

# 交流電磁気力により励起される疎密波の強度および分布の制御

王 強\*・岩井 一彦\*<sup>2</sup>・浅井 滋生\*<sup>2</sup>

Control of Intensity and Distribution of Compression Waves Excited by Alternating Electromagnetic Force

Qiang WANG, Kazuhiko IWAI and Shigeo ASAI

**Synopsis :** Compression waves have a lot of useful functions such as refinement of solidified structures and promotion of reaction rate. In order to extend the effective use of these functions, the control of intensity and distribution of compression waves in a liquid metal is indispensable. The intensity and the distribution of compression waves excited by the simultaneous imposition of a static magnetic field and an alternating current were studied. Transmission and reflection coefficients of magneto-acoustic waves at the interface between two media set in a high static magnetic field were calculated as a function of their physical properties. Moreover, the theoretical predictions on the distribution and the intensity of the compression waves in a liquid metal were derived based on electromagnetic field theory and compressible fluid dynamics for the system composed of a liquid metal and a solid. The intensities of the compression waves in a liquid metal were also measured under the different experimental conditions and compared with the theoretical predictions. Based on these results, the effect of operating parameters such as the frequency of an alternating current and the thickness of a solid layer on the distribution and the intensity of the compression waves were discussed.

**Key words:** compression waves; magneto-acoustic waves; steel making; refining; electromagnetic processing of materials.

## 1. 緒言

溶湯の振動は凝固組織の微細化、精錬反応の促進を初めとする種々の冶金的效果<sup>1-6)</sup>を有することが知られている。例えば、Vivès<sup>4)</sup>やRadjaiら<sup>5)</sup>は凝固中のアルミニウム合金に交流電磁気力を印加することにより凝固組織が微細化することを示した。しかしながら、この方法では溶融金属全体を振動させることが必要となり、工業化には問題がある。一方、電歪あるいは磁歪振動子を用いて発生させた振動を疎密波として液体金属内に導入する方法<sup>7,8)</sup>についてさまざまな研究が行われているものの、この場合、発生可能な出力に制限があること、高温環境に耐えうる振動子や伝達子が存在しないこと等の問題点がある。そこで、交流電磁気力を用いて液体金属内に疎密波を直接生成させる方法について研究がなされてきた<sup>9-11)</sup>。この方法は出力の制約がないこと、伝達子を必要としないこと等、高温融体を対象としたプロセスに適している。天野ら<sup>9)</sup>は高周波磁場を用いて液体金属内に疎密波を非接触生成できることを実験で示すとともに、理論解析によって液体金属内の疎密波分布に及ぼす操作変数の効果について明らかにした。交流電磁気力の発生方法についても検討がなされ、静磁場と交流磁場の重畳印加<sup>10)</sup>、あるいは静磁場と交流電流の重畳印加<sup>11)</sup>

によっても疎密波が生成可能であることが実験によって示された。とくに、前者の方法では1気圧を越える圧力変動が観察され<sup>10)</sup>、脱ガスプロセスへの適用が期待できる。また、後者の方法では振動が有する組織微細化機能の一例として錫-鉛合金を用いて凝固組織が微細化できることが報告された<sup>11)</sup>。

振動が有する機能を有効に利用するためには、精錬では液体金属内部における疎密波強度とその分布が、凝固では固液界面における疎密波強度が、それぞれ重要となる。一方、通常の精錬系では容器と液体金属全体とで構成されており、一方向凝固のような鑄造系では液相が徐々に固相へと相変態していくため、液体は減少する。そこでは、両者とも液体金属が固体と接する系となっている。

本研究では、液体金属が有限長の固体と接している系において、液体金属内の疎密波分布や固液界面における強度を制御することを目的として、固体厚みや電磁気力の強度、周波数等の操作変数が疎密波の強度や分布に及ぼす効果について理論解析と実験を行ったので報告する。

平成13年1月18日受付 平成13年4月24日受理 (Received on Jan. 18, 2001; Accepted on Apr. 24, 2001)

\* 名古屋大学大学院生 (Graduate Student, Nagoya University)

\*<sup>2</sup> 名古屋大学大学院工学研究科 (Graduate School of Engineering, Nagoya University, Furo-cho Chikusa-ku Nagoya 464-8603)

## 2. 理論解析

### 2.1 磁気音波の反射と透過

異なる媒質の境界面において、疎密波は一部透過し、残りは反射する。疎密波の解析を行うに当って、透過率、反射率は境界条件と密接に関係する重要なパラメータである。一方、疎密波が導電性流体中を磁力線と垂直に伝播する場合は、流体要素の運動方向が磁場と直交するために電磁気力が生じ、通常の疎密波ではなく磁気音波となる。通常の疎密波の透過率、反射率はよく知られているが、磁気音波のそれについては必ずしも明らかでない。ここでは解析により磁気音波の透過率、反射率の理論式を導出する。

$z$ 方向に均一な静磁場  $B_{DC}i_z$  中に置かれた導電性の圧縮性流体（電気伝導度  $\sigma$ 、透磁率  $\mu_0$ 、密度  $\rho_0$ 、圧力  $p_0$ ）に微小な攪乱が生じたとする。

$$v_x = v_0 + v_x(x, t) = 0 + v_x(x, t) \dots\dots\dots (1)$$

$$\rho' = \rho_0 + \rho(x, t) \dots\dots\dots (2)$$

$$p' = p_0 + p(x, t) \dots\dots\dots (3)$$

$$B'i_z = B_{DC}i_z + b_z(x, t)i_z \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $v_x$ 、 $\rho'$ 、 $p'$ 、 $B'$ はそれぞれ、速度、密度、圧力、磁束密度の瞬時値、 $v_x$ 、 $\rho$ 、 $p$ 、 $b_z$ はそれぞれ、速度、密度、圧力、磁束密度の摂動量であり、 $\rho_0 \gg |\rho|$ 、 $|B_{DC}| \gg |b_z|$ とする。また、一次元の連続の方程式と  $x$ 方向の外力  $F_x$ を含むオイラーの運動方程式は次のように書ける。

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial(\rho'v_x)}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

$$\rho' \left( \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p'}{\partial x} + F_x \dots\dots\dots (6)$$

ここで、外力  $F_x$ は位置  $x$ と時間  $t$ の関数である。流体の電気伝導度が十分大きい ( $\sigma \rightarrow \infty$ ) との仮定の下、オームの法則、ファラデーの法則と線形化した(5)式から、(7)式が得られる。

$$\frac{b_z}{B_{DC}} = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{\rho_0 c^2} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $c$  ( $= \sqrt{\partial p / \partial \rho}|_{\text{isentropic}}$ )は通常の疎密波の伝播速度を表す。(7)式は磁場の擾乱が流体の密度、圧力の変化に伴って変動することを示している。

一方、磁場  $B'i_z$  中にある導電性流体要素が速度  $v_x i_x$  で運動することにより、誘導電流  $J_m i_y$  が生じる。このときの電磁気力  $F_m i_x$  は次式で示される。

$$F_m i_x = J_m i_y \times (B_{DC} + b_z) i_z \approx - \frac{B_{DC}}{\mu_0} \frac{\partial b_z}{\partial x} i_x \dots\dots\dots (8)$$

(8)式で得られた電磁気力  $F_m i_x$  を外力  $F_x i_x$  として(6)式に代入し、(7)式を用いて  $b_z$  を含む項を消去すると、(9)式を得る。

$$\rho_0 c^2 \frac{\partial v_x}{\partial t} = -a^2 \frac{\partial p}{\partial x} \dots\dots\dots (9)$$

式中の  $a$  ( $= \sqrt{c^2 + B_{DC}^2 / (\rho_0 \mu_0)}$ ) は磁気音波の伝播速度である。すなわち、電磁気力  $F_m i_x$  が作用する場合、流体内の疎密波伝播速度は無磁場の場合よりも大きくなる。

$x$ 方向に伝播する角周波数  $\omega$  の一次元磁気音波の圧力と速度は次のように書ける。

$$p = \sqrt{2} p_e e^{j(kx - \omega t)} \dots\dots\dots (10)$$

$$v_x = \sqrt{2} v_e e^{j(kx - \omega t)} \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 $p_e$ 、 $v_e$  は圧力と速度の実効値であり、 $k$  ( $= \omega/a$ ) は波数である。(9)式から磁気音波の圧力と速度は次式で関係づけられる。

$$p = \rho_0 a v_x \left( \frac{c}{a} \right)^2 \dots\dots\dots (12)$$

したがって、単位時間に単位断面積を透過する磁気音波のエネルギー  $I$  は次のように求められる。

$$I = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} p v_x dt = \rho_0 a \left( \frac{c}{a} \right)^2 v_e^2 = \frac{p_e^2}{\rho_0 a \left( \frac{c}{a} \right)^2} \dots\dots\dots (13)$$

媒質1から媒質2の境界面に垂直入射した磁気音波 ( $p_i, v_i$ ) の一部は媒質2へと透過し ( $p_t, v_t$ )、残りは反射する ( $p_r, v_r$ )。すなわち、媒質1では入射波と反射波が、媒質2では透過波が存在する。

$$p_1 = p_i + p_r \dots\dots\dots (14)$$

$$v_{x1} = v_i - v_r \dots\dots\dots (15)$$

$$p_2 = p_t \dots\dots\dots (16)$$

$$v_{x2} = v_t \dots\dots\dots (17)$$

ここで、(12)式を用いれば、 $v_i, v_r, v_t$  と  $p_i, p_r, p_t$  は次のように複素表示される。

$$v_i = \sqrt{2} v_{ie} e^{j(\omega t - k_i x)} \dots\dots\dots (18)$$

$$p_i = \sqrt{2} \rho_{01} c_1 \frac{c_1}{a_1} v_{ie} e^{j(\omega t - k_i x)} \dots\dots\dots (19)$$

$$v_r = \sqrt{2} v_{re} e^{j(\omega t + k_1 x + \phi_r)} \dots (20)$$

$$p_r = \sqrt{2} \rho_{01} c_1 \frac{c_1}{a_1} v_{re} e^{j(\omega t + k_1 x + \phi_r)} \dots (21)$$

$$v_t = \sqrt{2} v_{te} e^{j(\omega t - k_2 x + \phi_t)} \dots (22)$$

$$p_t = \sqrt{2} \rho_{02} c_2 \frac{c_2}{a_2} v_{te} e^{j(\omega t - k_2 x + \phi_t)} \dots (23)$$

式中、 $v_{ie}$ ,  $v_{re}$ ,  $v_{te}$ は入射波、反射波、透過波それぞれ流体要素の運動速度の実効値であり、 $\phi_r$ ,  $\phi_t$ は反射波、透過波の位相である。

一方、境界面において圧力と速度は等しい。

$$p_1 = p_2 \dots (24)$$

$$v_{x1} = v_{x2} \dots (25)$$

よって、磁気音波の反射率  $r$  と透過率  $\tau$  は(13)~(25)式を使って次式のように求まる。

$$r = \frac{I_r}{I_i} = \frac{\left( \rho_{02} c_2 \frac{c_2}{a_2} - \rho_{01} c_1 \frac{c_1}{a_1} \right)^2}{\left( \rho_{02} c_2 \frac{c_2}{a_2} + \rho_{01} c_1 \frac{c_1}{a_1} \right)^2} \dots (26)$$

$$\tau = \frac{I_t}{I_i} = \frac{4 \rho_{01} c_1 \frac{c_1}{a_1} \cdot \rho_{02} c_2 \frac{c_2}{a_2}}{\left( \rho_{02} c_2 \frac{c_2}{a_2} + \rho_{01} c_1 \frac{c_1}{a_1} \right)^2} \dots (27)$$

(26), (27)式から、磁気音波の反射率と透過率は媒質の音響抵抗のみならず、疎密波と磁気音波の伝播速度の比にも依存することが分かる。完全導体である媒質1と完全導体あるいは絶縁体である媒質2とが接している場合の磁気音波の入射波、反射波、透過波の大きさおよび境界面での反射率と透過率をまとめてTable 1に示す。媒質1, 媒質2が共に完全導体の場合について考察する。速度振幅が  $p_i/\xi_1$ , 圧力振幅が  $p_i$  の入射波は境界面において、速度振幅

$[(\xi_1 - \xi_2)/(\xi_1 + \xi_2)][p_i/\xi_1]$ , 圧力振幅  $[(\xi_2 - \xi_1)/(\xi_1 + \xi_2)]p_i$  の反射波と速度振幅  $[2\xi_1/(\xi_1 + \xi_2)][p_i/\xi_1]$ , 圧力振幅  $[2\xi_2/(\xi_1 + \xi_2)]p_i$  の透過波とに分かれる。そのときの反射率、透過率はそれぞれ、 $(\xi_2 - \xi_1)^2/(\xi_1 + \xi_2)^2$  と  $4\xi_1\xi_2/(\xi_1 + \xi_2)^2$  とである。 $\xi_1 \gg \xi_2$ であれば透過率は零に漸近し、波動は媒質2に伝播しない。このとき、反射波の速度成分は入射波と同一、圧力成分は同一振幅で符号が反転するので、境界面は速度に対して腹、圧力に対して節となる。他の条件においても同様の考察ができる。また、Table 2に代表的な物質の音響抵抗、疎密波の伝播速度および磁気音波と疎密波の伝播速度との比を示す。磁気音波として伝播するのは電気伝導性物質中であるが、液体金属の場合10Tにおいても磁気音波の伝播速度は疎密波のそれとほとんど差異がない。

### 2.2 液体金属内疎密波の生成と伝播

Fig. 1に示すように、 $z$ 方向の静磁場  $B_{DC}i_z$  を印加した長さ  $l_1$  の液体金属 (密度  $\rho_{01}$ , 電気伝導度  $\sigma_1$ , 透磁率  $\mu_0$ ) と長さ  $l_2$  の固体 (密度  $\rho_{02}$ , 電気伝導度  $\sigma_2$  ( $\sigma_2 \rightarrow \infty$  あるいは  $\sigma_2 = 0$ ), 透磁率  $\mu_0$ ) が空気中に置かれている系を解析対象とする。液体金属の一端 ( $y-z$ 平面) に  $y$ 方向の交流電流  $\sqrt{2} J_{AC} \cos(\omega t) i_y$  を通電すれば  $x$ 方向の交流電磁気力  $F_{AC} i_x$  が生じる。ここで、電磁浸透厚  $\delta$  ( $\equiv \sqrt{2/(\sigma_1 \omega \mu_0)}$ ) は液体金属長さ  $l_1$  より十分小さい ( $\delta \ll l_1$ ) もとする。

$$F_{AC} = \sqrt{2} J_{AC} B_{DC} \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) \cos\left(-\frac{x}{\delta} + \omega t\right) \dots (28)$$

液体金属表面から電磁浸透厚近傍までの領域においては疎密が電磁気力によって誘起され、磁場と力の方向が垂直であるので、それは磁気音波として液体金属内を伝播する。固液界面においてその一部は反射し、残りは固体内へ透過する。反射した磁気音波は液体金属表面に到達するが、空気と液体金属との音響抵抗には大きな差があるため、Table 3から分かるように、液体金属と空気との界面でほぼ全反射する。すなわち、液体金属に接している空気への波動の透過は無視する。一方、透過波は固体が導電性物質であれば磁気音波として、絶縁性物質であれば通常の疎密

Table 1. Reflection and transmission of magneto-acoustic waves at an interface and the reflection and transmission coefficients.

electrical conductivities of media	incident waves	reflected waves	transmitted waves	reflection coefficient $r$	transmission coefficient $\tau$	loop or node for pressure and velocity at interface		
						loop	node	
$\sigma_1 \rightarrow \infty$ $\sigma_2 \rightarrow \infty$	velocity	$\frac{p_i}{\xi_1}$	$\frac{\xi_1 - \xi_2}{\xi_1 + \xi_2} \frac{p_i}{\xi_1}$	$\frac{2\xi_1 - p_i}{\xi_1 + \xi_2} \frac{p_i}{\xi_1}$	$\frac{(\xi_1 - \xi_2)^2}{(\xi_1 + \xi_2)^2}$	$\frac{4\xi_1\xi_2}{(\xi_1 + \xi_2)^2}$	loop ( $\xi_1 \gg \xi_2$ )	node ( $\xi_1 \ll \xi_2$ )
	pressure	$p_i$	$\frac{\xi_2 - \xi_1}{\xi_1 + \xi_2} p_i$	$\frac{2\xi_2}{\xi_1 + \xi_2} p_i$			node ( $\xi_1 \gg \xi_2$ )	loop ( $\xi_1 \ll \xi_2$ )
$\sigma_1 \rightarrow \infty$ $\sigma_2 = 0$	velocity	$\frac{p_i}{\xi_1}$	$\frac{\xi_1 - \eta_2}{\xi_1 + \eta_2} \frac{p_i}{\xi_1}$	$\frac{2\xi_1 - p_i}{\xi_1 + \eta_2} \frac{p_i}{\xi_1}$	$\frac{(\xi_1 - \eta_2)^2}{(\xi_1 + \xi_2)^2}$	$\frac{4\xi_1\eta_2}{(\xi_1 + \eta_2)^2}$	loop ( $\xi_1 \gg \eta_2$ )	node ( $\xi_1 \ll \eta_2$ )
	pressure	$p_i$	$\frac{\eta_2 - \xi_1}{\xi_1 + \eta_2} p_i$	$\frac{2\eta_2}{\xi_1 + \eta_2} p_i$			node ( $\xi_1 \gg \eta_2$ )	loop ( $\xi_1 \ll \eta_2$ )
definitions of $\xi_1, \xi_2, \eta_2, a_1, a_2$	$\xi_1 \equiv \rho_{01} c_1 \frac{c_1}{a_1}, \xi_2 \equiv \rho_{02} c_2 \frac{c_2}{a_2}, \eta_2 \equiv \rho_{02} c_2, a_1 = \sqrt{c_1^2 + \frac{B_{DC}^2}{\rho_{01} \mu_0}}, a_2 = \sqrt{c_2^2 + \frac{B_{DC}^2}{\rho_{02} \mu_0}}$							

Table 2. Physical properties<sup>6,12-13)</sup> of various materials and ratios of the propagation velocity of magneto-acoustic waves (a) to that of compression waves (c) at 10 T.

material	liquid Ga	liquid Fe	liquid Al	solid Fe	solid Al	solid Cu	glass	ceramic (TiO <sub>2</sub> /BaO)	acrylic resin	air
density $\rho_0$ (kgm <sup>-3</sup> )	6090	7020	2390	7870	2700	8930	1000~5000	5560	1180	1.29
sound velocity $c$ (ms <sup>-1</sup> )	2740	3850	4650	5950	6420	4700	3000~6000	5300	2640	330
specific acoustic resistance $\rho_0 c$ (kgm <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup> )	$1.67 \times 10^7$	$2.70 \times 10^7$	$1.07 \times 10^7$	$4.60 \times 10^7$	$1.73 \times 10^7$	$4.20 \times 10^7$	$10^6 \sim 10^7$	$2.90 \times 10^7$	$3.12 \times 10^6$	$4.26 \times 10^2$
a/c at 10T (-)	1.001	1.000	1.001	-	-	-	-	-	-	-

Table 3. Reflection and transmission coefficients of compression waves at the interface between two media.

medium 1 medium 2	liquid Fe			liquid Al			liquid Ga			solid Fe	solid Al	TiO <sub>2</sub> /BaO
	solid Fe	TiO <sub>2</sub> /BaO	air	solid Al	TiO <sub>2</sub> /BaO	air	solid Cu	acrylic resin	air	air	air	TiO <sub>2</sub> /BaO
reflection coefficient $r$	0.068	0.001	1.000	0.056	0.212	1.000	0.186	0.469	1.000	1.000	1.000	1.000
transmission coefficient $\tau$	0.932	0.999	0	0.944	0.788	0	0.814	0.531	0	0	0	0

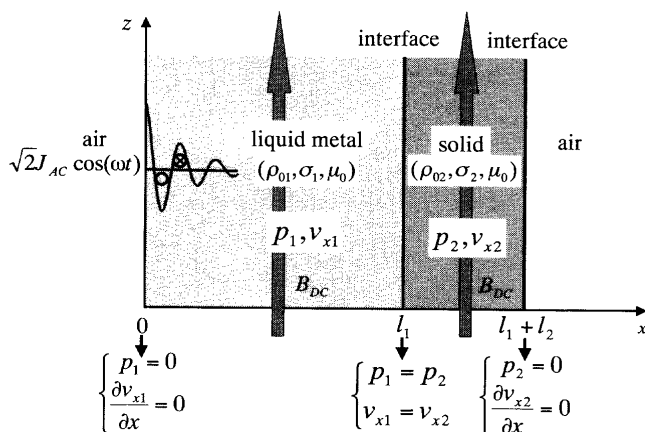


Fig. 1. Analytical system and boundary conditions.

波として固体内を伝播し、固体と空気との界面に到達する。この界面では先ほどと同じ理由で波動は全反射するので、固体から空気への波動の透過は無視できる。したがって、ここでは静磁場中に置かれた液体金属と固体中を伝播する磁気音波（固体が絶縁体の場合は疎密波）を解析対象とする。

液体金属に対する磁気音波の速度と圧力に関する伝播方程式は(6)式の  $F_x$  に(28)式から計算される  $F_{AC}$  と(8)式から計算される  $F_{m1}$  の和を代入し、(5)、(6)式を整理することにより得られる。

$$\frac{\partial^2 v_{x1}}{\partial t^2} - a_1^2 \frac{\partial^2 v_{x1}}{\partial x^2} = \frac{1}{\rho_{01}} \frac{\partial F_{AC}}{\partial t}$$

$$= -\frac{\sqrt{2} J_{AC} B_{DC} \omega}{\rho_{01}} \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) \sin\left(-\frac{x}{\delta} + \omega t\right) \dots \dots \dots (29)$$

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} - a_1^2 \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} = -c_1^2 \frac{\partial F_{AC}}{\partial x}$$

$$= -\frac{-2c_1^2 J_{AC} B_{DC}}{\delta} \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) \sin\left(-\frac{x}{\delta} + \omega t - \frac{\pi}{4}\right) \dots \dots \dots (30)$$

同様に、固体内の波動方程式は次式となる。

$$\frac{\partial^2 v_{x2}}{\partial t^2} - a_2^2 \frac{\partial^2 v_{x2}}{\partial x^2} = 0 \dots \dots \dots (31)$$

$$\frac{\partial^2 p_2}{\partial t^2} - a_2^2 \frac{\partial^2 p_2}{\partial x^2} = 0 \dots \dots \dots (32)$$

ただし、ここでは固体を電気伝導性物質として、疎密波の伝播速度は磁気音波の値、 $a$  を使って記述してあるが、絶縁性物質の場合はそれを通常の疎密波の伝播速度、 $c$  で置き換えるものとする。液体金属、あるいは固体の音響抵抗は空気のそれに比べて大きいので、空気と液体金属、あるいは空気と固体とが接する位置( $x=0, x=l_1+l_2$ )における境界条件は圧力に対しては節、速度に対しては腹となる。液体金属と固体との境界面( $x=l_1$ )では速度、圧力の連続性が成立する。

$$p_1|_{x=0} = 0 \dots \dots \dots (33)$$

$$\frac{\partial v_{x1}}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \dots \dots \dots (34)$$

$$p_2|_{x=l_1+l_2} = 0 \dots \dots \dots (35)$$

$$\frac{\partial v_{x2}}{\partial x} \Big|_{x=l_1+l_2} = 0 \dots \dots \dots (36)$$

$$p_1|_{x=l_1} = p_2|_{x=l_1} \dots\dots\dots (37)$$

$$v_{x1}|_{x=l_1} = v_{x2}|_{x=l_1} \dots\dots\dots (38)$$

(33)~(38)式の境界条件を使って、液体金属内における磁気音波の圧力  $p_1$  と速度  $v_{x1}$  および固体内における磁気音波 (疎密波) の圧力  $p_2$  と速度  $v_{x2}$  の周期定常解が次のように導出できる。

$$p_1 = P_m \frac{N}{\sqrt{1+M^2}} \left[ \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) \sin\left(-\frac{x}{\delta} + \omega t - \phi\right) - \frac{E \cos(k_1 x - \psi)}{|L|} \sin(\omega t - \phi) \right] \dots\dots\dots (39)$$

$$v_{x1} = \frac{P_m}{\rho_{01} a_1} \frac{M}{\sqrt{1+M^2}} \left[ \frac{1}{\sqrt{M}} \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) \sin\left(-\frac{x}{\delta} + \omega t + \frac{\pi}{4} - \phi\right) + \frac{E \sin(k_1 x - \psi)}{|L|} \cos(\omega t - \phi) \right] \dots\dots\dots (40)$$

$$p_2 = P_m \frac{N}{\sqrt{1+M^2}} \frac{\sin(k_2 x - k_2 l_1 - k_2 l_2)}{|L|} \sin(\omega t - \phi) \dots\dots (41)$$

$$v_{x2} = -\frac{P_m}{\rho_{02} a_2} \frac{M}{\sqrt{1+M^2}} \frac{\cos(k_2 x - k_2 l_1 - k_2 l_2)}{|L|} \cos(\omega t - \phi) \dots\dots\dots (42)$$

$$E = \sqrt{\sin^2(k_2 l_2) + \gamma^2 \cos^2(k_2 l_2)} \dots\dots\dots (43)$$

$$L = \cos(k_1 l_1) \sin(k_2 l_2) - \gamma \sin(k_1 l_1) \cos(k_2 l_2) \dots\dots\dots (44)$$

$$\cos(k_1 l_1 - \psi) = \pm \sin(k_2 l_2) \dots\dots\dots (45)$$

$$\sin(k_1 l_1 - \psi) = \mp \cos(k_2 l_2) \dots\dots\dots (46)$$

なお、(45)、(46)式において、 $L > 0$  のときは上の符号を、 $L < 0$  のときは下の符号を取る。また、 $P_m = \delta B_{DC} J_{AC}$ 、 $N = 2c_1^2 / (\delta^2 \omega^2)$ 、 $M = 2a_1^2 / (\delta^2 \omega^2)$ 、 $\phi = \tan^{-1} M + \pi/4$ 、 $k_1 = \omega/a_1$ 、 $k_2 = \omega/a_2$ 、 $\gamma = [\rho_{01} a_1 (c_1/a_1)^2] / [\rho_{02} a_2 (c_2/a_2)^2]$  である。

生成した磁気音波は電磁気力  $F_{AC}$  の働く範囲以外では定在波となり、その強度は印加した電磁気力の強度に比例する。また、次式を満足すれば固液界面では圧力が腹、速度は節となる。

$$l_2 = \frac{m\pi - \pi/2}{k_2} = l_{2l} + (m-1)\Delta l_2 \dots\dots\dots (47)$$

ここで、 $m$  は自然数、 $l_{2l} = \pi / (2k_2)$ 、 $\Delta l_2 = \pi / k_2$  である。

一方、固液界面において圧力を節、速度を腹としたければ、以下の式を満たす操作条件とすればよい。

Table 4. Solid thickness to be a loop and a node of pressure at solid-liquid interface and liquid length for resonance.

frequency (Hz)	boundary conditions							
	loop for pressure at interface				node for pressure at interface			
	liquid Ga and solid Cu		liquid Ga and acrylic resin		liquid Ga and solid Cu		liquid Ga and acrylic resin	
	$l_{2l}$ (m)	$\Delta l_2$ (m)	$l_{2l}$ (m)	$\Delta l_2$ (m)	$l_{2n}$ (m)	$\Delta l_2$ (m)	$l_{2n}$ (m)	$\Delta l_2$ (m)
$10^3$	1.2	2.4	0.66	1.3	2.4	2.4	1.3	1.3
$10^4$	0.12	0.24	0.066	0.13	0.24	0.24	0.13	0.13
$10^5$	0.012	0.024	0.0066	0.013	0.024	0.024	0.013	0.013
frequency (Hz)	resonance condition in liquid Ga				resonance condition in liquid Ga			
	$l_{10}$ (m)		$\Delta l_1$ (m)		$l_{10}$ (m)		$\Delta l_1$ (m)	
$10^3$	0.69		1.4		1.4		1.4	
$10^4$	0.069		0.14		0.14		0.14	
$10^5$	0.0069		0.014		0.014		0.014	

$$l_2 = \frac{m\pi}{k_2} = l_{2n} + (m-1)\Delta l_2 \dots\dots\dots (48)$$

ここで、 $l_{2l} = \Delta l_2 = \pi / k_2$  である。

また、 $L = 0$  であれば、液体金属内に磁気音波の共振が起こることになる。Table 4には液体ガリウムと固体 (銅、あるいはアクリル) の固液界面で、圧力が節あるいは腹となる固体の長さを示すとともに、そのような境界条件下で共振が起こる場合の液長 ( $l_1 = l_{10} + (n-1)\Delta l_1$ 、 $n$ : 自然数) を併せて示す。また Table 5は溶融鉄と固体 (鉄、あるいはセラミックス(TiO<sub>2</sub>/BaO))、溶融アルミニウムと固体 (アルミニウム、あるいはセラミックス(TiO<sub>2</sub>/BaO)) に対して、同様の計算を行った結果を示す。これらの計算においては Table 2に示した物性値を用いた。周波数が高くなるにつれて、固液界面の圧力状態 (腹、あるいは節) は固体長さに影響を受けやすくなることが分かる。

### 3. 実験および考察

#### 3.1 実験の装置および方法

実験装置の概略図を Fig. 2に示す。容器は2種類を用意した。いずれも、短辺側壁の一つが銅製、残りの側壁および底板はアクリル製である。容器1は液体ガリウムの長さが44 mm、銅製側壁の厚みが21 mm (合計65 mm)、容器2は液体ガリウムの長さが63 mm、銅製側壁の厚みが2 mm (合計65 mm) で、両者とも内寸幅は24 mmである。それぞれの容器に液体ガリウムを高さ45 mmまで満たし、鉛直上向きに10 Tの静磁場を印加した状態で、アクリル製短辺側壁近傍に浸漬した一對の銅電極を通して所定の交流電流をガリウムに通電した。そして、液体ガリウム内に設置したセンサーによって、疎密波の圧力を計測した。

#### 3.2 実験結果および考察

容器1を用いて、電極側の容器壁から27 mmの位置で測定した圧力を Fig. 3に示す。なお、静磁場の磁束密度は10 T、交流電流の周波数は2 kHzで一定とし、電流値を変

Table 5. Solid thickness to be a loop and a node of pressure at solid-liquid interface and liquid length for resonance.

frequency (Hz)	boundary conditions											
	loop for pressure at interface						node for pressure at interface					
	liquid Fe and solid Fe		liquid metal (Fe or Al) and ceramics		liquid Al and solid Al		liquid Fe and solid Fe		liquid metal (Fe or Al) and ceramics		liquid Al and solid Al	
	$l_{2l}$ (m)	$\Delta l_2$ (m)	$l_{2l}$ (m)	$\Delta l_2$ (m)	$l_{2l}$ (m)	$\Delta l_2$ (m)	$l_{2n}$ (m)	$\Delta l_2$ (m)	$l_{2n}$ (m)	$\Delta l_2$ (m)	$l_{2n}$ (m)	$\Delta l_2$ (m)
$10^3$	1.2	2.5	1.3	2.7	1.6	3.2	2.5	2.5	2.7	2.7	3.2	3.2
$10^4$	0.12	0.25	0.13	0.27	0.16	0.32	0.25	0.25	0.27	0.27	0.32	0.32
$10^5$	0.012	0.025	0.013	0.027	0.016	0.032	0.025	0.025	0.027	0.027	0.032	0.032
frequency (Hz)	resonance condition						resonance condition					
	liquid Fe			liquid Al			liquid Fe			liquid Al		
	$l_{10}$ (m)	$\Delta l_1$ (m)	$l_{10}$ (m)	$\Delta l_1$ (m)	$l_{10}$ (m)	$\Delta l_1$ (m)	$l_{10}$ (m)	$\Delta l_1$ (m)	$l_{10}$ (m)	$\Delta l_1$ (m)	$l_{10}$ (m)	$\Delta l_1$ (m)
$10^3$	0.96	1.93	1.2	2.3	1.9	1.93	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	
$10^4$	0.096	0.19	0.12	0.23	0.19	0.19	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	
$10^5$	0.0096	0.019	0.012	0.023	0.019	0.019	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	

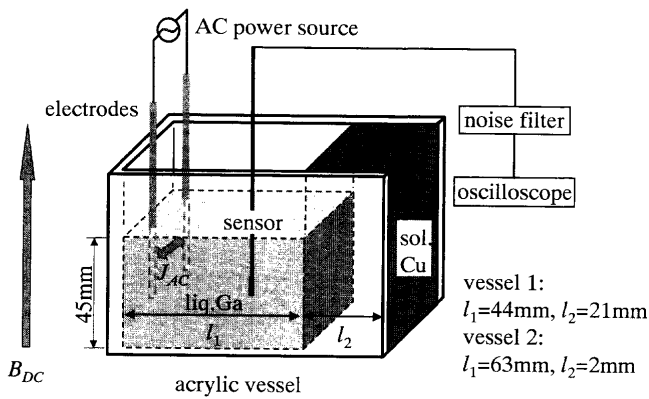


Fig. 2. Schematic view of experimental apparatus.

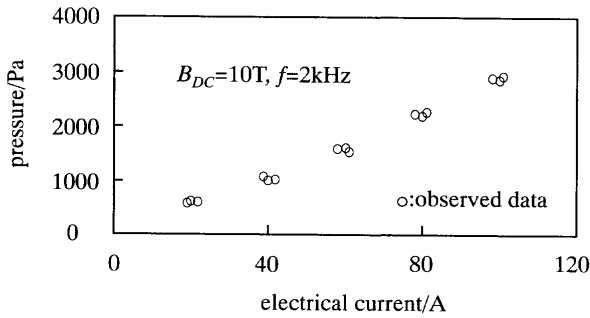


Fig. 3. Observed data as a function of alternating electrical current at magnetic field of 10 T.

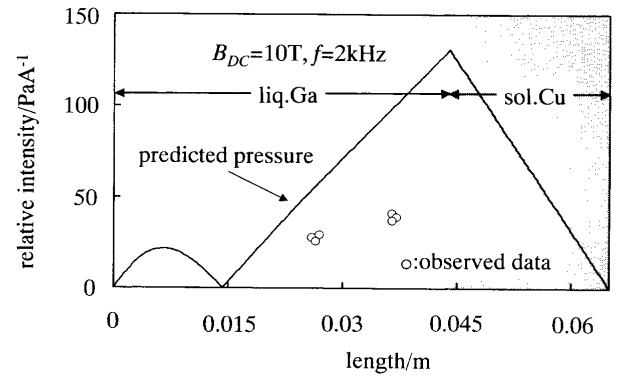


Fig. 4. Observed data and predicted pressure distribution with frequency of 2 kHz in a liquid metal filled in a vessel 1.

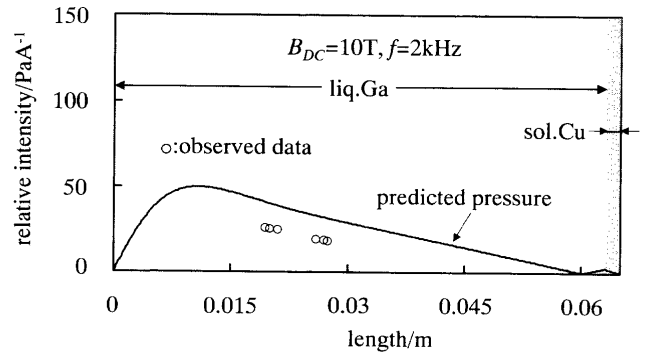


Fig. 5. Observed data and predicted pressure distribution with frequency of 2 kHz in a liquid metal filled in a vessel 2.

化させた。液体金属内の圧力変動の測定値は多少のばらつきがあるものの、印加した交流電流とほぼ比例関係にあり、理論解析の結果と定性的に一致している。

次に、液体金属と固体の長さ、周波数が圧力分布に与える効果を調べるために、容器1、容器2のそれぞれについて、磁束密度10Tの静磁場の下で周波数2kHzと50kHzの交流電流を通電して、液体ガリウム内の圧力変動を計測した。容器1の場合の測定結果をFig. 4に、容器2の場合のそれをFig. 5に示す。なお、図中の実線は(39)、(41)式に基づいて計算した理論圧力分布である。なお、縦軸は計測した圧力を印加電流値で割って規格化した値を示す。周波数

2kHzの場合、圧力分布の理論解析値は、容器1では電磁浸透厚み近傍を除いて固体銅に近づくほど増加するのに対し、容器2ではその逆の傾向を示す。Fig. 4とFig. 5のいずれの計測値も、理論値から外れているものの、理論値と同一傾向を示している。次に、周波数を50kHzとして同様の実験を行った。容器1の場合の測定結果をFig. 6に、容器2の場合のそれをFig. 7に、それぞれ示す。なお、先ほどと同様、図中の実線は理論圧力分布である。この場合、理論上は容器1における液体ガリウム内の圧力分布は容器

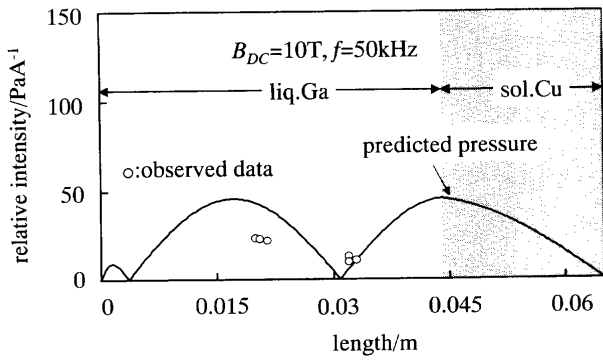


Fig. 6. Observed data and predicted pressure distribution with frequency of 50 kHz in a liquid metal filled in a vessel 1.

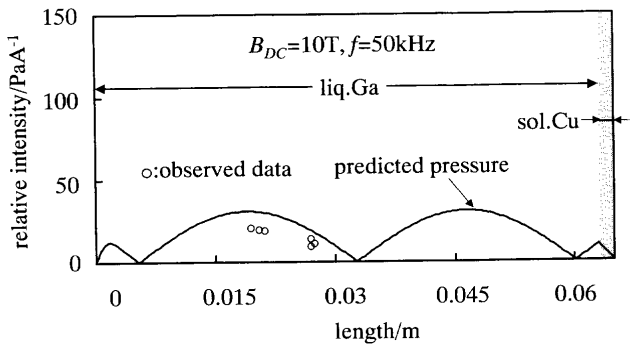


Fig. 7. Observed data and predicted pressure distribution with frequency of 50 kHz in a liquid metal filled in a vessel 2.

2のそれとよく似た分布となり、アクリル短辺壁から20mm付近に圧力の腹が、30mm強の位置に圧力の節がそれぞれ存在する。測定値も、腹近傍では、節近傍より大きくなっており、理論による分布と同一傾向を示している。ここで示したFig. 4からFig. 7までの測定値が理論値から外れている理由は、実験における液体金属内部の電流分布が理論解析のそれとは異なったためと考えられる。実験では銅電極により上部から通電したため、電流パスの短くなる液体金属自由表面近傍に大電流が流れ、底部近傍にはあまり電流が流れなかった可能性がある。また、電極形状や銅と液体ガリウムの電気伝導度の差異等も理論的な電流分布と実験における電流分布が異なった原因<sup>14)</sup>と考えられる。

#### 4. 結言

液体金属内において電磁気力によって生成される疎密波の分布やその固液界面における強度を制御するため、固体厚みや電磁気力の強度、周波数等の操作変数が疎密波の強度や分布に及ぼす効果について理論解析を行い、実験値と比較した。得られた知見を以下に示す。

(1) 電磁流体力学理論に基づいて磁気音波の反射率と透過率を導出した。それらは媒質の物性値のみならず、印

加された静磁場の関数になる。ただし、液体金属の場合、静磁場の影響は無視できる。

(2) 液体金属と固体が接している系を対象として、静磁場と高周波電流を同時印加して生成される磁気音波の分布を理論的に導出した。

(3) 固液界面で磁気音波の圧力が腹あるいは節となる操作条件および磁気音波が共振状態となる操作条件を求めた。

(4) 液体金属内に生成した磁気音波の圧力の測定値は理論値と定性的に一致した。

本研究費の一部は文部省科学研究費補助金「特定領域研究(B), 課題番号: 11211204」, 日本鉄鋼協会鉄鋼研究振興助成金, 日本鉄鋼協会高温プロセス部会高度電磁力利用マテリアル・プロセッシング研究会補助金によるものであることをここに記し、深謝致します。

#### 記号

$a$	: 磁気音波の伝播速度 ( $\text{m s}^{-1}$ )
$B, B_{DC}$	: 静磁場の磁束密度 (T)
$b_z$	: 静磁場の擾乱 (T)
$c$	: 疎密波の伝播速度 ( $\text{m s}^{-1}$ )
$E$	: 定数 (-)
$F_{AC}$	: 交流電流と静磁場の重畳印加による電磁気力 ( $\text{N m}^{-3}$ )
$F_m$	: 流体運動に起因する電磁気力 ( $\text{N m}^{-3}$ )
$F_x$	: 電磁気力 ( $\text{N m}^{-3}$ )
$f$	: 周波数 (Hz)
$I$	: 単位時間に単位断面積を透過する磁気音波のエネルギー ( $\text{W m}^{-2}$ )
$I_{AC}$	: 印加交流電流の実効値 (A)
$i_x$	: $x$ 方向の単位ベクトル (-)
$i_y$	: $y$ 方向の単位ベクトル (-)
$i_z$	: $z$ 方向の単位ベクトル (-)
$J_{AC}$	: 交流電流密度の実効値 ( $\text{A m}^{-2}$ )
$J_m$	: 誘導電流の密度 ( $\text{A m}^{-2}$ )
$k$	: 波数 ( $\text{m}^{-1}$ )
$L$	: 定数 (-)
$l$	: 長さ (m)
$l_{10}$	: 共振が生じる液体の最小長さ (m)
$l_{2n}, l_{2n}$	: 固液界面で磁気音波の圧力が腹あるいは節となる固体の最小長さ (m)
$\Delta l$	: 長さの増分 (m)
$M$	: 定数 (-)
$m$	: 自然数 (-)
$N$	: 定数 (-)
$n$	: 自然数 (-)
$P_m$	: 圧力 (Pa)
$p$	: 圧力の擾乱 (Pa)
$p_e$	: 圧力の実効値 (Pa)
$r$	: 磁気音波の反射率 (-)
$t$	: 時間 (s)
$v, v_x$	: 速度の擾乱 ( $\text{m s}^{-1}$ )
$v_e, v_{ie}, v_{re}, v_{te}$	: 速度の実効値 ( $\text{m s}^{-1}$ )
$x, y, z$	: $x, y, z$ -方向の距離 (m)
$\gamma$	: 定数 (-)
$\delta$	: 電磁浸透厚み (m)
$\xi$	: 疎密波と磁気音波の伝播速度の比と音響抵抗との積 ( $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$ )
$\eta$	: 物質の音響抵抗 ( $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$ )
$\mu_0$	: 透磁率 ( $\text{H m}^{-1}$ )
$\rho$	: 密度の擾乱 ( $\text{kg m}^{-3}$ )
$\sigma$	: 電気伝導度 ( $\text{S m}^{-1}$ )
$\tau$	: 磁気音波の透過率 (-)

$\phi, \psi$  : 位相 (rad)  
 $\omega$  : 角周波数 ( $\text{rad s}^{-1}$ )  
 上付き添え字  
 ' : 変化量と平衡量の和  
 下付き添え字  
 0 : 平衡量  
 $i, r, t$  : 入射波, 反射波, 透過波  
 1, 2 : 媒質1, 媒質2

## 文 献

- 1) O.V.Abramov: *Ultrasound in Liquid and Solid Metals*, CRC Press Int., Florida, (1994), 273.
- 2) E.A.Hiedemann: *J. Acoust. Soc. Am.*, **26** (1954), 831.
- 3) J.Campbell: *Int. Met. Rev.*, **26** (1981), 71.
- 4) C.Vivès: *Metall. Mater. Trans. B*, **27B** (1996), 445.
- 5) A.Radjai and K.Miwa: *Metall. Mater. Trans. A*, **31A** (2000), 755.
- 6) M.Kobayashi, C.Kamata and K.Ito: *ISIJ Int.*, **37** (1997), 9.
- 7) M.Ide: *Met. Technol.*, **51** (1981), 27.
- 8) Y.Osawa, G.Arakane, S.Takamori, A.Sato and O.Ohashi: *J. Jpn. Found. Eng. Soc.*, **71** (1999), 98.
- 9) S.Amano, K.Iwai and S.Asai: *ISIJ Int.*, **37** (1997), 962.
- 10) Q.Wang, T.Momiyama, K.Iwai and S.Asai: *Mater. Trans., JIM*, **41** (2000), 1034.
- 11) S.Kawai, Q.Wang, K.Iwai and S.Asai: *Mater. Trans., JIM*, **42** (2001), 275.
- 12) 日本金属学会: *金属データブック改訂3版*, 丸善, 東京, (1993), 10, 15.
- 13) 実吉純一, 菊池喜充, 能本乙彦: *超音波技術便覧*, 日刊工業新聞社, 東京, (1983), 1251, 1325, 1787.
- 14) V.Bojarevičs, Ya.Freibergs, E.I.Shilova and E.V.Shcherbinin: *Electrically Induced Vortical Flows*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht; Boston; London, (1989), 324.