

# オロワン理論に基づく数値計算を用いた非対称圧延解析

森本 敬治\*・吉田 冬樹\*・竹士 伊知郎\*・柳本 潤\*<sup>2</sup>

Asymmetric Rolling Theory Based on Numerical Analysis Using Orowan's Theory

Toshiharu MORIMOTO, Fuyuki YOSHIDA, Ichiro CHIKUSHI and Jun YANAGIMOTO

**Synopsis :** An asymmetric rolling possesses advantages in energy consumption, strip flatness of hot strip because of decrement of rolling force. And as we say another merit, asymmetric rolling enable us to control inner microstructure rolled with high reduction and with large shear strain. Introducing a single driven rolling to tandem hot strip rolling, we produce fine grain hot strips industrially. We need numerical deformation analysis model to combine microstructure evolution model to predict them.

An asymmetric rolling theory based on numerical analysis using slab method, Orowan's theory, is proposed. The most important effect of an asymmetric rolling is the relative displacement of neutral points on the rolls. This displacement of neutral points generates a cross shear region in which the surface friction forces are in opposite directions. To formulate rotational equilibrium equation in the cross shear area, we consider the reasonable distribution for the pressure difference between the rolls. This developed model permits rolling load, rolling torque, stress distribution and strain distribution as a function mill geometry and strip reduction with quite short computing time. Numerical simulation results are presented and compared with results of FEM, which is most reliable to analyze plastic deformation today, and with results of laboratory rolling. Accuracy of new theory is roughly equal to accuracy of FEM.

**Key words:** rolling; slab method; asymmetric rolling; numerical simulation; Orowan theory; single driven rolling.

## 1. 緒言

非対称圧延には上下ロールの径、周速、摩擦係数、駆動非駆動が異なる場合から、被圧延材の形状、変形抵抗等の非対称な場合まで含まれる。このように多種多様な中、非対称圧延は熱間の片駆動圧延の解析から始まった。Sachs<sup>1)</sup>はせん断応力の影響を無視し均一変形を前提としたKarmanの方程式より初等理論モデルを作成した。Zorowski<sup>2)</sup>はクロスシャー領域の不均一変形を前提として、圧延方向応力、板厚方向応力、回転モーメントの平衡を満たす条件を理論化した。ただしクロスシャー領域のせん断応力は板厚方向に一定でかつ上下ロールの圧延圧力は対称としている。Holbrook<sup>3)</sup>はクロスシャー領域内のみならずロールバイト内のモーメントの平衡を満たすため、上下ロール圧延力の非対称性を導入した理論を導いた。しかしモーメントの釣合いに関し一部、不適切な箇所があった。鈴木<sup>4)</sup>はバイメタル理論により変形抵抗の異なる2層を対象とした圧延理論解を、塩崎<sup>5)</sup>はすべり線場法より異周速圧延解を報告している。何れの理論も非対称圧延により上下ロールの中立点は相反する方向へ移動しクロスシャー領域が発生。このクロスシャー領域により圧延圧力のフリクションヒルを減少させ、圧延荷重、圧延トルク等、圧延負荷は減少するとしている。

ホットストリップミルの大型化、高速化はロールの大径化を招いてきた。ロールの大径化はロールネック強度及び駆動系の強度を確保するためであるが、平均圧延圧力や接触弧長の増大、圧延トルクの増大につながる。神居<sup>6)</sup>は4段圧延機の小径化を目的とし、駆動トルクに対して十分な強度を確保できるような異径片駆動圧延機を開発し、エッジドロップの低減等の効果を報告している。倉橋<sup>7)</sup>は偏心異径片駆動圧延機を仕上圧延後段に導入した。従来困難であった薄板連続熱延における仕上圧延後段での大圧下率圧延を可能とし、単純成分系の微細粒熱延鋼板の実機製造を可能とした。偏心異径片駆動圧延はロール扁平の大きい極薄材の圧延において有効であり、今後、市場の要求が増大すると予測される薄厚高強度熱延鋼板の製造の点で有利である。

非対称圧延を用い微細粒熱延鋼板や薄厚高強度熱延鋼板の組織を安定して造り込むためには、材質予測モデルと連成して圧延負荷を精度良く予測可能な理論解が必要である。そこで本報では、熱間圧延の負荷予測として圧延現場で広く用いられているOrowan理論に、鉛直方向応力差を容認した数値解析法を構成し、クロスシャー領域における回転モーメントの総和について、平衡条件を満足する解を導出した。今日、熱間圧延を対象とした剛塑性有限要素法は確立されており、塑性力学的に厳密な圧延理論解を求め

平成18年4月11日受付 平成18年6月13日受理 (Received on Apr. 11, 2006; Accepted on June 13, 2006)

\* (株) 中山製鋼所商品研究部 (Steel Research Department, Nakayama Steel Works, Ltd., 1-1-66 Funamachi Taisho-ku Osaka 551-8551)

\* 2 東京大学生産技術研究所 (Institute of Industrial Science, University of Tokyo)

る事ができる<sup>8)</sup>。初等理論であっても、対象としているスラブについて応力やモーメントの釣合が成立するまで繰り返し数値計算を実施すれば解析精度は向上するはずである。しかし複雑な収束計算は剛塑性有限要素法と比較して計算時間の短い初等理論の特徴の1つを損なう可能性がある。そのため本研究はOrowan理論に基づいた簡易な数値計算により非対称圧延解析の枠組を作り、どの程度まで有限要素法による計算結果を近似できるかを見極める事が目的である。本解析法の計算精度を、有限要素法<sup>9)</sup>及び熱間試験圧延機により検証した。本報で対象とした非対称圧延方式は、上下ロール径の等しい片駆動圧延である。

## 2. フリクションヒルカット、プレッシャーウエル、プレッシャーディファレンスについて

Sachs理論は滑り状態の非対称圧延解である。対称圧延域の圧延方向釣合式は、

$$\frac{d(hq)}{dx} + p(\tan\phi \mp \mu) = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

であるが、非対称圧延域の圧延方向釣合式はおおよそ

$$\frac{d(hq)}{dx} + p \tan\phi = 0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

となる。(Table 1の記号表を参照。) 圧延における接触角は非常に小さく

$$\tan\phi \approx 0 \quad \dots\dots\dots(3)$$

であり、降伏条件はトレスカ条件で

$$p - q = k \quad \dots\dots\dots(4)$$

であるため、非対称圧延域で  $p, q$  がほぼ一定状態となる Friction hill cut を報告した。Zorowski は非対称圧延域における内部せん断応力 Net vertical shearing stress  $\tau$  (Holbrook は Net internal shear stress) を提案した。この非対称圧延領域側面に働くせん断応力  $\tau$  が、板表層に作用するせん断摩擦応力  $\tau_f$  と共に回転モーメントの平衡条件を満たすという理論の原点である。本解析手法では内部せん断応力  $\tau$  と回転モーメントの関係を明解にするため Cauchy の式を利用した。また Zorowski は対称圧延域の降伏条件を

$$p - q = \frac{\pi}{4} k \quad \dots\dots\dots(5)$$

非対称圧延域の降伏条件を

$$p - q = 0 \quad \dots\dots\dots(6)$$

とした。降伏条件が異なる理由は、非対称圧延域のせん断応力を板厚方向に

$$\tau = \frac{k}{2} \quad \dots\dots\dots(7)$$

の一定と見なし、Von Mises降伏条件式からせん断応力項を消去したためである。その結果、 $q$  の圧延方向の連続性

Table 1. Nomenclature.

$h$	position of roll surface	$\sigma_y^U$	normal stress along y-axis of upper strip	$R$	roll radius
$q$	horizontal stress at roll gap. (Karman's theory)	$p^U$	upper roll pressure	$f$	total horizontal force at roll gap (Orowan's theory)
$p$	roll pressure	$\sigma_y^L$	normal stress along y-axis of lower strip	CS	cross shear zone
$x$	horizontal center-line distance measured from exit plane	$p^L$	lower roll pressure	$x^{CG}$	gravity center of CS
$y$	vertical distance measured from strip center line	$\tau_f^F$	shear stress at roll surface in forward slip zone	$T_x$	stress vector along x-axis
$\phi$	contact angle	$\tau_f^B$	shear stress at roll surface in backward slip zone	$T_y$	stress vector along y-axis
$\mu$	friction coefficient	$\tau_f^U$	friction shear stress at upper roll surface	$\phi_n$	neutral point
$k$	flow stress for plane strain	$\tau_f^L$	friction shear stress at lower roll surface	$\epsilon_{xx}$	strain along x-axis
$\sigma_{xx}$	normal stress along x-axis (Orowan's theory)	$\tau$	internal shear stress	$\epsilon_{yy}$	strain along y-axis
$\sigma_{yy}$	normal stress along y-axis	$\sigma_{xy}$	shear stress on x and y planes	$\epsilon_{xy}$	shear strain on x and y planes
$V_R$	roll surface velocity	$\phi_n^U$	upper roll neutral point	$\phi_n^L$	Lower roll neutral point
$\rho$	radius of curvature	$I$	stiffness for bending	$A$	area of strip

を考慮すると非対称圧延域の  $p$  が対称圧延域の  $p$  より小さくなる Pressure well を報告した。Holbrook はロールバイト内の回転モーメントの釣合を満たすように上下圧延圧力差

$$\Delta p = p^U - p^L \dots \dots \dots (8)$$

を想定し Pressure difference を報告している。しかし回転モーメントの釣合式をなす応力ベクトルが、本解析手法で提示する4種の内の3種しかなく、更に Holbrook により提示されている Pressure difference 分布では、圧延後での反りを助長すると考えられる。これら Friction hill cut, Pressure well, Pressure difference を今日の高精度な有限要素法の計算結果を参考に、本解析手法の結果と比較する。

### 3. 非対称圧延時のロールバイト内応力分布

Fig. 1 は対称圧延におけるロールバイト内応力分布の模式図を示す。ロール面垂直応力や中立点の位置は上下ロールで等しい。接触角が小さいことより鉛直方向応力  $|\sigma_{yy}| =$  ロール面垂直方向応力  $|p|$  とみなす。Orowan 理論における対称圧延の圧延方向釣合式は、

$$\frac{df(\phi)}{d\phi} = 2Rp(\phi) \sin \phi \mp 2R\tau_f \cos \phi \dots \dots \dots (9)$$

であり<sup>10,11)</sup>、中立点と圧延圧力や圧延方向合力の最大点が一致する。しかし非対称圧延の圧延方向釣合式は、クロスシャー領域での上下ロール面での摩擦せん断応力の大きさが  $x$  位置で同じである場合について表示すると、

$$\frac{df(\phi)}{d\phi} = 2Rp(\phi) \sin \phi \dots \dots \dots (10)$$

になり、クロスシャー領域にプレッシャーヒルは形成されず、対称圧延のようにプレッシャーヒルの頂点が中立点となって圧延圧力と圧延方向合力が最大となることはない。Fig. 2 は片駆動圧延におけるロールバイト内応力分布の模式図を示す。上ロールを非駆動ロール、下ロールを駆動ロールとする。対称圧延と同様に接触角が小さいことより

$$\sigma_{yy}^U(h) \cong p^U \dots \dots \dots (11)$$

$$\sigma_{yy}^L(h) \cong p^L \dots \dots \dots (12)$$

である。ロールバイト内を摩擦せん断応力の向きが異なる点を考慮し3分割し、領域Ⅰ・領域Ⅱ・領域Ⅲと呼ぶ。領域Ⅱのクロスシャー領域 (CS と称す) では上ロール、下ロールからの摩擦せん断応力の向きが反転し圧延荷重や圧延トルクが減少する。Fig. 2 よりクロスシャー領域(Ⅱ)では、摩擦せん断応力による図心回りの回転モーメントが発生していることが想定される。しかし実際の圧延では被圧延材に圧延後の反り発生は認められるものの、被圧延材がロー

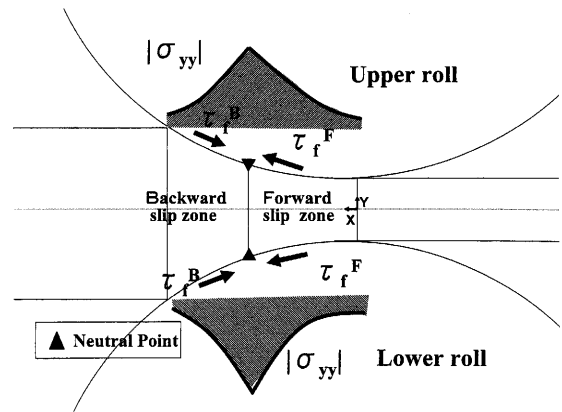


Fig. 1. Roll pressure distribution of symmetric rolling.

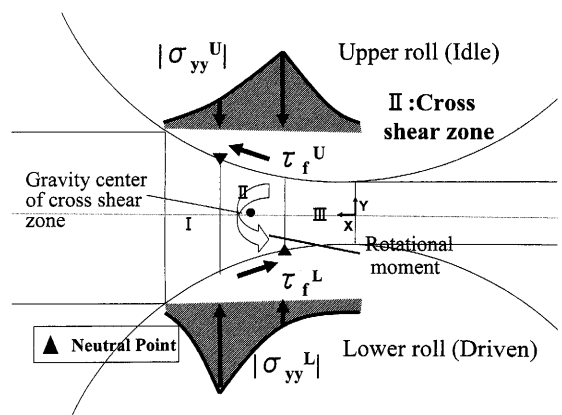


Fig. 2. Roll pressure distribution of asymmetric rolling.

ルバイト内で回転角加速度を持ち圧延不可となるという事象は起きない。つまり必ずこの回転モーメントは0となるはずである。そこで摩擦せん断応力によるモーメントを打ち消すため、鉛直方向応力  $\sigma_{yy}$  の図心回りのモーメントに及ぼす影響を導入することとした。座標はロール軸心を原点、圧延上流方向に  $x$  軸、板厚方向に  $y$  軸を取った。

### 4. クロスシャー領域のモーメントの釣り合い

クロスシャー領域表面での応力ベクトル、応力テンソル分布は Fig. 3 のようになる。Fig. 3 中の 0 は原点を示し、Fig. 3 で想定した摩擦力の方向に依存すればクロスシャー領域で  $\sigma_{xy}$ 、 $\sigma_{yx}$  は常に正となる。 $p^U$ 、 $p^L$  は Orowan 理論の定義と異なり引張りを正としている。 $p$ 、 $\tau_f$ 、 $T_x$ 、 $T_y$  は応力ベクトルの成分として矢印有りで、 $\sigma_{ij}$  は応力テンソルの成分として矢印無しで表示する。クロスシャー領域を囲む4面にはそれぞれ接線方向と法線方向の応力ベクトルが作用している。Cauchy の式より、クロスシャー領域での応力ベクトルと応力テンソルの関係は次式で表される。

$$\begin{pmatrix} T_x \\ T_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yx} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \end{pmatrix} \dots \dots \dots (13)$$

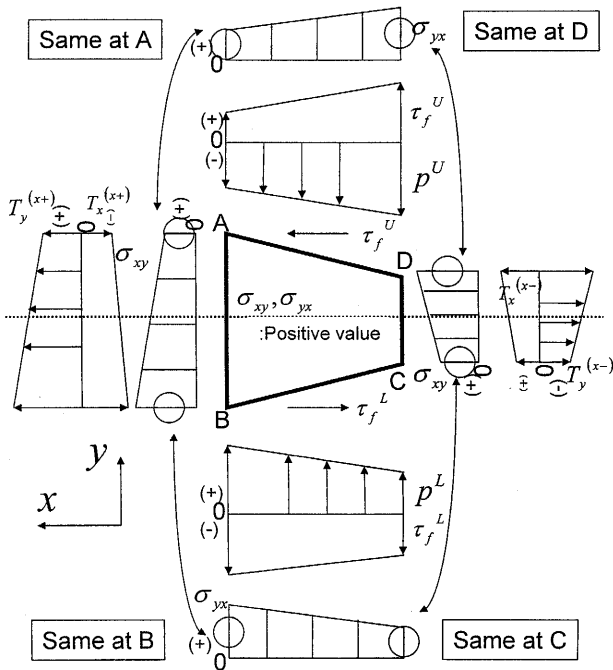


Fig. 3. Stress vector and stress tensor in the cross shear zone of asymmetric rolling.

モーメントは応力ベクトル  $\vec{T}$  と位置ベクトル  $\vec{x}$  の外積  $\vec{T} \times \vec{x}$  であるが、応力ベクトルの  $x$  方向と  $y$  方向の成分  $T_x, T_y$  や位置座標  $x, y$  を用いて4種類のモーメントに分類して表示する。図心の位置を  $(x^{(G)}, 0)$ 、ロール表面の位置を

$$h = h(x) \dots \dots \dots (14)$$

とおく。ロール接触角  $\phi$  が非常に小さいため板表面の応力ベクトル  $\vec{T}$  の  $x$  方向成分は

$$T_x \cong \tau_f \dots \dots \dots (15)$$

$y$  方向成分は

$$T_y \cong p \dots \dots \dots (16)$$

と考え、①板表面における応力ベクトル  $\vec{T}$  の斜面接線方向成分によるもの、②板表面における応力ベクトル  $\vec{T}$  の斜面法線方向成分によるもの、③クロスシャー領域側面における応力ベクトル  $x$  の  $\vec{T}$  方向成分によるもの、④クロスシャー領域側面における応力ベクトル  $\vec{T}$  の  $y$  方向成分によるもの、に分類しそれぞれ式(17)~式(20)で表す。

$$M_\tau = \int \tau_f^U \cdot h dx + \int \tau_f^L \cdot h dx \dots \dots \dots (17)$$

$$M_p = \int p^U \cdot (x - x^{(G)}) dx + \int p^L \cdot (x - x^{(G)}) dx \dots \dots \dots (18)$$

$$M_x = \int T_x^{(x+)} \cdot y dy + \int T_x^{(x-)} \cdot y dy \dots \dots \dots (19)$$

$$M_y = \int T_y^{(x+)} \cdot (x - x^{(G)}) dy + \int T_y^{(x-)} \cdot (x - x^{(G)}) dy \dots \dots \dots (20)$$

反時計回りのモーメントを(+)とするとクロスシャー領域が回転角加速度を持つことはなく図心回りのモーメントの総和は以下の式のように0となる。

$$M_p + M_\tau + M_x + M_y = 0 \dots \dots \dots (21)$$

### 5. 応力ベクトル、応力テンソルの決定方法

#### 5.1 クロスシャー領域側面の応力ベクトル

クロスシャー領域側面の単位ベクトルは  $(x+)$  面で  $(1, 0)$ 、 $(x-)$  面で  $(-1, 0)$  である。式(13) Cauchyの関係より応力ベクトルの  $x$  方向と  $y$  方向の成分  $T_x, T_y$  は

$$(x+) \text{ 面で } T_x = \sigma_{xx}, T_y = \sigma_{xy} \dots \dots \dots (22)$$

$$(x-) \text{ 面で } T_x = -\sigma_{xx}, T_y = -\sigma_{xy} \dots \dots \dots (23)$$

であり、 $\sigma_{xx}(y), \sigma_{xy}(y)$  を決定する必要がある。 $\sigma_{xy}$  は板厚方向線形の Orowan の前提を利用し Prandtl の解<sup>12)</sup>を用いると以下の通りに表される。

$$\sigma_{xy}(y) = \frac{y}{h} \cdot |\tau_f| \dots \dots \dots (24)$$

$$\sigma_{xx}(y) = \sigma_{yy}(y) - k \sqrt{1 - a^2 \cdot \left(\frac{y}{h}\right)^2} \dots \dots \dots (25)$$

$$a = \frac{2|\tau_f|}{k} \dots \dots \dots (26)$$

#### 5.2 クロスシャー領域での応力テンソルの成分

本解析手法では板厚方向応力差を容認する事が特徴である。ただ本来の Orowan 理論は対称圧延を想定し上下の応力の和は0であるため、板厚方向の応力の釣合いという考え方はない。本手法では板厚方向の応力の釣合いを考慮するため、 $\sigma_{yy}$  を  $y$  方向に近似した。 $\sigma_{xy}$  は板厚方向線形の Orowan の仮定(24)式を利用する。従って、

$$\sigma_{xy} = a(x)y + b(x) \dots \dots \dots (27)$$

板厚方向の釣り合い式

$$\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} = 0 \dots \dots \dots (28)$$

が成立するものとすれば  $\sigma_{yy}(y)$  は  $y$  の2次式になるが、2次の係数が非常に小さく、ここでは有限要素法による計算結果 Fig. 4, Fig. 5, Fig. 6 を参考に  $\sigma_{yy}$  を  $y$  方向1次式と近似し以下の式を利用する。

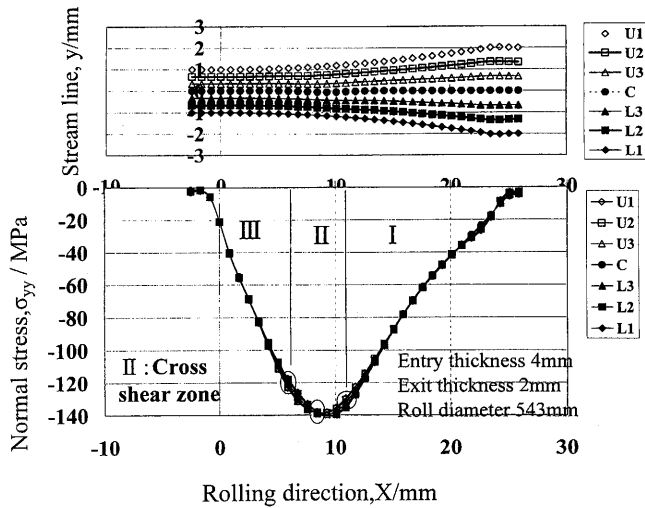


Fig. 4. Calculated normal stress distribution in roll bite of asymmetric rolling by FEM.

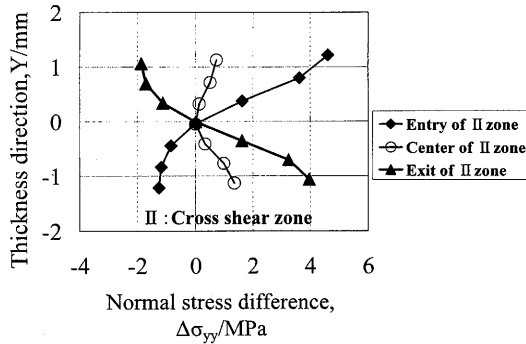


Fig. 5. Calculated normal stress difference in cross shear zone along thickness direction by FEM.

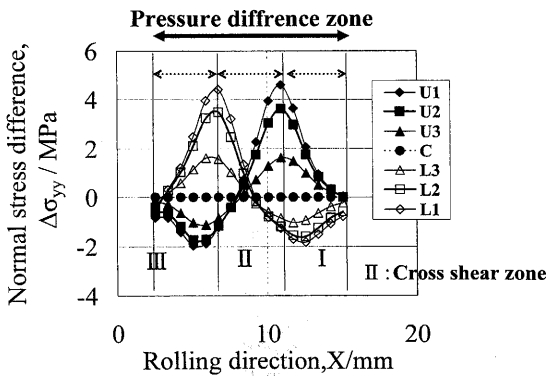


Fig. 6. Calculated normal stress difference in roll bite of asymmetric rolling by FEM.

$$\sigma_{yy}(y) = d(x)y + e(x) \dots (29)$$

Fig. 4は板厚方向に7等分した $\sigma_{yy}$ の $x$ 方向推移を示す。非駆動ロール側である上面から駆動ロール側である下面に向かってU1 ( $y=1.0$  mm), U2 ( $y=0.66$  mm), U3 ( $y=0.33$  mm), C ( $y=0.0$  mm), L3 ( $y=\Delta 0.33$  mm), L2 ( $y=\Delta 0.66$  mm), L1 ( $y=\Delta 1.0$  mm)の記号で表示した。( )はロールバイト入口での位置を示す。クロスシャワー領域に発

生する鉛直方向応力差 $\Delta\sigma_{yy}$ は $\sigma_{yy}$ と比較して相対的に小さい事が確認できる。Fig. 5はクロスシャワー入側, 図心, 出側における板厚方向各位置と板厚中心との $\sigma_{yy}$ の差

$$\Delta\sigma_{yy} = \sigma_{yy}(y) - \sigma_{yy}(0) \dots (30)$$

を示す。クロスシャワーの入側と出側で $\sigma_{yy}$ は $y$ 方向にほぼ一次で推移していること, 図心で鉛直方向応力差 $\Delta\sigma_{yy}$ はほぼ0, つまり $\sigma_{yy}$ が板厚方向に等しい事がわかる。

次に $\Delta\sigma_{yy}$ の $x$ 方向の推移を考察する。圧延方向の釣り合い

$$\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{yx}}{\partial y} = 0 \dots (31)$$

にクロスシャワー領域が固着条件なら,

$$\sigma_{xy}(y) = \frac{k}{2} \frac{y}{h} \dots (32)$$

$$\sigma_{xx} - \sigma_{yy} \cong k\pi/4 \dots (33)$$

であるため,  $\sigma_{yy}$ は $x$ 方向に1次で推移していると近似した。Fig. 6に板厚方向各位置と板厚中心との $\sigma_{yy}$ の差

$$\Delta\sigma_{xx} = \sigma_{yy}(y) - \sigma_{yy}(0) \dots (34)$$

の $x$ 方向の推移を示すが, クロスシャワー領域では $\sigma_{yy}$ は $x$ 方向に一次で近似できることがわかる。

## 6. クロスシャワー領域外のモーメント

Holbrookによると板厚方向応力差

$$\Delta p = p^U - p^L \dots (35)$$

はクロスシャワー領域の図心で0とする一方, ロールバイト出側, 入側で最大となるように想定している。圧延後の反り量は

$$M = \int_A \sigma_{xx} y dA \dots (36)$$

$$I = \int_A y^2 dA \dots (37)$$

$$\rho = EI/M \dots (38)$$

と表される<sup>14)</sup>。またOrowan理論より $\Delta p$ と $\sigma_{xx}$ は一対一の関係があり, ロールバイト出口の $\Delta p$ と圧延後の反りの関係は明瞭である。そのためロールバイト出側で最大となるような応力差 $\Delta p$ を設定するとロールバイト出側で板の反りを助長することになる。本解析では有限要素法の結果を参考に, 領域IIの回転モーメントを0とするため容認した板厚方向応力差が領域Iと領域IIの境界, 領域IIと領域IIIの境界で最大となり, 領域Iと領域IIIでは領域II(クロス

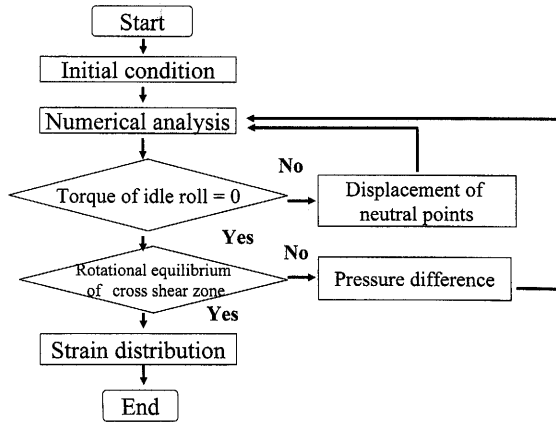


Fig. 7. Flow chart.

シャー領域) 長に相当する距離で零になるように仮定した。Fig. 6に有限要素法の計算結果による板厚方向応力差遷移帯を記す。領域I, 領域IIIの板厚方向応力差は新たに領域I, 領域IIIに回転モーメントを発生させる。しかし領域Iと領域IIIの回転モーメントの和は鉛直方向応力差を容認しない場合に領域IIで発生していたモーメントより小さいことを確認している。

### 7. 計算方法

Fig. 7の本解析法のフローチャートに基づき、上下ロール中立点位置及び領域II(クロスシャー領域)の図心の決定方法を示す。最初に対称圧延を仮定しOrowan理論に基づいた数値計算により中立点 $\phi_n$ を求める。次に上ロールの中立点 $\phi_n^U$ を圧延上流側へ下ロールの中立点を圧延下流側へ

$$|\phi_n - \phi_n^U| = |\phi_n - \phi_n^L| \dots \dots \dots (39)$$

に従い移動後、Orowan理論に基づいた数値計算を繰り返し行い、上ロール圧延トルクが0になる上下ロールの中立点(領域II)を決定する。その間、領域IIの図心 $x^{(c)}$ は対称圧延の中立点位置と同じとする。最後に領域IIのモーメントの平衡条件を満たすよう、式(29)に従い $\sigma_{yy}$ を決定し、対称圧延の仮定へ戻り繰り返し計算する。なお領域I, 領域IIIとの応力連続性を確保するため、6章のように板厚方向応力差を領域I, 領域IIIまで仮定した。

### 8. 有限要素法の計算結果との比較

Fig. 8, Fig. 9に片駆動圧延を対象に本解析手法と有限要素法によるロールバイト内応力分布の計算結果を比較した結果を示す。圧下率は50%である。本解析手法は有限要素法の結果と比較して、Friction hill cutが顕著であり、板厚方向応力差が大きい。本解析手法の摩擦係数は0.3と一定、一方、有限要素法の摩擦係数は $\tan^{-1}$ の関数<sup>13)</sup>が使用

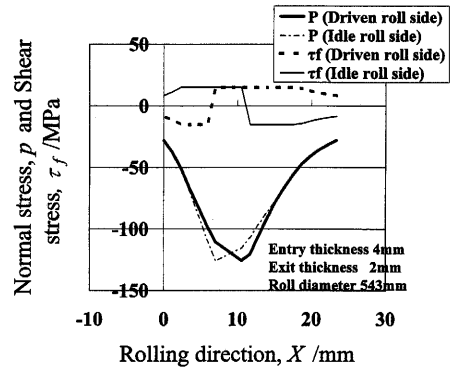


Fig. 8. Calculated stress distribution of asymmetric rolling with high reduction by new theory.

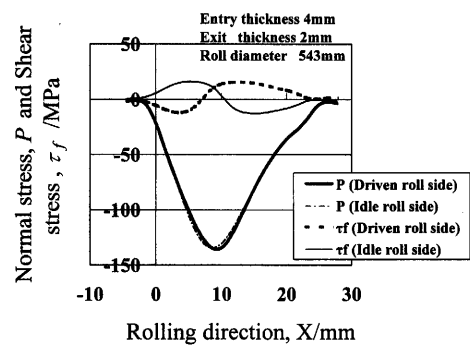


Fig. 9. Calculated stress distribution of asymmetric rolling with high reduction by FEM.

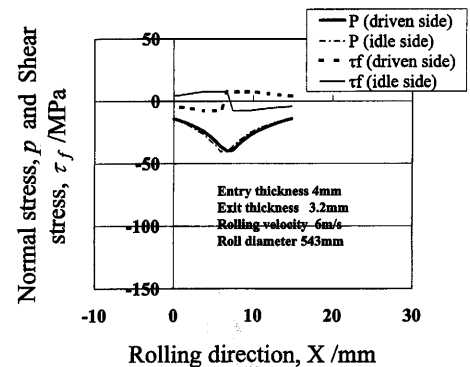


Fig. 10. Calculated stress distribution of asymmetric rolling with low reduction by new theory.

されているため、せん断摩擦応力の様子が異なる。Fig.10, Fig.11は圧下率が20%の場合の計算例であるが、圧下率が50%の場合と比較してFriction hill cutが小さいことがわかる。Fig.12, Fig.13は片駆動圧延での圧延荷重及び圧延トルク低減率を本解析手法と有限要素法で比較した結果である。圧延荷重、圧延トルクの低減率とは、片駆動圧延の通常圧延に対するそれぞれの比である。なおFig.12, Fig.13は入側板厚4mmの計算例であるが、入側板厚が大きくなれば荷重低減率、トルク低減率は大きくなる。本解析手法は仮定が少なく精度の高い有限要素法解析と比較して、応力分布においてある大胆な仮定においても、圧延負荷を精度良く予測可能な事が確認できる。有限要素法の計算時間

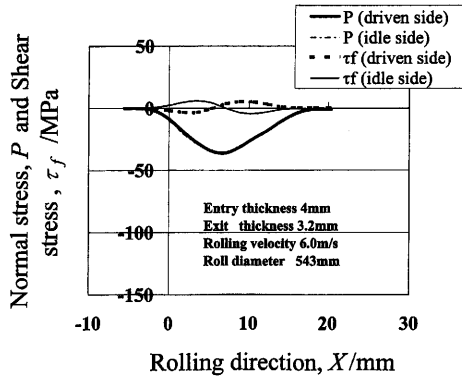


Fig. 11. Calculated stress distribution of asymmetric rolling with low reduction by FEM.

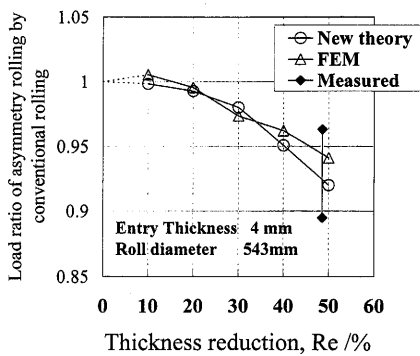


Fig. 12. Load ratio of asymmetric rolling by conventional rolling, calculated by new theory and by FEM.

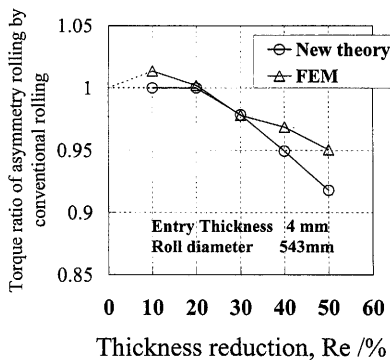


Fig. 13. Torque ratio of asymmetric rolling by conventional rolling, calculated by new theory and by FEM.

は数分、初等理論による本解析手法の計算時間は数秒と、計算時間はおよそ100分の1であるため、妥当な計算精度と考えている。

マスフロー一定条件より、上ロール側中立点位置、下ロール側中立点位置において式(40)の関係があり、上下ロールの速度比が求まる。

$$h(\phi_n^U)V_R^U \cos(\phi_n^U) = h(\phi_n^L)V_R^L \cos(\phi_n^L) \dots (40)$$

Fig.14に本解析手法によりマスフロー一定条件から片駆動圧延での上下ロールの速度比を求めた計算結果を、有限要素法の計算結果と比較する。この関係を利用して本解析手

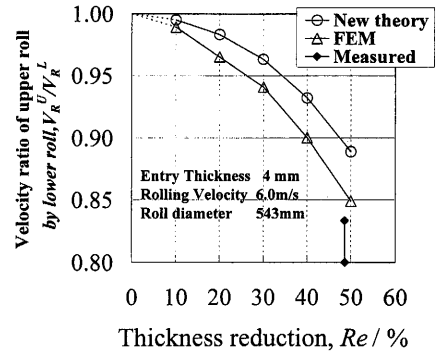


Fig. 14. Velocity ratio of upper roll by lower roll, calculated by new theory and by FEM.

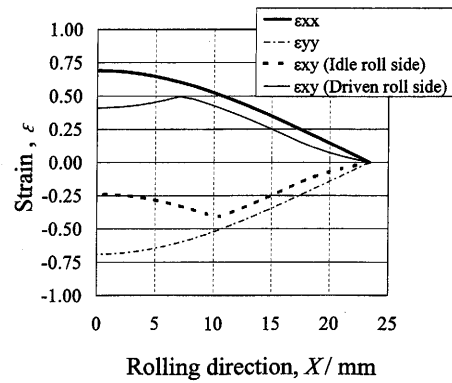


Fig. 15. Calculated strain distribution of asymmetric rolling by new theory.

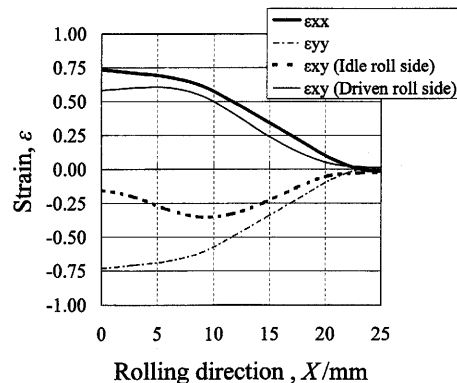


Fig. 16. Calculated strain distribution of asymmetric rolling by FEM.

法にて異周速圧延を解析可能である。式(41)に示すLevy-Misesの関係に従い応力からロールバイト内歪分布を計算した結果をFig.15に示し、有限要素法による計算結果Fig.16と比較する。

$$\lambda = \frac{\epsilon_{xx}}{\sigma'_{xx}} = \frac{\epsilon_{yy}}{\sigma'_{yy}} = \frac{\epsilon_{xy}}{\sigma_{xy}} = \frac{3}{2} \frac{\bar{\epsilon}}{\sigma} \dots (41)$$

本解析手法はロールバイト内での非対称な歪分布も計算可能な事が確認できる。このように計算されたロールバイト内の応力分布・歪分布は材質予測モデルと連成して内部組織の予測精度を向上させる。

Table 2. Laboratory rolling condition.

Roll diameter, R/mm	φ 250
Entry thickness, h <sub>1</sub> /mm	4.0
Exit thickness, h <sub>2</sub> /mm	2.0
Rolling temperature, T/°C	1000
Rolling velocity, V <sub>r</sub> /m/min	30
Lubrication	off
Steel grade	SS400

## 9. 熱間試験圧延機の結果との比較

Table 2に熱間試験圧延機を用いた片駆動試験条件を、Fig.12とFig.14に圧延荷重低減率及び異速比の測定結果を示す。熱間の試験圧延機を用いた場合、測定誤差以外に、圧延温度のばらつきや非駆動側ロールのトルクが厳密に0ならない等、計算結果とは多少の誤差が予想できる。しかし有限要素法、本解析手法の順で実測値と一致している事が確認できる。

## 10. 結言

(1) Orowan理論に基づいた数値計算法を非対称圧延解析へ拡張した。本手法はクロスシャワー領域における回転

モーメントの平衡条件を満足させる解である事が特徴である。

(2) 本解析手法により非対称圧延を対象とした計算結果を示し、有限要素法の計算結果と熱間試験圧延を比較することで解析精度を検証した。

Orowan圧延理論、非対称圧延理論について、北九州市立大学・松本教授より有益な示唆を賜りました事記し、あらためて深く感謝いたします。

## 文 献

- 1) G.Sacks and L.J.Klinger: *J. Appl. Mech.*, **14** (1947), 88.
- 2) C.F.Zorowski and A.Shutt: *Int. Res. Prod. Eng.*, (1963), 380.
- 3) R.L.Holbrook and C.F.Zorowski: *J. Eng. Ind.*, **88** (1966), 401.
- 4) H.Suzuki, J.Araki and T.Shintani: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **13** (1972), 114.
- 5) H.Shiozaki and M.Mikami: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **24** (1983), 25.
- 6) Y.Kamii and J.Terakado: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **17** (1976), 966.
- 7) R.Kurahasi, I.Chikushi, M.Takahashi and S.Takaoka: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **44** (2003), 106.
- 8) J.Yanagimoto, M.Kiuchi, A.Nakamura and R.Kurahshi: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **32** (1991), 1000.
- 9) J.Yanagimoto, M.Kiuchi, I.Shibata and Y.Inoue: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **36** (1995), 41.
- 10) E.Orowan: *Proc. Inst. Mech. Eng.*, **150** (1943), 140.
- 11) J.Yanagimoto: Tekko Kogaku Seminar, IISJ, (2000), Tokyo
- 12) L.Prandtl: *Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik*, (1923), 401.
- 13) G.Li and S.Kobayashi: *J. Eng. Ind.*, **104** (1982), 55.
- 14) J.Yanagimoto, Y.Kadamura, T.Muto and K.Inoue: *Steel Res.*, **73** (2002), 526.