

# 異方性薄板の角筒深絞り成形のフランジしわの解析

大上 哲郎\*・橋本 浩二\*<sup>2</sup>・栗山 幸久\*<sup>2</sup>・潮田 浩作\*<sup>3</sup>

Analysis of Flange Wrinkle in Square-shell Deep Drawing of Anisotropic Sheet

Tetsuro OHWUE, Koji HASHIMOTO, Yukihisa KURIYAMA and Kohsaku USHIODA

**Synopsis** : An FEM simulation utilizing a dynamic explicit code was conducted to investigate the flange wrinkle behavior of square shell deep drawing of anisotropic steel sheets. In the FEM simulation, anisotropy of the  $r$ -value is taken account of by using the Barlat-Lian '89 equation. The yield locus diagram and the influence of anisotropy were investigated by changing the combination of the  $R_{00}$ ,  $R_{45}$  and  $R_{90}$  value. One quarter portion of the 75 mm square punch and 80 mm square die was used in the simulation and frictional coefficient  $\mu=0$  (Teflon lubricant condition) was adopted. As a result, the greater the  $m$ -value of the yield locus, the greater the yield stress (YS) and the greater the  $\Delta CL$  value ( $(R_{90}-R_{00})/R_{ave}$ ) become, the bigger the flange wrinkle.

**Key words**: deep drawability; material draw-in; anisotropy; lubricant; FEM simulation; yield locus;  $r$ -value; square shell.

## 1. 緒言

金属板材の異方性降伏関数を取り扱った解説として桑原<sup>1,2)</sup>は Hill '48<sup>3)</sup> (二次降伏関数), 後藤<sup>4)</sup> (四次降伏関数) および Barlat-Lian '89<sup>5)</sup> ( $m$ 次降伏関数) などを紹介している。著者ら<sup>6)</sup>は薄板の異方性が成形性に大きな影響を及ぼすことを, 静的陽解法プログラム ROBUST を用いた解析で明らかにしてきた。一方, 自動車部品, バスタブなどの他に最近注目されている IT 機器用部品はコーナ部を有する多角形状が多いため, 従来のように単純な回転対称の円筒深絞り成形のみでは成形性の良否は判断できないと考えられる。このため著者らはチタンという異方性の大きな薄板を用いた正方形形状の角筒深絞り成形性<sup>7,8)</sup>について実験結果と FEM 解析結果を対比させて検討し報告してきた。この中の一報告<sup>7)</sup>では, 材料流入が L (圧延) 方向と C (90°) 方向で材料流入が異なること, およびフランジコーナ頂点が  $R$  値の小さい L 方向にずれることを実験的に明らかにした。同報告<sup>7)</sup>では, 動的陽解法プログラム (仮名称 V) を用いて,  $R$  値の異方性を Hill '48<sup>3)</sup> により取り込んだ FEM 解析を行い, 材料流入が L 方向と C 方向で異なることを明らかにし, この点では実験とシミュレーションが対応した。しかしながら, フランジコーナが  $R$  値の小さい方向に曲がるのがシミュレーションでは逆になるなど, シミュレーションモデル改善の必要性も明らかになった。

本報は, 他の動的陽解法プログラム (仮名称 W) を用いて, 材料流入挙動とフランジしわの関係を調査したもの

である。一辺 75 mm の正方形形状ポンチを用いて, 表面処理鋼板の角筒成形実験を行い, しわの発生傾向をシミュレーションと比較した。計算モデルの信頼性を確認後, Barlat-Lian '89<sup>5)</sup> により圧延方向に対して 0° (L 方向) の  $R$  値を  $R_{00}$  とし, 45° 方向の  $R$  値を  $R_{45}$  とし, 90° 方向の  $R$  値を  $R_{90}$  とし, それらの組み合わせを変えて FEM 解析を行った。同時に, Yield Locus に及ぼす  $R$  値の異方性の影響と, 降伏関数の指数  $m$  の影響も確認した。これらにより, 角筒深絞り成形におけるフランジしわの発生挙動と材料流入挙動を検討することを試みた。

## 2. 角筒深絞り成形実験と材料特性

Table 1 に示すような諸元を持つ金型を用いて, 新日本製鐵 (株) 鉄鋼研究所にて一辺 75 mm の正方形形状の角筒深絞り成形実験を行った。プランクも一辺 200 mm の正方形とし, しわ押さえ圧力 (Blank Holding Force, 以下 BHF と略す) を 9.8 kN から 98 kN まで変化させ, 両面テフロン潤滑で成形してフランジしわの発生状況を調査した。プランクの一辺の長さをポンチの一辺の長さで除した値を絞り比 (Drawing Ratio, 以下 DR と記す) とするとこの場合は

Table 1. Dimension of punch and die set.

Punch	Size	75mm square
	Shoulder radius	5mm
	Corner radius	8mm
Die	Size	80mm square
	Shoulder radius	5mm
	Corner radius	10.5mm

平成 19 年 4 月 13 日受付 平成 19 年 8 月 7 日受理 (Received on Apr. 13, 2007; Accepted on Aug. 7, 2007)

\* 秋田工業高等専門学校機械工学科 (Mechanical Engineering Division, Akita National College of Technology, 1-1 Bunkyo-cho Akita 011-8511)

\*<sup>2</sup> 新日本製鐵 (株) 鉄鋼研究所 (Steel Research Laboratories, Nippon Steel Corporation)

\*<sup>3</sup> 新日本製鐵 (株) 技術開発本部 (R&D Division, Technical Development Bureau, Nippon Steel Corporation)

Table 2. Mechanical properties of material.

Symbol	Thickness (mm)	YS (Mpa)	Parameters of equation (1)			r-value					
			K	$\epsilon_p$	n	$R_{00}$	$R_{45}$	$R_{90}$	$R_{ave}^{*1}$	$\Delta R^{*2}$	$\Delta CL^{*3}$
A	0.8	123	480	0.008	0.277	2.2	2	2.7	2.2	0.45	0.23
B	0.8	123	480	0.008	0.277	2	2	2	2	0	0
C	0.8	123	480	0.008	0.277	1.5	2	2.5	2	0	0.5
D	0.8	123	480	0.008	0.277	1.25	2	2.75	2	0	1
E	0.8	123	480	0.008	0.277	1	2	3	2	0	1
F	0.8	246	960	0.008	0.277	2.2	2	2.7	2.2	0.45	0.23

\*1  $R_{ave} = (R_{00} + R_{90} + 2 \cdot R_{45}) / 4$     \*2  $\Delta R = (R_{00} + R_{90}) / 2 - R_{45}$     \*3  $\Delta CL = (R_{90} - R_{00}) / R$

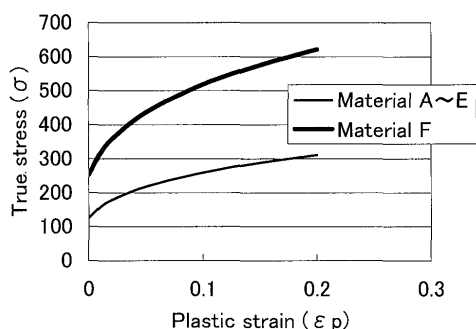


Fig. 1. Relationship between plastic strain ( $\epsilon_p$ ) and true stress ( $\sigma$ ).

DR=2.67となる。供試材は板厚0.8mmの合金化溶融亜鉛めっき鋼板(GA)であり、その機械的特性はTable 2の素材Aに示している。素材Aの加工硬化特性は三方向でほとんど差がなかったので、L方向の測定値を用いて以下に示すSwiftの(1)式のような近似を行い、プログラムWによるシミュレーションに使用した。表中にはそのK,  $\epsilon_0$ , nの値も示している。(1)式で示される加工硬化曲線をFig. 1に示す。

$$\sigma = K(\epsilon_0 + \epsilon_p)^n \dots\dots\dots (1)$$

Table 2には三方向R値の測定値も示しているが、よく使用される三方向平均の $R_{ave}$ および $\Delta R$ の他に、L方向R値( $R_{00}$ )とC方向R値( $R_{90}$ )の差を $R_{ave}$ で除した値として $\Delta CL$ を定義した。参考までにそれぞれの定義式を(2)~(4)式に示す。プログラムWによるシミュレーションでは次章に示すようにL方向R値( $R_{00}$ )とC方向のR値( $R_{90}$ )およびD方向R値( $R_{45}$ )が使用されている。

$$R_{ave} = \frac{R_{00} + R_{90} + 2R_{45}}{4} \dots\dots\dots (2)$$

$$\Delta R = \frac{R_{00} + R_{90}}{2} - R_{45} \dots\dots\dots (3)$$

$$\Delta CL = \frac{R_{90} - R_{00}}{R_{ave}} \dots\dots\dots (4)$$

### 3. 異方性降伏関数の概要

Barlat-Lian '89<sup>5)</sup>によれば、平面応力下の異方性降伏関数 $\Phi$ は相当応力 $\sigma_{eq}$ を用いて(5)~(7)式で示される。また、

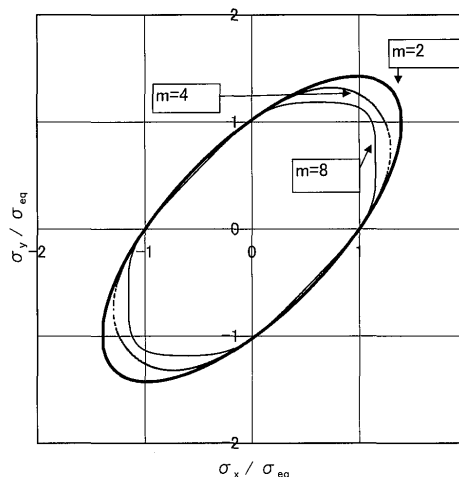


Fig. 2. Effect of m-value on yield locus of Material A.

平面応力状態を仮定した場合の(5)~(7)式の係数a, c, hはL方向のR値( $R_{00}$ ), D方向のR値( $R_{45}$ ), C方向のR値( $R_{90}$ )などから(8)~(10)式のように計算できる。pの値は純粋せん断変形応力 $\tau_{s1}$ および相当応力 $\sigma_{eq}$ などを用いて計算されると記述されている。mの値は2, 4, 6, 8として比較検討した。

$$\Phi = a|K_1 + K_2|^m + a|K_1 - K_2|^m + c|2K_2|^m = 2\sigma_{eq}^m \dots\dots\dots (5)$$

ここで、

$$K_1 = \frac{\sigma_x + h\sigma_y}{2} \dots\dots\dots (6)$$

$$K_2 = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - h\sigma_y}{2}\right)^2 + p^2\tau_{xy}^2} \dots\dots\dots (7)$$

$$a = 2 - 2\sqrt{\left(\frac{R_{00}}{1 + R_{00}}\right)\left(\frac{R_{90}}{1 + R_{90}}\right)} \dots\dots\dots (8)$$

$$c = 2 - a \dots\dots\dots (9)$$

$$h = \sqrt{\left(\frac{R_{00}}{1 + R_{00}}\right)\left(\frac{1 + R_{90}}{R_{90}}\right)} \dots\dots\dots (10)$$

$\sigma_x, \sigma_y$ を主応力にとり $\sigma_x/\sigma_{eq}$ および $\sigma_y/\sigma_{eq}$ をX軸, Y軸にとって図示している。素材Aを用いてmの値の影響を調査した図をFig. 2に示し、素材Bと素材Eを用いて $R_{00}, R_{45}, R_{90}$ の組み合わせの影響を調査した図をFig. 3に示す。その結果、以下のことが分かった。

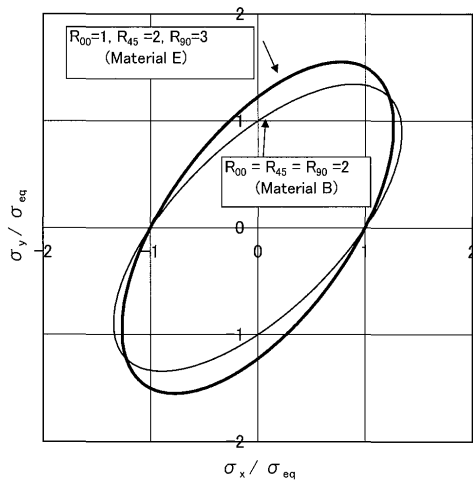


Fig. 3. Yield locus in case of  $m=2$  by changing  $R_{00}$ ,  $R_{45}$ ,  $R_{90}$  value.

(1) 実機製造の素材Aの程度の異方性ではYield locusは完全等方性の素材Bと大差がなかった。

(2)  $m$ の値の影響はBarlat-Lian '89<sup>3)</sup>の指摘と同じ傾向であり、 $\sigma_x/\sigma_{eq}$ および $\sigma_y/\sigma_{eq}$ の絶対値が1以上となる第一、第三象限では、 $m$ の値が大きくなるほどグラフが原点(0,0)に近づくようになった。

(3)  $R_{00}=1, R_{45}=2, R_{90}=3$ の素材Eのように $\Delta CL$ が大きい場合には、 $R_{00}=R_{45}=R_{90}=2$ の等方性の素材Bに比べてYield locusは45度よりも大きく傾くことが分かった。

## 4. 三次元FEM解析結果

### 4.1 表面処理鋼板の角筒深絞り実験との対比

Barlat-Lian '89<sup>3)</sup>により異方性を考慮して、動的陽解法汎用プログラム(仮名称W)を用いてFEM解析を行った。実験に使用した素材Aの加工硬化特性や三方向の $R$ 値を使用し、金型寸法や成形条件は実験と合わせたが対称性を考慮して全体の1/4部分のみで解析を行った。プランクと工具間の潤滑は両面テフロン潤滑を行ったので、摩擦係数は零とし、成形深さも実験に合わせて70mmとした。しわ押さえ圧力(BHF)を実験条件に合わせてシミュレーションを行い、しわの出方が実験と合うような(5)式の $m$ の値を2, 4, 6, 8の中から選んだ。フランジしわに及ぼす $m$ の値の影響については、角筒深絞り成形実験でしわがほとんど発生しなかったBHF=49kNの場合について $m$ の値の影響を比較してFig. 4に示す。この結果からシミュレーションでは $m$ の値が小さいほどしわが小さくなる傾向にあったので、本報告では $m=2$ を採用した。但し、この $m$ 値についてはBarlat-Lian '89<sup>3)</sup>の論文中にはFCC金属では $m=8$ , BCC金属では $m=6$ が良いと書かれているが、本実験の素材Aでは $m$ の値は6や8は適当ではなく、 $m=2$ もしくは $m=4$ が妥当と思われた。しかしながら、数種類の金属の降伏曲線の測定結果を紹介している桑原<sup>2)</sup>の報告では、冷延鋼板SPCE

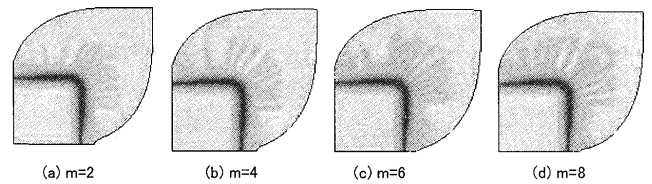


Fig. 4. Influence of  $m$ -value of Barlat-Lian '89 on flange wrinkle in case of BHF=29.4 kN (blank holding force) at Material A.

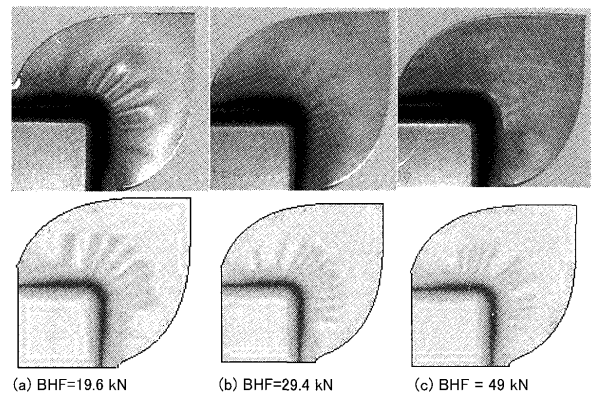


Fig. 5. Influence of blank holding force (BHF) on flange wrinkle (upper side experiment, lower side simulation).

では等二軸引張変形の近傍でHill '48<sup>3)</sup>と実験値との乖離が大きいとの指摘がある。Barlat-Lian '89<sup>3)</sup>の降伏曲線は $m=2$ の場合にはHill '48<sup>3)</sup>と一致すると言われていることを考えると、 $m$ の値が2もしくは4でどちらが妥当かは降伏曲線の測定など更なる検討が必要と思われる。

成形品のしわの写真とシミュレーションを比較した図をFig. 5に示すが、実験と同様にしわ押さえ力の小さいほどしわが大きくなっており、シミュレーションが有効であることを示している。また、フランジしわがコーナ近傍で大きく、直辺部中央ほどしわが小さくなっている様子も実験に良く合っている。同時にコーナ近傍のフランジしわの長さも実験に近い値となっている。この $m$ の値が大きいのほどしわが大きくなる原因は次章で考察することとする。

### 4.2 降伏応力の影響

素材Aと加工硬化特性と三方向 $R$ 値が同じで、降伏応力のみを二倍にした仮想材料の素材Fを用いてシミュレーションを行い、フランジしわに及ぼす降伏応力の影響を調査した結果をFig. 6に示す。その結果、YS=123MPaの素材AではしわがほとんどなかったBHF=29.4kNにおいても素材Fではしわが発生していることが分かる。同時に、素材AではしわのなかったBHF=49kNにおいても素材Fでは小さなしわが発生していることが分かる。このように、降伏応力が大きいほどフランジしわが発生しやすくなり、これは従来の知見に一致している。

### 4.3 R値の異方性の影響

2章で述べたように素材B~Eのように、加工硬化特性が

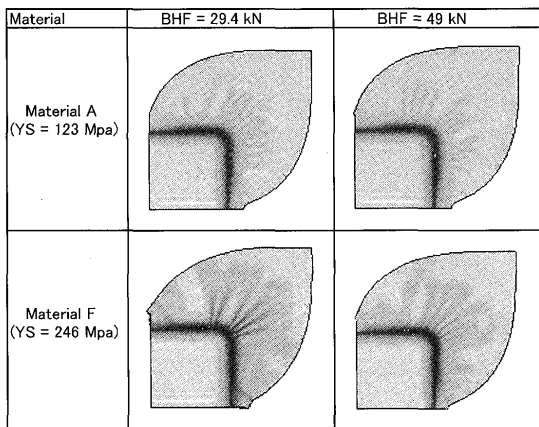


Fig. 6. Influence of yield stress (YS) on flange wrinkle.

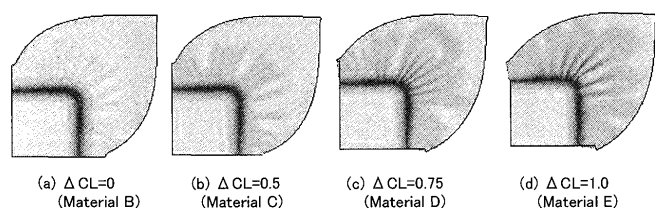


Fig. 7. Influence of  $\Delta CL$  value in case of blank holding force (BHF)=24.5 kN at forming height  $h=63$  mm.

素材Aと同じで、三方向平均の  $R_{ave}=2$ ,  $\Delta R=0$  であるが、(4)式に示す  $\Delta CL$  が違う仮想材料を用いて、L方向の  $R$  値 ( $R_{00}$ ) と C方向の  $R$  値 ( $R_{90}$ ) の差の影響を調査した。素材Bは  $\Delta CL=0$ 、素材Cは  $\Delta CL=0.5$ 、素材Dは  $\Delta CL=0.75$ 、素材Eは  $\Delta CL=1.0$  である。因みに角筒成形実験に用いた実機材の表面処理銅板の素材Aでは  $\Delta CL=0.23$  となる。 $\Delta CL$  が大きくなった素材Eではしわ押さえ力が  $BHF=29.4$  kN と小さい場合は解が収束せず、成形深さが  $h=63$  mm までしか解析できなかった。このため、Fig. 7には  $BHF=29.4$  kN の場合について、他の素材も全て同じ成形深さ  $h=63$  mm でしわの出方を比較して示している。この図から  $\Delta CL$  が大きくなるほどフランジしわが大きくなることが分かった。この件についても次章で考察することとする。

## 5. 考察

### 5.1 異方性降伏関数の $m$ の値のしわに及ぼす影響

Fig. 4に示したように、Barlat-Lian '89<sup>5)</sup>の(5)式の  $m$  の値が大きくなるとフランジしわが大きくなる理由は以下のように考えられる。塑性ひずみ増分ベクトルの降伏曲線への垂直則は、桑原ら<sup>9)</sup>などの例に示すように実験により検証されている。素材Aを用いた場合、塑性ひずみ増分ベクトルの方向を第一象限の一部のみ図示すると、 $m=2$ ではFig. 8のようになり、 $m=8$ ではFig. 9のようになる。

薄板の塑性変形は成形限界曲線 (Forming Limit Diagram, 以下FLDと記す) に示されるように、二軸の塑性ひずみ

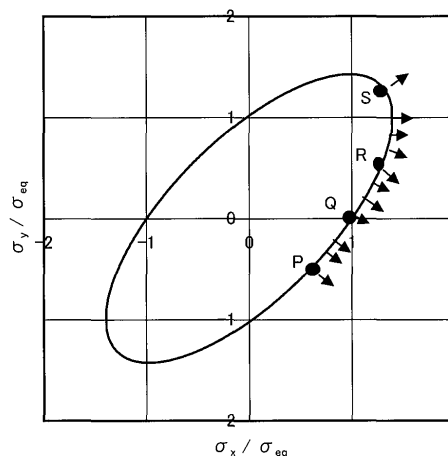


Fig. 8. Schematic illustration of deforming direction of Material A in case of  $m=2$ .

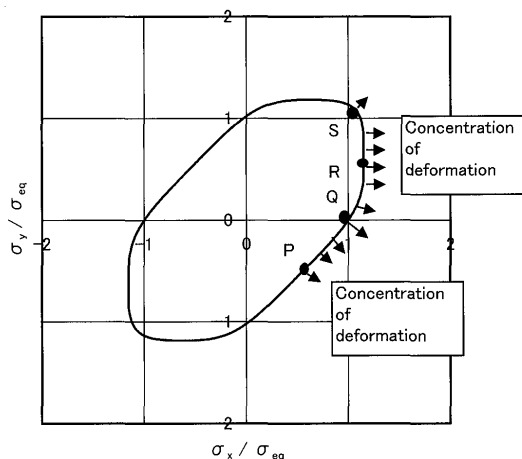


Fig. 9. Schematic illustration of deforming direction of Material A in case of  $m=8$ .

$\epsilon_x, \epsilon_y$  の値によって張出し領域と絞り領域に分けられる。文献により平面ひずみの状態を  $\epsilon_x=0$  とするか  $\epsilon_y=0$  とするかによってグラフの形態が異なるが、本質的な違いはないので本報では  $\epsilon_y=0$  を平面ひずみと表示する。 $\epsilon_y=0$  の平面ひずみを境にして  $\epsilon_x, \epsilon_y$  が共に正となる張出し領域は  $\epsilon_y=\epsilon_x$  を上限にして表示しているもの<sup>10)</sup>が多い。絞り領域は  $\epsilon_y=0$  の平面ひずみを境にして、一軸引張り ( $\epsilon_y=-0.5\epsilon_x$ ) を下限として表示しているもの<sup>10)</sup>が多いが、 $\epsilon_y=-\epsilon_x$  を下限としている文献<sup>11)</sup>もあるので本報では  $\epsilon_y=-\epsilon_x$  を下限とする。

降伏曲線が弾性変形から塑性変形への境界線と考えると、降伏曲線までは弾性変形の応力とひずみの関係が成立すると考えられる。弾性変形における平面ひずみ変形の場合の応力とひずみの関係は、等方性材料を仮定した場合、ひずみ  $\epsilon_x, \epsilon_y$  は応力  $\sigma_x, \sigma_y$  を用いて表示すると(11), (12)式のようになる<sup>12)</sup>。  $\nu$  はポアソン比であり、 $\nu=0.3$  とすると平面ひずみでは(12)式から  $\sigma_y=0.42\sigma_x$  となる。等二軸変形では  $\epsilon_y=\epsilon_x$  として計算すると  $\sigma_y=\sigma_x$  となり、絞り領域の下限  $\epsilon_y=-\epsilon_x$  では  $\sigma_y=-\sigma_x$  となる。

$$\epsilon_x = \frac{(1-\nu^2)}{E} \left( \sigma_x - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_y \right) \dots\dots\dots(11)$$

$$\epsilon_y = \frac{(1-\nu^2)}{E} \left( \sigma_y - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_x \right) \dots\dots\dots(12)$$

Fig. 8およびFig. 9では、P点は $\sigma_y = -\sigma_x$ で絞り変形の下限、Q点は一軸引張り変形、R点が平面ひずみ変形、S点が等二軸変形を示している。P~Q間では $\epsilon_x > 0$ かつ $\epsilon_y < 0$ であり絞り領域となる。Q~R間ではX方向には引張り変形で $\epsilon_x > 0$ 、Y方向には圧縮変形で $\epsilon_y < 0$ となるため、Q~R間も同様に絞り領域となる。R~S間ではX、Y両方向とも引張り変形となり $\epsilon_x > 0$ 、 $\epsilon_y > 0$ となるため張出し領域となる。フランジしわは張出し領域では発生しにくく、絞り領域で発生しやすいと考えられるためP~R間の降伏曲線の形態がフランジしわの発生に影響すると考えられる。Fig. 8に示した $m=2$ の場合、塑性変形の進む方向が滑らかに変化している。しかしながら、Fig. 9に示した $m=8$ の場合、降伏曲線はP~Q間はほぼ45°の傾きの直線の部分が多く、塑性変形の方向が偏りやすいと考えられる。また、Q~R間においても $\sigma_x = 1.2\sigma_{eq}$ 程度でほぼ直線となり塑性変形の進む方向が集中してしまう領域があることが分かる。このため、 $m=8$ の方が不均一変形が起きやすく、しわが発生しやすくなると考えられる。Fig.10には、しわ押さえ圧49kNで成形深さ $h=70$ mmにおけるせん断応力 $\tau_{xy}$ の分布を $m=2$ と $m=8$ の両者を比較して示している。この図から、 $m=8$ の方が $m=2$ よりもフランジ部のせん断応力の絶対値がやや大きいことが示されており、フランジ部のしわも大きくなっていることが分かる。

5・2 R値の異方性評価指標 $\Delta CL$ の影響

Fig. 7に示したように、L方向R値( $R_{00}$ )とC方向R値( $R_{90}$ )の差を $R_{ave}$ で除した値 $\Delta CL$ が大きくなるとしわが大きくなる理由について考える。Fig.11にはBHF=49kNの場合について、 $\Delta CL$ の変化に伴うフランジコーナー頂点の45°方向からのずれの角度 $\theta$ の変化を示している。 $\Delta CL$ と $\theta$ の関係を図に示したものがFig.12であり、この図から $\Delta CL$ が大きくなるほど $\theta$ が大きくなり、不均一変形が大きくなっていることが分かる。このため $\Delta CL$ が大きくなるほどフランジしわが大きくなると考えられる。このことを成形初期における相当塑性ひずみの違いから検討したものがFig.13であり、BHF=49kNで成形深さ7mmの場合について素材B( $\Delta CL=0.0$ )と素材E( $\Delta CL=1.0$ )を比較して示している。この図から成形初期では $\Delta CL$ が大きいほどR値の小さいL方向の相当塑性ひずみが大きくなっている。このことはL方向の方がC方向よりも塑性変形が早く進展する不均一変形を示しており、 $\Delta CL$ が大きいほどフランジしわが大きくなる原因となっていると推測される。このことは同時に、R値の小さいL方向の方が先に降伏して塑性変形するためフランジコーナー部がL方向に曲がるFig.11の説明にも

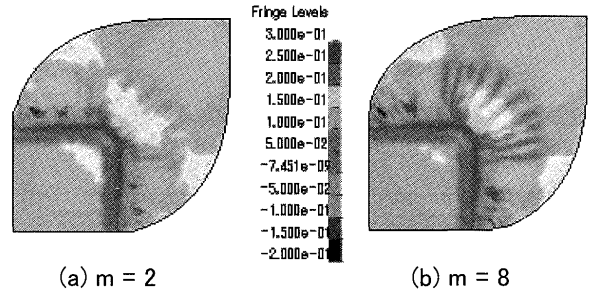


Fig. 10. Shear stress distribution in case of BHF=49 kN at forming height  $h=70$  mm.

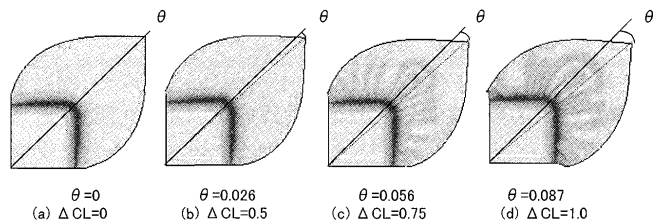


Fig. 11. Measuring method of deviation angle  $\theta$  of flange corner by changing  $\Delta CL$  value at blank holding force (BHF) 49 kN.

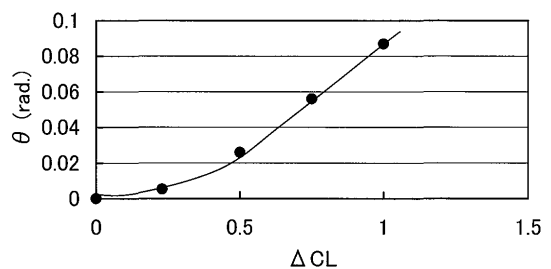


Fig. 12. Relationship between  $\Delta CL$  and deviation angle  $\theta$ .

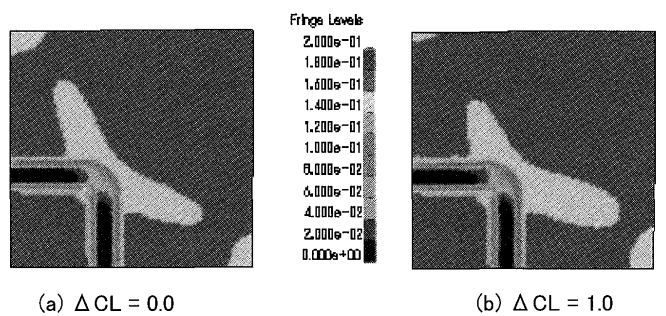


Fig. 13. Equivalent plastic strain distribution in case of BHF=49 kN at forming height  $h=7$  mm.

なっていると考えられる。このように $\Delta CL$ の影響については成形初期の塑性変形挙動の影響が大きいため、せん断応力ではなくFig.13には相当塑性ひずみで図示した。材料流入に関しては、著者らがチタン薄板で調査した報告<sup>7)</sup>によると、フランジコーナー頂点の曲がる方向はFig.14に示すようにR値の小さいL方向であり、Fig.11のシミュレーションと一致している。このチタン薄板の場合、 $\Delta CL$ を(4)式で計算すると1.44となる。チタン薄板では加

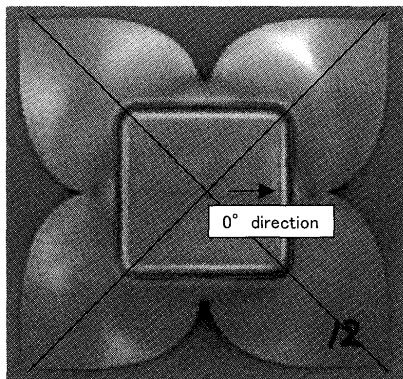


Fig. 14. Photograph of formed square shell of titanium sheet ( $R_{00}=1.6$ ,  $R_{45}=3.2$ ,  $R_{90}=7.0$ ).

工硬化の異方性も現れるため単純比較できない可能性もあるが、少なくともフランジコーナ頂点の曲がる方向は実験と一致したこととなっている。

## 6. 結言

角筒深絞り成形におけるフランジ部の材料流入挙動とフランジしわの関係を、Barlat-Lian '89<sup>5)</sup>を取り込んだFEM解析により調査した結果、以下のことが分かった。

(1) フランジしわはBarlat-Lian '89<sup>5)</sup>の降伏関数の $m$ の値が大きいほどしわが大きくなる。

(2) フランジしわは降伏応力(YS)が大きいほど大きくなる。

(3)  $R$ 値の異方性を表す新しい評価指標として、 $L$ 方向 $R$ 値( $R_{00}$ )と $C$ 方向 $R$ 値( $R_{90}$ )の差を $R_{ave}$ で除した値を $\Delta CL$ と定義すると、 $\Delta CL$ が大きくなるとフランジしわが大きくなる。

(4)  $\Delta CL$ が大きくなると、フランジコーナ頂点の曲がる方向は $R$ 値の小さい $L$ 方向となった。

本報告は、秋田高専機械工学科本科の卒業研究として行われたものであり、卒業研究を行った能登屋諭氏、佐藤慶氏、長澤圭晃氏、渡部健太氏に対して謝意を表します。

## 文 献

- 1) T.Kuwabara: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **41** (2000), No. 470, 199.
- 2) T.Kuwabara: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **41** (2000), No. 471, 313.
- 3) R.Hill: *Proc. R. Soc. (London) A*, **A193** (1948), 281.
- 4) M.Gotoh: *機論A*, **46-404** (1980), 449.
- 5) F.Barlat and J.Lian: *Int. J. Plast.*, **5** (1989), 51.
- 6) T.Ohwue, T.Yoshida and M.Usuda: *Numerical Methods in Industrial Forming Processes*, (1992), 521.
- 7) T.Ohwue, H.Fujii and T.Hayashi: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **43** (2002), No. 501, 978.
- 8) T.Ohwue, M.Kikuchi, T.Senuma, T.Hayashi and T.Kikuma: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **44** (2003), No. 514, 1100.
- 9) T.Kuwabara and Y.Horiuchi: *CAMP-ISIJ*, **20** (2007), 332.
- 10) 鈴木 弘: *塑性加工*, 裳華房, (1980), 320.
- 11) *成形難易ハンドブック*, 薄鋼板成形技術研究会編, 日刊工業新聞社, (1987), 419.
- 12) 例えば村上敬宣: *弾性力学*, 養賢堂, (1985), 42.