

# 熱延仕上ミル張力・ルーパ系のハイブリッドシステム モデルとモデル予測制御

井村 順一\*・児島 晃\*<sup>2</sup>・増田 士朗\*<sup>3</sup>・津田 和呂\*<sup>4</sup>・浅野 一哉\*<sup>4</sup>

Hybrid System Modeling and Model Predictive Control of a Hot Strip Mill Tension/Looper System

Jun-ichi IMURA, Akira KOJIMA, Shiro MASUDA, Kazuro TSUDA and Kazuya ASANO

**Synopsis :** This paper proposes a new looper control design method of a hot strip mill, where the strip tension and looper trajectories between the non-contact mode and the contact mode are simultaneously optimized. First, based on the model linearized around some equilibrium point in each mode, a discrete-time piecewise affine model, which is one of standard hybrid system models, is derived to describe the discontinuous dynamics of this system. Next, a model predictive control method for this model is proposed. The proposed method provides an exact solution to this control problem. However, it will not be easy to calculate an exact solution on-line via the usual personal computers. So an approximate solution method is also presented, where a solution can be obtained on line. Furthermore, the proposed method can be used to generate a feedforward control input, where optimality of trajectories between the non-contact mode and the contact mode is considered. This will be practically useful because it is executed *via* off-line computation. Finally, numerical simulations show the effectiveness of the proposed method, compared with the constant-torque based control.

**Key words:** strip tension; looper system; hybrid system; model predictive control.

## 1. はじめに

鉄鋼プロセスの多くはバッチプロセスであるため、それらの制御はバッチ開始、終了時における非定常部の制御と、その中間に存在する定常部の制御との切替えを伴ったものとなる。非定常部の制御には主としてパターン制御やフィードフォワード制御が用いられているが、それらのロジックは経験的、実験的に決められたものが多い。例えば、熱延仕上ミルにおけるルーパ立ち上げ制御ロジックの一例を挙げると

1. 立ち上げ制御：圧延材が次スタンドに噛み込み後、一定トルクでルーパを立ち上げる、
2. 定常部張力制御への切替え：タイマー監視やルーパ角度、張力に関する条件の成立によりフィードバック制御を主体とした定常部張力制御に移行、

といった切替えが行われている。ルーパ立ち上げ制御は、圧延材先端部を安定に通板させ、速やかに定常圧延に移行させるために重要な役割を担っているが、そのロジックは上記のようにヒューリスティックなものであり、パラメータは多大な労力を掛けて試行錯誤的に決定されている。非定常部の制御が難しい理由として、基本的に時変系であって

精度のよいモデルが得られない、制御量の測定精度が悪い、外乱が多い、などが挙げられるが、上記の例で制御を切替えざるを得ない大きな理由は、ルーパと圧延材との接触の有無によってモデルの不連続な変更を余儀なくされるからである。張力・ルーパ制御には従来からさまざまなアドバンスト制御が適用されてきたが、それらの多くは定常部の制御を対象としたものであり<sup>1-3)</sup>、非定常部の制御を含むものはわずかしかなかった<sup>4,5)</sup>。もし、接触状態によらず、一つのモデルで記述ができれば、非定常部と定常部とを一つの評価関数を指標として統一的に制御を行う可能性が出てくる。これに 대응するものが、ハイブリッドシステムの制御理論である<sup>6-9)</sup>。ハイブリッドシステムとは、各システムのモードを表す論理変数と、連続変数が混在した動的システムであり、その標準的なモデルである区分的アフィンシステム<sup>10)</sup>や混合論理動的システム<sup>6)</sup>など様々な数理モデルが提案され、そのシステム解析や最適制御に関する理論的な研究成果が数多く得られてきている。しかし、現状では応用面の研究はまだ少なく、今後は応用を通じて、より実用的な制御系設計論への発展が期待されている。

本論文では、熱延仕上ミルのルーパ立ち上げ制御において、ルーパと圧延材の接触前後の状態（モード）を統一的に最

平成 16 年 4 月 5 日受付 平成 16 年 6 月 17 日受理 (Received on Apr. 5, 2004; Accepted on June 17, 2004)

\* 東京工業大学大学院情報理工学専攻 (Graduate School of Information Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1 Oh-okayama Meguro-ku Tokyo 152-8552)

\*<sup>2</sup> 東京都立科学技術大学電子システム工学科 (Department of Electronic Systems Engineering, Tokyo Metropolitan Institute of Technology)

\*<sup>3</sup> 東京都立科学技術大学生産情報システム工学科 (Department of Production, Information, and Systems Engineering, Tokyo Metropolitan Institute of Technology)

\*<sup>4</sup> JFE 技研 (株) 計測制御研究部 (Instrument and Control Engineering Department, JFE R&D Corp.)

適制御する一設計手法を提案する。まず、各モードにおける張力・ルーパ系の運動方程式から、線形近似モデルを導出し、ハイブリッドシステムの標準的なモデルの一つである離散時間区分的アファインシステムモデルとして定式化する。つぎに、このモデルに対して、扱う制御問題の特徴を利用したモデル予測制御手法を提案する。提案手法は厳密解を与えるが、一般のコンピュータの処理能力ではオンラインで解を求めることは難しい。そこで、さらにオンラインで解を得ることができる近似解法も提案する。最後に、数値シミュレーションにより従来手法の定数トルク法と比較し、本手法の有効性を確認する。なお、提案する手法は本制御対象に限らずモード切替を伴ういろいろな対象に適用可能である。

## 2. ハイブリッドシステムモデルの導出

### 2.1 張力・ルーパ系の運動方程式

Fig. 1 に示すように、圧延機の張力・ルーパ系に対して、非接触モードから接触モードに切替える一連の動作において、圧延材の張力とルーパ位置を同時に最適に制御することを考える。

このとき、Fig. 2 のルーパ系の運動方程式はつぎのように与えられるものとする。

$$J\ddot{\theta} = T_L - \delta \{K_1(\theta)\sigma + K_2(\theta)\} - K_3(\theta) - D\dot{\theta} \dots \dots \dots (1)$$

$$\dot{T}_L = -\frac{1}{T_{ACR}}(T_L - T_{Lref}) \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 $K_1$ は張力によるトルク、 $K_2$ は板重によるトルク、 $K_3$ はルーパの自重によるトルクで

$$K_1(\theta) = 2Hbr \cos \theta \sin \beta$$

$$K_2(\theta) = 2\rho Hbg \frac{l}{\cos \beta} r \cos \theta$$

$$K_3(\theta) = W_L gr_L \cos(\theta + \theta_G)$$

であり、 $J$ はルーパの駆動軸まわりの慣性モーメント、 $\theta$ はルーパの水平面からの回転角度、 $\sigma$ は圧延材に加わる張力、 $T_L$ はルーパ駆動トルク、 $T_{Lref}$ はルーパ駆動トルク指令値、 $H$ と $b$ は圧延材の板厚と板幅、 $\rho$ は圧延材の比重、 $r$ はルーパのアーム長、 $l$ はスタンド間長の半分の長さ、 $W_L$ はルーパの質量、 $r_L$ はルーパの回転軸から重心までの距離、 $D$ はルーパ回転軸の粘性摩擦係数であり、 $\theta_G$ はルーパ重心のルーパ角度 $\theta$ からのオフセット角度、 $\beta$ は水平面から圧延材を持ち上げる角度で幾何学的関係より得られる $\theta$ の関数、 $T_{ACR}$ はルーパ駆動トルク指令値 $T_{Lref}$ からルーパ駆動トルク $T_L$ までの一次遅れ定数である。また、ルーパが圧延材に接触時に $\delta=1$ （接触モード contact mode, C-mode）、非接触時に $\delta=0$ （非接触モード non-contact mode, N-mode）

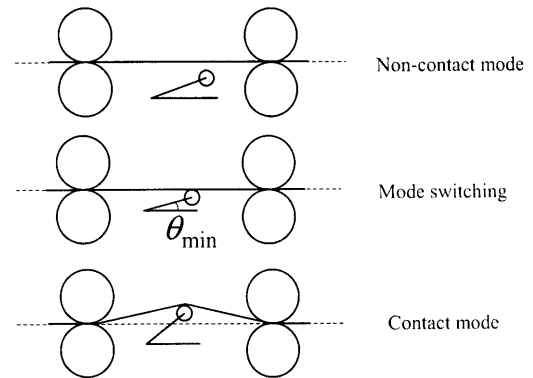


Fig. 1. Strip tension and looper control.

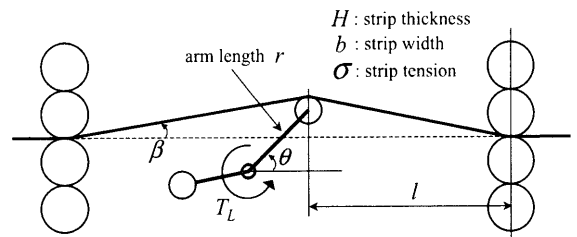


Fig. 2. Strip tension/looper system.

とし、モード遷移ルールは

$$\delta = \begin{cases} 0 & \text{if } \theta \leq \theta_{min} \dots \dots \dots (3) \\ 1 & \text{if } \theta \geq \theta_{min} \end{cases}$$

で与えられるものとする。ここで $\theta_{min}$ はルーパがパスラインに達する角度である。

張力系の運動方程式は

$$\dot{\sigma} = \frac{E}{2l} \left\{ F(V_R, \sigma) + \delta \frac{\partial L}{\partial \theta} \dot{\theta} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

$$\dot{V}_R = -\frac{1}{T_{ASR}}(V_R - V_{Rref}) \dots \dots \dots (5)$$

であり、 $V_R$ はワークロール速度、 $V_{Rref}$ はワークロール速度指令値、 $F(V_R, \sigma)$ はスタンド間速度差を表す関数、 $L(\theta)$ はスタンド間板長、 $E$ は圧延材のヤング率である。

また、非接触時から接触時にモードが移行した際に生じる、ルーパの角速度 $\dot{\theta}(t)$ のジャンプ現象と、圧延材の張力 $\sigma(t)$ のジャンプ現象をつぎのようにモデル化する。

$$\begin{aligned} \dot{\theta}(t) &= \varepsilon_1 \dot{\theta}(t_-), & \text{if N-mode} \rightarrow \text{C-mode} \\ \sigma(t) &= \varepsilon_2 \dot{\theta}(t_-) + \sigma(t_-), & \text{if N-mode} \rightarrow \text{C-mode} \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

ここで $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ は適当に推定された定数であり、 $\dot{\theta}(t_-) = \lim_{\tau \uparrow t} \dot{\theta}(\tau)$ 、 $\sigma(t_-) = \lim_{\tau \uparrow t} \sigma(\tau)$ である。

以下では、この運動方程式に対する区分的アファインモデルを得るために、各モードごとに設定した動作代表点まわりで近似線形化し、最終的に接触モードの座標系で統一

して表現することを考える。(θ, θ̇, σ, T<sub>L</sub>, V<sub>R</sub>) に対する, 接触モード (C-mode) および非接触モード (N-mode) 時の動作代表点を, それぞれ (θ<sub>c</sub>, 0, σ<sub>c</sub>, T<sub>Lc</sub>, V<sub>Rc</sub>) および (θ<sub>n</sub>, 0, σ<sub>n</sub>, T<sub>Ln</sub>, V<sub>Rn</sub>) とする。

2.1.1 接触モード (δ=1) の場合

接触モード時の動作代表点からの偏差を  $\tilde{\theta} = \theta - \theta_c$ ,  $\tilde{\sigma} = \sigma - \sigma_c$ ,  $\tilde{T}_L = T_L - T_{Lc}$ ,  $\tilde{V}_R = V_R - V_{Rc}$ ,  $\tilde{T}_{Lref} = T_{Lref} - T_{Lrefc}$ ,  $\tilde{V}_{Rref} = V_{Rref} - V_{Rrefc}$ , とし, 代表動作点で

$$T_{Lc} = K_1(\theta_c)\sigma_c + K_2(\theta_c) + K_3(\theta_c),$$

$$T_{Lrefc} = T_{Lc}, \quad V_{Rrefc} = V_{Rc}$$

が成り立つものとする。このとき, δ=1 の式 (1)-(6) を動作代表点 (θ<sub>c</sub>, 0, σ<sub>c</sub>, T<sub>Lc</sub>, V<sub>Rc</sub>) の周りで線形近似すると, 次式を得る。

$$\begin{aligned} J\ddot{\tilde{\theta}} &= \tilde{T}_L - K_1(\theta_c)\tilde{\sigma} - \bar{K}(\theta_c, \sigma_c)\tilde{\theta} - D\dot{\tilde{\theta}} \\ \dot{\tilde{\sigma}} &= F_1(\sigma_c)\tilde{V}_R - F_2(\sigma_c, V_{Rc})\tilde{\sigma} - F_3(\theta_c)\dot{\tilde{\theta}} \\ \dot{\tilde{T}}_L &= -\frac{1}{T_{ACR}}\tilde{T}_L + \frac{1}{T_{ACR}}\tilde{T}_{Lref} \\ \dot{\tilde{V}}_R &= -\frac{1}{T_{ASR}}\tilde{V}_R + \frac{1}{T_{ASR}}\tilde{V}_{Rref} \\ \dot{\tilde{\theta}}(t) &= \varepsilon_1\dot{\tilde{\theta}}(t_-), \quad \text{if N-mode} \rightarrow \text{C-mode} \\ \bar{\sigma}(t) &= \varepsilon_2\dot{\tilde{\theta}}(t_-) + \bar{\sigma}(t_-), \quad \text{if N-mode} \rightarrow \text{C-mode} \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

ここで

$$\bar{K}(\theta_c, \sigma_c) := \sigma_c \left. \frac{\partial K_1}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_c} + \left. \frac{\partial K_2}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_c} + \left. \frac{\partial K_3}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_c}$$

$$F_1(\sigma_c) := -\frac{E}{2l} \{1 + f(\sigma_c)\}$$

$$F_2(\sigma_c, V_{Rc}) := \frac{EV_{Rc}}{2l} \left. \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right|_{\sigma=\sigma_c}$$

$$F_3(\theta_c) := \frac{E}{2l} \left. \frac{dL}{d\theta} \right|_{\theta=\theta_c}$$

である。なお, 先進率 f(σ) は, 先進率, 圧延荷重, ロール扁平の各モデルを連立させて解くことによって求め, これから F<sub>1</sub> を導出し, また張力を微小だけ変化させたときの f(σ) の変化量を求めることによって F<sub>2</sub> を導出している。

2.1.2 非接触モード (δ=0) の場合

非接触モード時の動作代表点からの偏差を  $\tilde{\theta} = \theta - \theta_n$ ,  $\tilde{\sigma} = \sigma - \sigma_n$ ,  $\tilde{T}_L = T_L - T_{Ln}$ ,  $\tilde{V}_R = V_R - V_{Rn}$ ,  $\tilde{T}_{Lref} = T_{Lref} - T_{Lrefn}$ ,  $\tilde{V}_{Rref} = V_{Rref} - V_{Rrefn}$ , とし, 代表動作点で

$$T_{Ln} = K_3(\theta_n), \quad T_{Lrefn} = T_{Ln}, \quad V_{Rrefn} = V_{Rn}$$

が成り立つものとする。このとき, δ=0 の式 (1)-(6) を動作代表点 (θ<sub>n</sub>, 0, σ<sub>n</sub>, T<sub>Ln</sub>, V<sub>Rn</sub>) の周りで線形近似すると, 次式を得る。

$$\begin{aligned} J\ddot{\tilde{\theta}} &= \tilde{T}_L - \left. \frac{\partial K_3}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_n} \tilde{\theta} - D\dot{\tilde{\theta}} \\ \dot{\tilde{\sigma}} &= F_1(\sigma_n)\tilde{V}_R - F_2(\sigma_n, V_{Rn})\tilde{\sigma} \\ \dot{\tilde{T}}_L &= -\frac{1}{T_{ACR}}\tilde{T}_L + \frac{1}{T_{ACR}}\tilde{T}_{Lref} \\ \dot{\tilde{V}}_R &= -\frac{1}{T_{ASR}}\tilde{V}_R + \frac{1}{T_{ASR}}\tilde{V}_{Rref} \dots\dots\dots(8) \end{aligned}$$

さらに, これらを接触モードの座標系\*を用いて表現すると,  $\tilde{\theta} = \tilde{\theta} + (\theta_c - \theta_n)$ ,  $\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma} + (\sigma_c - \sigma_n)$ ,  $\tilde{T}_L = \tilde{T}_L + (T_{Lc} - T_{Ln})$ ,  $\tilde{V}_R = \tilde{V}_R + (V_{Rc} - V_{Rn})$ ,  $\tilde{T}_{Lref} = \tilde{T}_{Lref} + (T_{Lrefc} - T_{Lrefn})$ ,  $\tilde{V}_{Rref} = \tilde{V}_{Rref} + (V_{Rrefc} - V_{Rrefn})$  の関係より, 次式を得る。

$$\begin{aligned} J\ddot{\tilde{\theta}} &= \tilde{T}_L - \left. \frac{\partial K_3}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_n} \tilde{\theta} - D\dot{\tilde{\theta}} + \Delta S_\theta \\ \dot{\tilde{\sigma}} &= F_1(\sigma_n)\tilde{V}_R - F_2(\sigma_n, V_{Rn})\tilde{\sigma} + \Delta S_\sigma \\ \dot{\tilde{T}}_L &= -\frac{1}{T_{ACR}}\tilde{T}_L + \frac{1}{T_{ACR}}\tilde{T}_{Lref} \\ \dot{\tilde{V}}_R &= -\frac{1}{T_{ASR}}\tilde{V}_R + \frac{1}{T_{ASR}}\tilde{V}_{Rref} \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

ここで

$$\Delta S_\theta := T_{Lc} - T_{Ln} - \left. \frac{\partial K_3}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_n} (\theta_c - \theta_n)$$

$$\Delta S_\sigma := F_1(\sigma_n)(V_{Rc} - V_{Rn}) - F_2(\sigma_n, V_{Rn})(\sigma_c - \sigma_n)$$

である。

圧延材の張力 σ は, ルーパが圧延材に接触している接触モードにおいてのみ一般に測定されるので, 通常, 非接触モードにおいて圧延材の張力 σ は測定できないものとするのが実際的である。このとき, 非接触モード時において σ のダイナミクスは不可観測となり, これを制御系設計において考慮することはできない。そこで, 以下では, 接触モードから非接触モードに移った瞬間に, 圧延材の張力 σ が σ = σ<sub>n</sub> (一定値) にジャンプし, 非接触モードである限りその値を保持すると仮定する。これに伴い, ワークロール速度 V<sub>R</sub> も V<sub>R</sub> = V<sub>Rn</sub> (平衡入力値) にジャンプし, 一定値を保つと仮定する。これにより, 式 (8) の第 2, 4 式の代わりに

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\sigma}} &= 0 \\ \dot{\tilde{V}}_R &= 0 \\ \tilde{\sigma}(t) &= 0 \quad \text{if C-mode} \rightarrow \text{N-mode} \\ \tilde{V}_R(t) &= 0 \quad \text{if C-mode} \rightarrow \text{N-mode} \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

を、言い換えると式(9)の第2,4式の代わりに

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\sigma}} &= 0 \\ \dot{\bar{V}}_R &= 0 \\ \bar{\sigma}(t) &= \sigma_n - \sigma_c \quad \text{if C-mode} \rightarrow \text{N-mode} \\ \bar{V}_R(t) &= V_{Rn} - V_{Rc} \quad \text{if C-mode} \rightarrow \text{N-mode} \dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

を用いることにする。

2.2 区分的アファインモデルの導出

式(7), 式(9)の第1,3式, と式(11)において状態ベクトル, 入力ベクトルをそれぞれ

$$x = [\bar{\theta}, \dot{\bar{\theta}}, \bar{T}_L, \bar{\sigma}, \bar{V}_R]^T, \quad u = [u_1, u_2]^T = [\bar{T}_{Lref}, \bar{V}_{Rref}]^T$$

とおくと, 状態  $x$  のジャンプを含む連続時間区分的アファインモデルがつぎのように得られる。

$$\begin{aligned} \text{N-mode} \quad \dot{x} &= A_n^c x + B_n^c u + a_n^c \quad \text{if } Cx + c \leq 0 \\ \text{C-mode} \quad \dot{x} &= A_c^c x + B_c^c u \quad \text{if } Cx + c \geq 0 \\ \text{NC-mode} \quad x(t) &= E_{nc} x(t_-) + e_{nc} \\ &\quad \text{if } Cx(t_-) + c = 0 \text{ かつ } \text{N-mode} \rightarrow \text{C-mode} \\ \text{CN-mode} \quad x(t) &= e_{cn} \\ &\quad \text{if } Cx(t_-) + c = 0 \text{ かつ } \text{C-mode} \rightarrow \text{N-mode} \dots\dots(12) \end{aligned}$$

$$A_n^c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} \end{bmatrix}, \quad a_n^c = \begin{bmatrix} 0 \\ f \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$A_c^c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a'_{21} & a'_{22} & a'_{23} & a'_{24} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 & 0 \\ 0 & a'_{42} & 0 & a'_{44} & a'_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} \end{bmatrix},$$

$$B_n^c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_c^c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix},$$

$$E_{nc} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad e_{nc} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sigma_n - \sigma_c \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$e_{cn} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sigma_n - \sigma_c \\ V_{Rn} - V_{Rc} \end{bmatrix}, \quad C = [10000], \quad c = \theta_c - \theta_{\min}$$

ただし,  $a_{ij}, a'_{ij}, b_i, f$  は式(7), 式(9)の第1,3式より得られる定数である。

ここで, 式(12)のNC-modeは, 非接触モードから接触モードに遷移する際の状態  $x$  のジャンプ現象を表す。これは式(7)の第5,6式に相当する。また, 第6式において式(11)より,  $\bar{\sigma}(t_-) = \sigma_n - \sigma_c$  が成り立っていることに注意する。逆に式(12)のCN-modeは, 式(11)で仮定した接触モードから非接触モードに遷移する際の状態  $x$  のジャンプを表す。

さらに, 式(12)をサンプリング時間  $h$  で離散化すると, 状態  $x$  のジャンプを含む離散時間区分的アファインモデルは, 離散変数  $I \in \{0, 1\}$  を付加することで次式のように表現できる。

$$\begin{aligned} \text{N-mode:} \quad & \begin{cases} x(k+1) = A_n x(k) + B_n u(k) + a_n \\ I(k+1) = I(k) \\ \text{if } Cx(k) + c \leq 0, \quad I(k) = 0 \end{cases} \\ \text{C-mode:} \quad & \begin{cases} x(k+1) = A_c x(k) + B_c u(k) \\ I(k+1) = I(k) \\ \text{if } Cx(k) + c > 0, \quad I(k) = 1 \end{cases} \\ \text{NC-mode:} \quad & \begin{cases} x(k+1) = A_c E_{nc} x(k) + A_c e_{nc} + B_c u(k) \\ I(k+1) = 1 \\ \text{if } Cx(k) + c > 0, \quad I(k) = 0 \end{cases} \\ \text{CN-mode:} \quad & \begin{cases} x(k+1) = A_n e_{cn} + B_n u(k) \\ I(k+1) = 0 \\ \text{if } Cx(k) + c \leq 0, \quad I(k) = 1 \end{cases} \dots\dots\dots(13) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} A_n &= e^{A_n^c h}, \quad B_n = \int_0^h e^{A_n^c \tau} d\tau B_n^c, \quad a_n = \int_0^h e^{A_n^c \tau} d\tau a_n^c \\ A_c &= e^{A_c^c h}, \quad B_c = \int_0^h e^{A_c^c \tau} d\tau B_c^c \end{aligned}$$

である。

3. モデル予測制御

本節では, 前節で得られた離散時間区分的アファインモデルに対して, モデル予測制御系を設計する手法を提案する。

時刻  $k$  を初期時刻とする時間区間  $[k, k+N-1]$  の評価関数

$$\begin{aligned} J(x(k), u) &= \sum_{i=k}^{k+N-1} \{x^T(i) Q x(i) + u^T(i) R u(i)\} \\ &\quad + x^T(k+N) P x(k+N) + \gamma N_s \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

を考える。ここで  $k$  は現時刻,  $N$  は最適制御区間(予測区

間)の終端時刻, 行列  $P$  は

$$P = A_c^T P A_c - A_c^T P B_c (R + B_c^T P B_c)^{-1} B_c^T P A_c + Q$$

を満たす正定行列,  $Q \geq 0, R > 0$  であり,  $N_s \in \{0, 1, \dots, N-2\}$  は, N-mode から NC-mode への最初の切り替わり時刻,  $\gamma > 0$  はその重み定数である。重み定数  $\gamma$  を大きく設定することによって,  $N_s$  を小さく, すなわち板に接触するまで到達時間を短くすることができる。また, つぎの入力拘束を課す。

$$u(k) = -(B_c^T P B_c + R)^{-1} B_c^T P A_c x(k) \quad \text{if C-mode} \dots \dots \dots (15)$$

これは, 接触モード時の入力最適レギュレータであることを想定している。  $N$  が十分大きいならば, 時間区間  $[k, k+N]$  内に, 状態  $x$  は C-mode の領域内にある原点を含むある不変集合に入る。したがって, 十分大きな  $N$  に対しては式 (14) の評価関数において

$$x^T(k+N) P x(k+N) = \min_u \sum_{i=k+N}^{\infty} \{x^T(i) Q x(i) + u^T(i) R u(i)\}$$

が成り立つ。よって, 式 (15) の入力が  $k+N$  時刻以降, 最適制御入力となる。それゆえ, 式 (15) の入力に固定することは評価関数 (14) を最小にするという観点を完全に無視するものではない。なお, 評価関数 (14) を最小にする接触モード時の厳密な制御則は, 一般に区分的アファイン関数の非線形制御則で与えられることが理論的に示されているが, その関数形は複雑であり, 実用的ではない。そこで, 本論文では上記の理由で接触モード時の入力を式 (15) に固定し, そのうえで評価関数を最小にする非接触時の制御入力を求める問題を考えることにする。このとき, つぎの仮定を設ける。

**仮定 3・1** 式 (15) のもとで C-mode の領域  $Cx + c > 0$  は不変集合である。

式 (15) で定める制御則は, 例えば PID 制御を含む一般の線形制御則の中で考えることができる。そして, 制御器の内部状態を C-mode に移行する時刻に定めておけば, 以下の議論は同様である。

さて, システム (13) は 4 モードであるので, 一般には時間区間  $[k, k+N]$  において  $4^N$  通りのモード系列が考えられる。しかし, 本問題では, 初期モードが N-mode のとき, N-mode から (NC-mode を経由して) C-mode への一回の切り替わりしか生じないモード系列の中から最適モード系列を求めればよいことに注意する。したがって, 考慮すべきモード系列は  $N-1$  通りでよい。そこで各状態は

$$\begin{aligned} Cx(i) + c &\leq 0, \quad i = k, k+1, \dots, k+N_s-1, \\ Cx(i) + c &> 0, \quad i = k+N_s, k+N_s+1, \dots, k+N-1 \dots \dots \dots (16) \end{aligned}$$

を満たさなくてはならないので,  $N_s$  を固定した最適制御問題

$$\min_{u_i(k+i), i=0, \dots, N_s} J(x(k), u_1) \quad \text{s.t. (13), (15), (16)} \dots \dots \dots (17)$$

を考える。この問題は厳密に凸な 2 次計画問題に帰着することができ (付録参照), 解を得ることが可能である。このときの最適制御入力を  $u_i^*(i, x(k), N_s), i = k, k+1, \dots, k+N_s$  とし, そのときの評価関数  $J^*(x(k), N_s)$  とおく。

こうして, 毎時刻  $k$  において, 状態  $x(k)$  を初期値とみなし

$$N_s^* = \arg \min_{N_s} J^*(x(k), N_s) \dots \dots \dots (18)$$

を求め, 一ステップ分の入力  $u_i^*(k, x(k), N_s^*)$  を印加し, 次時刻  $k+1$  において得られた状態  $x(k+1)$  に対して, 同様の手順を繰り返せばよい。

式 (18) は,  $N_s \in \{0, 1, \dots, N-2\}$  の個数と同じ,  $N-1$  個の 2 次計画問題を解き, それらの評価関数の最小値  $J^*(x(k), N_s)$  の中で最小となる場合の  $N_s$  を求めることを要求している。しかし, 毎時刻  $k$  において, 式 (18) をリアルタイムで解くのは一般のコンピュータの処理能力を考慮すると難しいであろう。そこで, 近似ではあるが, つぎのような簡易な手法をさらに提案する。

ステップ 1:  $x(0) = x_0$  を初期値として  $k=0$  の式 (18) の問題を解く。

ステップ 2: 時刻  $k$  において,  $N_s = N_s^* - k$  として式 (17) の問題を解き,  $u_i^*(i, x(k), N_s), i = k, k+1, \dots, k+N_s$ , および  $J^*(x(k), N_s)$  を求め,  $u_i^*(k, x(k), N_s)$  を制御対象に印加する。

ステップ 3:  $k$  を  $k+1$  としてステップ 2 を繰り返す。時刻  $N_s^*+1$  以後は, 制御入力 (15) に固定する。

上記のアルゴリズムでは,  $x(0) = x_0$  のときの  $N_s = N_s^*$  を利用して, 各時刻での  $N_s$  を設定することになっている。ステップ 2 で解く式 (17) の問題は 1 つの 2 次計画問題であり, 変数は  $N_s$  以下の 2 次計画問題を解けばよい。  $N_s$  の大きさによるが, オンラインで (数 ms ~ 数十 ms で) 解くことが可能である。なお, ステップ 2 において, 時刻  $k = N_s^* - 1$  で入力を 1 ステップ分印加した結果, モデル化誤差などにより  $Cx(k+1) + c > 0$  とならない場合には, 次時刻  $k = N_s^*$  のステップ 2 において  $N_s = 1$  と設定する。逆にある時刻  $k < N_s^* - 1$  で入力を 1 ステップ分印加した結果,  $Cx(k+1) + c > 0$  となった場合は次時刻  $k+1$  のステップ 2 において  $N_s = 0$  とすればよい。上記のアルゴリズムは, 鋼板の種類, 運転条件の変更に適応して, 非接触モードから接触モードへの最適な移動動作を計算する簡明な方法を与えている。

#### 4. シミュレーションによる検討

提案手法の有効性を確認するため, 3 章で述べたハイブリッドモデル予測制御 (以下, ハイブリッド法と呼ぶ) と一定値のトルクを与えてループを立ち上げ, ループと圧延

Table 1. Physical parameter values in the interstand tension and looper angle systems.

$J$	$2.16 \times 10^3$ [N·m <sup>2</sup> ]	$g$	$9.8$ [m/s <sup>2</sup> ]
$H$	$3.1 \times 10^{-3}$ [m]	$b$	$1.0$ [m]
$r$	$0.6$ [m]	$\rho$	$7.85 \times 10^3$ [kg/m <sup>3</sup> ]
$\beta$	$1.16\pi/180$ [rad]	$l$	$2.8$ [m]
$W_L$	$2.5 \times 10^3$ [kg]	$r_L$	$0.125$ [m]
$D$	$49.0$ [N·m·s]	$\theta_G$	$5.0\pi/180$ [rad]
$T_{ACR}$	$0.05$ [s]	$\theta_{min}$	$10\pi/180$ [rad]
$E$	$1.96$ [GPa]	$T_{ASR}$	$0.2$ [s]
$\varepsilon_1$	$0.1$	$\varepsilon_2$	$0.5$

Table 2. Operating point in the non-contact mode and the contact mode.

$\theta_c$	$20\pi/180$ [rad]	$\theta_n$	$10\pi/180$ [rad]
$\sigma_c$	$9.8$ [MPa]	$\sigma_n$	$9.8$ [MPa]
$T_{Lc}$	$4.20 \times 10^3$ [N·m]	$T_{Ln}$	$2.96 \times 10^3$ [N·m]
$V_{Rc}$	$9.29$ [m/s]	$V_{Rn}$	$9.29$ [m/s]

材が接触した後は最適制御則 (15) を用いる制御法 (以下、定数トルク法と呼ぶ) とを比較する数値シミュレーションを行う。ただし、簡単のため、提案手法については非接触モードについては3章のステップ1で求められる入力をそのままフィードフォワード入力として用い、接触モードでは定数トルク法と同様に最適制御則 (15) を用いることにする。本シミュレーションでは外乱を仮定していないので、このようにしても提案手法の制御性能の評価に問題は生じない。シミュレーションに用いた張力・ループ系の物理パラメータ値を Table 1 に示す。

また、連続時間区分的アファインモデルを得るにあたり、接触、非接触モードの代表動作点を Table 2 のように定めた。

なお、非接触モードの動作代表点のループ角度  $\theta_n$  は、ループが理想状態の圧延材に接触する角度  $\theta_{min}$  と一致させている。また、簡単のため、非接触モードの張力  $\sigma_n$  は接触モードの代表動作点における張力  $\sigma_c$  と一致させている。すなわち、このシミュレーションでは、張力を一定  $\sigma_n = \sigma_c = 9.8$  [MPa] に保ちながら、ループ角度を  $0^\circ$  (水平方向) の非接触モードにある初期状態から非接触モードの代表点のループ角度  $10^\circ$  を経て接触モードの代表点のループ角度  $20^\circ$  にする制御問題を扱う。

以上のようなパラメータ設定のもとで、式 (12) を用いて連続時間区分的アファインモデルを求め、サンプリング周期  $h$  を  $h=0.02$  [s] として離散時間区分的アファインモデルを導出した。初期状態は、接触時の動作代表点からの偏差となる

$$\bar{x}(0) = [\bar{\theta}(0) \ \dot{\bar{\theta}}(0) \ \bar{T}_L(0) \ \bar{\sigma}(0) \ \bar{V}_R(0)]^T \\ = [-0.3491 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

を用いる。ここで、ループ角度が  $0^\circ$  のときのトルクを  $K_3(0) = 3.05 \times 10^3$  [N·m] とした。また、ハイブリッド法の最

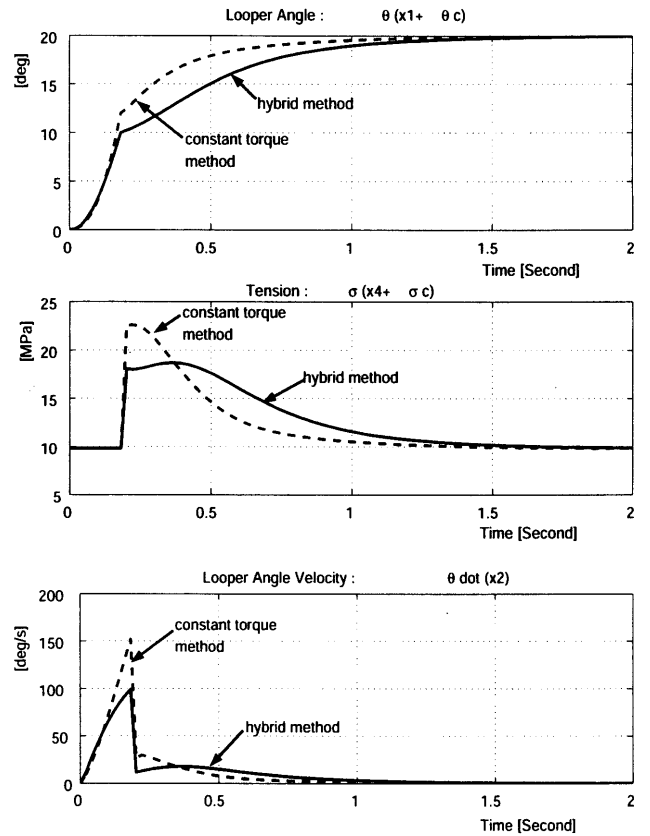


Fig. 3. Looper angle, interstand tension and looper angle velocity (the hybrid method and constant torque method).

適制御区間 (予測区間) は、 $N=200$  とした。また、定数トルク法では、接触してからは、ハイブリッド法と同じ評価関数の行列  $Q$  と  $R$  に基づく最適制御則 (15) を用いた。

Fig. 3, Fig. 4, Fig. 5 に、ハイブリッド法と定数トルク法を比較した結果を示す。

Fig. 3 は、制御量であるループ角度と張力、およびループ角速度のシミュレーション結果である。Fig. 3 に示されるように、提案法と定数トルク法ともに、 $0.18$  [s] ( $N^*=9$ ) に非接触モードから接触モードに遷移している。これは、提案法では評価関数(14)において  $\gamma = 8.2 \times 10^5$  とし、定数トルク法では接触するまでの定数トルクを、 $2.94 \times 10^3$  [N·m] と調整した結果である。

Fig. 4 は、ループトルク指令値とループトルクを示す。Fig. 3 および Fig. 4 から、定数トルク法では、接触前のトルク指令値が一定値であるためにモータトルクが接触に至るまで増加し続け、ループが加速を続けるのに対し、ハイブリッド法では、初期的に大きな指令値を加えたあと、接触状態に近づくにつれてトルク入力を小さくし、ループを減速させていることがわかる。その結果、ハイブリッド法では接触時の衝撃を和らげることができており、定数トルク法に比べて張力変動を低減できている。また、ハイブリッド法のトルク指令値は立ち上げ時には定数トルク法より大きくなっているが、これはループトルク制御系の遅れをカバーするためのもので、実際に発生したモータトルク

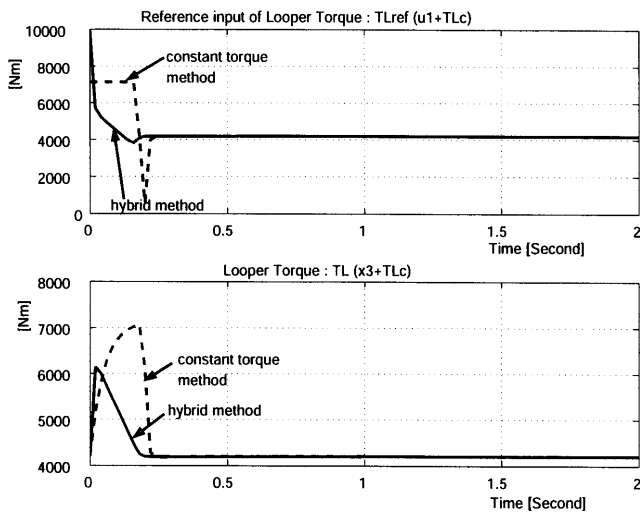


Fig. 4. Reference input of looper torque and looper torque (the hybrid method and constant torque method).

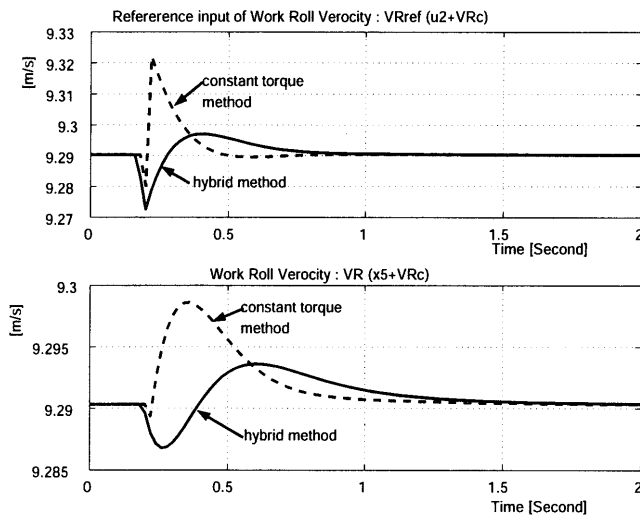


Fig. 5. Reference input of work roll velocity and work roll velocity (the hybrid method and constant torque method).

は定数トルク法より小さい値となっており、定数トルク法より効率のよい制御入力となっている。Fig. 5 は、ワークロール速度の指令値とワークロール速度を示す。Fig. 5 から、ワークロールの速度変動もハイブリッド法のほうが定数トルク法より小さく抑えられていることがわかる。

圧延材の寸法精度を高めるためには、張力変動は小さいほうが望ましい。ハイブリッド法は、従来法である定数トルク法とほぼ同じルーパの立ち上げ速度を確保しながら、接触による張力変動を抑制した優れた結果を示しているといえる。また、ハイブリッド法では、ルーパトルク、ワークロールとも変動が小さく抑えられており、従来法である定数トルク法より効率の良い制御が実現できている。

## 5. おわりに

本論文では、張力・ルーパ系の制御に対して、ハイブ

リッドモデルとしてのモデリング、および張力・ルーパ制御問題の特徴を利用した、新しい最適制御問題の設定・その解法を提案した。提案した制御手法は、モデル予測制御を前提とするものであるが、従来の非定常状態の制御である「パターン制御」のパターンを定常部分への遷移後も含めてオフラインで最適化し、定数トルク法に代えてフィードフォワード入力として用いることも可能である。この場合は計算量の制約を受けることもないので、現状の制御系においても実用性が高い。その有効性を数値シミュレーションによる定数トルク法との比較によって示した。

しかしながら、実用化に向けて依然、様々な課題が残されている。厳密な解を与える手法では、一般のコンピュータの処理能力ではリアルタイムに制御することは難しい。一方、近似解を与える手法では、オンラインでの計算は可能であるものの切替え時刻がシステムの状態に依存せず、ロバスト最適性という観点から改善が必要である。このような研究課題が残されているものの、本論文は、張力・ルーパ系のように本質的に不連続ダイナミクスを有する制御対象を如何に厳密にモデル化し、最適に制御するかという問題に対して一つの設計指針を与えており、鉄鋼プロセスにおける次世代の制御手法に向けた重要な基礎になるものと期待できる。本研究は、日本鉄鋼協会計測・制御・システム工学部会制御フォーラム、ハイブリッドシステムワーキンググループによる研究成果である。

## 文 献

- 1) K.Asano, K.Yamamoto, Y.Ichii and N.Nomura: *Trans. Soc. Instrum. Control Eng.*, **35-1** (1999), 113.
- 2) S.Nakano, K.Kobayashi, T.Moritaka, T.Kishimoto and Y.Anbe: *Tetsu-to-Hagané*, **70** (1984), S1103.
- 3) Y.Hayashi, S.Tanimoto, M.Saito, T.Hirokawa and K.Yabuuchi: *Tetsu-to-Hagané*, **71** (1985), S1147.
- 4) 田邊智彦, 小西正躬, 今井 純, 西 竜志: 電気・情報関連学会中国支部連合大会講演論文集, (2001), 9.
- 5) T.Tanabe, M.Konishi, J.Imai and T.Nishi: *CAMP-ISIJ*, **16** (2003), 306.
- 6) A.Bemporad and M.Morari: *Automatica*, **35** (1999), 407.
- 7) 「ハイブリッドシステム-システム制御への新たな視点総合特集号」, *Syst. Control*, **46-3** (2002).
- 8) K.Asano, K.Tsuda, A.Bemporad and M.Morari: *Syst. Control*, **46-3** (2002), 110.
- 9) J.Imura: *J. Soc. Instrum. Control Eng.*, **42-4** (2003), 308.
- 10) E.D.Sontag: *IEEE Trans. Automatic Control*, **26-2** (1981), 346.

## 付 録

### 2次計画問題への帰着

式 (14) の評価関数は、式 (15) の制御則および仮定 3・1 のもとで

$$J(x(k), u_1) = x^T(k+N_s+1)Px(k+N_s+1) + \sum_{i=k}^{k+N_s} \{x^T(i)Qx(i) + u^T(i)Ru(i)\} + \gamma N_s \dots (19)$$

と書き換えることができる。さらに

$$\hat{u}_k := \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_1(k+1) \\ \vdots \\ u_1(k+N_s) \end{bmatrix}, \quad \hat{x}_k := \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k+1) \\ \vdots \\ x(k+N_s+1) \end{bmatrix}$$

および  $\hat{Q} := \text{block.diag}[Q, \dots, Q, P]$ ,  $\hat{R} := \text{block.diag}[R, \dots, R]$  とおくと、評価関数 (19) は

$$J(x(k), \hat{u}_k) = \hat{x}_k^T \hat{Q} \hat{x}_k + \hat{u}_k^T \hat{R} \hat{u}_k + \gamma N_s \dots \dots \dots (20)$$

と書き換えることができる。よって

$$\hat{x}_k = \Gamma_1 x(k) + \Gamma_2 \hat{u}_k + \Gamma_3 \dots \dots \dots (21)$$

$$\Gamma_1 := \begin{bmatrix} I \\ A_n \\ \vdots \\ A_n^{N_s} \\ A_c E_{nc} A_n^{N_s} \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_2 := \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ B_n & \ddots & & & & \vdots \\ A_n B_n & B_n & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ A_n^{N_s-2} B_n & & \ddots & B_n & \ddots & \vdots \\ A_n^{N_s-1} B_n & & & A_n B_n & B_n & 0 \\ A_c E_{nc} A_n^{N_s-1} B_n & \dots & \dots & \dots & A_c E_{nc} A_n B_n & B_c \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_3 := \begin{bmatrix} 0 \\ a_n \\ A_n a_n + a_n \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^{N_s-1} A_n^i a_n \\ A_c E_{nc} \sum_{i=0}^{N_s-1} (A_n^i a_n) + A_c e_{nc} \end{bmatrix}$$

を式 (20) に代入すると

$$J(x(k), \hat{u}_k) = \hat{u}_k^T H \hat{u}_k + 2 \hat{u}_k^T (F x(k) + \Gamma_2^T \hat{Q} \Gamma_3) + x^T(k) G x(k) + 2 \Gamma_3^T \hat{Q} \Gamma_1 x(k) + \Gamma_3^T \hat{Q} \Gamma_3 + \gamma N_s \dots \dots \dots (22)$$

を得る。ここで

$$H := \Gamma_2^T \hat{Q} \Gamma_2 + \hat{R}, \quad F := \Gamma_2^T \hat{Q} \Gamma_1, \quad G := \Gamma_1^T \hat{Q} \Gamma_1$$

である。一方、式(21)に注意して拘束条件として式(16)を書き換えると

$$\hat{C} \Gamma_2 \hat{u}_k + (\hat{C} \Gamma_1 x(k) + \hat{C} \Gamma_3 + \hat{c}) < 0 \dots \dots \dots (23)$$

$$\hat{C} := \begin{bmatrix} C & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & C & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & -C & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & -C \end{bmatrix}, \quad \hat{c} := \begin{bmatrix} c \\ \vdots \\ c \\ -c + \varepsilon \\ -c + \varepsilon \end{bmatrix}$$

を得る。ここで  $\varepsilon$  は十分小さな正数で  $Cx(k+i)+c > 0, i=N_s, N_s+1$  を表すのに用いている。また  $Cx(i)+c > 0, i=k+N_s+2, \dots, k+N-1$  の条件は仮定 3・1 より満たされているので、この 2 次計画問題では考慮していないことに注意されたい。

こうして、 $Q \geq 0, P > 0, R > 0$  より  $H$  も正定であることから、式 (22), (23) は  $\hat{u}_k$  に関して厳密に凸な 2 次計画問題である。