

# 鋼管の成形限界応力のひずみ経路依存性に及ぼす ひずみ硬化挙動の影響

吉田 健吾\*・桑原 利彦\*<sup>2</sup>

Effects of Strain Hardening Behavior on the Strain Path Dependence of Forming Limit Stresses in a Steel Tube

Kengo YOSHIDA and Toshihiko KUWABARA

**Synopsis :** The strain path dependence of forming limit strains and stresses of a steel tube subjected to combined axial load and internal pressure are investigated for linear and combined stress paths using a tension-internal pressure testing machine. The combined stress paths consist of two linear stress paths and include unloading between the first and second loadings. The strain hardening behavior of the steel tube for both linear and combined stress paths is observed in terms of the equivalent stress–equivalent plastic strain ( $\bar{\sigma}$ – $\bar{\epsilon}$ ) curves. Forming limit stresses in stress space drop on a single curve irrespective of the strain paths when the  $\bar{\sigma}$ – $\bar{\epsilon}$  curves for the given linear and combined stress paths are on a single curve (isotropic hardening), while the forming limit stresses for other combined stress paths generally become less than those for the linear stress paths when the material exhibits the cross effect in the second loadings. It is therefore concluded that the strain path dependence of forming limit stresses is much affected by the strain hardening behavior of the material for the given loading path. A new method for evaluating forming limits for combined loadings is proposed utilizing a limit curve in an equivalent plastic strain–stress ratio space.

**Key words :** ductility; forming limit; steel tube; strain hardening behavior.

## 1. 緒言

プレス加工やチューブハイドロフォーミングにおいて、精確な破断判定手法を確立するために、従来から多くの研究が行われてきた<sup>1-6)</sup>。種々の破断判定手法が提案されているが、その中でも成形限界線による方法が最も一般的である。成形限界線は、比例負荷経路に対する成形限界ひずみをひずみ空間にプロットし、それらを結んだ曲線である。しかし、成形限界線はひずみ経路に依存することが明らかにされている<sup>7-14)</sup>。したがって、材料が非比例負荷経路を受ける場合、成形限界線を破断判定に用いるのは不適切である。

一方、成形限界時の応力状態を主応力空間にプロットして得られる成形限界応力線はひずみ経路にほとんど依存しないと報告されている<sup>15-21)</sup>。しかし、板材を用いた実験では、応力の実測は実験技術的に難しく、筆者らが知る限り、2軸応力を受ける金属薄板の成形限界応力を正確に実測した研究報告はこれまでなかった。これに対し筆者らは、任意の応力経路を薄肉円管に負荷できる軸力–内圧型のCNC2軸応力試験機を開発し<sup>22)</sup>、種々の負荷経路におけるA5154-H112押出し円管のひずみ硬化特性<sup>23,24)</sup>ならびに成形限界応力<sup>25)</sup>を実測した。その結果、成形限界応力は応力空間においてほぼ同一曲線上に載り、ひずみ経路依存性が

消失することを立証した<sup>25)</sup>。

さらに筆者らは、一連の実験<sup>23,24)</sup>において、アルミニウム合金管はほぼ等方的にひずみ硬化することを確認した。そこで、Marciniak–Kuczynskiモデル<sup>26)</sup>に等方硬化則を適用し、複合応力経路に対する成形限界応力を解析した<sup>27)</sup>。その結果、「第1負荷→除荷→第2負荷」と構成される複合応力経路において、成形限界応力がひずみ経路に依存しない解析結果を得た。またWuら<sup>21)</sup>は、等方硬化則を仮定した多結晶塑性論に基づく解析において、限定された負荷経路に対してではあるが、やはり成形限界応力がひずみ経路に依存しないという解析結果を得ている。

一方、鉄系材料は、複合応力経路下では交差効果を示すことが知られている<sup>28,29)</sup>。交差効果を示す材料のひずみ硬化挙動は、ひずみ経路に強く依存するので、成形限界応力もひずみ経路に依存して変化する可能性がある。したがって、このような材料の成形限界応力がひずみ経路に依存するかどうか、また依存するとすれば、複合応力経路における成形限界応力は、線形応力経路に対するそれとどの程度異なるのか、などは塑性力学的観点からも現場技術的観点からも興味のある問題である。

そこで本研究では、冷牽・焼準された電縫鋼管を研究対象に選び、既報<sup>22-25)</sup>で用いた軸力–内圧型2軸応力試験機を用いて、さまざまな負荷経路における成形限界応力なら

平成17年6月28日受付 平成17年9月8日受理 (Received on June 28, 2005; Accepted on Sep. 8, 2005)

\* 東京農工大学大学院工学教育部機械システム工学専攻 (The Department of Mechanical Systems Engineering of Graduate School of Technology, Tokyo University of Agriculture and Technology, 2-24-16 Nakacho Koganei-shi Tokyo 184-8588)

\*<sup>2</sup> 東京農工大学大学院共生科学技術研究部物質機能科学部門 (Institute of Symbiotic Science and Technology, Tokyo University of Agriculture and Technology)

びにひずみ硬化挙動を測定する。そして、材料のひずみ硬化挙動の様態が成形限界応力のひずみ経路依存性に深く影響を及ぼすことを突き止めたので、ここに報告する。

## 2. 実験方法

### 2.1 供試材

供試材は、外径38.1 mm、公称肉厚 1.5 mmの鋼管(STK-M11A)で、化学成分は、C: 0.09, Si: 0.14, Mn: 0.39, P: 0.011, S: 0.003 (質量%)である。機械的性質および肉厚の均一化のため、ロール成形によって製造された電縫鋼管に冷牽および焼準を施した。肉厚の不均一は、平均肉厚1.52 mmの±0.8%以下であった。試験片の試験部長さ(チャック間距離)は150 mmとした。ただし、3.2節で詳述するように、複合応力経路に対しては試験部長さを95 mmとした実験も行った。

供試材の相当応力-相当塑性ひずみ曲線を Fig. 1 に示す。等2軸引張試験において測定された真応力-対数塑性ひずみ曲線をもとに、Yld2000-2d降伏関数<sup>30)</sup>(付録参照)により相当応力を、式(1)により相当塑性ひずみを算出した。

$$\bar{\epsilon} = \int \dot{\bar{\epsilon}} dt = \int \sqrt{\frac{4}{3} \{ (\dot{\epsilon}_\phi^p)^2 + (\dot{\epsilon}_\theta^p)^2 + \dot{\epsilon}_\phi^p \dot{\epsilon}_\theta^p \}} dt \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}_\phi^p$ ,  $\dot{\epsilon}_\theta^p$ は管軸および円周方向の塑性ひずみ速度である。本報において $\phi$ は管軸方向を、 $\theta$ は円周方向を示す。一般に相当塑性ひずみ速度 $\dot{\bar{\epsilon}}$ の定義としては、式(1)のように塑性ひずみ速度の大きさを測度として定義する方法と仕事等価測度として定義する方法の2様式がある<sup>31)</sup>。本実験では、複合応力経路において交差効果が観察されたため、後者の定義を用いる場合には背応力を決定する必要がある。しかし、2軸応力状態における背応力を実験的に同定することは困難である。そこで本研究では、式(1)によって相当塑性ひずみ速度を決定した。

供試材のひずみ硬化特性を Table 1 に示す。ひずみ硬化特性は、Swiftの  $n$  乗硬化式を用いて相当応力-相当塑性ひずみ曲線を最小2乗近似して同定した。また、ひずみ速度感受性指数は  $m=0.011$ 、管軸および円周方向の  $r$  値は、おのおの  $r_\phi=0.95$ ,  $r_\theta=0.91$  である(付録の Table A1 参照)。

### 2.2 軸力-内圧型2軸応力試験機

本研究で用いた軸力-内圧型2軸応力試験機の詳細は文献22),23)を参照されたい。本試験機の特徴は、軸力と内圧の閉ループ制御により、任意の真応力経路を円管試験片に負荷できる点である。

供試材の肉厚は外径の約4%である。JonesとMellor<sup>32)</sup>は、この程度の外径-肉厚比を有する円管を対象として、管軸および円周方向応力の肉厚方向分布を計算し、薄肉円管理論による応力値と比較した。その結果、薄肉円管理論によって算定される応力値は、厚肉円管の肉厚中央部にお

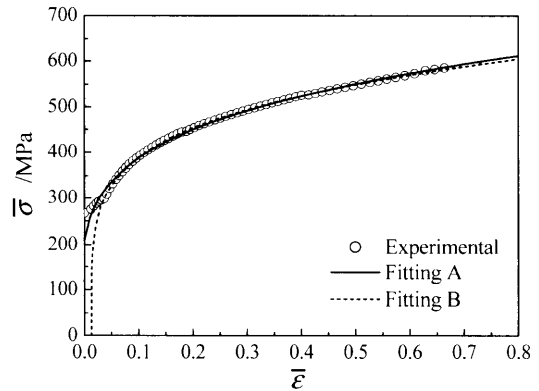


Fig. 1. Equivalent stress  $\bar{\sigma}$ -equivalent plastic strain  $\bar{\epsilon}$  curve.

Table 1. Strain hardening characteristics of the steel tube.

	$k$ (MPa)	$n$	$\epsilon_0$
A	642	0.226	0.0071
B	634	0.200	-0.013

Approximated using  $\bar{\sigma} = k(\epsilon_0 + \bar{\epsilon})^n$  for A:  $0.002 \leq \bar{\epsilon} \leq 0.67$  and B:  $0.04 \leq \bar{\epsilon} \leq 0.67$ .

る応力値とほぼ一致することを示した。そこで本研究では、薄肉円管理論に基づく式(2)を用いて肉厚中央部における管軸方向および円周方向の真応力成分  $\sigma_\phi$ ,  $\sigma_\theta$  を算定した。

$$\sigma_\phi = \frac{P\pi(D/2-t)^2 + T}{\pi(D-t)t} \dots\dots\dots (2a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{(R_\phi - t)(D - 2t)}{(2R_\phi - t)t} P - \frac{D - t}{2R_\phi - t} \sigma_\phi \dots\dots\dots (2b)$$

ここで、 $T$ は軸力、 $P$ は内圧、 $D$ は外径、 $t$ は肉厚、 $R_\phi$ は円管外表面の管軸方向曲率半径である。肉厚方向の応力分布および肉厚方向応力は無視した。

円管外表面で測定された対数ひずみ  $\epsilon_{\phi S}$ ,  $\epsilon_{\theta S}$  を式(3)に代入して肉厚中央部の対数ひずみ  $\epsilon_\phi$ ,  $\epsilon_\theta$  を算出し、それらをひずみの代表値とした。

$$\epsilon_\phi = \epsilon_{\phi S} - \ln \frac{R_\phi}{R_\phi - (t/2)} \dots\dots\dots (3a)$$

$$\epsilon_\theta = \ln \frac{D - t}{D_0 - t_0} = \ln \frac{D_0 \exp(\epsilon_{\theta S}) - t}{D_0 - t_0} \dots\dots\dots (3b)$$

ここで、 $D_0$ および $t_0$ は変形前の外径および肉厚である。肉厚は、体積一定条件より、次式を用いて算定した。

$$t = t_0 \exp(-\epsilon_\phi - \epsilon_\theta) \dots\dots\dots (4)$$

ただし、式(4)において弾性ひずみ成分は無視している。

円管外表面のひずみは、肉厚が平均肉厚とほぼ一致する位置に塑性域ひずみゲージを貼付して測定した。ひずみゲージの最大測定可能ひずみは約0.15であったため、数回の張替えを行い、破断まで負荷した。張替え後の再試験は、

約2時間後に行い、1日のうちに破断まで負荷した。

各試験では真応力速度( $\dot{\sigma}_\phi, \dot{\sigma}_\theta$ )を制御した。真応力速度は、時々刻々の応力比が一定で、なおかつ相当塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ が $0.0005/s^{-1}$ で一定となるように、等方硬化則およびYld2000-2d降伏関数(等方性,  $M=6$ )を用いて決定した。線形応力経路下の実験では、相当塑性ひずみ速度は $0.0003 \leq \dot{\epsilon} \leq 0.001/s^{-1}$ であった。複合応力経路においては、再降伏後に硬化休止現象が発現したため、相当塑性ひずみ速度は $0.0003 \leq \dot{\epsilon} \leq 0.01/s^{-1}$ であった。

2.3 成形限界ひずみおよび成形限界応力の測定方法

成形限界ひずみは、破断後の試験片の外径、肉厚、管軸方向曲率半径を測定し、式(3b)および式(4)を用いて算出した。外径は、破断部から円周方向に60, 90, 120°離れた位置における測定値の平均値を、肉厚は、円周方向に30°毎に測定した値の平均値を(ただし、局所的なバルジ変形の箇所は除く)、管軸方向曲率半径は、破断部から円周方向に90, 180, 270°離れた3箇所での測定値の平均値をそれぞれの代表値とした。

成形限界応力は、破断時の軸力、内圧の測定値、および破断後の外径、肉厚、管軸方向曲率半径を式(2)に代入して算定した。

上述のように、成形限界ひずみおよび成形限界応力の測定では、ひずみゲージによって測定されたひずみ値は使用しなかった。これは、複合応力経路においてひずみゲージによって測定された円周方向ひずみから算出される外径が実際の外径と一致しない場合があったためである。

以上のように測定された成形限界ひずみおよび成形限界応力を、それぞれひずみ空間および応力空間にプロットし、それらを結んだ線をそれぞれ成形限界線、成形限界応力線と呼ぶことにする。

3. 実験結果

3.1 線形応力経路における成形限界の測定結果

線形応力経路として、応力比を $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:0, 4:1, 2:1, 4:3, 1:1, 1:1.03, 1:1.1, 3:4, 1:2, 1:4, 1:10, 0:1$ で一定に制御して、円管が破断するまで負荷した。応力比 $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:0$ では3回、その他の応力比では2回実験を行った。

成形限界ひずみの測定結果をFig. 2に示す。成形限界線は、ひずみ比 $\epsilon_\phi^p : \epsilon_\theta^p = 1:1$ の方向に対してほぼ対称な形状となった。

成形限界応力の測定結果をFig. 3に示す。図中の太線は、各応力比における成形限界応力を滑らかに結んだ曲線であり、本報ではこれを成形限界応力線と呼ぶ。本図では成形限界応力線の線幅を約18MPa(最大主応力方向の成形限界応力(550~630MPa)の約3%)に設定した。これは、同一応力比に対する成形限界応力の測定値のばらつきが平均で3%であったことに基づいている。そして、複合応力経路

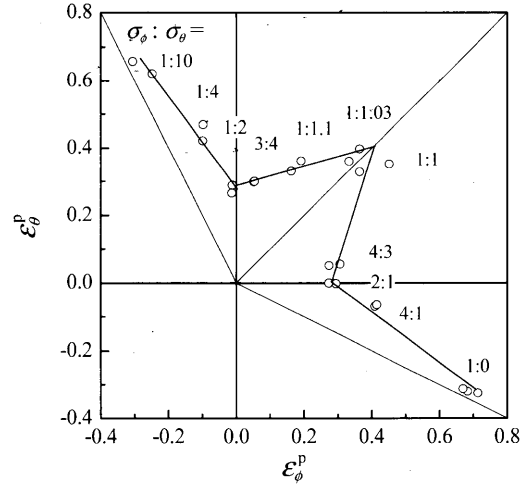


Fig. 2. Forming limit strains for linear stress paths.

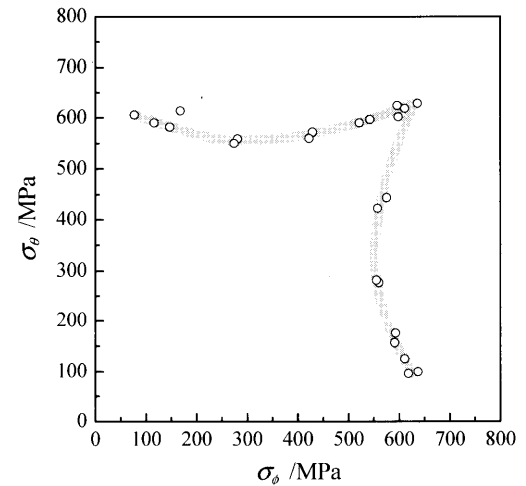


Fig. 3. Forming limit stresses for linear stress paths.

に対する成形限界応力の測定点がこの曲線上に載る場合、成形限界応力は一致すると判定する。

成形限界応力線は、応力比 $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:2, 2:1$ において凹となり、 $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:1$ の方向に鋭く突き出した形状となっている。成形限界応力線がこのような形状をとることは、A5154-H112円管を用いた実験<sup>25)</sup>でも確認されている。

Fig. 2, 3には $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 0:1$ に対応する実験値がない。この応力比では、円周方向ひずみが $\epsilon_\theta^p = 0.3$ に達したあたりから円管中央部以外が最大拡張部となり、実験が継続できなかったためである。また、Fig. 3には応力比が厳密に $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:0$ となっている成形限界応力点がない。応力比 $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:0$ の実験は、実際には軸力のみを負荷した引張試験として行ったが、管軸方向ひずみが0.4に達したあたりから円管中央部にくびれが発生し、管軸方向曲率が増大した結果、円周方向応力がゼロにならなかったためである。

3.2 複合応力経路における成形限界の測定結果

成形限界応力のひずみ経路依存性を明らかにするため、以下の4種類の複合応力経路において成形限界を測定する。

複合応力経路I：第1負荷として、 $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:2$ で円周方

向ひずみが  $\varepsilon_{\theta}^p=0.2$  に達するまで負荷する。いったん除荷した後、第2負荷として  $\sigma_{\theta}:\sigma_{\theta}=1:1, 1:1.1, 1:4, 1:10$  の線形応力経路により円管が破断するまで負荷する。

複合応力経路II：第1負荷として、 $\sigma_{\theta}:\sigma_{\theta}=1:1$  で管軸方向ひずみが  $\varepsilon_{\theta}^p=0.11$  に達するまで負荷する。いったん除荷した後、第2負荷として  $\sigma_{\theta}:\sigma_{\theta}=1:1.1, 1:2, 1:4, 1:10$  により破断するまで負荷する。

複合応力経路III：第1負荷として、 $\sigma_{\theta}:\sigma_{\theta}=4:3$  で管軸方向ひずみが  $\varepsilon_{\theta}^p=0.165$  に達するまで負荷する。いったん除荷した後、第2負荷として  $\sigma_{\theta}:\sigma_{\theta}=1:1, 1:1.1, 1:2, 1:4, 1:10$  で破断するまで負荷する。

複合応力経路IV：第1負荷として、 $\sigma_{\theta}:\sigma_{\theta}=1:1$  で管軸方向ひずみが  $\varepsilon_{\theta}^p=0.22$  に達するまで負荷する。いったん除荷した後、第2負荷として  $\sigma_{\theta}:\sigma_{\theta}=1:1.1, 1:2, 1:4, 1:10$  により負荷する。

複合応力経路I~IIIは、第1負荷の方向が成形限界応力に及ぼす影響を確認するための負荷経路であり、第1負荷における相当塑性ひずみ増分を約0.2に統一した。また、複合応力経路II, IVは、予ひずみの大きさの差異が成形限界応力に及ぼす影響を確認するための負荷経路であり、第1負荷の方向は同じ( $\sigma_{\theta}:\sigma_{\theta}=1:1$ )とした。

複合応力経路IIIにおいて、円管中央部以外が最も拡張し、そこで破断することがあった。供試材のひずみ硬化挙動の測定および応力経路制御をより正確に行うために、試験部長さを150mmから95mmに変更して実験を行った。その結果、円管中央部が最も拡張し、そこで破断した。この実験結果を受けて、試験部長さが成形限界に及ぼす影響を確認するために、複合応力経路I~IIIのすべてにおいて、95mmに対する実験を行った。Fig. 4~6において、試験部長さ150mmに対する実験結果を●で、95mmに対する結果を⊕で示す。両実験値に有意な差がほとんどないことから、試験部長さの変更が成形限界に及ぼす影響はないと判断した。

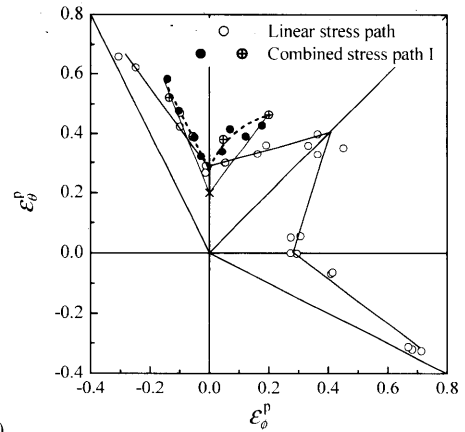
以下の(1)~(4)の文章中に挿入された[Type A]~[Type E]なる表記の意味については、4節において詳しく述べる。

#### (1) 複合応力経路I

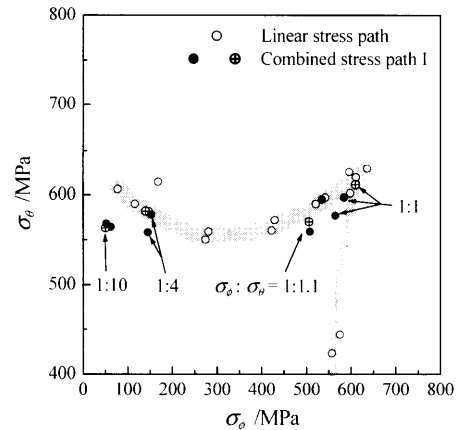
複合応力経路Iに対する成形限界ひずみおよび成形限界応力の測定結果をFig. 4に示す。Fig. 4(a)中の×は、第1負荷における予ひずみを示している。Fig. 5~7中の×も同じである。

本複合応力経路の成形限界ひずみは、線形応力経路の成形限界線を上回っている。同様の傾向は、Graf-Hosfordの実験結果<sup>10,11)</sup>および、Storen-Riceの分岐条件<sup>33)</sup>に基づく解析結果<sup>8)</sup>もしくはM-Kモデルに基づく解析結果<sup>21)</sup>においても確認されている。

次に成形限界応力について見ると、第2負荷が  $\sigma_{\theta}:\sigma_{\theta}=1:1, 1:1.1, 1:4$  の場合、成形限界応力は線形応力経路の成形限界応力線とほぼ一致するか、もしくはわずかに



(a)



(b)

Fig. 4. Forming limit strains (a) and forming limit stresses (b) for the linear stress paths and the combined stress path I.

に低下した[Type A]。一方、第2負荷が  $\sigma_{\theta}:\sigma_{\theta}=1:10$  の場合は、成形限界応力が線形応力経路のそれよりも明らかに低下しており、成形限界応力はひずみ経路に依存することがわかった[Type B]。

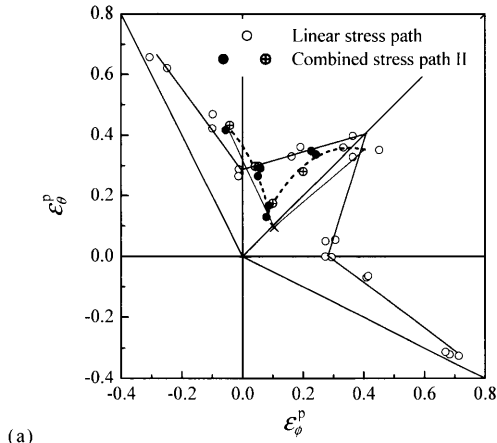
#### (2) 複合応力経路II

複合応力経路IIに対する成形限界ひずみおよび成形限界応力の測定結果をFig. 5に示す。

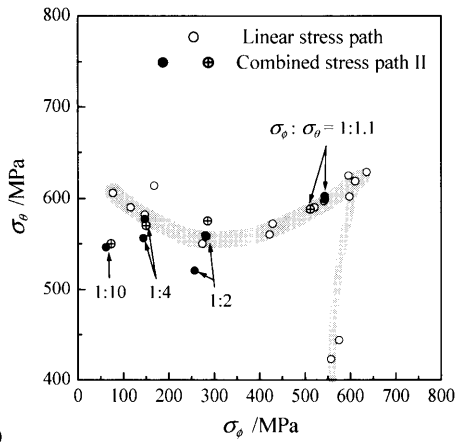
第2負荷の応力比が  $\sigma_{\theta}:\sigma_{\theta}=1:2$  (ほぼ円周方向平面ひずみ引張り) の場合、再降伏した後、円周方向ひずみ増分が約0.07に達した時点で破断し、成形限界ひずみは線形応力経路の成形限界線に比べて大幅に低下した。一方、これに対応する成形限界応力は、実験値にばらつきはあるものの線形応力経路のそれとおおよそ一致した[Type C]。

第2負荷が  $\sigma_{\theta}:\sigma_{\theta}=1:10$  の場合、成形限界ひずみは線形応力経路の成形限界線から突きだしており、ひずみの大きさから言えば成形限界が向上したことになる。しかし、成形限界応力は明らかに低下した[Type B]。第2負荷が  $\sigma_{\theta}:\sigma_{\theta}=1:4$  の場合も成形限界応力はわずかに低下した[Type B]。

一方、第2負荷が  $\sigma_{\theta}:\sigma_{\theta}=1:1.1$  の場合、成形限界応力は線形応力経路のそれとほぼ一致した[Type A]。



(a)



(b)

Fig. 5. Forming limit strains (a) and forming limit stresses (b) for the linear stress paths and the combined stress path II.

(3) 複合応力経路 III

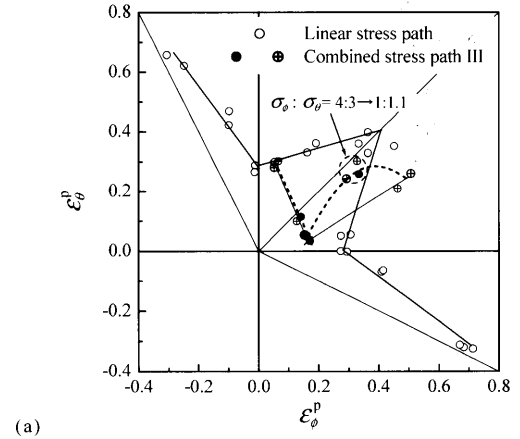
複合応力経路 III に対する成形限界ひずみおよび成形限界応力の測定結果を Fig. 6 に示す。本図(a)においても Fig. 5(a)と同様に、第2負荷が  $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:2$  (ほぼ円周方向平面ひずみ引張り) の場合、成形限界ひずみが低下することが確認できる。この傾向は本複合応力経路の方が顕著であり、第2負荷における円周方向ひずみ増分は約0.01だけであった。しかし、これに対応する成形限界応力は、線形応力経路のそれとほぼ一致した [Type C]。

第2負荷が  $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:4$  および  $1:10$  の場合は、本複合応力経路の成形限界応力は線形応力経路のそれよりもわずかに低下し [Type B]、第2負荷が  $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:1$  の場合は、両者はほぼ一致した [Type A]。

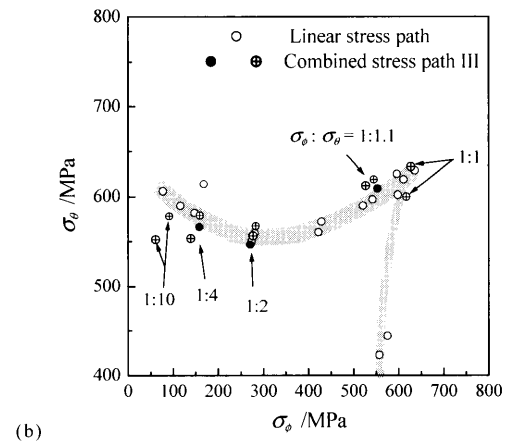
一方、第2負荷の応力比が  $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:1.1$  の場合、上記の結果と異なり、成形限界応力がわずかに上昇した [Type D]。

(4) 複合応力経路 IV

複合応力経路 IV に対する成形限界ひずみおよび成形限界応力の測定結果を Fig. 7 に示す。成形限界応力は、線形応力経路のそれとほぼ同じか、それより大きくなった。本複合応力経路と複合応力経路 II の結果 (Fig. 5(b)) を比較す



(a)



(b)

Fig. 6. Forming limit strains (a) and forming limit stresses (b) for the linear stress paths and the combined stress path III.

る。第2負荷が  $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:1.1$  での成形限界応力は、Fig. 5(b)においては線形応力経路のそれと一致していたが、予ひずみ量の増加した本負荷経路では上昇した [Type D]。第2負荷が  $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:2$  の場合も、Fig. 5(b)では成形限界応力は線形応力経路のそれとおおむね一致していたが、本複合応力経路では約50 MPaも上回る結果となった [Type E]。また、第2負荷が  $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:4$  および  $1:10$  の場合、Fig. 5(b)では線形応力経路の成形限界応力よりも低下したが、本複合応力経路では線形応力経路のそれと一致もしくはやや大きくなった [Type C]。

以上をまとめると、複合応力経路 IV における成形限界応力は線形応力経路のそれよりも明らかに増加した。これは、複合応力経路 II において、成形限界応力が線形応力経路のそれと一致もしくは低下したことは対照的である。応力比の組み合わせが同一の複合応力経路であっても、予ひずみの大きさに依存して、成形限界応力が線形応力経路のそれよりも増加したり低下したりすることがわかった。

本節の結果を総括すると、成形限界応力がひずみ経路に依存しない負荷経路 [Type A, C]、ひずみ経路に依存して低下する負荷経路 [Type B]、ひずみ経路に依存して上昇する負荷経路 [Type D, E] の存在が確認された。

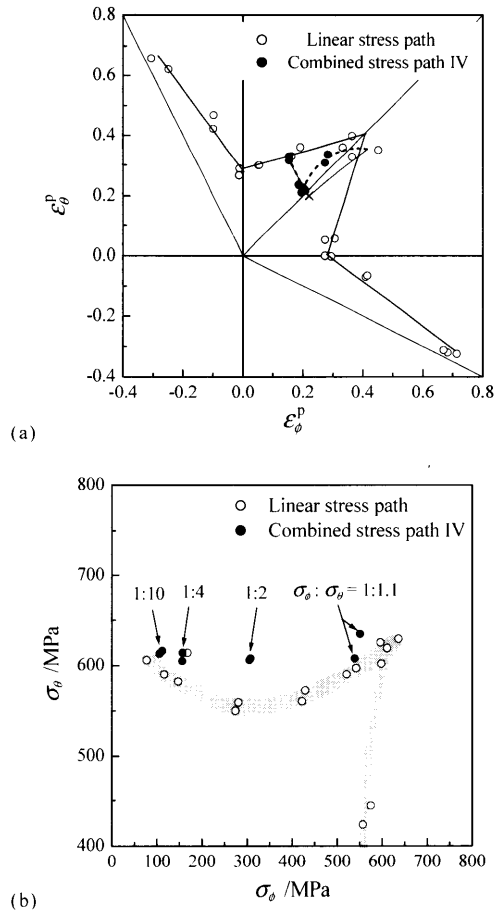


Fig. 7. Forming limit strains (a) and forming limit stresses (b) for the linear stress paths and the combined stress path IV.

## 4. 考察

3節の結果より、成形限界応力がひずみ経路に依存する場合と依存しない場合があることがわかった。筆者らは、実験結果を整理する途上で、このような成形限界応力のひずみ経路依存性は、複合応力経路における供試材のひずみ硬化挙動の様態と相関があることに気付いた。そこで本節では、供試材のひずみ硬化挙動の観点から、成形限界応力のひずみ経路依存性について考察する。

供試材のひずみ硬化挙動は、相当応力-相当塑性ひずみ曲線として観測する。相当応力は、式(A1)のY1d2000-2d降伏関数より算出し、背応力などは考慮しない。また、相当塑性ひずみは式(1)より算出する。

### 4.1 線形応力経路下のひずみ硬化挙動

各線形応力経路に対する相当応力-相当塑性ひずみ曲線をFig. 8に示す。それらはほぼ同一曲線上に載っている。つまり、本供試材のひずみ硬化挙動は、少なくとも線形応力経路に対しては、Y1d2000-2d降伏関数と等方硬化則を用いて統一的に表現できることがわかった。供試材のひずみ硬化挙動の詳細およびY1d2000-2d降伏関数の妥当性について付録に示す。

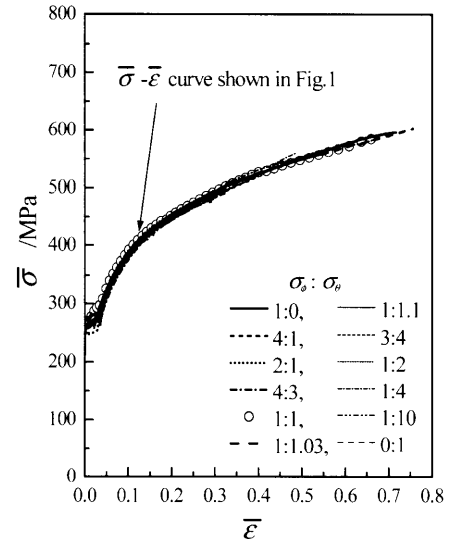


Fig. 8. Equivalent stress  $\bar{\sigma}$ -equivalent plastic strain  $\bar{\epsilon}$  curves for linear stress paths.

### 4.2 複合応力経路におけるひずみ硬化挙動と成形限界

以下の文章において、複合応力経路の表記の後に付された( )内のローマ数字は3節で定義した複合応力経路の種類を表す。

#### (1) Type A

3節で述べたように、成形限界応力がひずみ経路に依存しない複合応力経路をType Aとして分類する。Type Aのうち、次の3つの複合応力経路、 $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:2 \rightarrow 1:1.1$  (I),  $1:1 \rightarrow 1:1.1$  (II),  $4:3 \rightarrow 1:1$  (III)における供試材のひずみ硬化挙動をFig. 9(a)に示す。

本図より、第2負荷の再降伏応力は、第1負荷の最終応力とほぼ一致しており、さらに、第2負荷における相当応力-相当塑性ひずみ曲線は、線形応力経路のそれとほぼ一致している。したがって、これらの複合応力経路における供試材の塑性流動応力は等方硬化則によってほぼ表現できることがわかった。塑性流動応力が等方硬化則によって表現できる場合、成形限界応力がひずみ経路に依存しないことは、アルミニウム合金を対象とした実験<sup>25)</sup>および数値解析<sup>27)</sup>によっても確認されている。

#### (2) Type B

成形限界応力が線形応力経路のそれよりも低下した複合応力経路をType Bとして分類する。Type Bのうち、 $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:2 \rightarrow 1:10$  (I),  $1:1 \rightarrow 1:10$  (II),  $4:3 \rightarrow 1:10$  (III)の複合応力経路に対する相当応力-相当塑性ひずみ曲線をFig. 9(b)に示す。

第2負荷において、再降伏応力は上昇し、いわゆる交差効果が発現した。また、再降伏後の瞬間硬化率が著しく低下している。このときひずみ局所化が急速に進展し、その結果、成形限界応力が低下したと考える。

#### (3) Type C

Type Aと同じく、成形限界応力が線形応力経路のそれと

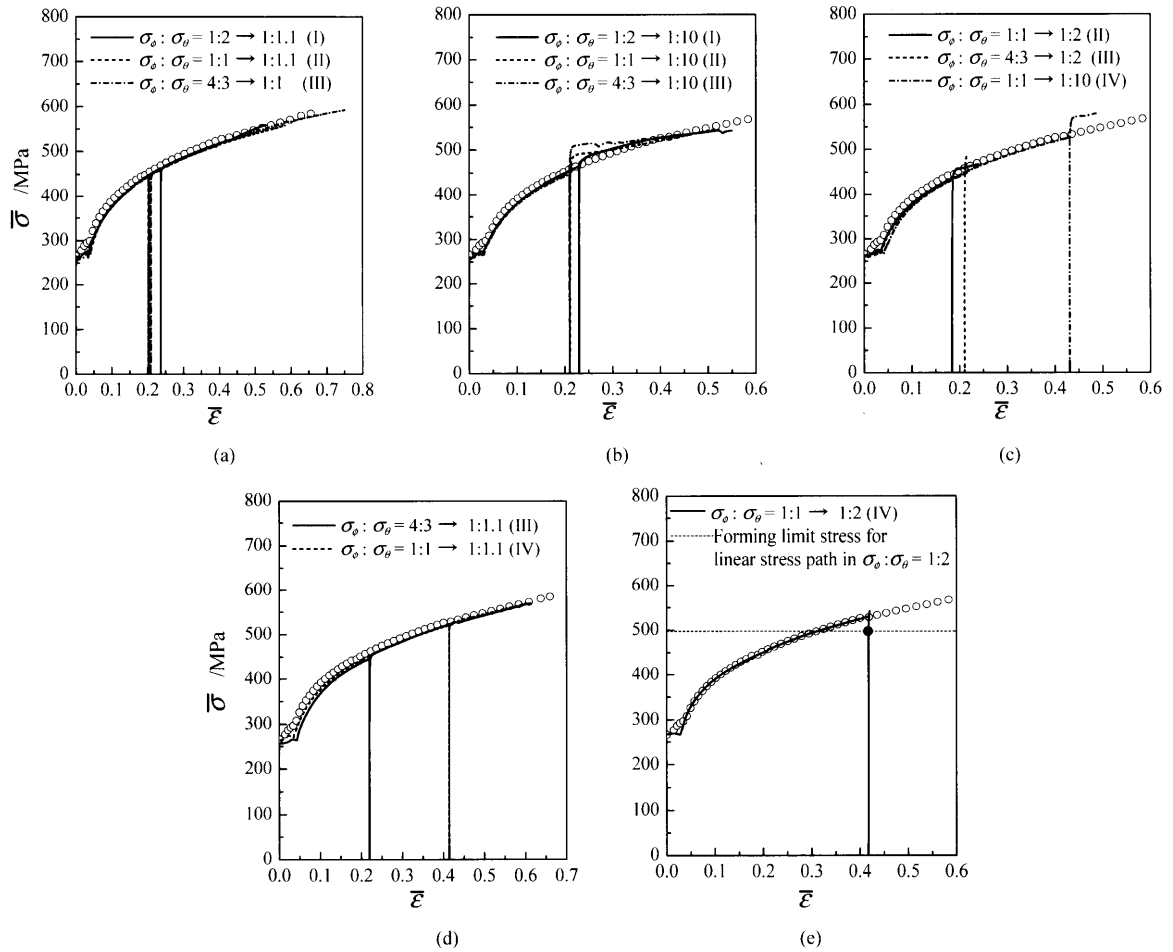


Fig. 9. Equivalent stress  $\bar{\sigma}$ -equivalent plastic strain  $\bar{\epsilon}$  curves for combined stress paths of Type A (a), Type B (b), Type C (c), Type D (d) and Type E (e). The flow curve represented by the mark,  $\bigcirc$ , is the equivalent stress-equivalent plastic strain curve shown in Fig. 1.

ほぼ一致した複合応力経路を Type C として分類する。ただし、以下に述べる理由により、Type C を Type A と区別する。ここでは、その中から  $\sigma_\theta : \sigma_\phi = 1:1 \rightarrow 1:2$  (II),  $4:3 \rightarrow 1:2$  (III),  $1:1 \rightarrow 1:10$  (IV) の複合応力経路に対する相当応力-相当塑性ひずみ曲線を Fig. 9(c) に示す。

本図より、第2負荷において交差効果による瞬間硬化率の低下が確認できる。Type B に関する考察にしたがえば、これらの複合応力経路において成形限界応力は低下するはずである。しかし、本負荷経路において、成形限界応力は線形応力経路のそれとほぼ一致しており、この予測に反する。これは、瞬間硬化率の低下による成形限界応力の低下分と交差効果による塑性流動応力の上昇分が相殺し合ったためである。つまり、第2負荷において瞬間硬化率が低下しても、成形限界応力はひずみ経路に依存せず線形応力経路におけるそれとほぼ一致することがある。

(4) Type D

成形限界応力が線形応力経路のそれよりも上昇する複合応力経路を Type D として分類する。Type D に分類される複合応力経路のひずみ硬化挙動として、 $\sigma_\theta : \sigma_\phi = 4:3 \rightarrow 1:1.1$  (III) および  $1:1 \rightarrow 1:1.1$  (IV) に対する相当応力-相当

塑性ひずみ曲線を Fig. 9(d) に示す。これらの負荷経路において交差効果は確認されず、Type A と同じく、供試材のひずみ硬化挙動は等方硬化則によって表現できる。ただし、Type A では成形限界応力はひずみ経路に依存しないが、Type D では成形限界応力はひずみ経路に依存して上昇した。Type A, D ともに、供試材のひずみ硬化挙動は等方硬化則によってほぼ表現できるので、上述の成形限界応力のひずみ経路依存性の差異はひずみ硬化挙動の差異では説明できない。そこで、塑性ひずみ増分比に着目する。まず、応力比  $\sigma_\theta : \sigma_\phi = 1:1.1$  の線形応力経路における塑性ひずみ増分比  $\rho (\equiv \Delta \epsilon_\theta^p / \Delta \epsilon_\phi^p)$  は約 0.51 である。それに対して、 $\sigma_\theta : \sigma_\phi = 4:3 \rightarrow 1:1.1$  (III) (Fig. 6(a)) の第2負荷では、 $\rho$  が約 0.77 となった。つまり、予ひずみを付与したことで、 $\sigma_\theta : \sigma_\phi = 1:1.1$  に対する塑性ひずみ増分比が等2軸引張り方向 ( $\rho = 1$ ) に傾いた。Fig. 2 の成形限界線が等2軸引張り方向に張出していることからわかるように、等2軸引張りに対する成形限界は、他の  $\rho$  に対する成形限界よりも高い。これらを考慮すると、予ひずみを負荷したことによって  $\rho$  が等2軸引張り方向に傾いたため、成形限界は向上し、成形限界応力が上昇したものとする。  $\sigma_\theta : \sigma_\phi = 1:1 \rightarrow 1:1.1$

(IV)の負荷経路においても同様の傾向が観測された。

#### (5) Type E

成形限界応力が線形応力経路のそれよりも大きく上昇する複合応力経路を Type E として分類する。以下の理由により、Type E を Type D と区別した。Type E に分類される複合応力経路として、 $\sigma_0:\sigma_0=1:1 \rightarrow 1:2$  (IV) に対する相当応力-相当塑性ひずみ曲線を Fig. 9(e) に示す。図中には、応力比  $\sigma_0:\sigma_0=1:2$  の線形応力経路に対する成形限界時の相当応力を破線で示す。もし成形限界応力がひずみ経路に依存しなければ、相当応力が破線に達した瞬間に供試材は破断する。本図より、第2負荷において相当応力が破線に達したとき(●)、供試材は未だ弾性状態にあったことがわかる。このため、応力点が破線(線形応力経路の成形限界応力)に達しても、供試材は破断せず、成形限界応力が上昇する結果となったのである。このように、「材料が弾性状態にある場合には、負荷中の応力が成形限界応力線に到達しても破断は発生しない」という現象は、アルミニウム合金管を用いた既報の実験<sup>25)</sup>でも確認された現象である。

#### 4.3 過去の研究報告との関係

本実験結果では、複合応力経路における成形限界応力は、多くの場合、線形応力経路のそれよりも低下した。その理由は4.2節(2)で考察した通り、第2負荷の瞬間硬化率が低下したためである。すなわち、複合応力経路における成形限界応力はひずみ硬化挙動の様態に強く影響されることが明らかとなった。

同様の傾向は、単軸引張りに限定されてはいるが、Lloyd-Sang<sup>34)</sup>および Hutchinson-Arthey<sup>35)</sup>の実験でも確認されている。彼らは数種類の板材を対象として、「単軸引張り→除荷→第1負荷と直交方向の単軸引張り」における成形限界とひずみ硬化挙動を測定した。そして、成形限界時の相当塑性ひずみ  $\bar{\epsilon}^*$  を延性評価の基準とし、複合応力経路における  $\bar{\epsilon}^*$  が比例負荷のそれより小さい場合を「延性の低下」、逆に大きい場合を「延性の向上」と定義した。実験の結果、第2負荷において瞬間硬化率が低下する場合、延性が低下することを確認した。一方、本研究では、Type B の複合応力経路(Fig. 9(b))において第2負荷の瞬間硬化率が低下し、成形限界応力が低下する結果を得た。つまり、上記実験および本実験における成形限界の低下は、両者とも瞬間硬化率の低下に起因した同様な現象と言える。

上述の複合応力経路実験において、LloydとSang<sup>34)</sup>は5種類のアルミニウム合金板を用いて、ひずみ硬化挙動の様態が延性に及ぼす影響を検証した。そして、第2負荷において塑性流動応力が低下して瞬間硬化率が大きくなる場合は延性が向上すること、また、予ひずみがひずみ硬化挙動にほとんど影響を及ぼさない場合(材料のひずみ硬化挙動が等方硬化則で記述できる場合)は、延性も変わらない、などの実験結果を報告している(ちなみに、後者の結果は筆者らのアルミニウム合金管に対する実験結果<sup>25)</sup>と一致

している)。このような Lloyd-Sang の実験結果から推測するに、本実験で得られた結果が鉄系材料に対してつねに当てはまるとは断言できない。交差効果を示さず、複合応力経路におけるひずみ硬化挙動が等方硬化則で記述できるような鉄系材料が仮に存在するとすれば、線形および複合応力経路における成形限界応力が一致する可能性は十分にある。

#### 4.4 実用的な観点からの成形限界判定手法

前節までは、成形限界応力のひずみ経路依存性を厳密に議論してきた。本節では、より実用的な成形限界の判定手法について検討する。

Fig. 4~7において、線形応力経路と複合応力経路の成形限界応力の差は、最大でも60 MPaである。各応力比における成形限界応力は550~630 MPaであるから、成形限界応力線を10%程度安全側に設定すれば、一本の成形限界応力線によって、破断予測が可能であると考えられる。

しかしながら、 $n$ 値が小さい材料では、成形限界応力を10%安全側に見積もると、成形限界ひずみを数10%も安全側に見積もってしまう可能性があり、これでは材料の延性を有効活用できない恐れがある。そこで、成形限界時の相当塑性ひずみ  $\bar{\epsilon}^*$  と応力比  $\alpha^*$  ( $=\sigma_0/\sigma_0$ ) との関係に着目する。この  $\bar{\epsilon}^*$  と  $\alpha^*$  の関係には次の特徴がある。すなわち、もし材料が等方硬化し、かつ成形限界応力線がひずみ経路に依存しないならば、 $\bar{\epsilon}^*$  と  $\alpha^*$  の関係はひずみ経路によらず1つの曲線上に載ることになる。本実験に対する  $\bar{\epsilon}^*$  と  $\alpha^*$  の関係を Fig. 10 に示す。本供試材においては、成形限界応力がひずみ経路に依存し、なおかつ等方硬化挙動を示さなかったため、それらは1つの曲線上に載らずばらつきがある。図中の破線は線形応力経路に対する実験値を2次関数で近似した結果であり、実線は各応力比においてそれを0.7倍した曲線である。つまり、成形限界曲線を相当塑性ひずみ換算で30%安全側に設定した。 $\alpha^*=0.25$  付近の複合応力経路 III の結果を除けば、成形限界時の相当塑性ひずみはほとんどこの曲線の上側に位置している。この程度の安全域を確保すれば、本図によって非比例負荷における

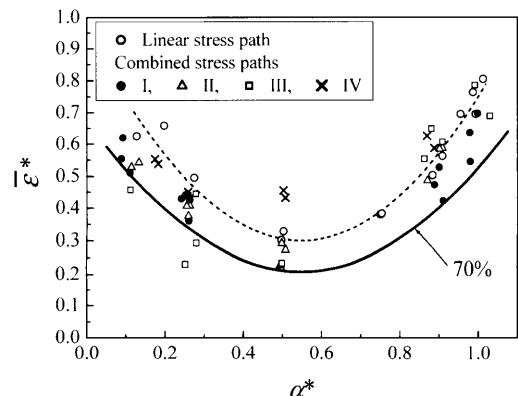


Fig. 10. Relation between equivalent plastic strain  $\bar{\epsilon}^*$  and stress ratio  $\alpha^*$  at forming limit.



成形限界をおおむね予測することができよう。この方法は  $n$  値が小さい材料にも適用可能である。なお、Fig.10の成形限界の表示方法は Marinら<sup>15)</sup>によっても報告されている。

### 5. 結言

鋼管を用いて線形応力経路および種々の複合応力経路における成形限界およびひずみ硬化挙動を測定し、成形限界応力がひずみ経路に依存するかないかは、材料のひずみ硬化挙動の様態に大きく影響されることを明らかにした。本研究で得られた知見は以下の通りである。

(1) 材料のひずみ硬化挙動が等方硬化則によって表せるような場合、成形限界応力はひずみ経路に依存せず一致する。

(2) 交差効果により第2負荷経路における瞬間硬化率が低下する場合、ひずみ局所化が急速に進展するため成形限界応力が低下する。ただし、交差効果によって塑性流動応力が上昇するため、結果的に、両者の成形限界応力が一致することもある。

(3) 負荷中の応力が、線形応力経路に対する成形限界応力線に到達しても、材料が弾性状態にある場合、破断は発生せず、成形限界応力は上昇する。

(4) 第2負荷における塑性ひずみ増分比が、同じ応力比で比例負荷された場合の塑性ひずみ増分比よりも等2軸引張り方向に傾く場合、成形限界応力および成形限界ひずみは向上する。

(5) 成形限界時の相当塑性ひずみと応力比を用いて、複合応力経路における成形限界を判定する手法を提案した。

本研究で用いた供試材は新日本製鐵株式会社殿より御提供頂いた。また試験機の製作においては、日産自動車株式会社車両技術開発試作部の高橋進博士の御支援を頂いた。ここに深甚なる謝意を表す。本研究の一部は科学研究費補助金(課題番号: 17560628)により行われた。

### 文 献

- 1) M.Gotoh: *Science of Machine*, **33** (1981), 369.
- 2) K.Ito: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **38** (1997), 206.
- 3) K.Fuchizawa and H.Takeyama: *J. Jpn. Soc. Precision Eng.*, **37** (1971), 565; **44** (1978), 1482; **45** (1979), 106.
- 4) Y.Kuriyama: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **45** (2004), 715.
- 5) H.Abe: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **45** (2004), 92.
- 6) M.Mizumura and Y.Kuriyama: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **44** (2003), 524; **45** (2004), 60; 103.
- 7) K.Nakazima, T.Kikuma and K.Hasuka: *Yawata Tech. Rep.*, 264 (1968), 8517.
- 8) M.Gotoh: *Int. J. Solids Struct.*, **21** (1985), 1149.
- 9) S.Mori, K.Manabe and H.Nishimura: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **29** (1988), 131.
- 10) A.Graf and W.F.Hosford: *Metall. Trans. A*, **24A** (1993), 2503.
- 11) A.Graf and W.F.Hosford: *Int. J. Mech. Sci.*, **10** (1994), 897.
- 12) S.Hiwatashi, A.Van Bael, P.Van Houtte and C.Teodosiu: *Int. J. Plast.*,

- 13) M.Kuroda and V.Tvergaard: *Int. J. Mech. Sci.*, **42** (2000), 867.
- 14) K.Sato and K.Ito: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **44** (2003), 1189.
- 15) J.Marin, L.W.Hu and J.F.Hamburg: *Trans. ASM*, **45** (1953), 686.
- 16) H.J.Kleemola and M.T.Pelkkikangas: *Sheet Met. Ind.*, **54** (1977), 591.
- 17) R.Arrieux, C.Bedrin and M.Bovin: *Proc. of 12th IDDRG Cong.*, **2**, (1982), 61.
- 18) I.Gronostajski: *J. Mech. Work. Technol.*, **10** (1984), 349.
- 19) T.B.Stoughton: *Int. J. Mech. Sci.*, **42** (2000), 1.
- 20) T.B.Stoughton and X.Zhu: *Int. J. Plast.*, **20** (2004), 1463.
- 21) P.D.Wu, A.Graf, S.R.MacEwen, D.J.Lloyd, M.Jain and K.W.Neale: *Int. J. Solids Struct.*, **42** (2005), 2225.
- 22) T.Kuwabara, M.Ishiki, M.Kuroda and S.Takahashi: *J. Phys. IV*, **105** (2003), 347.
- 23) T.Kuwabara, K.Narihara, K.Yoshida and S.Takahashi: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **44** (2003), 281.
- 24) T.Kuwabara, K.Yoshida, K.Narihara and S.Takahashi: *Int. J. Plast.*, **21** (2005), 101.
- 25) K.Yoshida, T.Kuwabara, K.Narihara and S.Takahashi: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **45** (2004), 123.
- 26) Z.Marciniak and K.Kuczyński: *Int. J. Mech. Sci.*, **9** (1967), 609.
- 27) K.Yoshida, T.Kuwabara and M.Kuroda: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **46** (2005), 982.
- 28) R.H.Wagoner and J.V.Laukonis: *Metall. Trans. A*, **14A** (1983), 1487.
- 29) J.V.Laukonis: *Metall. Trans. A*, **12A** (1981), 467.
- 30) F.Barlat, J.C.Brem, J.W.Yoon, K.Chung, R.E.Dick, D.J.Lege, F.Pourboghraat, S.H.Choi and E.Chu: *Int. J. Plast.*, **19** (2003), 1297.
- 31) M.Gotoh: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **22** (1981), 935.
- 32) B.H.Jones and P.B.Mellor: *J. Strain Anal.*, **2** (1967), 62.
- 33) S.Støren and J.R.Rice: *J. Mech. Phys. Solids*, **23** (1975), 421.
- 34) D.H.Lloyd and H.Sang: *Metall. Trans. A*, **10A** (1979), 1767.
- 35) W.B.Hutchinson and R.Arthey: *Scr. Metall.*, **10** (1976), 673.

### 付録. 1. Yld2000-2d降伏関数

Yld2000-2d降伏関数<sup>30)</sup>は次式で与えられる。

$$|X'_1 - X'_2|^M + |2X''_2 + X''_1|^M + |2X''_1 + X''_2|^M = 2\bar{\sigma}^M \dots\dots\dots(A1)$$

ここで $\bar{\sigma}$ は相当応力である。 $X'_i, X''_i (i=1,2)$ は2階のテンソル $\mathbf{X}', \mathbf{X}''$ の主値であり、次式より計算される。

$$X'_i = \frac{1}{2} (X'_{xx} + X'_{yy} \pm \sqrt{(X'_{xx} - X'_{yy})^2 + 4X'^2_{xy}}) \dots\dots\dots(A2a)$$

$$X''_i = \frac{1}{2} (X''_{xx} + X''_{yy} \pm \sqrt{(X''_{xx} - X''_{yy})^2 + 4X''^2_{xy}}) \dots\dots\dots(A2b)$$

$\mathbf{X}', \mathbf{X}''$ は、テンソル $\mathbf{L}', \mathbf{L}''$ を用いてCauchy応力 $\boldsymbol{\sigma}$ を線形変換( $[\mathbf{X}'] = [\mathbf{L}'][\boldsymbol{\sigma}]$ ,  $[\mathbf{X}''] = [\mathbf{L}''][\boldsymbol{\sigma}]$ )して得られる。 $\mathbf{L}', \mathbf{L}''$ は次式より計算される。

$$\begin{bmatrix} L'_{11} \\ L'_{12} \\ L'_{21} \\ L'_{22} \\ L'_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 & 0 & 0 \\ -1/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_7 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(A3a)$$

$$\begin{bmatrix} L''_{11} \\ L''_{12} \\ L''_{21} \\ L''_{22} \\ L''_{66} \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -2 & 2 & 8 & -2 & 0 \\ 1 & -4 & -4 & 4 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & 1 & 0 \\ -2 & 8 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_8 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(A3b)$$

Table A1. Material parameters.

$\sigma_y^0/\sigma_y^0$	$\sigma_\theta^0/\sigma_\theta^0$	$\sigma_b^0/\sigma_b^0$	$r_y^0$	$r_\theta^0$	$r_b^0$
1.00	1.00	1.03	0.95	0.91	0.85

ここで、 $\alpha_1 \sim \alpha_8$ は異方性パラメータである。本実験においてせん断応力は発生しないので、 $\alpha_7, \alpha_8$ は不要である。

塑性仕事を基準として材料の加工硬化特性（応力-ひずみ曲線）の実験値を整理すると、異方性降伏関数を用いてその塑性変形特性をうまく定式できることを既報で確認した<sup>24)</sup>。そこで本研究でも塑性仕事に基づいて材料特性値を求め、それをもとに異方性パラメータを決定した。まず、管軸方向単軸引張試験において任意の対数塑性ひずみ $\epsilon_p^0$ に達するまでになされた塑性仕事およびその時点の塑性流動応力 $\sigma_y^0$ と $r$ 値 $r_y^0 (= -\dot{\epsilon}_y^p/(\dot{\epsilon}_y^p + \dot{\epsilon}_\theta^p))$ を測定する。次に円周方向単軸引張試験および等2軸引張試験においてそれと等価な塑性仕事が行なわれる時点での塑性流動応力 $\sigma_\theta^0, \sigma_b^0$ および $r$ 値 $r_\theta^0, r_b^0$ を同定する。ここで、 $\sigma_y^0 = \sigma_\theta^0 = \sigma_b^0, r_y^0 = \dot{\epsilon}_y^p/\dot{\epsilon}_\theta^p, r_\theta^0 = -\dot{\epsilon}_\theta^p/(\dot{\epsilon}_y^p + \dot{\epsilon}_\theta^p)$ を意味する。本研究では、 $\epsilon_p^0 = 0.075, 0.1, 0.125, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35$ に対して塑性流動応力および $r$ 値を同定し、それらの平均値を用いて異方性パラメータを決定した。各材料特性値をTable A1に示す。

## 2. 線形応力経路におけるひずみ硬化挙動

前節および既報では塑性仕事に基づいて材料の塑性変形挙動を論じた。しかし本研究では、2・1節で述べた理由により式(1)に基づきひずみ経路長を測度としてひずみ硬化挙動を観察した。そこで、両方法によるひずみ硬化挙動の差異を確認する。

線形応力経路の実験において、各 $\epsilon_p^0$ に対する塑性仕事と等量の塑性仕事が行なわれる時点の応力値を応力空間にプロットして等塑性仕事面を、また、式(1)の相当塑性ひずみ速度の定義に基づいて等相当塑性ひずみ面を求めた。その結果をFig. A1に示す。プロット点は、2回（管軸方向単軸引張りは3回）の実験結果の平均値である。等塑性仕事面および等相当塑性ひずみ面はほぼ一致しており、本供試材に対しては、ひずみ硬化の基準を塑性仕事としても、式(1)の定義による相当塑性ひずみとしてもほとんど同じであることがわかった。以下では、塑性仕事に基づいた方法を用いて供試材の塑性変形特性を示す。

各 $\epsilon_p^0$ に対する等塑性仕事面を当該の $\sigma_y^0$ で除して無次元化した。その結果を、Yld2000-2d降伏関数による降伏曲面と共にFig. A2に示す。無次元化等塑性仕事面はほぼ同一点上に載っており、ほぼ同じ形状を保ちながら膨張することがわかる。また、Yld2000-2dは、等塑性仕事面とよく一致している。すなわち、本供試材の線形応力経路における塑性流動応力は、等方硬化則とYld2000-2d降伏関数によっておおよそ予測できることがわかる。これは、Fig. 8の結果とも符合する。ただし、この結果は、本供試材が等方硬化することを保証するものではないことに注意する必

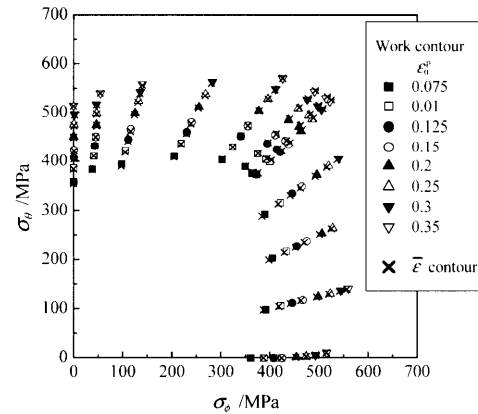


Fig. A1. Comparison of work contours with equivalent plastic strain contours.

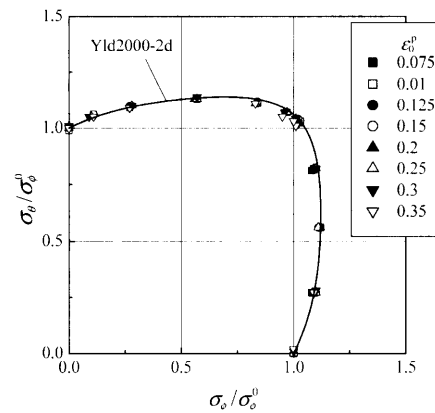


Fig. A2. Comparison of work contours with Yld2000-2d yield locus.

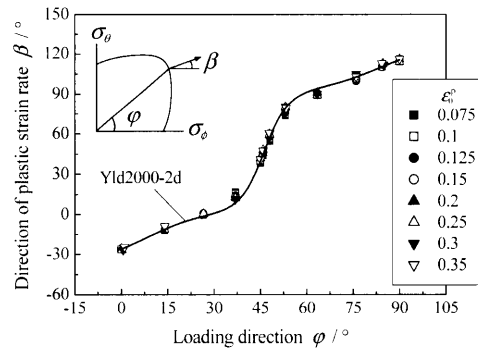


Fig. A3. Comparison of directions of plastic strain rate with those of the local outward normal to Yld2000-2d yield locus.

要がある。事実、Fig. 9の結果から明らかなように、一部の複合負荷経路においては、本供試材は交差効果を示した。

次に、各 $\epsilon_p^0$ に対する負荷方向 $\phi (= \tan^{-1}(\sigma_\theta/\sigma_y))$ と塑性ひずみ速度の発生方向 $\beta (= \tan^{-1}(\dot{\epsilon}_\theta/\dot{\epsilon}_y))$ の関係をFig. A3に示す。同図には、Yld2000-2d降伏曲面における $\phi$ とその応力点に対する降伏曲面の法線方向の関係も示している。本図においても、Yld2000-2dは実験値の傾向をよく捉えている。

以上の結果より、等方硬化則およびYld2000-2dに基づいた塑性ポテンシャル論によって、線形応力経路における供試材の塑性変形挙動を精度よく表現できることがわかった。