with low roundness causes a decrease in the homogenized elastic modulus of coke drastically and its effect on coke strength is bigger as the pore size is larger. Thick pore wall gives a decrease in maximum stress and an increase in the homogenized elastic modulus. In addition, in the case of pores with low roundness, the existence of big pores counteracts an increase in the homogenized elastic modulus with thick pore wall.

Key words: microscopic structures; roundness of pore; homogenization method; coke strength; finite element method.

1. 緒言

国連の「気候変動に関する国際パネル」(IPCC)が2007年にまとめた報告¹⁾によると、地球が温暖化しているのは「疑問の余地のないこと」であると報告されており、世界各地で地球温暖化防止のための炭酸ガス排出量規制について積極的な取り組みが求められている。鉄鋼業界は国内最大級のエネルギー消費産業であるため、エネルギー消費に関わる自主行動計画²⁾を策定し、消費エネルギーの削減に尽力している。鉄鋼業の中でも、高炉操業は全体のエネルギー消費の約7割を占めるため、炭酸ガス排出削減を達成するべく、省エネルギー化が強く求められている。さらに、近年の中国をはじめとする世界的な鉄鋼需給の急増およびそれに伴う鉄鋼原料価格の高騰から、生産性の向上および劣質な鉄鋼原料の利用拡大が要望されている。上記の目標達成のため、高炉操業は低還元材比・高出銑比操業へ移行しつつある。

高炉の低還元材比・高出銑比操業において高炉操業効率を左右するコークスの役割が非常に重要視されている。有山³⁾は、高炉の低還元材比・高出銑比操業を達成するためには、大粒径・高強度コークス、反応劣化抑制および熱

保存帯制御をねらった高反応性コークスの使用が重要であると報告している。上記の性状を有したコークス製造についての検討⁴⁻⁷⁾が様々な方法で積極的に行われているが、大粒径・高強度コークスおよび高反応性コークスの設計指針は数少ないのが現状である。したがって、今まさにコークスの設計指針となる知見の研究報告が重要であると考えられる。

高炉の安定操業および高生産性をもたらす高品質コークスの製造技術の開発のためには、コークス強度因子の解明が必要不可欠である。近年、コークス気孔構造あるいは組織形状がコークス強度に関わる注視すべき因子であることが報告されており⁸⁻¹⁰⁾、コークスの微視的な構造に関する研究が積極的に行われている。このような研究動向に応じて、我々の研究グループでは、均質化法によってコークス強度を理論的に評価し、コークス強度因子に関わる報告を行ってきた^{12,13)}。しかしながら、微視的なコークス強度因子はいまだ不明な点が多く、支配因子を特定するに至っていない。

そこで、本研究では、コークスにおける微視的な異種組織および気孔の形状および配置がコークス強度に与える影響を詳細に把握することを目的とし、均質化法を適用した

平成19年6月11日受付 平成19年9月5日受理 (Received on June 11, 2007; Accepted on Sep. 5, 2007)

* 東北大学大学院生 (Graduate Student, Tohoku University, 6-6-07 Aoba Aramaki Aoba-ku Sendai 980-8579)

* 2 東北大学大学院工学研究科 (Graduate School of Engineering, Tohoku University)

* 3 新日本製鐵(株) 環境・プロセス研究開発センター (Environment & Process Technology Center, Nippon Steel Corp.)

* 4 関西熱化学(株) 研究開発センター (Research and Development Center, Kansai Coke & Chemicals Corp., Ltd.)

応力解析を行い、気孔およびイナートの配置および形状がコークス強度に与える影響を調査した。

2. 解析

2.1 均質化法

均質化法は、微視領域の不均質性を考慮することにより複合材料の巨視的な等価物性を算出すると同時に、微視的な視野から各材料の変形や応力分布といった微視的応答を算出する手法である。本研究では、寺田ら¹⁴⁾の方法に準じて弾性問題に対して均質化法を適用した。本節では弾性問題への均質化法の適用について簡単に説明を行う。

Fig. 1 に周期的な微視構造を有する構造物を示す。領域 Ω は微視領域における周期構造 Y の集合体であり、境界 Γ_t において表面力 t_i が作用しているものとする。巨視および微視領域における座標を \mathbf{x}, \mathbf{y} で表すと、各領域間での関係はスケール比 ε を用いて $\mathbf{y}=\mathbf{x}/\varepsilon$ と表される。 ε はユニットセルの代表長さ l 、構造全体の代表長さ L を用い、 $\varepsilon=l/L$ で定義される。また、巨視および微視領域に関して漸近展開理論を用いると、構造物の変位 u_i を以下のように表現できる。

$$u_i = u_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = u_i^0(\mathbf{x}) + \varepsilon u_i^1(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \varepsilon^2 u_i^2(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \dots \quad \left(\mathbf{y} = \frac{\mathbf{x}}{\varepsilon} \right) \quad (1)$$

ここで、 u_i^0 および u_i^1 はそれぞれ複合材料の等価物性を用いて算出する巨視領域の変位および微視領域に関して周期的な変位である。なお、スケール比 ε は非常に小さいため、 ε^2 以降の項は無視している。

解析対象である構造物に対して仮想仕事式は以下のように表される。

$$\int_{\Omega} E_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{u}_l}{\partial x_j} d\Omega = \int_{\Gamma_t} t_i \bar{u}_i d\Gamma \quad (2)$$

E_{ijkl} および \bar{u}_i はそれぞれ、弾性係数テンソルおよび仮想変位を表す。本解析では体積力を無視し、2次元で解析を行っている。

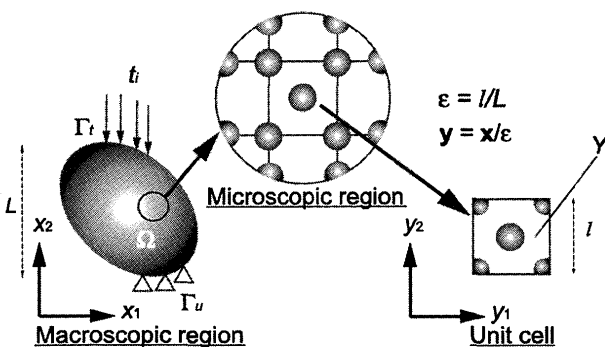


Fig. 1. A structure with a microscopic periodic unit cell.

次に、巨視および微視領域の変位を結合する特性変位 χ_i^{kl} を次式のように定義する。

$$u_i^1 = -\chi_i^{kl}(\mathbf{y}) \frac{\partial u_k^0}{\partial x_l} \quad (3)$$

式(2)に式(1)および式(3)を代入し、平均化原理 (the averaging principle)¹⁴⁾ および ε に関する恒等式より微視領域 Y における以下の関係式を得る。

$$\int_Y E_{ijpq} \frac{\partial \chi_p^{kl}}{\partial y_q} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial y_j} dY = \int_Y E_{ijkl} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial y_j} dY \quad (4)$$

微視領域に対して周期境界条件を適用し、式(4)から特性変位を算出することができる。

さらに、均質化された巨視領域に対する仮想仕事式を次式のように表現することができる。

$$\int_{\Omega} E_{ijkl}^H \frac{\partial u_k^0}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{u}_l}{\partial x_j} d\Omega = \int_{\Gamma_t} t_i \bar{u}_i d\Gamma \quad (5)$$

$$E_{ijkl}^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y \left(E_{ijkl} - E_{ijpq} \frac{\partial \chi_p^{kl}}{\partial y_q} \right) dY \quad (6)$$

ここで、 E_{ijkl}^H および $|Y|$ はそれぞれ、均質化弾性係数テンソルおよび微視領域のユニットセルにおける体積である。

最終的に、以下の式より微視領域の応力を計算する。

$$\sigma_{ij} = \left(E_{ijkl} - E_{ijpq} \frac{\partial \chi_p^{kl}}{\partial y_q} \right) \frac{\partial u_k^0}{\partial x_l} \quad (7)$$

得られた式(4)~(7)を有限要素法により離散化を行い、数値解析により変位を算出した後、応力場の算出を行う。詳細な計算手順については、既報に記載された手順¹³⁾と同様であり、これを参照していただきたい。

2.2 解析対象

2.2.1 活性成分由来の組織、イナートおよび気孔から構成されるコークス微視構造

三橋ら¹⁶⁾はコークスの微視組織は、活性成分由来の組織および不活性成分由来の組織の2種類の剛性の異なる組織から構成される複合材料としてみなせることを報告している。そこで、この報告に基づき、気孔およびイナートの配置がコークス強度に与える影響を調査するため、コークス組織は活性成分由来の組織、イナートおよび気孔から構成されるとし、活性成分由来の組織中に円形状の気孔およびイナートを配置した4種類のユニットセルモデルを作成している。Fig. 2 に解析対象としたユニットセルモデルの例を示す。灰色、黒および白色はそれぞれ活性成分由来の組織、イナートおよび気孔を示している。case 1 は活性成分由来の組織中に円形状の同一径の気孔およびイナートを等間隔に1列ずつ配置させたものである。case 2 は case 1 と同様、気孔およびイナートは円形状かつ同一径であ

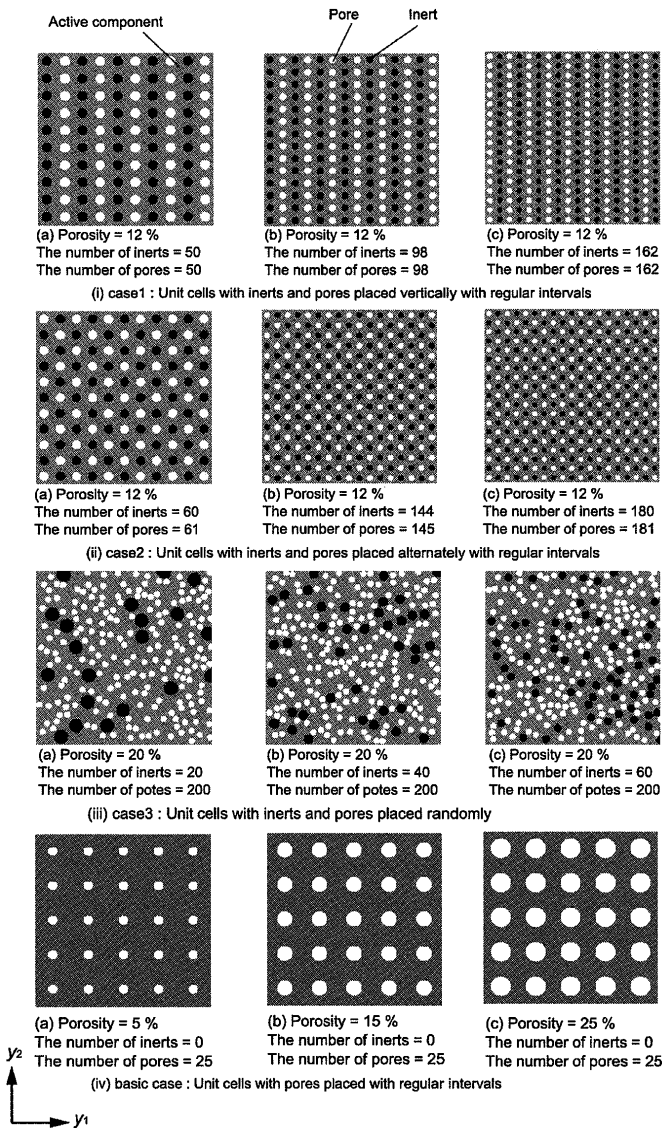


Fig. 2. Examples of unit cell models (i) inerts and pores placed vertically with regular intervals (case 1) (ii) inerts and pores placed alternately with regular intervals (case 2) (iii) inerts and pores placed randomly (case 3) (iv) pores placed with regular intervals (basic case).

るが、気孔およびイナートを交互に配置したものである。ユニットセル内の気孔およびイナートの数は case 1 では同数、case 2 では気孔数がイナート数より1つ多くなっている。case 3 は円形状のイナートおよび気孔を任意の位置に配置し、一定の気孔径に対してイナート粒径を変化させたものである。イナート含有率、気孔率および気孔数は一定とし、ユニットセル内のイナート数を 20 から 100 個に設定することによりイナート粒径の大きさを変化させている。イナート含有率、気孔率および気孔数はそれぞれ 10%、20% および 200 個である。basic case は活性成分由来の組織中に円形状の同一径の 25 個の気孔が等間隔に存在するユニットセルであり、case 1 から case 3 の解析結果を比較検討するために作成したものである。

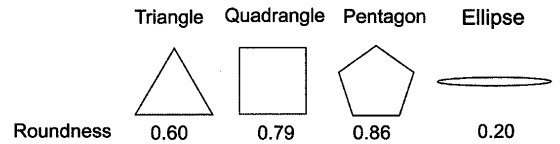


Fig. 3. Roundness for equilateral polygons.

2.2.2 円形度の異なる気孔が内在するコークス微視構造
 既往の研究により気孔の円形度がコークス強度に密接に関連していることが指摘されている⁹⁾。ここでは、コークス微視構造内の気孔形状および配置がコークス強度に与える影響について詳細な調査を行うため、気孔の円形度に着目し、円形度の異なる気孔を配置したユニットセルモデルを構築する。

コークス気孔形状を円形度 (Roundness) によって分類する。円形度は以下の式で定義される形状係数である。

$$(\text{Roundness}) = \frac{4\pi S}{L^2} \dots\dots\dots (8)$$

上式において S は対象面積、 L は周囲長である。Fig. 3 に今回の解析で採用した気孔形状とその円形度の値について示す。円形度は、形状が円形状に近づくほど値が 1 に近づく形状係数である。

Fig. 4 に解析対象とした円形度の異なる形状の気孔を有するユニットセルの例を示す。灰色はコークス基質であり、白色は気孔を示している。Fig. 4 におけるコークス基質は活性成分由来の組織のみで構成されるとしている。case 4 は、正三角形から正五角形の正多角形気孔を用意し、ユニットセル内にそれぞれ等間隔に 100 個配置したものである。case 5 は、正三角形から正六角形の正多角形気孔を用意し、100 から 400 個の気孔を任意の位置に気孔同士が接触しないように配置したものである。窪田ら⁹⁾ が円形度 0.2 未満の低円形度気孔をコークス強度に極めて影響を与える欠陥であると報告している。そこで、低円形度気孔がコークス強度に与える影響を調査するため、解析対象として円形度 0.2 の楕円を 25、100 および 400 個等間隔に配置した case 6 を作成している。

2.3 解析条件

Table 1 に本解析で用いたコークス微視組織の機械的物性を示す。コークス基質の弾性係数はナノインデンテーション法による測定値¹¹⁾を参考に決定している。本解析では、活性成分由来組織とイナートは完全接着しているものとし、解析では組織界面の剥離・滑り等の条件は考慮していない。また、気孔領域を解析領域に加え、気孔の弾性係数は活性成分由来の組織の弾性係数の 10^{-4} 倍の値を与えている。なお、本解析結果は気孔部分に弾性係数を与えない場合、つまり気孔領域にメッシュを作成しない場合の解析結果とほぼ同様の応力場が得られることを確認している。

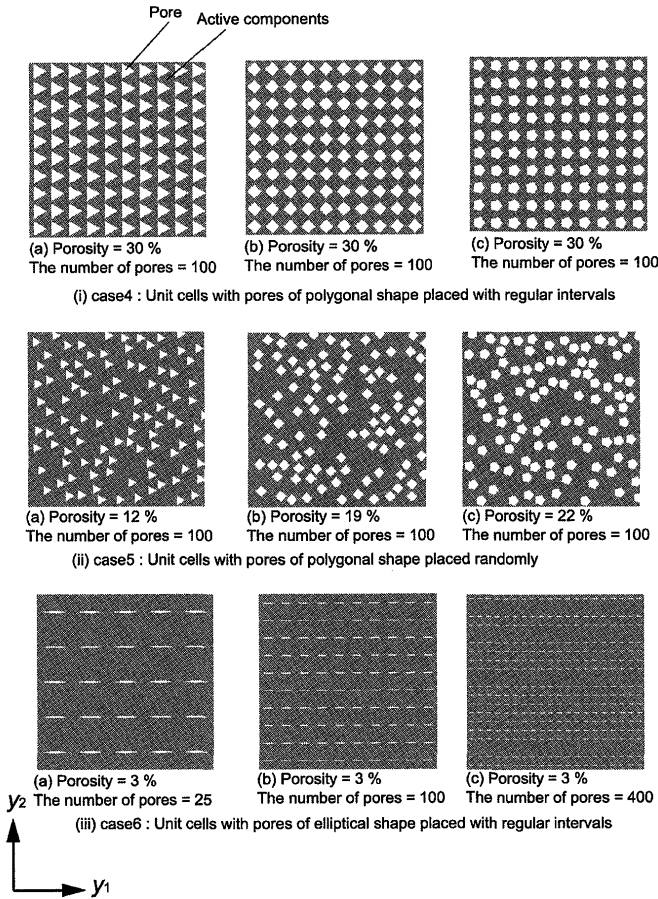


Fig. 4. Examples of unit cell models (i) pores of polygonal shapes placed with regular intervals (case 4) (ii) pores shapes placed randomly (case 5) (iii) pores of elliptic shape placed with regular intervals (case 6).

Table 1. Analytical conditions of microscopic components of coke.

	Elastic modulus [GPa]	Poisson's ratio [-]
Active component	30	0.3
Inert	45	0.3
Pore	30 x 10 ⁻⁴	0.3

Fig. 5 に巨視領域の境界条件について示す。引張り試験を想定したコークス試験体を対象に巨視解析を行い、巨視領域の変位を決定した後、試験体下部中央の領域を微視解析領域として抽出している。なお、すべての有限要素は4節点四角形アイソパラメトリック要素を採用し、平面ひずみ状態で解析を行っている。

3 結果と考察

3.1 活性成分由来の組織、イナートおよび気孔から構成されるコークス微視構造

Fig. 6 に case 1 から case 3 および basic case におけるミーゼス応力分布の一例を示す。case 1 では、引張り方向に対して気孔間で応力が緩和される領域が存在する。case 2 で

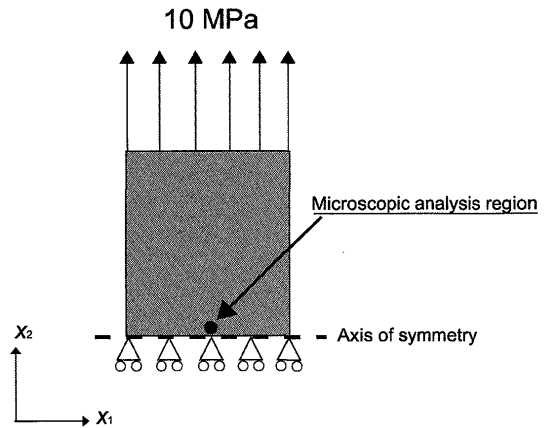


Fig. 5. Boundary conditions for the tensile test (Macroscopic analysis).

は、case 1 よりも y_1 方向の気孔間距離が小さいため、応力集中が互いに干渉することによって case 1 よりも大きな応力分布を示している¹⁷⁾。case 3 では、気孔間距離が小さい領域において応力集中が発生している。また、case 1 および basic case を比較すると、case 1 はイナートが気孔間に存在することによって気孔に生じる応力集中が緩和される傾向がある。いずれの場合においても、イナートの配置および大きさの影響よりも気孔の配置の方が応力集中の増幅に影響を与えることが示されている。

Fig. 7 に case 1, case 2 および basic case における気孔率が最大ミーゼス応力および均質化弾性係数に及ぼす影響について示す。気孔率と最大応力の関係において、case 1 では気孔率の上昇に伴う最大応力値の変化はほとんどなく、basic case よりも気孔率の増加に伴う最大応力の増加する割合が小さい。一方 case 2 では気孔率の上昇に伴い最大応力値が増加する傾向を示している。また、気孔率と均質化弾性係数の関係においては、case 1 および case 2 とともに気孔率の上昇とともに均質化弾性係数は減少するが、減少の割合は case 1 よりも case 2 の方が大きい。さらに、Fig. 7(a) および (b) の結果よりユニットセル内におけるイナートおよび気孔の数が変化しても、気孔率に対する最大応力値および均質化弾性係数の値がほとんど変化しない。したがって、ユニットセル内におけるイナートおよび気孔の数が最大応力値および均質化弾性係数の値に与える影響は小さいことが示されている。

Fig. 8 に case 3 における最大ミーゼス応力と均質化弾性係数の関係について示す。case 3 では、イナート含有率を一定にし、ユニットセル内におけるイナートの数を変化させることによりイナート粒径の大きさを変化させている。最大応力が大きいと均質化弾性係数が小さくなる傾向があるが、イナートの個数と最大応力および均質化弾性係数に明確な相関は見られない。ユニットセルの解析数を増加させた場合においてもこの傾向を確認している。また、Fig. 6 の case 3 の応力分布において、イナートの粒径および配

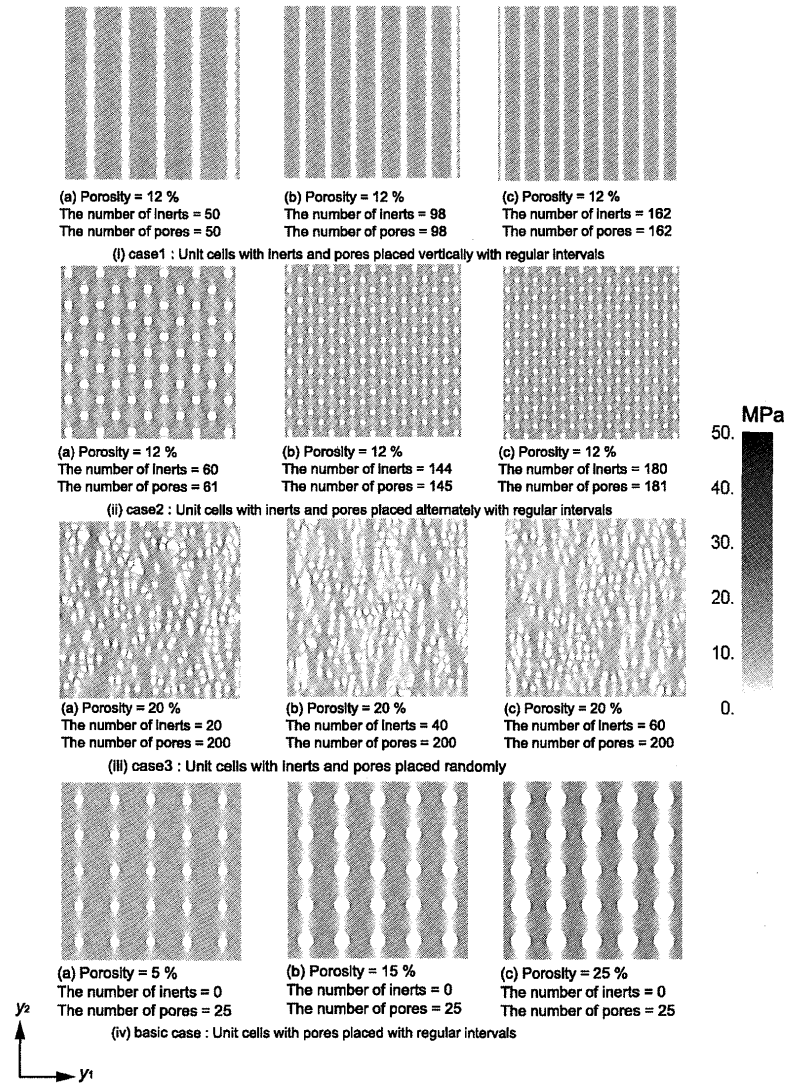
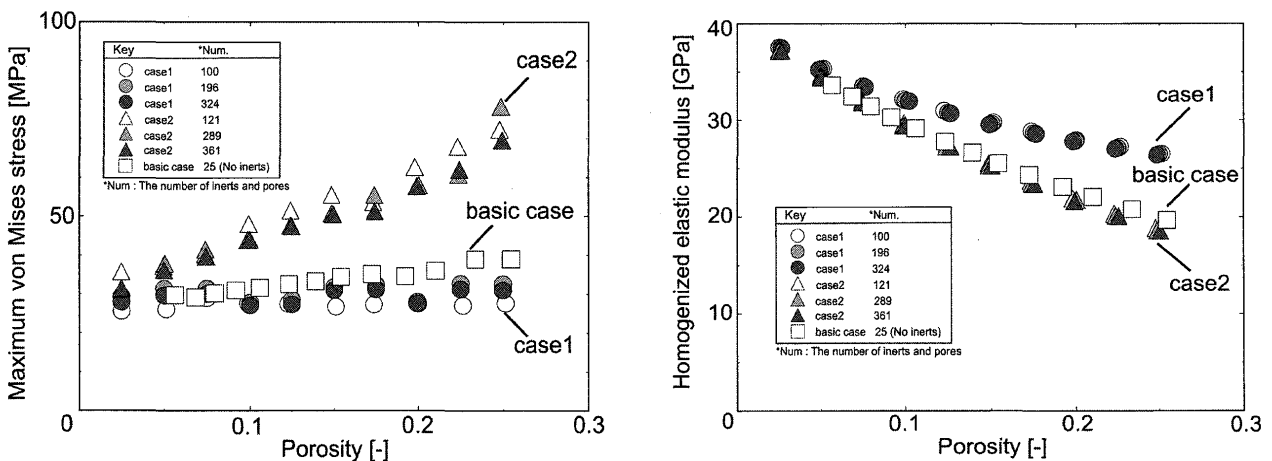


Fig. 6. von Mises stress distributions in case 1, case 2, case 3 and basic case.



(a) The relationship between porosity and maximum stress (b) The relationship between porosity and homogenized elastic modulus

Fig. 7. The relationship among porosity, maximum stress and homogenized elastic modulus in case 1, case 2 and basic case.

置によって応力集中が増幅することはほとんどないことが示されている。

以上まとめると、コークス微視組織内の応力場に影響を与える因子は、気孔における応力集中であり、応力集中の

干渉が最大応力の上昇および気孔率の増加に伴う均質化弾性係数の減少率の増加の原因であることが推察される。一方、イナーットの粒径および配置がコークス強度に与える影響は気孔の大きさおよび配置が与える影響に比べて小さい

ことが示唆されている。

3.2 円形度の異なる気孔が内在するコークス微視構造

前節において、イナートの粒径および配置がコークス強度に与える影響は小さいことが示唆された。そこで、本節ではコークス強度に与える影響が大きいと考えられる気孔形状および配置について議論を行う。

Fig. 9 に case 4, case 5 および case 6 におけるミーゼス応力分布の一例を示す。case 4 では、引張り方向に対して等間隔に応力値の大きな領域が存在する。case 5 では、い

れの気孔形状の場合においても応力分布は複雑であり、気孔間距離が小さな領域に応力集中が発生している。case 6 では、気孔先端部に応力集中が発生し、気孔間に円形状の応力の大きな領域が存在する。Fig.10 に case 4, case 5 および case 6 における気孔率が最大ミーゼス応力および均質化弾性係数に及ぼす影響について示す。Fig.10(a) では、いずれの場合においても気孔率の上昇に伴い最大応力値が増加する傾向を示している。case 4 は等間隔に気孔が配置しているため、応力集中の干渉による増幅効果が case 5 および case 6 に比べて小さく、気孔率の上昇に伴う最大応力値の増加は小さい。一方、case 5 は気孔が任意の位置に配置されているため、各正多角形の頂点付近が近接すると応力集中の干渉による増幅効果が極めて大きくなり、case 4 よりも最大応力値が大きい結果となる。case 6 は、気孔の円形度が他の気孔形状よりも小さく、応力集中の干渉による増幅効果が他の場合に比べて大きい。気孔は等間隔に配置されているが、応力集中の干渉による増幅効果が他の場合に比べて極めて大きいため、気孔率の上昇に伴う最大応力値の増加が大きく、大きな気孔ほどその傾向は顕著である。

Fig.10(b) は気孔率と均質化弾性係数の関係を示している。いずれの場合においても気孔率の上昇に伴い均質化弾性係数は減少する傾向を示している。case 4 および case 5 では、円形度が小さな気孔が存在するものほど気孔率の上昇に伴う均質化弾性係数の減少割合が大きい。case 5 では、

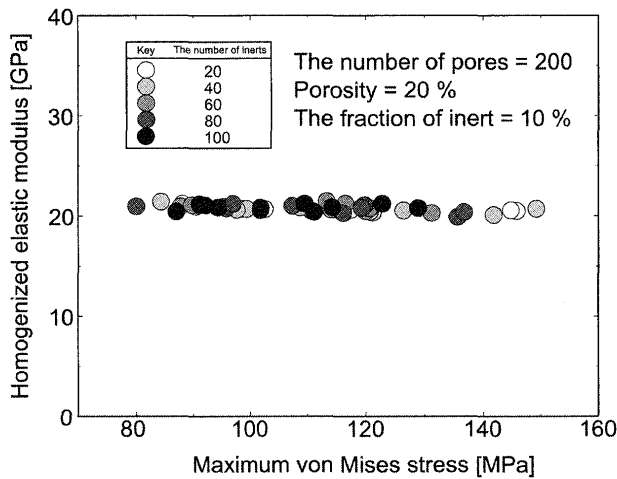


Fig. 8. The relationship between maximum stress and homogenized elastic modulus in case 3.

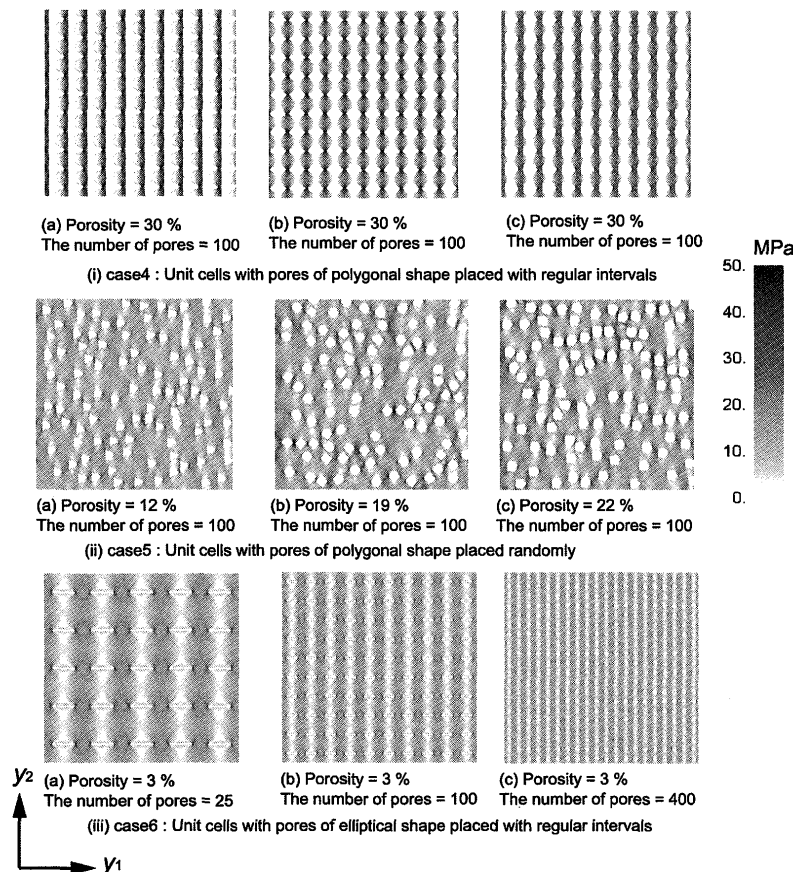


Fig. 9. von Mises stress distribution in case 4, case 5 and case 6.

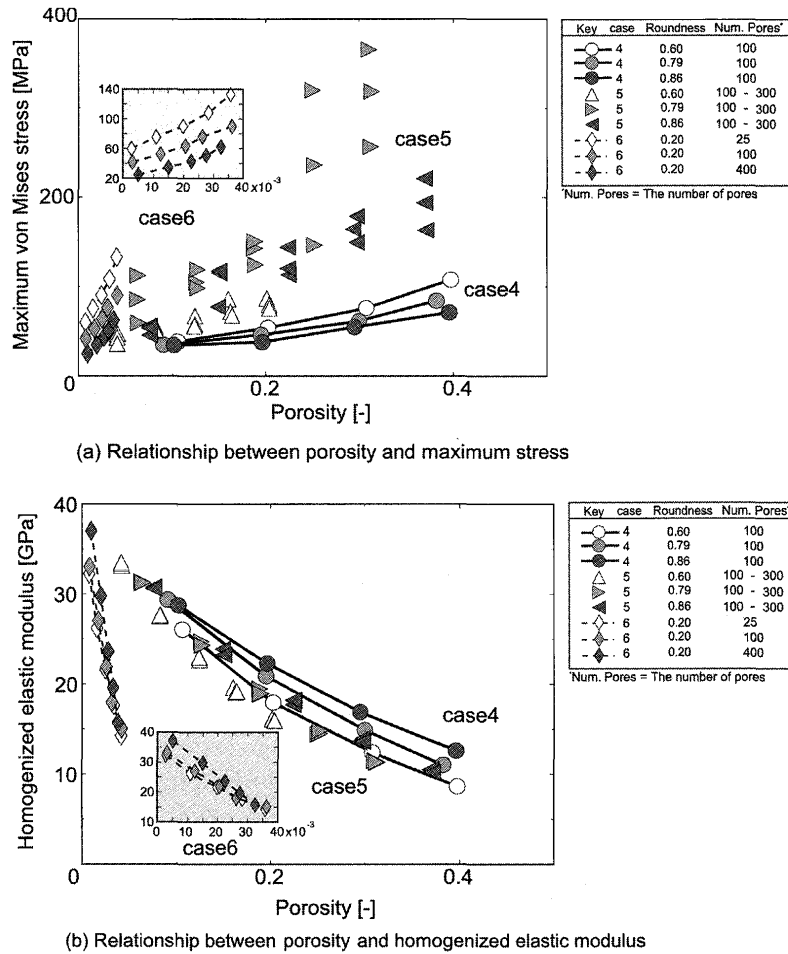


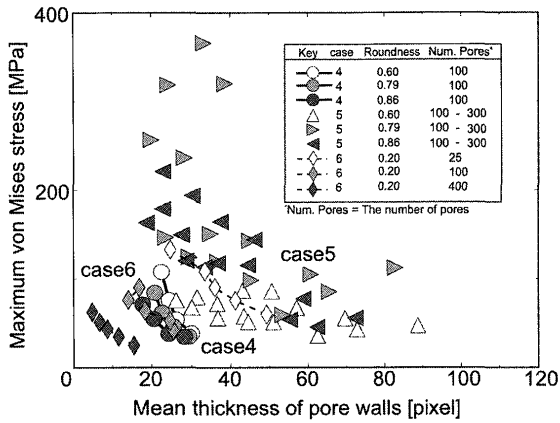
Fig. 10. The relationship among porosity, maximum stress and homogenized elastic modulus in case 4, case 5 and case 6.

ユニットセル内における気孔数が異なる場合であっても気孔率と気孔形状が同じであれば、均質化弾性係数の値にほとんど変化がない。一方、case 6 では、ユニットセル内における気孔数によって気孔率の上昇に伴う均質化弾性係数の減少割合は変化しており、大きな気孔が存在すると均質化弾性係数の減少割合が大きい。したがって、円形度が0.6 から1程度である気孔形状は気孔の大きさが気孔率の上昇に伴う均質化弾性係数の低下に与える影響は小さいが、低円形度気孔では、気孔の大きさが均質化弾性係数の低下に与える影響は大きいと言える。

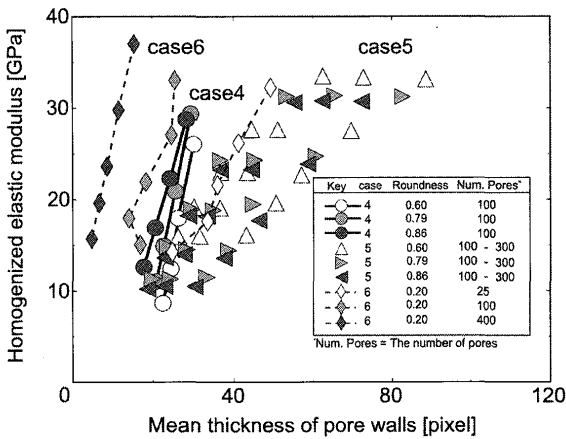
Fig.11 は case 4, case 5 および case 6 における平均気孔壁厚さに対する最大ミーゼス応力および均質化弾性係数の関係について示す。ここで、定義される平均気孔壁厚さは、各々の気孔に対して y_1 方向に隣接した気孔間の距離を計測し、それを平均したものである。Fig.11(a) より、いずれの場合においても平均気孔壁厚さが大きいほど最大応力値は減少する傾向が示唆されている。case 4 において、円形度の小さな気孔を持つものほど平均気孔壁厚さが小さいと最大応力値が大きくなる。case 5 は任意に気孔を配置しているため、値は幅広く分散している。平均気孔壁厚さが大きいと最大応力値は小さい傾向は維持されているが、気孔形状の違いによって最大応力値が変化する傾向はほとんど

ないと言える。case 6 では、ユニットセル内における気孔数の影響が顕著に表れており、平均気孔壁厚さが大きくとも大きな気孔が存在する場合、最大応力値は大きくなる傾向がある。Fig.11(b) より、いずれの場合においても平均気孔壁厚さが大きいほど、均質化弾性係数は大きい傾向が示唆されている。case 4 では、円形度の小さな気孔を持つものほど、平均気孔壁厚さが小さくても均質化弾性係数の値は大きい。case 5 では、値は他の場合と比べると分散しているが、case 4 と同様に平均気孔壁厚さが小さい場合において均質化弾性係数の値は大きい。一方、case 6 では、平均気孔壁厚さが均質化弾性係数に及ぼす影響は他の場合に比べて大きく、大きな気孔が存在し、平均気孔壁厚さが小さいと均質化弾性係数は小さくなる。

以上まとめると、円形度が0.6 から1程度である気孔形状は気孔の大きさが気孔率の上昇に伴う均質化弾性係数の低下に与える影響は小さいが、低円形度気孔に関しては、気孔の大きさは、均質化弾性係数を低下させる要因となると言える。さらに、平均気孔壁厚さが大きいほど最大応力値は減少し、均質化弾性係数は大きな値となる傾向があり、低円形度気孔に関しては大きな気孔が存在するほど、平均気孔壁厚さの増加に伴う最大応力値の減少および均質化弾性係数の増加傾向は小さくなる。



(a) Relationship between mean thickness of pore walls and maximum stress



(b) Relationship between mean thickness of pore walls and homogenized elastic modulus

Fig. 11. The relationship among mean thickness of pore walls, maximum stress and homogenized elastic modulus in case 4, case 5 and case 6.

4. 結言

本研究では、コークスにおける微視的な異種組織および気孔の形状および配置がコークス強度に与える影響を詳細に把握することを目的とし、均質化法を適用した応力解析を行い、気孔およびイナートの配置および粒径がコークス強度に与える影響を調査した。

コークス微視組織内の応力場に影響を与える因子は、気孔における応力集中であり、応力集中の干渉が最大応力の上昇および均質化弾性係数の低下の原因であることが推察される。一方、イナートの粒径および配置がコークス強度

に与える影響は気孔の大きさおよび配置が与える影響に比べて小さいことが示唆された。さらに、円形度が 0.6 から 1 程度である気孔形状は気孔の大きさが気孔率の上昇に伴う均質化弾性係数の低下に与える影響は小さいが、低円形度気孔に関しては、気孔の大きさは均質化弾性係数を低下させる要因となることが判明した。また、平均気孔壁厚さが大きいほど最大応力値は減少し、均質化弾性係数は上昇する傾向があり、低円形度気孔に関しては大きな気孔が存在するほど、平均気孔壁厚さの増加に伴う最大応力値の減少および均質化弾性係数の増加傾向は小さくなることが示された。

本研究成果は日本鉄鋼協会高強度・高反応性コークス製造技術研究会（主査：三浦孝一京都大学教授）に参画して得られたものである。本研究の遂行にあたり貴重なご意見をいただいた当研究会関係各位に深く感謝いたします。

文 献

- 1) IPCC: "IPCC WG1 AR4 Final Report", 2 February, (2007).
- 2) N.Sakamoto and T.Kitada: *Bull. Iron Steel Inst. Jpn.*, **6** (2001), 603.
- 3) T.Ariyama, M.Sato, T.Sato, S.Watakabe and R.Murai: *Tetsu-to-Hagané*, **92** (2006), 114.
- 4) K.Fukada, I.Shimoyama, M.Asanuma, H.Fujimoto, T.Yamamoto, T.Ariyama and Y.Suzuki: *CAMP-ISIJ*, **16** (2003), 1040.
- 5) S.Nomura, H.Ayukawa, H.Kitaguchi, T.Tahara, S.Matsuzaki, M.Naito, S.Koizumi, Y.Ogata, T.Nakayama and T.Abe: *ISIJ Int.*, **45** (2005), 316.
- 6) S.Nomura, H.Terashima, E.Sato and M.Naito: *Tetsu-to-Hagané*, **92** (2006), 849.
- 7) H.Fujimoto, K.Fukada, T.Anyashiki and I.Shimoyama: *Tetsu-to-Hagané*, **92** (2006), 857.
- 8) T.Arima: *Tetsu-to-Hagané*, **87** (2006), 274.
- 9) Y.Kubota, S.Nomura, T.Arima and K.Kato: *CAMP-ISIJ*, **18** (2005), 90.
- 10) Y.Kubota, S.Nomura, T.Arima and K.Kato: *Tetsu-to-Hagané*, **92** (2006), 833.
- 11) Y.Asakuma, M.Soejima, T.Yamamoto, H.Aoki and T.Miura: *ISIJ Int.*, **43** (2003), 1151.
- 12) T.Ogata, K.Ueoka, Y.Morozumi, H.Aoki, T.Miura, K.Uebo and K.Fukuda: *Tetsu-to-Hagané*, **92** (2006), 171.
- 13) K.Ueoka, T.Ogata, Y.Morozumi, H.Aoki, T.Miura, K.Uebo and K.Fukuda: *Tetsu-to-Hagané*, **92** (2006), 184.
- 14) 寺田賢二郎, 菊池 昇: 均質化法入門, 日本計算工学会編, 東京, (2003).
- 15) J.M.Guedes and N.Kikuchi: *Comp. Mech. Appl. Eng.*, **83** (1990), 143.
- 16) M.Mihashi, M.Soejima, Y.Asakuma, T.Yamamoto, H.Aoki, T.Miura, K.Kato and S.Itagaki: *Tetsu-to-Hagané*, **88** (2002), 188.
- 17) 村上 敬宜: 応力集中の考え方, 養賢堂, 東京, (2005).