

2軸引張試験による各種鋼板の塑性変形特性の測定と解析

桑原 利彦*・山田 修也*・飯塚 栄治*²・比良 隆明*²

Measurement and Analysis of Plastic Deformation Characteristics of Sheet Steels Using Biaxial Tensile Test

Toshihiko KUWABARA, Shuuya YAMADA, Eiji IIZUKA and Takaaki HIRA

Synopsis : Biaxial tensile tests of seven kinds of rolled sheet steels with different r -values were carried out. Cruciform specimens were deformed under linear stress paths in a servo-controlled biaxial tensile testing machine. The stress ratios (R.D.:T.D.) adopted were 1:0, 2:1, 1:1, 1:2 and 0:1. Plastic orthotropy remained coaxial with the principal stresses throughout every experiment. Stress points consisting of contours of equal plastic work, $(\sigma_{Yx}, \sigma_{Yy})$, were measured and compared with Hill's quadratic and Logan-Hosford yield loci in the principal stress space. The results obtained are as follows. (i) Logan-Hosford yield criterion can predict $(\sigma_{Yx}, \sigma_{Yy})$ with an error of several percent and the directions of incremental plastic strain rate vectors with an error of 5 degrees at most. (ii) The $(\sigma_{Yx}, \sigma_{Yy})$ of sheet steels with an average r -value larger than 1.5 exhibit a tendency to approach Hill's yield locus in the directions of stress ratios 1:1 and 2:1 as the material work-hardens. This phenomenon has been also observed in the past literature and seems to be the common differential hardening characteristics of sheet steels having rather high r -values. (iii) The differential hardening of sheet steels is not caused by texture development, but rather governed by the work-hardening characteristics of slip systems.

Key words : material testing; biaxial tensile test; sheet steel; yield criterion; r -value; differential hardening.

1. 緒言

板材成形シミュレーションの高精度化が熱望されている。特に、破断やしわによる成形限界やスプリングバック量などを高精度に予測するには、当該材料の弾塑性変形挙動をできるだけ忠実に再現できる材料モデルが必要となる。材料モデルの骨格となるのが降伏関数である。なぜなら、降伏曲面の大きさおよび塑性変形の進行に伴う形状変化がわかれば、その材料の構成方程式が得られるからである。

鋼板の面内2軸引張応力下における塑性変形特性は、液圧バルジ試験^{1,3)}、平面ひずみ引張試験⁴⁾、穴広げ試験⁵⁾などによって、実験および塑性力学解析両面から研究されている。そして、平均 r 値が1以上の鋼板であれば、その塑性変形挙動はHillの2次降伏関数⁶⁾に基づく計算値とおおむね一致することが確認されている。しかしながら、液圧バルジ試験や平面ひずみ引張試験で測定できるのは、特定の応力比（もしくはひずみ比）に対する、しかも数%以上の比較的大きな塑性ひずみ域における塑性変形特性である。したがって、上述の諸研究の結果は、鋼板の初期降伏曲面や任意の応力比における加工硬化特性がHillの2次降伏関数で精度よく表現できることを保証しているわけではない。

これに対し、筆者らの一人は、面内2軸引張応力下における金属薄板の塑性変形挙動を正確に同定するための材料試験法として、十字形試験片を用いた2軸引張試験法を提案した。そして、相当塑性ひずみ換算で4%以下の塑性ひずみ域において、冷延鋼板（SPCE相当材）⁷⁾および高張力鋼板⁸⁾の塑性変形挙動を、等塑性仕事面と塑性ひずみ増分ベクトルの観点から詳細に明らかにして、以下の知見を得た。(1)等2軸引張応力場近傍における塑性流動応力はHillの2次降伏関数が予測するほど大きくならない、(2)主応力空間に描かれた等塑性仕事面の形状はLogan-Hosford（以下LH）の降伏関数⁹⁾でおおよそ近似できる、(3)加工硬化に伴い、等塑性仕事面の形状は、等2軸引張方向から圧延方向の平面ひずみ引張方向にかけて膨張する、いわゆる異方硬化を呈し、Hillの2次降伏曲面に近づく傾向がある、(4)直線応力経路下では、等塑性仕事面は塑性ポテンシャルとみなせる（塑性ひずみ増分ベクトルの方向は等塑性仕事面の外向き法線ベクトル方向とほぼ一致する）。

本研究では、前報^{7,8)}で得られた知見（上記(1)~(4)）が各種鋼板に共通する特性であるか否かを実験的に明らかにすることを目的として、 r 値の異なる7種類の鋼板について新たに2軸引張試験を行う。そして、前報同様、直線2軸引張応力経路下における各鋼板の等塑性仕事点と塑性ひずみ増分ベクトルを測定する。さらに、それらの測定値を

平成12年11月2日受付 平成12年12月25日受理 (Received on Nov. 2, 2000; Accepted on Dec. 25, 2000)

* 東京農工大学工学部 (Faculty of Engineering, Tokyo University of Agriculture and Technology, 2-24-16 Naka-cho Koganei 184-8588)

* 2 川崎製鉄(株) 技術研究所 (Technical Research Laboratories, Kawasaki Steel Corp.)

Hillの2次降伏関数およびLHの降伏関数による計算値と定量的に比較することにより、両降伏関数の妥当性を検証する。

2. 実験方法

2.1 供試材

供試材として、低炭素SPCC (LC), 極低炭素SPCC (ULC), 高 r 値鋼板(HrNG), 熱延残留オーステナイト鋼板(AUS (HR)), 冷延残留オーステナイト鋼板(AUS (CR)), 熱延2相組織鋼板(DPH(HR)), 冷延2相組織鋼板(DPH (CR))の7種類の鋼板を用いた。それらの機械的性質をTable 1に示す。高 r 値鋼板については、フライス加工にて亜鉛めっき層を除去した後の母材を供試材として用いた。

2.2 2軸引張試験法

実験で用いた十字形試験片の寸法をFig. 1に示す。本試験片は前報⁷⁾で用いた試験片と同一寸法である。圧延方向を x 軸に、圧延直角方向を y 軸に、板厚方向を z 軸にとる。各軸方向の垂直ひずみ成分は、交叉2軸ひずみゲージにより測定した。ひずみゲージは試験片中心から15 mm離れた x, y 軸上の4ヶ所に貼付し、各ひずみ成分ごとにそれら4ヶ所における測定値の平均値をもってひずみの測定値とした。

油圧サーボ制御型2軸引張試験機⁷⁾を用いて、十字形試験片に2軸引張荷重を負荷した。各軸の荷重は時間軸に関して直線的に増加させた。応力比は、 σ_x (圧延方向) : σ_y (圧延直角方向) = 1:0, 2:1, 1:1, 1:2, 0:1の5通りとした。ただし、応力比1:0と0:1については、JIS13B号試験片を用いた。ひずみ速度は $1.6 \sim 2.6 \times 10^{-4}$ /sである。ひずみを試

験片の中心軸上で計測しているので $\sigma_{xy} = 0$ とみなした。なお本実験における応力の測定誤差は最大でも3%である^{7,10)}。

2.3 等塑性仕事点の測定法

まず圧延方向の単軸引張試験から得られる応力ひずみ曲線に基づいて、既定の対数塑性ひずみ ϵ_0^p に達するまでになされた単位体積あたりの塑性仕事 W を測定する。ついで応力比一定で2軸引張試験を行い、 W と等量の塑性仕事を与える応力点(σ_{yx}, σ_{yy})を主応力空間にプロットして、 ϵ_0^p に対応する等塑性仕事点を求めた。等塑性仕事点は等塑性仕事面を構成する応力点であり、次章で詳述するように、材料の加工硬化挙動を解析するための指標となる。

3. 異方性降伏関数による等塑性仕事面の解析

応力比 $\sigma_x : \sigma_y = 1:0, 2:1, 1:1, 1:2, 0:1$ における最大主応力を各々 $\sigma_0, \sigma_{px}, \sigma_b, \sigma_{py}, \sigma_{90}$ と記す。また、圧延方向および圧延直角方向の r 値を各々 r_0, r_{90} 、平均 r 値を r_{ave} ($\equiv (r_0 + r_{90})/2$)と記す。

応力の主軸が素板の圧延方向および圧延直角方向に一致する場合について、降伏曲面の模式図をFig. 2に示す。降伏曲面が塑性ポテンシャルに一致すると仮定すると、法線

Table 1. Mechanical properties of test materials.

Material	$\sigma_{0.2}$ /MPa	c^* /MPa	n^*	α^*	r^{**}
LC	239	728	0.276	0.007	1.16
	257	786	0.300	0.014	1.02
	242	720	0.273	0.008	1.73
ULC	168	580	0.254	0.005	1.55
	175	587	0.254	0.006	1.66
	177	589	0.259	0.007	2.10
HrNG	150	623	0.305	0.007	2.24
	158	640	0.313	0.009	2.16
	161	553	0.273	0.008	2.75
AUS(HR)	507	1111	0.201	0.009	0.82
	510	1129	0.209	0.012	0.93
	524	1166	0.216	0.013	0.95
AUS(CR) [†]	443	1020	0.195	-0.007	0.84
	442	1131	0.238	0.001	0.91
	445	845	0.154	-0.004	1.12
DPH(HR)	403	898	0.147	0.002	0.80
	415	785	0.115	0.002	0.95
	421	957	0.163	0.004	0.87
DPH(CR)	370	1147	0.213	0.003	0.82
	383	1135	0.203	0.003	1.08
	390	1155	0.203	0.003	1.08

Upper, middle and lower lines indicate the mechanical properties in the 0°, 45° and 90° directions from the rolling direction of the material, respectively.

* Approximated using $\sigma = c(\alpha + \epsilon^p)^n$ for $0.001 \leq \epsilon^p \leq 0.06$.

** Measured at $\epsilon^p = 0.1$.

† The values of c, n and α of AUS(CR) are valid for the strain range $\epsilon^p \geq 0.02$.

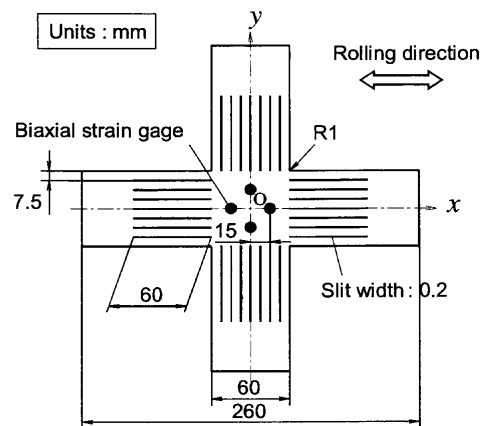


Fig. 1. Cruciform specimen for biaxial tensile test.⁷⁾

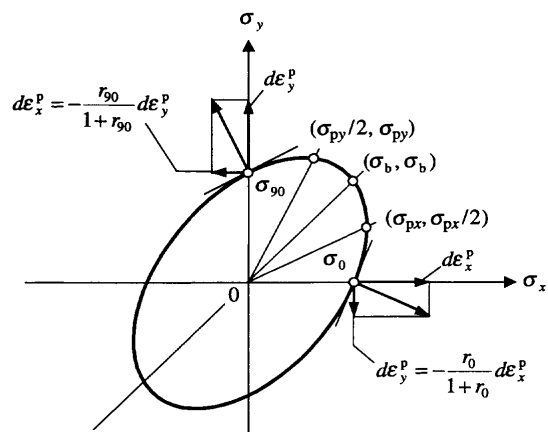


Fig. 2. Geometrical relation between a yield locus and r -values.

則より、降伏曲面上の任意の点における外向き法線ベクトルの勾配は $d\epsilon_y^p/d\epsilon_x^p$ で、接線の勾配は $-d\epsilon_x^p/d\epsilon_y^p$ で与えられる。ここで $d\epsilon_x^p, d\epsilon_y^p$ は塑性ひずみ増分ベクトルの成分である。特に、 x 軸および y 軸との交点における降伏曲面の接線の勾配を各々 k_x, k_y とすると、 r 値の定義 ($r_0 \equiv d\epsilon_y^p/d\epsilon_x^p, r_{90} \equiv d\epsilon_x^p/d\epsilon_y^p$) とより、次式を得る。

$$k_x = \frac{1+r_0}{r_0}, \quad k_y = \frac{r_{90}}{1+r_{90}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

すなわち、 r_0 が大きくなるほど k_x は小さくなり、 r_{90} が大きくなるほど k_y は大きくなる。これは、Fig. 2 の応力空間において、 r_0 が大きくなるほど降伏曲面は x 軸正方向に張り出す形状となり、 r_{90} が大きくなるほど降伏曲面は y 軸正方向に張り出す形状となることを意味する。

Hill ら¹¹⁾は、70/30 黄銅鋼管に内圧と軸方向張力を負荷した2軸応力試験を行い、直線応力経路のもとでは塑性ひずみ増分ベクトルは等塑性仕事面の法線ベクトル方向を向くことを見出している。筆者らの一人も、冷延鋼板^{7,8)}やアルミニウム合金板¹²⁾の2軸引張試験の結果から、直線応力経路において、塑性ひずみ増分ベクトルと等塑性仕事面はほぼ直交することを確認している。すなわちこれらの実験事実は、少なくとも直線応力経路においては、等塑性仕事面を塑性ポテンシャルと見なしてよいことを意味する。従って、上述のような降伏曲面と r 値の関係が、等塑性仕事面と r 値の間にも成立する可能性がある。

そこで本研究では、等塑性仕事面の形状と r 値の関係を定量的に評価するため、等塑性仕事面を構成する無次元化応力 $\sigma_{px}/\sigma_0, \sigma_{py}/\sigma_0, \sigma_b/\sigma_0, \sigma_{90}/\sigma_0$ (以下、等塑性仕事点と呼ぶ) を測定し、主応力空間にプロットして、Hill の2次降伏曲面および LH の降伏曲面と比較する (4.1 節、式 (10) 参照)。

LH の降伏関数は次式で与えられる。

$$\bar{\sigma}^a = \frac{1}{r_{90}(1+r_0)} \{r_{90}\sigma_x^a + r_0\sigma_y^a + r_{90}r_0(\sigma_x - \sigma_y)^a\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで相当応力 $\bar{\sigma}$ は圧延方向の単軸引張応力 σ_0 に一致させている¹³⁾。BCC 金属に対しては $a=6$ が推奨されている⁹⁾。 $a=2$ のときは Hill の2次降伏関数に一致する。以下の計算では $a=6$ および $a=2$ を用いる。応力比が 2:1 ($\sigma_x=2\sigma_y=\sigma_{px}$)、1:2 ($2\sigma_x=\sigma_y=\sigma_{py}$)、1:1 ($\sigma_x=\sigma_y=\sigma_b$)、0:1 ($\sigma_x=0, \sigma_y=\sigma_{90}$) のとき、式 (2) より次式を得る。

$$\frac{\sigma_{px}}{\sigma_0} = 2 \sqrt[a]{\frac{r_{90}(1+r_0)}{2^a r_{90} + r_0(1+r_{90})}} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\sigma_{py}}{\sigma_0} = 2 \sqrt[a]{\frac{r_{90}(1+r_0)}{2^a r_0 + r_{90}(1+r_0)}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

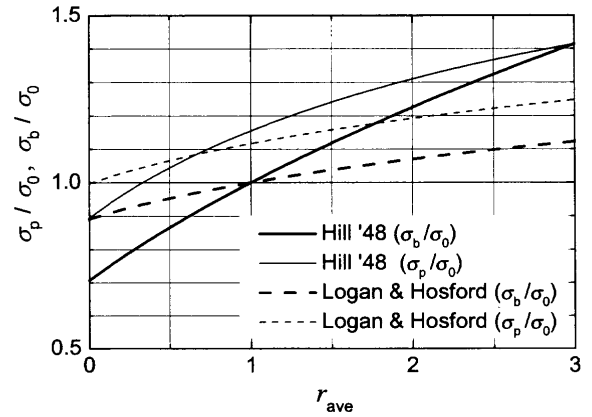


Fig. 3. Effects of average r -value r_{ave} on σ_p/σ_0 ($\sigma_p = \sigma_{px} = \sigma_{py}$) and σ_b/σ_0 when assuming Hill's quadratic and Logan and Hosford's yield criteria.

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_0} = 2 \sqrt[a]{\frac{r_{90}(1+r_0)}{r_0+r_{90}}} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\sigma_{90}}{\sigma_0} = 2 \sqrt[a]{\frac{r_{90}(1+r_0)}{r_0(1+r_{90})}} \quad \dots\dots\dots (6)$$

参考までに、垂直異方性材料 ($r_0=r_{90}=r_{ave}$) における、 σ_b/σ_0 および σ_p/σ_0 ($\sigma_p = \sigma_{px} = \sigma_{py}$) と r_{ave} の関係を Fig. 3 に示す。

次に、塑性ひずみ増分ベクトル D^p の方向を計算する。法線則より、 D^p の方向は降伏曲面の外向き法線ベクトル方向に一致する。降伏関数が式 (2) で与えられるとき、応力比 2:1, 1:2, 1:1 における外向き法線ベクトルの傾き角 $\theta_{px}, \theta_{py}, \theta_b$ は次式より計算できる。

$$\tan \theta_{px} = \frac{r_0(1-r_{90})}{r_{90}(2^{a-1}+r_0)} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\tan \theta_{py} = \frac{r_0\{2^{a-1}-(-1)^{a-1}r_{90}\}}{r_{90}\{1+(-1)^{a-1}r_0\}} \quad \dots\dots\dots (8)$$

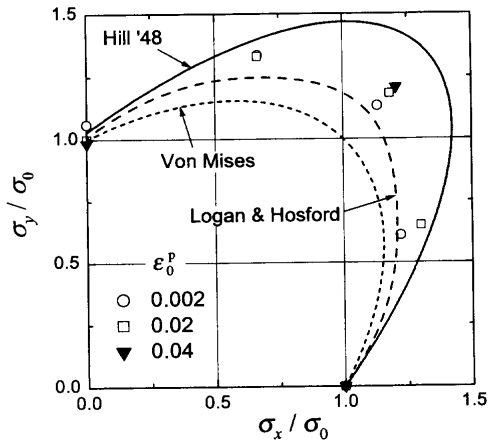
$$\tan \theta_b = \frac{r_0}{r_{90}} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ただし、Fig. 2 において、 x 軸方向を $\theta=0^\circ$ として、反時計方向の回転角 θ を正の傾き角と定義する。

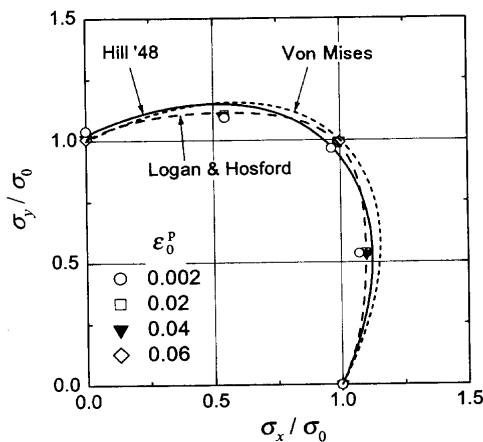
4. 実験結果と考察

4.1 等塑性仕事点の測定結果

例として、高 r 値鋼板 (HrNG) と熱延 2 相組織鋼板 (DPH (HR)) の等塑性仕事点の測定結果を Fig. 4 に示す。今回用いた 7 種類の鋼板の中で、平均 r 値が最も大きい鋼板が前者であり、平均 r 値が最も小さい鋼板が後者である。図中、同じ ϵ_0^p に対応する等塑性仕事点は同じ記号でプロットされている。従って、加工硬化 (ϵ_0^p の増加) に伴って等塑性仕事面が相似形状を保つ (等方的に硬化する) 場合には、



(a) HrNG



(b) DPH (HR)

Fig. 4. Measured stress points representing contours of equal plastic work compared with several analytical yield loci. Each symbol corresponds to a contour of equal plastic work for a particular value of ϵ_0^p .

すべての等塑性仕事点は同一曲面上に載る。比較として、Von Mises, HillおよびLHの降伏曲面を併記する。

高 r 値鋼板の等塑性仕事点(Fig. 4(a))は、加工硬化初期($\epsilon_0^p=0.002$)にはLHの降伏曲面近くに位置するが、加工硬化が進むにつれて、応力比1:1方向および2:1方向においてHillの2次降伏曲面に近づく傾向を示している。一方、熱延2相組織鋼板の等塑性仕事点(Fig. 4(b))はほとんど位置を変えず、いずれの ϵ_0^p においても、LHの降伏曲面にほぼ一致している。

等塑性仕事点とHillおよびLHの降伏曲面との異同をより定量的に評価するために、 σ_{px}/σ_0 , σ_{py}/σ_0 , σ_b/σ_0 , σ_{90}/σ_0 について、次式により誤差率 λ を定義する。

$$\lambda(X) = \frac{X_{\text{theory}} - X_{\text{exp}}}{X_{\text{exp}}} \dots \dots \dots (10)$$

ここで、 X は σ_{px}/σ_0 , σ_{py}/σ_0 , σ_b/σ_0 , σ_{90}/σ_0 を表す。 X_{theory} は、

HillもしくはLHの降伏関数に基づいて式(3)~(6)より計算される X の計算値、 X_{exp} は X の実験値を表す。 r 値をパラメータとして $\lambda(X)$ を整理した結果をFig. 5に示す。本図より以下のことが明らかとなった。

(1) $\epsilon_0^p=0.002$ における等塑性仕事点(実用上の初期降伏点とみなせる)は、すべての鋼種において、LHの降伏曲面と数%の誤算範囲内で一致する(図中■)。Hillの2次降伏関数との誤差率は、 $r_{\text{ave}} > 1$ の供試材では大抵の場合数%~20%であり(図中●)、等塑性仕事点との一致の度合いはLHの降伏関数より劣る。

(2) 加工硬化の進展に伴い($\epsilon_0^p=0.02$ もしくは0.04)、高 r 値鋼板、極低炭素SPCC、熱延2層組織鋼板の σ_{px}/σ_0 および σ_b/σ_0 は増加する(Fig. 5(a), (c))。この結果、7鋼種中 r_{ave} が1番目および2番目に大きい高 r 値鋼板($r_{\text{ave}}=2.5$)および極低炭素SPCC($r_{\text{ave}}=1.8$)の等塑性仕事点は、加工硬化に伴い、LHの降伏曲面から離れてHillの2次降伏曲面に近づく。しかも r 値が最も大きい高 r 値鋼板において、 σ_{px}/σ_0 および σ_b/σ_0 の増加率が最も大きい。

(3) 加工硬化後($\epsilon_0^p=0.02$ もしくは0.04)における誤差率を見ると、LHの降伏関数はほとんどの等塑性仕事点で数%以下の誤差率であり(図中□)、一部の等塑性仕事点を除いてHillの2次降伏関数よりも誤差率が小さい。

(4) σ_{py}/σ_0 については、冷延残留オーステナイト鋼板を除くすべての鋼種において、加工硬化に伴う値の変化はほとんどない(Fig. 5(b))。

なお、 $r_{\text{ave}} < 1$ であるAUS (HR), AUS (CR), DPH (HR), DPH (CR)について応力比 σ_b/σ_0 を求めたところ、 $\epsilon_0^p=0.002$ において各々 $\sigma_b/\sigma_0=1.05, 1.04, 0.97, 1.02$ 、 $\epsilon_0^p=0.04$ において各々 $\sigma_b/\sigma_0=1.02, 1.04, 1.00, 1.01$ であった。すなわち、DPH (HR)を除く3鋼種で $\sigma_b/\sigma_0 > 1$ となり、いわゆる anomaly¹⁴⁾を呈した。

4.2 等塑性仕事面に関する法線則の検証

HillおよびLHの降伏曲面における外向き法線ベクトルの傾き角 θ_{px} (応力比2:1)、 θ_{py} (応力比1:2)、 θ_b (応力比1:1)の計算値と、 $\epsilon_0^p=0.002$ および0.04における塑性ひずみ増分ベクトル \mathbf{D}^p の方向の測定値との比較をFig. 6に示す。 θ_{px} , θ_{py} については(Fig. 6(a), (b)), LHの降伏関数による計算値(□)と実験値との差は最大でも5°である。測定値のばらつきは最大でも $\pm 3^\circ$ であることを考慮すると、測定誤差の範囲で両者はおおむね一致しているといえる。一方、Hillの2次降伏関数による計算値(○)は r 値が大きいほど実験値との差が大きくなる傾向を示し(最大で15°)、LHの降伏関数に比べて塑性ひずみ増分ベクトルの方向の予測精度は劣る。 θ_b については(Fig. 6(c)), 両降伏関数は同じ計算値(式(9))を与える。計算値は実験値の傾向とほぼ一致しており、等2軸引張における \mathbf{D}^p の傾き角は式(9)にて誤差5°の精度で予測可能である。

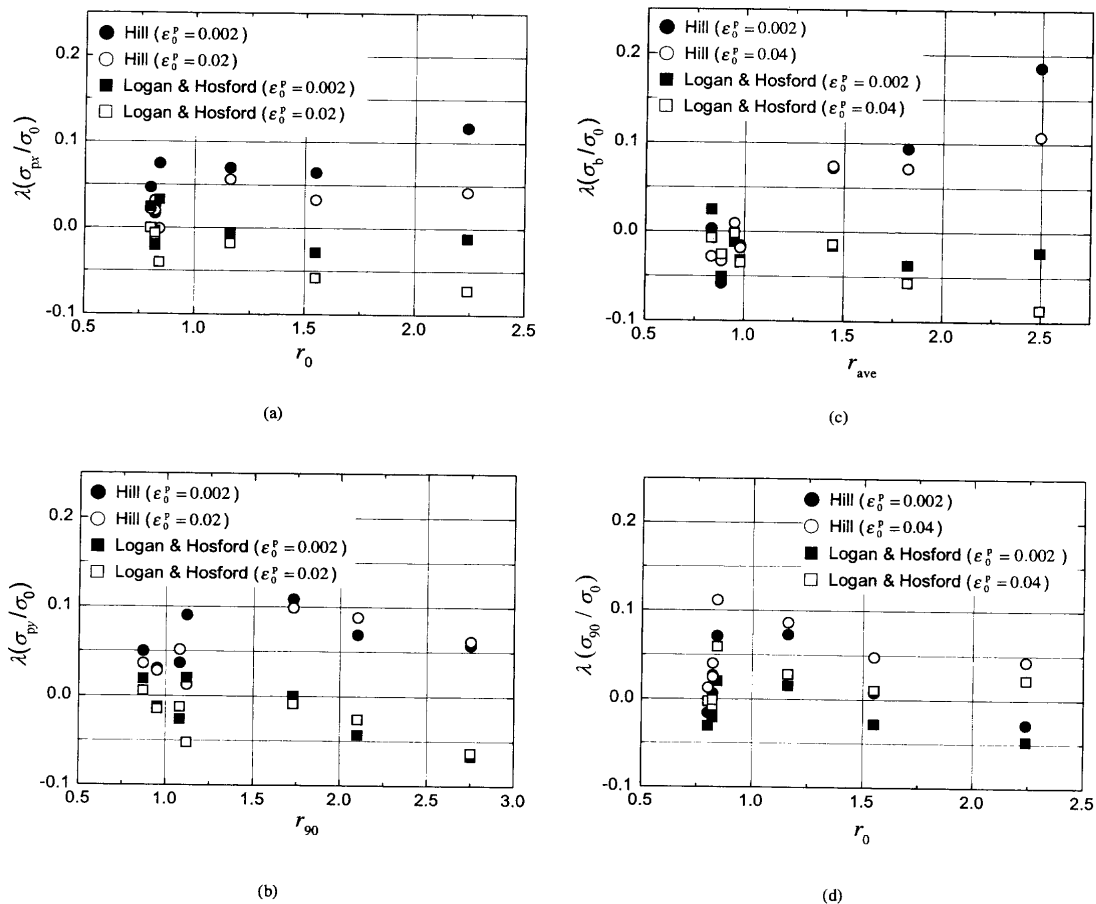


Fig. 5. Relation between (a) $\lambda(\sigma_{pr}/\sigma_0)$ and r_0 , (b) $\lambda(\sigma_{pr}/\sigma_0)$ and r_{90} , (c) $\lambda(\sigma_b/\sigma_0)$ and r_{ave} and (d) $\lambda(\sigma_{90}/\sigma_0)$ and r_0 . $\lambda(X)$ is defined by Eq. (10).

5. 考察

Fig. 5, Fig. 6の結果から総合的に判断すると、本実験において達成できた塑性ひずみの範囲において（応力比2:1および1:2で $\epsilon_0^p=0.02$ 、応力比1:1で $\epsilon_0^p=0.04$ ）、 r 値の大きさにかかわらず、鋼板の等塑性仕事点は誤差率数%の範囲で、塑性ひずみ増分ベクトルの方向は誤差5°の範囲で、LHの降伏関数による計算値と一致することがわかった。すなわち、FEMシミュレーションなどの塑性変形解析を行う場合、解析対象の塑性ひずみ量が上記程度の場合には（例えば自動車ボディの外板¹⁵⁾）、Hillの2次降伏関数よりむしろLHの降伏関数を塑性ポテンシャルとして用いることが推奨される。

平均 r 値 r_{ave} が1.5以上の鋼板では、加工硬化の進展に伴い、応力比1:1および2:1において、等塑性仕事点はHillの2次降伏曲面に近づく傾向が見られた。この傾向は前報⁷⁾の冷延鋼板($r_0=2.01$, $r_{90}=2.42$)でも観察された。したがって、このような異方硬化特性は r 値が比較的大きい鋼板に共通する特性と考えられる。実際、液圧バルジ試験によって測定された、 $r_{ave}>1$ なる鋼板の加工硬化特性（子午線方向応力-板厚ひずみ曲線）が、数%以上の塑性ひずみ域においてHillの2次降伏関数による計算値とよい一致を示す

ことや¹³⁾、2軸圧縮試験によって測定された鋼板の等ひずみ面が、加工硬化の進行とともに等2軸引張方向に膨張する傾向を示すこと¹⁶⁾は、上述の推測の妥当性を支持するものと考えられる。いずれにしても、降伏関数を用いてこのような異方硬化挙動を表現するには、未知係数の決定において σ_b を用いるか、もしくは σ_b をとり込める降伏関数を使用し（例えば、後藤の4次降伏関数¹⁷⁾、Hillの90年降伏関数¹⁸⁾、Barlatの降伏関数¹⁹⁾など）、かつ σ_b （もしくは σ_b/σ_0 ）や降伏関数の次数などを、例えば塑性仕事や相当ひずみの関数として変化させる必要がある¹³⁾。一例として、高 r 値鋼板(HrNG)の等塑性仕事点と後藤の4次降伏関数との比較をFig. 7に示す。加工硬化初期($\epsilon_0^p \leq 0.005$)の応力比2:1の近傍において、実験値との若干の不一致が見られるが、それ以外の箇所では等塑性仕事点とほぼ一致している。

筆者らの一人は、前報⁷⁾の供試材の集合組織をX線回折装置を用いて測定し、Taylor-Bishop-Hill理論に基づく多結晶体の結晶塑性解析法²⁰⁾を用いて降伏曲面を計算した²¹⁾。結果をFig. 8に示す。計算された降伏曲面形状は、 $\epsilon_0^p \leq 0.01$ に対する等塑性仕事面の測定値とほぼ一致している。しかし、すべり系の加工硬化を無視しているため、当然のことながら異方硬化は再現できていない。さらに、同一材料に応力比1:1で $\epsilon_0^p=0.04$ まで塑性ひずみを加えた後の集

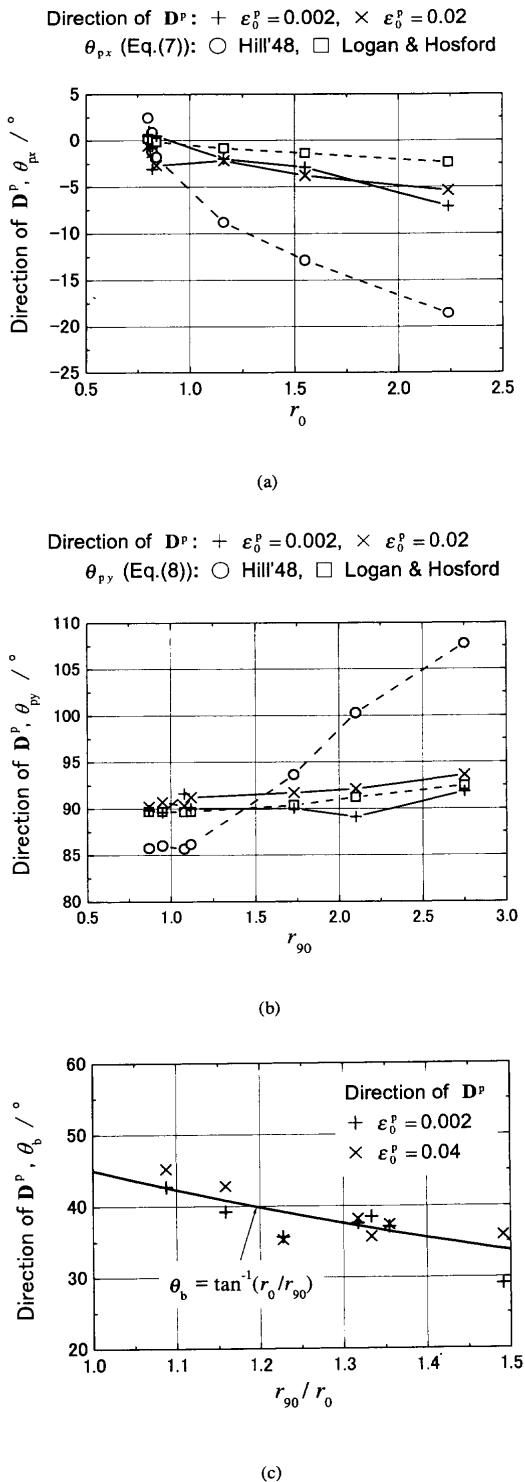
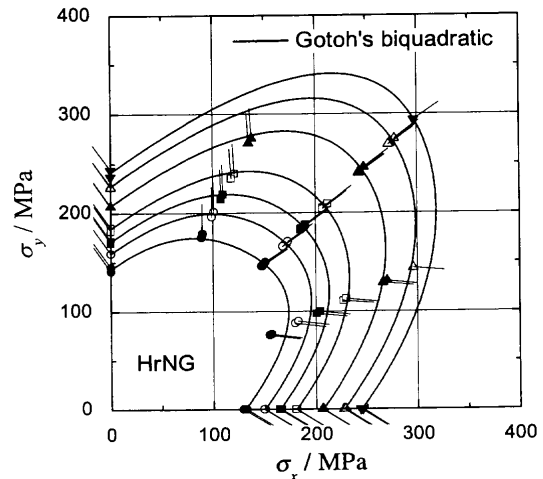


Fig. 6. Directions of measured plastic strain rate vector, \mathbf{D}^p , compared with those of outward normals of Hill's quadratic and Logan and Hosford's yield loci for stress ratios, $\sigma_x : \sigma_y$, of (a) 2 : 1, (b) 1 : 2 and (c) 1 : 1.

合組織も測定したが、変形前の集合組織とほとんど変わらず、結果として降伏曲面の計算結果も処女材のそれとほとんど同じになることを確認した。これは、等塑性仕事面の膨張（異方硬化）は集合組織の変化に起因するものではなく、すべり系の硬化則に起因することを示唆している。このような異方硬化を結晶塑性解析により予測しようとする



ε_0^p : 0.0005 (●) 0.002 (○) 0.005 (■)
 0.01 (□) 0.02 (▲) 0.03 (△) 0.04 (▼)

Fig. 7. Measured stress points representing contours of equal plastic work compared with Gotoh's biquadratic yield loci. HrNG. Each symbol corresponds to a contour of equal plastic work for a particular value of ε_0^p . Short lines attached to the data points represent the directions of the instantaneous incremental plastic strain.

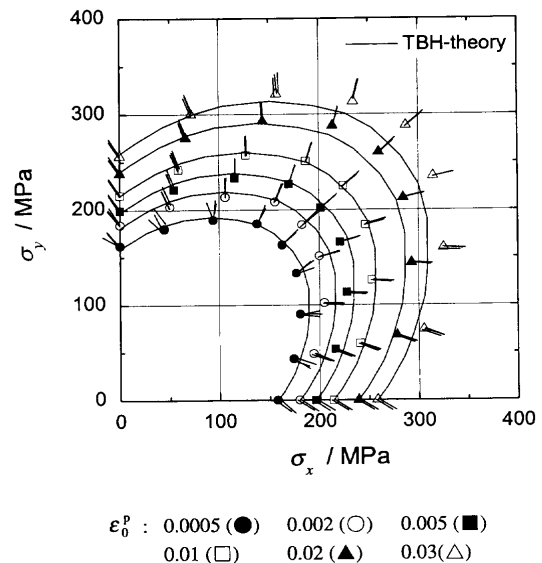


Fig. 8. Measured stress points representing contours of equal plastic work compared with yield loci calculated from TBH-theory.²¹⁾ Ti-added IF-steel. Each symbol corresponds to a contour of equal plastic work for a particular value of ε_0^p . Short lines attached to the data points represent the directions of the instantaneous incremental plastic strain vectors.

ば、すべり系の硬化則の精密な定式化が必要となる。今後の結晶塑性論の進展に期待したい。

本研究では、鋼板の加工硬化挙動を等塑性仕事面の観点から定量的に明らかにしたが、等塑性仕事面と降伏曲面は一般には一致しない（理論上、 $\varepsilon_0^p = 0$ に対する等塑性仕事面は降伏曲面に一致する）。降伏曲面と等塑性仕事面の幾何学的な関係について、Hillら¹¹⁾は、「等塑性仕事面上の

任意の応力点において、その応力点（負荷点）を通る降伏曲面は等塑性仕事線に接し、その点の近傍では等塑性仕事面の内側に位置する」ことを理論的考察から推測している。最近、筆者らの一人は、KurodaとTvergaard²²⁾により提案されたひずみ経路急変法を2軸引張試験に適用した¹⁰⁾。その結果、負荷点（ひずみ経路急変点）における尖り点の検出に成功するとともに、測定された応力軌跡（後続降伏曲面のやや外側をなぞる）は等塑性仕事面の内側に位置することを確認した。これは、上述のHillらの理論的考察の妥当性を裏付けるものである。

6. 結論

2軸引張応力状態における各種鋼板の塑性変形挙動を明らかにするために、 r 値の異なる7種類の鋼板の2軸引張試験を行った。応力の主軸と異方性の主軸は一致させた。各鋼板ごとに、主応力空間における等塑性仕事点ならびに塑性ひずみ増分ベクトルを測定した。さらに、Hillの2次およびLogan & Hosford (LH)の降伏関数による各々の計算値と比較した。その結果、以下の知見を得た。

(1) 本実験において達成できた塑性ひずみの範囲において（応力比2:1および1:2で $\epsilon_0^p=0.02$ 、応力比1:1で $\epsilon_0^p=0.04$ ）、等塑性仕事点は誤差率数%の範囲で、塑性ひずみ増分ベクトルの方向は誤差5°の範囲で、LHの降伏関数による計算値と一致する。

(2) 平均 r 値 r_{ave} が1.5以上の鋼板の等塑性仕事点は、加工硬化の進展に伴い、応力比1:1および2:1において、Hillの2次降伏曲面に近づく傾向が見られた。このような傾向は過去の論文の実験結果とも整合するものであり、 r 値が比較的大きい鋼板に共通する異方硬化特性であると考える。

(3) (2)で述べた異方硬化特性は、集合組織の変化に起因するものではなく、すべり系の硬化則に起因する。

最後に、結晶塑性論の立場から貴重なご議論を賜った、山形大学黒田充紀助教授に深甚なる謝意を表します。また結晶塑性解析について実験ならびに解析手法の両面からご指導を賜ったルーバン大学のVan Bael博士に感謝致します。

文 献

- 1) A.N.Bramley and P.B.Mellor: *Int. J. Mech. Sci.*, **8** (1966), 101.
- 2) K.Yoshida, K.Yoshii, H.Komorida and M.Usuda: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **11** (1970), 513.
- 3) A.J.Ranta-Eskola: *Int. J. Mech. Sci.*, **21** (1979), 457.
- 4) R.H.Wagoner: *Metall. Trans. A.*, **12A** (1981), 877.
- 5) A.Parmar and P.B.Mellor: *Int. J. Mech. Sci.*, **20** (1978), 707.
- 6) R.Hill: *Proc. R. Soc. (London) A*, **193A** (1948), 281.
- 7) K.Kuwabara and S.Ikeda: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **40** (1999), 145.
- 8) K.Kuwabara, K.Kuroda and S.Ikeda: *Proc. 1998 Jpn. Spring Conf. Tech. Plast.*, (1998), 231.
- 9) R.W.Logan and W.F.Hosford: *Int. J. Mech. Sci.*, **22** (1980), 419.
- 10) T.Kuwabara, M.Kuroda, V.Tvergaard and K.Nomura: *Acta Mater.*, **48** (2000), 2071.
- 11) R.Hill, S.S.Hecker and M.G.Stout: *Int. J. Solids Struct.*, **31** (1994), 2999.
- 12) T.Kuwabara and K.Kurita: *J. Jpn. Inst. Light Met.*, **50** (2000), 2.
- 13) T.Kuwabara: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **41** (2000), 199.
- 14) J.Woodthorpe and R.Pearce: *Int. J. Mech. Sci.*, **12** (1970), 341.
- 15) H.Ishigaki: *Mechanics of Sheet Metal Forming*, ed. by D.P.Koistinen and N.-M.Wang, Plenum Press, New York, (1978), 315.
- 16) N.Kanetake and Y.Tozawa: *Tetsu-to-Hagané*, **76** (1990), 2159.
- 17) M.Gotoh: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **19** (1978), 377.
- 18) R.Hill: *J. Mech. Phys. Solids*, **38** (1990), 405.
- 19) F.Bariat, Y.Maeda, K.Chung, M.Yanagawa, J.C.Brem, Y.Hayashida, D.J.Lege, K.Matsui, S.J.Murtha, S.Hattori, R.C.Becker and S.Makosey: *J. Mech. Phys. Solids*, **45** (1997), 1727.
- 20) P.Van Houtte: *Textures Microstruct.*, **8** (1988), 313.
- 21) T.Kuwabara and A.Van Bael: *Proc. 50th Jpn. Joint Conf. Tech. Plast.*, (1999), 45.
- 22) M.Kuroda and V.Tvergaard: *Acta Mater.*, **47** (1999), 3879.