

乱流液中における固体粒子の相対速度

嶋崎 真一*・和田 敏之*²・谷口 尚司*³

Slip Velocities of Solid Particles in Turbulently Agitated Liquid

Shin-ichi SHIMASAKI, Toshiyuki WADA and Shoji TANIGUCHI

Synopsis : Separation of nonmetallic inclusion by flotation is the most important method for the clean steel production. In order to clarify the capability of inclusion separation in tundish or mould for continuous caster. In the present study, the terminal velocities of glass beads (density $\rho=2410 \text{ kg/m}^3$) and silica balloons ($\rho=580 \text{ kg/m}^3$) were measured in a mechanically agitated water vessel. Firstly the axial distribution of particle concentration in the agitated water was measured from a scattered light intensity obtained by a silicon photodiode. The ratio of particle terminal velocity to turbulent diffusivity, v_t/D_t , was derived from the axial distribution of particle concentration by comparing with the theoretical distribution obtained by the equation of balance between flotation/sedimentation flux and diffusion flux. And then, the value of D_t was measured by the complete mixing time of the vessel and consequently the value of v_t was calculated from the ratio, v_t/D_t . Finally the values of v_t were correlated with several variables like particle diameter, densities of particle and water, energy-dissipation rate, etc., and a dimensionless correlation of drag coefficient was derived. From this correlation, relation between the velocity of ascending Al_2O_3 particle in liquid steel and particle diameter were estimated at various values of energy-dissipation rate.

Key words : turbulence; slip velocity of particle; inclusion; flotation; drag coefficient; agitation vessel; Kolmogorov scale.

1. 緒言

鉄鋼製品の品質に対する要求は近年ますます厳しさを増しており、溶鋼中介在物をより効果的に除去する方法が強く求められている。現状では、熔融金属からの介在物除去法は、熔融金属と介在物の密度が異なることを利用した浮上分離が主流となっている。したがって浮上分離を効率よく行うためには、熔融金属中における介在物粒子の相対浮上速度の情報が重要となるのは明白である。しかし、介在物分離プロセスにおいて極めて重要な乱流中の粒子の相対速度については、研究例が少なく十分な情報が得られていない。

Clift¹⁾は流体中の気泡、液滴および固体粒子の運動について、広範な研究結果のレビューを行っている。それによると、粒子レイノルズ数が十分に小さい(粒子の緩和時間が流体の速度変動の時間スケールより十分に小さい)ときには、粒子は乱流の全ての速度変動に追随するために、粒子の運動は静止液中の終末速度を乱流変動速度に重畳することによって表すことができる。一方、粒子レイノルズ数が1より十分に大きい場合は、乱流中における粒子の相対速度は、静止流体中の終末速度よりも小さくなることが実験的に見出されている。この現象は、粒子抵抗係数への乱流の影響によって説明されるが、信頼性のある実験デー

タに乏しく、これまでの解析でもあまり考慮に入れられることはなかった。

ShwartzbergとTreybal²⁾は乱流状態の液中における固体粒子の運動を初めて実験的に研究した。彼らは攪拌槽内の懸濁粒子の相対速度をPIV (Particle Image Velocimetry)法と類似の写真撮影法により測定し、乱流中における高密度粒子の沈降速度が静止流体中の値の30~50%程度まで減少することを示した。同様の結果はLevinsとGlastonbury³⁾によっても得られている。乱流中の粒子相対速度をPIV法によって測定する場合、

- (1) 液と密度の等しい粒子を用いて液の流速を測定し、
- (2) 液と密度の異なる粒子の速度を測定して、
- (3) 両者の差を取る、

という手順をとる。一般に、乱流中では変動成分が強いために、多数の粒子速度の平均を取らないと、液と粒子の速度差が変動成分に埋もれてしまい、精度が悪くなるおそれがある。また、液と粒子の速度場を同時に測定できないことも欠点の一つに上げられる。

NouriとWhitelaw⁴⁾は、レーザー・ドップラー流速計(Laser Doppler Velocimetry, LDV)を用いて、攪拌槽内における流体速度と粒子速度を測定し、粒子の相対速度を求めた。ただし、LDVによる測定もPIVと同様な欠点があり、

平成16年3月1日受付 平成16年4月16日受理 (Received on Mar. 1, 2004; Accepted on Apr. 16, 2004)

* 東北大学大学院生 (現: Université Henri Poincaré Nancy I) (Graduate Student, Tohoku University, now Université Henri Poincaré Nancy I)

* 2 東北大学大学院生 (現: 新日本製鐵(株)八幡製鐵所) (Graduate Student, Tohoku University, now Yawata Works, Nippon Steel Corp.)

* 3 東北大学大学院環境科学研究科 (Graduate School of Environmental Studies, Tohoku University, Aobayama 02 Aoba-ku Sendai 980-8579)

相対速度に関しては定性的な議論に止まっている。

Allen⁵⁾, Magelliら⁶⁾, Brucatoら⁷⁾は、PIVやLDVとは異なったアプローチを採用している。Allenは乱流中にある粒子の拡散流束と重力沈降流束との釣り合いから、Magelliらは乱流中にある粒子濃度の保存式から、それぞれ独自に乱流中の粒子相対速度を評価している。また、Brucatoらは、2重円筒管内に発生させた乱流のCouette-Taylor流れの中に沈降性粒子を投入し、円筒管内における粒子の滞在時間を測定することで、乱流中における粒子の終末速度を評価した。得られた結果は、抵抗係数 C_D と、粒子径と乱流の最小渦スケールとの比 d_p/λ に関する無次元相関式にまとめられている。

最近では、これらの成果を取り入れて、実プロセスにおけるシミュレーションを行った例（例えばLaneとSchwarz⁸⁾など）が報告され始めている。しかし、乱流中の粒子相対速度に関してはいまだ測定例が少なく、統計的に信頼性のある実験データや実験式は得られていない。また、液体よりも低密度の粒子についての測定例はなく、既往の研究結果から熔融金属中介在物の相対速度を予測することはできない。

著者らはこれまで液中粒子の流体力学的挙動（乱流凝集⁹⁻¹¹⁾、揚力泳動¹²⁾、電磁力場の泳動¹³⁻¹⁵⁾）について基礎的な研究を行ってきた。特に前報¹⁶⁾では、攪拌槽内の液面または底面からの粒子巻き込み挙動に関する研究を行い、巻き込みの臨界攪拌条件と巻き込み速度に関する知見を得た。本報では、前報¹⁶⁾と同じ攪拌槽を用いて、乱流中における粒子相対速度を測定し、その結果を実験式にまとめること、そしてその式から熔融金属中の介在物浮上速度を推算することを目的とした。

2. 乱流中の粒子相対速度の測定原理

乱流攪拌槽内にある低密度粒子は、浮上しながら乱流によって拡散する。簡単のため槽内水平方向の粒子濃度を一樣と仮定すると、定常状態下で次式が成立する。

$$v_i C = D_i \frac{dC}{dz} \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 v_i は乱流中の粒子の浮上速度、 C は粒子濃度、 D_i は乱流拡散係数、 z は垂直方向の座標であり、左辺は浮力による上向きの流束、右辺は拡散による下向きの流束を表している。

v_i および D_i を槽内で一定と仮定し、式(1)を積分すると、次式が得られる。

$$C = C_0 \exp\left(\frac{v_i}{D_i} \cdot z\right) \dots\dots\dots(2)$$

すなわち、乱流攪拌槽内の低密度粒子は、垂直方向に指数

関数型の粒子濃度分布を持つ。なお、液よりも密度の大きい粒子の場合にも式(2)と同じ式が適用できる。

攪拌槽における垂直方向の粒子濃度分布を測定することにより、分布の傾き v_i/D_i が決定される。一方、攪拌槽内の乱流拡散係数 D_i を実験的に求めておけば、その値を v_i/D_i に代入することによって乱流中における粒子相対速度を得ることができる。

3. 拡散係数の測定

攪拌槽内の拡散係数の測定法は、染料の広がりから求める方法¹⁷⁾、流れの特性を熱線流速計等により測定し、そこから拡散係数を算出する方法¹⁸⁾などの報告例があるが、ここではトレーサー（牛乳）を攪拌中の槽内に投入し、その濃度が槽内全域で均一になるまでの時間、すなわち均一混合時間を測定することにより求めた。

3.1 実験方法

実験に用いた攪拌槽の寸法をFig. 1に示す。攪拌槽はアクリル製で、直径および液高さが19cmの円筒形状であり、完全邪魔板条件¹⁹⁾を満たすように邪魔板を3枚設置してある。また、攪拌羽根は8枚羽根のパドル形状であり、液高さのほぼ中央に設置した。

実験装置全体の概略をFig. 2に示す。攪拌槽内のトレーサー濃度を測定するためにフォトダイオードを使用した。フォトダイオードは入射光強度に比例した起電力を発生するSi半導体素子である。

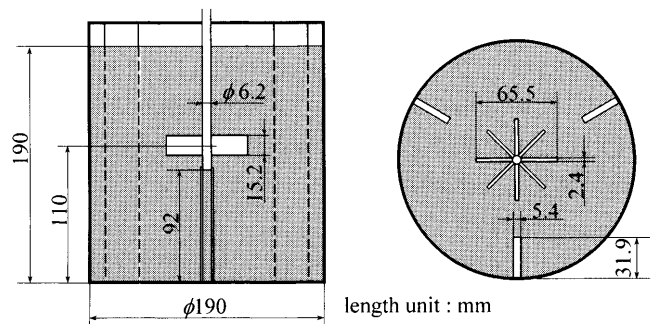


Fig. 1. Configuration of agitated vessel.

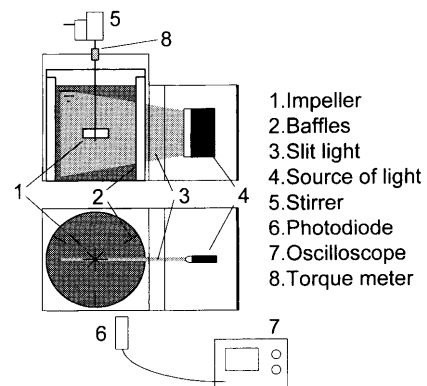


Fig. 2. Schematic diagram of experimental apparatus.

Table 1. Liquid properties at 20°C.

| Liquid | Density, $\rho_f / \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ | Kinematic viscosity, $\nu / \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ |
|-------------------------|--|--|
| Water | 980 | 1.004×10^{-6} |
| Aq. glycerin (20 mass%) | 1054 | 1.679×10^{-6} |

円筒水槽の中心軸上に幅2mmのスリット光を攪拌槽側方から照射する。周囲を水槽ごと暗幕で覆い外界からの光を遮断した上で、フォトダイオードをスリット光面と垂直になるように攪拌槽前面に設置した。トレーサからの散乱光をフォトダイオードで測定して起電力に変換し、増幅回路を通した後、オシロスコープで測定した。なお、本実験条件下ではトレーサ濃度とフォトダイオードの出力が比例関係にあることを予備実験で確認してある。

液には主としてフィルターを通した水道水を用いたが、一部の実験では液粘度の影響をみるために20mass%グリセリン水溶液を用いた。温度を一定に保つために、攪拌槽の外側の角形ジャケット内に恒温槽の水(20°C)を循環させた。使用した液の物性をTable 1に示した。

まず、攪拌槽に液を満し、恒温槽の水を循環させて20°Cに保つ。所定の攪拌数で攪拌を開始し、攪拌槽前面に設置してあるフォトダイオードによる測定を開始する。測定箇所は側壁から40mm、底から30mmの位置とした[†]。時刻 $t=0$ にトレーサを投入して、フォトダイオードの出力電圧の経時変化を記録した。後述の拡散モデルと対応させるため、トレーサの投入場所は攪拌軸の近傍とした。槽内の濃度が十分に定常に達したのを確認するために、最低でも5分間測定を行った。攪拌速度は、液が水の場合は $n=2.5 \sim 5.83 \text{ s}^{-1}$ 、グリセリン水溶液の場合は $n=2.5 \sim 4.17 \text{ s}^{-1}$ とした。均一混合時間 t_{mix} は、トレーサが槽内で一樣になる濃度の95%に到達したときの時間として求めた。

3・2 結果および考察

3・2・1 実験結果

均一混合時間の攪拌数依存性をFig. 3に示す。攪拌数が低いときにはややばらつきが大きい、攪拌数を大きくするにつれて、均一混合時間が短くなっていることが分かる。

3・2・2 拡散モデルの数値計算

測定された均一混合時間から拡散係数を評価するために、本研究では、槽内の流れが一樣な乱流状態にあり、かつ時間平均流速がゼロと仮定した単純な乱流拡散モデルを用いた。攪拌槽を2次元円筒座標系で表すと、つぎの拡散方程式が成り立つ。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_i \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

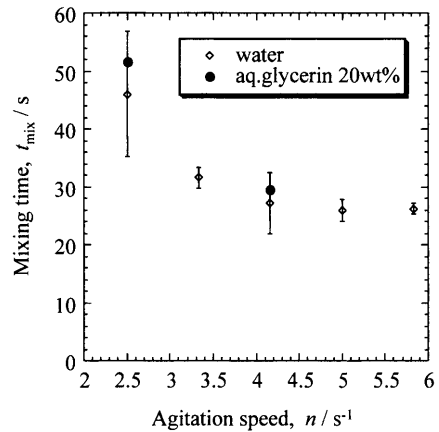


Fig. 3. Mixing time vs. agitation speed.

ここで C はトレーサ濃度、 t は時間、 D_i は拡散係数である。式(3)を式(4)のように無次元化すると、式(5)が得られる。

$$X = \frac{C}{C_\infty}, \quad \tau = \frac{D_i t}{r_0^2}, \quad R = \frac{r}{r_0}, \quad Z = \frac{z}{r_0} \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial X}{\partial \tau} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial X}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 X}{\partial Z^2} \dots\dots\dots (5)$$

ここに r_0 は攪拌槽の半径である。境界条件は次式となる。

$$\frac{\partial X}{\partial R} = \frac{\partial X}{\partial Z} = 0 \quad \text{at } R=0, R=1, Z=0, Z=2 \dots\dots\dots (6)$$

初期条件は次式で与えられる。

$$X=1 \quad \text{at } R=0 \text{ and } Z=2 \text{ (center of free surface)} \dots\dots\dots (7)$$

$$X=0 \quad \text{otherwise}$$

式(5)をこれらの境界条件と初期条件の下で数値的に解いて、濃度分布の経時変化を求めた。なお、式(5)~(7)は、陽的差分法で差分式に変換し、数値計算には(31×31)の間隔格子を用いた。実験と対応させるために、測定箇所に対応する濃度が到達濃度の95%に達したときの無次元化時間を無次元均一混合時間 τ_{mix} とすると、数値計算の結果より $\tau_{\text{mix}}=1.50$ となった。式(4)より、次式が得られる。

$$D_i = 1.50 \frac{r_0^2}{t_{\text{mix}}} \dots\dots\dots (8)$$

r_0 は既知なので、測定された均一混合時間 t_{mix} を式(8)に代入することにより、乱流拡散係数 D_i を評価することができる。

3・2・3 乱流拡散係数

得られた乱流拡散係数をFig. 4に示す。図より攪拌数が大きくなるに従って乱流拡散係数が大きくなっており、そ

[†] 測定位置は、攪拌翼、邪魔板、液面、底面からの反射光の影響がなく、トレーサ注入位置からもっとも離れた位置を選んだ。

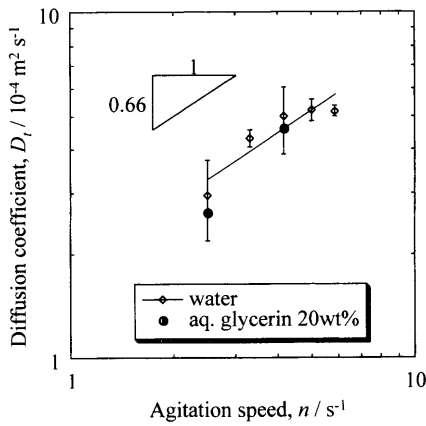


Fig. 4. Diffusion coefficient vs. agitation speed.

Table 2. Particles used for experiment.

| Particle | Density, $\rho_f / \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ | Diameter, $d_p / \mu\text{m}$ |
|---------------------|---|---|
| Glass bead | 2410 | 30.9, 40.3, 48.1, 60.9, 69.8, 82.8, 113 |
| Glass micro balloon | 460 | 37.9, 48.1, 55.8, 66.0, 82.8 |
| Silica balloon | 580 | 241, 271, 325 |

の依存性は液の種類（水およびグリセリン水溶液）に関わらず次式のようにになった。

$$D_i \propto n^{0.66} \dots\dots\dots (9)$$

4. 粒子濃度分布の測定

これまでの実験で、拡散係数が得られたので、本章では粒子濃度分布の測定について述べる。

4.1 実験方法

実験装置および攪拌液は前節のものと同一である。攪拌液の温度を一定に保った後、約0.5 cm³の粒子を槽内に投入して攪拌を開始する。攪拌が十分に定常状態に達したところで、フォトダイオードを用いて垂直方向の粒子濃度を測定した。測定箇所は、側壁から30 mm離れた半径位置で底から10~170 mmの範囲とした。実験に使用した粒子の密度と粒径をTable 2に示す。

なお、本測定の際に考慮しなければならないことは、スリット光の光強度が測定箇所により異なることである。そこで攪拌槽内に液と密度の等しい粒子—5%食塩水（密度1050 kg m⁻³）およびポリスチレンビーズ（粒径180 μm, 密度1050 kg m⁻³）—を投入して、各測定箇所ごとの光強度分布をあらかじめ求めておき、この値を用いて測定結果を補正した。

4.1.1 実験条件

実験は、攪拌液、試料粒子、粒径、攪拌数を変えて行った。なお、ガラス・マイクロ・バルーンについても実験を行ったが、相対速度が小さいために、粒子濃度分布の傾きがほぼゼロ（すなわち、槽内に一様に分散する）となった。

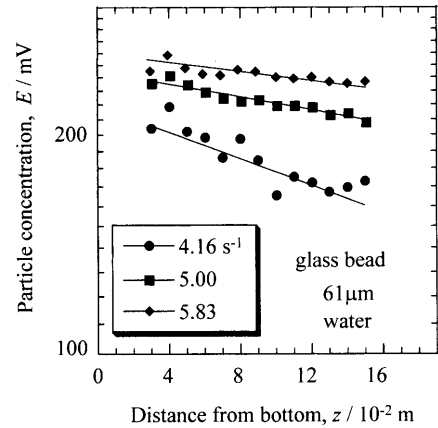


Fig. 5. Axial distributions of particle concentration at different agitation speeds.

傾きがゼロ近傍の場合、わずかな測定誤差で傾きに大きな影響を与えることになる。そこで、本研究ではガラス・マイクロ・バルーンの結果については参考程度にとどめ、それ以外の粒子の測定結果をもとに解析を行った。

4.2 実験結果

得られた結果の一例をFig. 5に示す。グラフには、これらの測定結果に対して式(2)を最小2乗法で当てはめた直線を示してある。

高密度粒子であるガラスビーズの場合、粒子が沈降するために、粒子濃度が攪拌槽の水面から槽底に行くに従って増加していることが分かる。また、攪拌数が増加するに従い、槽内の粒子濃度が均一に近づいていることも分かる。

低密度粒子であるガラスマイクロバルーンおよびシリカバルーンの場合も同様に、攪拌数が増加するに従い、槽内の粒子濃度が均一に近づく傾向が見られる。しかし低密度粒子は浮上するので、水面近くで粒子濃度が高く、濃度分布の傾きは逆になっている。

投入した粒子が全て液バルクに巻き込まれている場合には、測定された全粒子量は等しくなるはずであるが、本測定では攪拌数が増大するに従って測定された粒子濃度が大きくなっている。これは、一部の粒子が槽底に沈降（もしくは水面に浮上）しているためである。攪拌数を上げていくとそれらの粒子が次第に巻き込まれ、測定された粒子濃度が次第に飽和していく。

5. 乱流中における粒子終末速度の検討

これまでの実験で得られた拡散係数と垂直方向の粒子濃度分布より、乱流中における粒子の沈降もしくは浮上速度を求めることができる。

Fig. 6に、これらの粒子の終末速度を示した。横軸は攪拌数 n であり、 $n=0$ の場合の縦軸は静止流体中の終末速度に相当している。図より攪拌数の増大に伴い、終末速度が減少していることが分かる。また、その傾向は粒径が大き

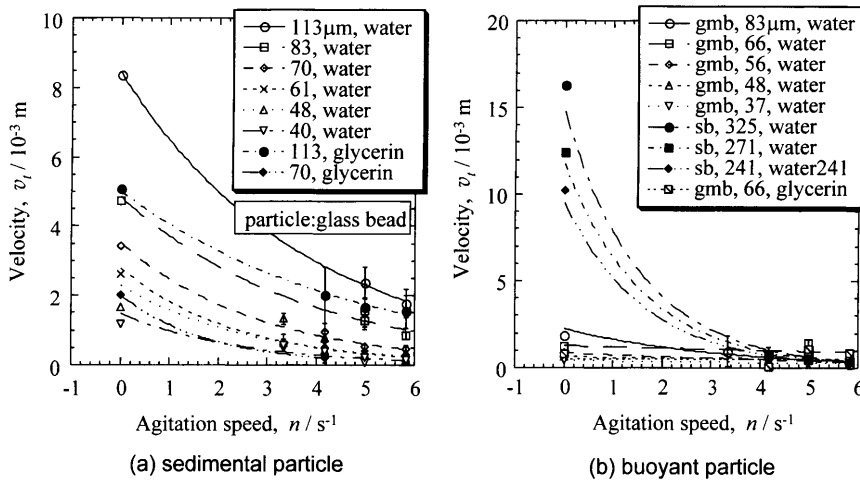


Fig. 6. Comparison between calculated and measured slip velocities of various particles.

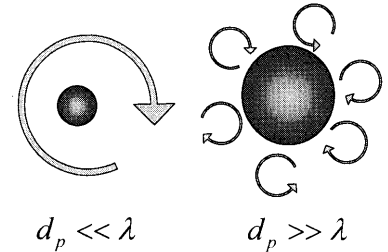


Fig. 7. Conception of the effect of turbulent eddies on particle drag. (λ : Kolmogorov's micro scale)

くなるほど顕著である。

5.1 粒子に働く抗力

静止流体中の粒子に働く抗力については過去に多くの研究が行われ、粒子レイノルズ数 Re と抵抗係数 C_D に関する実用的な相関式が得られている¹⁾。ここでは、まず静止流体中の次元解析を参考にして、本実験の結果を整理するための無次元相関式を導く。

5.1.1 静止流体中の粒子に働く抗力

静止流体中をある速度で運動する粒子に働く抵抗を考えると、この系に關与する物理量として抗力 F_{D0} 、粒子速度 v_0 、粒子径 d_p 、流体の密度 ρ_f 、流体の粘度 μ の5個が考えられる。ここで下付の文字0は、静止流体中の値であることを示している。この5個の物理量に含まれる基本単位は質量 kg、長さ m、時間 s の3個なので、この系を表す無次元数は $5-3=2$ 個となる。通常、これらの無次元数は粒子レイノルズ数 Re_0 と抵抗係数 C_{D0} の2個が選ばれる。

$$Re_0 = \frac{d_p v_0 \rho_f}{\mu} \dots\dots\dots(10)$$

$$C_{D0} = \frac{F_{D0}}{\left(\frac{\pi d_p^2}{4}\right) \left(\frac{1}{2} \rho_f v_0^2\right)} \dots\dots\dots(11)$$

本研究では、これら2つの無次元数の間の相関式として、一般に用いられている次式¹⁾を用いて、静止流体中の C_{D0} を算出した。

$$C_{D0} = \max \left[\frac{24}{Re_0} (1 + 0.125 Re_0^{0.72}), 0.44 \right] \dots\dots\dots(12)$$

5.1.2 乱流中の粒子に働く抗力

乱流中の粒子に関しては、抗力 F_D 、粒子速度 v_p 、粒子径 d_p 、流体の密度 ρ_f 、流体の粘度 μ を考える。静止流体中の場合と同様に2個の無次元数を導入した。

$$Re = \frac{d_p v_p \rho_f}{\mu} \dots\dots\dots(13)$$

$$C_D = \frac{F_D}{\left(\frac{\pi d_p^2}{4}\right) \left(\frac{1}{2} \rho_f v_p^2\right)} \dots\dots\dots(14)$$

さらに乱流の度合いを表すパラメータとして、Kolmogorovの最小渦径 λ を導入する。物理量が1個増えるのでこの系を表す無次元数がもう1個必要になる。ここでは粒子径とKolmogorovの最小渦径の比 d_p/λ を導入した。

粒子径が最小渦径より十分に小さい場合 ($d_p/\lambda \ll 1$)、粒子は渦の中に完全に取り込まれている (Fig. 7参照)。渦内部の流れ場は粘性に支配されており、粒子に働く抗力は静止流体中のものとそれほど異なるものと考えられる。

粒子径が最小渦径より大きい場合 ($d_p/\lambda \gg 1$) は、粒子は周囲を小さな渦に取り囲まれており、粒子にはこれらの渦による付加的な抗力が発生するため、乱流中の抗力は静止流体中のそれよりも大きくなると考えられる。

5.2 Kolmogorovの最小渦径

Kolmogorovの最小渦径 λ は、乱流エネルギー消散速度 ϵ とつぎの関係がある。

$$\lambda = \left(\frac{v^3}{\epsilon}\right)^{1/4} \dots\dots\dots(15)$$

ここで v は流体の動粘度である。

攪拌槽の乱流エネルギー消散速度は攪拌所用動力を測定することによって求めることができる。攪拌軸にトルクコンバータを取り付けて、攪拌液、攪拌数を変えて攪拌に要するトルク T_M を測定した。その値を用いると、乱流エネルギー消散速度は、

$$\epsilon = 0.15 \times \frac{2\pi n T_M}{M} \dots\dots\dots(16)$$

で与えられる²⁰⁾。Mは液の質量であり、係数0.15は液に与えた単位質量当たりのエネルギーのうち、15%が乱流エネルギーの消散に寄与していることを表している。

Fig. 8に攪拌数と乱流エネルギー消散速度の関係をプロットした。攪拌に要するトルク T_M は攪拌数の2乗に比例するので、式(16)より乱流エネルギー消散速度は攪拌数の3乗に比例している。またFig. 8には、流体解析ソフトFluentを用いて計算された乱流エネルギー消散速度の値と、Rushton線図²¹⁾より求めた値もプロットしてある。Rushton線図の結果だけ他の値と異なっているが、攪拌数に対する依存性は一致している。それ以外の実験値とFluentによる数値計算の結果は、良く一致していることが分かる。

5.3 無次元相関式

実験により求められた粒子の相対速度を式(14)に代入することによって、乱流中における抵抗係数を算出することができる。無次元相関式を導出するにあたって、ここでは乱流中の抵抗係数 C_D のかわりに乱流中の抵抗係数の増大分 $(C_D - C_{D0})/C_{D0}$ を用いた。測定されたデータには、全ての実験条件において抗力の増加が認められたためである。

したがって、相関式は次のように表される。

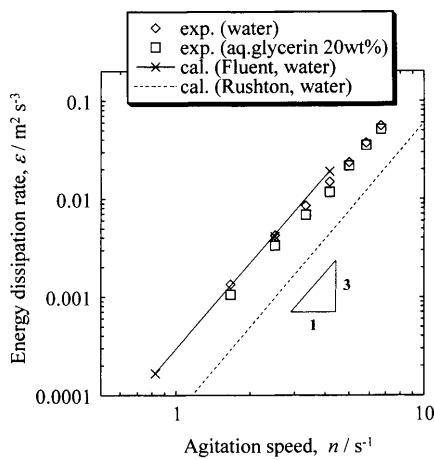


Fig. 8. Energy-dissipation rate as a function of agitation speed.

$$\frac{C_D - C_{D0}}{C_{D0}} = \alpha \cdot Re^\beta \cdot \left(\frac{d_p}{\lambda}\right)^\gamma \dots\dots\dots(17)$$

測定データより各無次元数を求め、多重回帰分析することにより以下の式が得られた。

$$\frac{C_D - C_{D0}}{C_{D0}} = 0.619 Re^{-1.38} \left(\frac{d_p}{\lambda}\right)^{3.47} \dots\dots\dots(18)$$

$Re = 0.0028 \sim 0.27, d_p/\lambda = 0.33 \sim 4.5$

抵抗係数の増大分は、粒子レイノルズ数の -1.38 乗、粒径と最小渦径の比の 3.47 乗に比例している。

式(18)の妥当性を検討するため、Fig. 9に、実験値と相関式から得られた値を比較してみた。横軸が相関式、縦軸が実験から得られた抵抗係数の増大分である。粒子や液の物性値の違いに関わらず、両者は良く一致している。式(18)をもとに乱流中の粒子終末速度を算出したものを、Fig.10に示した。図の横軸は粒径とKolomogorovの最小渦径の比 d_p/λ であり、縦軸は静止流体中の終末速度で規格化したものである。実線で表された式(18)による計算値は実験値と一致している。

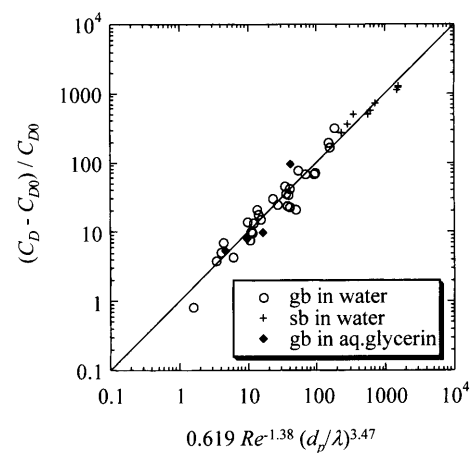


Fig. 9. Empirical correlation on drag coefficient of particle in turbulent flow.

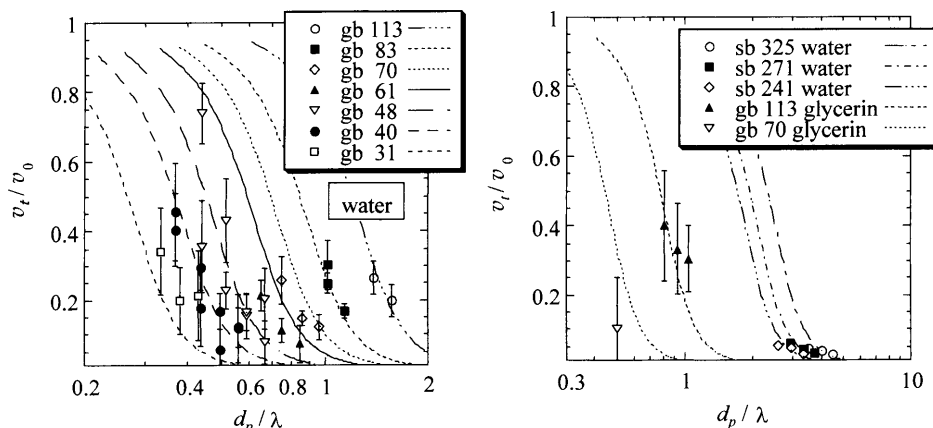


Fig. 10. Comparison between observed and calculated slip velocities.

5.4 既往の研究との比較

Brucatoら⁷⁾は、Couette-Talor流れにおける粒子の抵抗係数に関して、以下の式を提案している。

$$\frac{C_D - C_{D0}}{C_{D0}} = 8.76 \times 10^{-4} \left(\frac{d_p}{\lambda} \right)^3 \dots\dots\dots(19)$$

d_p/λ に対する依存性は、本研究で得られた相関式では3.47乗、Brucatoらの式では3乗となっており、それほど大きくは異なっていない。一方でいくつかの相違点が見られる。

まず、Brucatoらの相関式には、抵抗係数の増大分に関して粒子レイノルズ数に対する依存性が無い。この点を検討するために、横軸に d_p/λ 、縦軸に $(C_D - C_{D0})/C_{D0}$ をとったグラフをFig.11に示す。Brucatoらの実験では、乱流中の粒子速度をもとにした粒子レイノルズ数 Re は約0.2~28である。ただし、 Re が小さい小粒径のデータはFig.11における d_p/λ の小さい側に偏倚しており、彼らが実験式の導出に実際に使用したのは $Re=2.3\sim 28$ の範囲のデータである。一方、本研究における Re は0.0028~0.27でありBrucatoらの実験範囲と比較して小さい。Fig.11をみると分かるように、粒子レイノルズ数が大きくなるほどBrucatoらの結果に近づいており、より大きな粒子レイノルズ数における実験をすることにより、Brucatoらの結果に近づいていくものと思われる。

しかし、以上のような点を考慮に入れても、横軸でみると約1桁、縦軸でみると約3桁も値が異なっている。以下にこの原因について若干の考察を行う。

5.4.1 粒子の乱流への影響

Brucatoらは、Kolmogorovの最小渦径 λ を得るために、Kataoka²²⁾による実験式を用いている。Kataokaによる実験は、流体中に粒子を含まない条件で行っており、粒子を投入した場合と流れの状態が異なる可能性がある。Brucatoらの投入した粒子濃度は最大で1 vol%であり、本研究における粒子濃度(0.01 vol%)と比較してかなり大きい。このような高濃度の粒子の存在は、乱流に何らかの影響を及ぼしているものと考えられる。

5.4.2 乱流の構造の違い

Couette-Talor流れは円筒の回転速度をゼロから上げていくにつれて、層流のCouette流れ、層流のTalor渦流、周期運動を伴うTalor渦流（準定常状態）、乱流の渦流（準定常状態）と流れパターンが変化し、最終的に乱流に至る²³⁾。

Brucatoらの実験条件は、低攪拌数(0.83, 1.67 s⁻¹)ではTalor渦の準定常状態、高攪拌数(12.5, 13.3 s⁻¹)では乱流、それ以外の攪拌数(2.5~11.7 s⁻¹)では乱流の渦流に相当している。高攪拌数の場合を除くと、いずれもTalor渦が残っており、特に低攪拌数の場合は単純に乱流とは言い難い。

さらに、Couette-Talor流れの乱流は、強いせん断乱流で

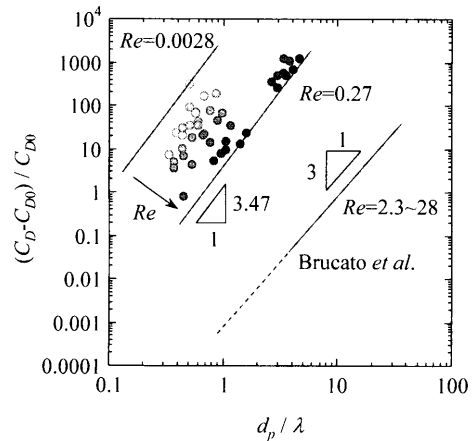


Fig. 11. Comparison of the present results with the Brucato's correlation.

Table 3. Properties used for calculation.

| | | |
|-----------|--------------------------------|--|
| Liquid: | Molten steel | Density: 7000 kg m ⁻³ |
| | | Viscosity: 5.0 × 10 ⁻³ Pa s |
| Particle: | Al ₂ O ₃ | Density: 4000 kg m ⁻³ |
| | | Diameter: 2~200 μm |

あり、等方性乱流とは異なることも原因の1つと考えられる。

6. 溶鋼中介在物への適用

6.1 計算条件

本研究で得られた相関式(式(18))を溶鋼中介在物に適用した場合の試算を行った。計算に用いた条件はTable 3のとおりである。

計算は乱流エネルギー消散速度 ϵ をパラメータとして3つの条件で行った。タンディッシュやRH装置においては ϵ は非常に広い分布をもつが、典型的には乱流強度の最も強い場所において、 $\epsilon=10^{-2} \text{ m}^2 \text{ s}^{-3}$ 程度のオーダーであるといわれている。

6.2 計算結果と考察

計算結果をFig.12に示す。図より、アルミナ介在物の相対速度は、乱流エネルギー消散速度に大きく依存していることが分かる。 $\epsilon=10^{-1} \text{ m}^2 \text{ s}^{-3}$ の場合は、介在物粒子は相対速度がほぼゼロになり、ほとんど浮上しない。一方、 $\epsilon=10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-3}$ 程度になると、その相対速度は静止流体中のものとあまり変わらなくなっている。

タンディッシュを例にとって考えると、乱流強度が比較的弱い栓流部においては、介在物粒子の相対速度に対する乱流の影響は小さいと考えられる。しかし、注入部などの乱流強度が強い部分では、アルミナ介在物の相対速度が大幅に減少することになる。

タンディッシュの設計においては、介在物の浮上による除去率の試算はもっとも重要なファクターの一つである。

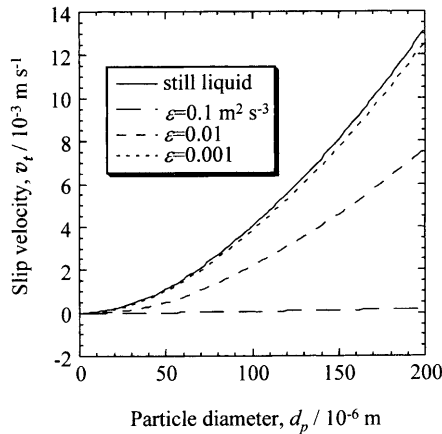


Fig. 12. Estimation of flotation velocity of Al_2O_3 -inclusion particles in liquid steel at various value of ϵ .

介在物の浮上速度が乱流によって大きく減少するという本研究の結果を適用することにより、現在のシミュレーションをより精度の高いものにすることができると考えられる。また、乱流強度が低ければ相対速度はそれほど減少しないので、乱流強度の高い場所を限定する等の装置設計をすることで、相対速度の減少を防ぐといった応用も考えられる。

7. 結言

本研究では、攪拌槽内の乱流拡散係数と粒子の垂直方向濃度分布を測定することによって、攪拌槽内の乱流場での粒子の終末速度を求めた。その結果、以下の結論が得られた。

- (1) 攪拌槽の乱流拡散係数は攪拌数の0.66次に比例する。
- (2) 攪拌槽内の粒子は、乱流による拡散と重力の2つの要因により、槽内で垂直方向の濃度分布を持つことが確認された。
- (3) 攪拌槽の乱流拡散係数と粒子の垂直方向の濃度分布より、槽内における粒子の終末速度を求めることができた。
- (4) 乱流中の粒子の終末速度は静止流体中のものよりも小さくなることが確認された。
- (5) 乱流中の粒子の抵抗係数に関する次のような相関式が得られた。

$$\frac{C_D - C_{D0}}{C_{D0}} = 0.619 Re^{-1.38} \left(\frac{d_p}{\lambda} \right)^{3.47}$$

- (6) 溶鋼中におけるアルミナ介在物粒子の相対浮上速度を試算した結果、介在物粒子の相対速度は乱流強度に大きく依存しており、乱流が強い部分では相対速度が大幅に減少することが分かった。

記号

| | |
|-------------------------|--|
| C | : 粒子またはトレーサの濃度 (-) |
| C_0 | : 式(1)の積分定数 (m^{-3}) |
| C_∞ | : $t = \infty$ におけるトレーサの濃度 (m^{-3}) |
| C_D, C_{D0} | : 乱流および静止流体中の抵抗係数 (-) |
| d_p | : 粒子径 (m) |
| D_t | : 乱流拡散係数 ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$) |
| F_D, F_{D0} | : 乱流および静止流体中の抗力 (N) |
| M | : 液質量 (kg) |
| n | : 攪拌数 (s^{-1}) |
| r | : 半径方向の座標 (m) |
| r_0 | : 攪拌槽の半径 (m) |
| R | : 半径方向の無次元座標 (-) |
| Re, Re_0 | : 乱流および静止流体中の粒子レイノルズ数 (-) |
| t | : 時間 (s) |
| t_{mix} | : 均一混合時間 (s) |
| T_M | : トルク (Nm) |
| v_p, v_0 | : 乱流および静止流体中の粒子相対速度 (m s^{-1}) |
| X | : 無次元濃度 (-) |
| z | : 垂直方向の座標 (m) |
| Z | : 垂直方向の無次元座標 (-) |
| α, β, γ | : 定数 (-) |
| ϵ | : 乱流エネルギー消散速度 ($\text{m}^2 \text{s}^{-3}$) |
| λ | : Kolmogorovの最小渦径 (m) |
| μ | : 粘度 (Pa s) |
| ν | : 動粘度 ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$) |
| ρ_f | : 流体密度 (kg m^{-3}) |
| τ | : 無次元時間 (-) |
| τ_{mix} | : 無次元均一混合時間 (-) |

文献

- 1) R.Clift, J.R.Grace and M.E.Weber: Bubbles, Drops and Particles, Academic Press, London, (1978).
- 2) H.G.Schwartzberg and R.E.Treybal: *I&EC Fundamentals*, **7** (1968), 6.
- 3) D.M.Levins and J.R.Glastonbury: *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **50** (1974), 32.
- 4) J.M.Nouri and J.H.Whitelaw: *Int. J. Multiphase Flow*, **18** (1992), 21.
- 5) J.R.L.Allen: Principles of Physical Sedimentology, George Allen & Unwin, London, (1985).
- 6) F.Magelli, D.Fajner, M.Noventini and G.Pasquali: *Chem. Eng. Sci.*, **45** (1990), 615.
- 7) A.Brucato, F.Grisafi and G.Montante: *Chem. Eng. Sci.*, **53** (1998), 3295.
- 8) G.L.Lane, M.P.Schwarz and G.M.Evans: Proc. of 2nd Int. Conf. on CFD in the Minerals and Process Industries, (1999), 357.
- 9) S.Taniguchi and A.Kikuchi: *Tetsu-to-Hagané*, **78** (1992), 527.
- 10) S.Taniguchi, A.Kikuchi, T.Ise and N.Shoji: *ISIJ Int.*, **36** (1996), S117.
- 11) T.Nakaoka, S.Taniguchi, K.Matsumoto and S.T.Johansen: *ISIJ Int.*, **41** (2001), 1102.
- 12) S.Taniguchi and A.Kikuchi: *Tetsu-to-Hagané*, **78** (1992), 423.
- 13) S.Taniguchi and J.K.Brimacombe: *ISIJ Int.*, **34** (1994), 722.
- 14) Y.Kubota, N.Yoshikawa and S.Taniguchi: *Tetsu-to-Hagané*, **87** (2001), 1.
- 15) K.Takahashi and S.Taniguchi: *ISIJ Int.*, **43** (2003), 820.
- 16) S.Shimasaki, T.Wada and S.Taniguchi: *Tetsu-to-Hagané*, **89** (2003), 637.
- 17) K.Yamamoto, M.Ito and S.Nagata: *Kagaku Kogaku*, **27** (1963), 664.
- 18) Y.Sato, K.Ishii, Y.Horie, M.Kamiwano and K.Yamamoto: *Kagaku Kogaku*, **31** (1967), 275.
- 19) 化学工学便覧, 化学工学協会編, 丸善, 東京, (1988), 1081.
- 20) S.Sotoyama, T.Ameno and M.Togame: *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, **7** (1981), 524.
- 21) J.H.Rushton, E.W.Costish and H.J.Everett: *Chem. Eng. Prog.*, **46** (1950), 467.
- 22) K.Kataoka: Encyclopedia of Fluid Mechanics, Vol. 1, Flow Phenomena and Measurement, Gulf Publishing Company, London, (1986).
- 23) J.O.Hinze: Turbulence, McGraw-Hill, New York, (1959).