



リューダース変形の特徴と加工軟化モデルに基づいた そのシミュレーション方法の検討

小野寺 龍太*・森田 泉*²・上木原 竜太*³・荒牧 正俊*

Characteristics of Luders Deformation and Their Computer Simulation Based on a Work-softening Model

Ryuta ONODERA, Izumi MORITA, Ryuta KAMIKIHARA and Masatoshi ARAMAKI

Synopsis : We proposed a new constitutive equation to explain the Portevin–LeChatelier effect. In the present study, we have examined whether the equation is applicable to the yield point phenomena of low carbon steels or not. By using the constitutive equation, some characteristics of the yield point phenomena, *i.e.*, 1. stress difference between upper and lower yield points, 2. yield point elongation, 3. strain rate in Luders band and 4. velocity and width of the band, were predicted. To determine these characteristics experimentally, tensile tests on low carbon steels were carried out at room temperature at various strain rates. Local strains were measured by using strain gage stuck on the specimen surface. The prediction based on the constitutive equation showed a good agreement with the experimental phenomena. Some discussions are also done regarding on the validity of assumptions adopted.

Key words: low carbon steel; inhomogeneous deformation; yield point phenomena; constitutive equation; computer simulation.

1. 緒言

降伏点現象の研究は、転位論を用いた微視的原理から巨視的な関係、例えば応力歪曲線を演繹するという手法で行われてきた^{1,2)}。しかし、それらの研究は、個々の特性値間の関係、例えば、上部降伏点と下部降伏点の応力差^{1,2)}、リューダース帯の伝播速度と結晶粒径の関係³⁾など、ある特性値間の関係に対する説明を与えるのみで、現象全体を記述するには至っていない。その原因は多くの研究が変形状態を構成方程式の形で記述しなかったところにある。われわれは、微視的機構から巨視的挙動を演繹するという発想を逆転して、巨視的挙動を矛盾なく説明できる構成式を作り、その後その構成式に対応する微視的機構を考える方が現象の理解がしやすいと考えた。そして、降伏点現象は加工軟化する内部応力（前報での Y_{ir} ）を導入すれば簡単に説明でき、上部降伏応力、下部降伏応力および降伏点のびを定量的に予測できることを示した⁴⁾。降伏点現象に関する従来の理論の中ではジョンストン–ギルマン（以下J-G）の考え¹⁾のみが構成方程式になっているが、その理論では、歪の増加とともに転位密度が増加し、これが歪速度を増加させると仮定されている。これに対しわれわれの考えは、歪の増加につれて内部応力が減少し、これが有効応力を増加させるために歪速度が増すというものである。上部降伏点の存在はどちらの理論でも説明できるが、一定応力（下部降伏応力）下でのリューダース帯の伝播はわれわれ

の理論では説明できるが、J-G理論では説明できないと思われる⁴⁾。

前報でわれわれは実験的に得られた応力歪曲線とそのシミュレーションを示したが、リューダース帯内の歪や歪速度などの変形の特徴値に対する実験的測定は行わなかった。したがって、それら特性値のシミュレーション結果についても言及しなかった。また実験に用いた試料も一種類のみで、われわれが与えた構成方程式が一般性をもつか否かには多少の疑問が残った。以上の二点に鑑みて、本研究ではまず、前報と異なる試料を用い、試験片表面に貼付した歪ゲージによって局所的な歪を時間の関数として測定し、上に述べた特性値を実験的に求め、次いで前報で示した構成方程式による計算機シミュレーションがこれらの実験結果を説明できるかどうか検討し、提案した構成式の有効性を確かめた。

2. 実験方法とシミュレーション方法

2.1 局所的歪の測定方法

使用した鋼は0.16 C, 0.21 Si, 0.71 Mn, 0.018 P, 0.035 S, 0.084 Cr, 0.0046 Nの普通鋼で α 粒径は50 μm 程度である。この鋼を直径8 mm, 平行部長さ80 mmの丸棒試験片に加工し、700°Cから炉冷して試験片とした。試験片のほぼ中心部にゲージ長2 mmの歪ゲージ（5%まで測定可能）を5枚貼付し、 $5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ から $5 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ の間の三種類の平均

平成13年6月18日受付 平成13年7月30日受理 (Received on June 18, 2001; Accepted on July 30, 2001)

* 九州大学工学研究院 (Graduate School of Engineering, Kyushu University, 6-10-1 Hakozaki Higashi-ku Fukuoka 812-8581)

*² 九州大学大学院生 (Graduate Student, Kyushu University)

*³ 九州大学大学院生 (現: 三菱重工業 (株)) (Graduate Student, Kyushu University, now Mitsubishi Heavy Industries, Ltd.)

歪速度で引張試験を行った。ゲージの貼り方は、Fig. 1に示すような二種類の方法を採った。以下では貼付型A、Bとして区別する。

2.2 シミュレーションの方法

2.2.1 構成方程式とパラメータの決定

シミュレーションで用いる定数を決定するために、種々の速度での引張試験を行った。その際試験の途中で引張り速度を10倍に急変させた。試験の結果の一部をFig. 2に示す。これらの試験の結果から前報⁴⁾に示した構成方程式中のパラメータの値を決定した。以下に構成式とパラメータの値を示す。

$$d\epsilon/dt = \dot{\epsilon} = B Ye^m, \quad B = 1.6 \times 10^{-11}, m = 6.1 \dots \dots \dots (1)$$

$$Ye = \sigma - Yi \dots \dots \dots (2)$$

$$Yi = Y_{int} + Y_{ir} \dots \dots \dots (3)$$

$$Y_{int} = Y_{int_0} + C\epsilon^n \dots \dots \dots (4)$$

$$Y_{int_0} = 110 \text{ MPa}, C = 1514 \text{ MPa}, n = 0.63$$

式(1)は歪速度 $\dot{\epsilon}$ が有効応力 Ye で決定されることを意味し、式(2)は Ye が外力 σ と内部応力 Yi の差で与えられることを示す。 Yi は2つの項からなっており、その一つ Y_{int} は通常の加工硬化を意味する内部応力、他の一つ Y_{ir} は降伏点現象を引き起こす内部応力である。式(1)–(4)の詳細については前報⁴⁾を参照されたい。

これらの構成方程式は、 Y_{ir} を無視する場合は降伏点現象は起こらず、そのとき、式(1)–(4)から得られる応力–歪–歪速度関係はFig. 2に示した荷重–伸び曲線の均一変形の部分($\epsilon > 2\text{--}3\%$)と一致することを含意している。Fig. 2中に丸印で $Y_{ir} = 0$ の場合の計算結果を示した。計算値は歪が5%以下の範囲では実験のグラフとよく一致している。本論文で問題にする降伏点のびは3%以下なので、式(1)–(4)はその歪域での構成方程式として用いることができる。

Y_{ir} は加工軟化する内部応力であり、これの定義は前報⁴⁾で詳しく述べた。本研究で用いた材料の Y_{ir} の初期値 Y_{ir_0} は、上部降伏応力を310 MPa (Fig. 2参照)として、 $Y_{int_0} = 110 \text{ MPa}$ であるから $Y_{ir_0} = 200 \text{ MPa}$ と見積もった。よって、 Y_{ir} は前報で示した式から、

$$Y_{ir} = Y_{ir_0} \exp(-a\epsilon), \quad Y_{ir_0} = 200 \text{ MPa} \dots \dots \dots (5)$$

と表現した。ここで加工軟化係数 a の値は前報では100としたが、本研究では400とした。 a の値の決定方法については4.3.1項で考察する。

2.2.2 引張試験の定式化および伝播係数の導入

引張試験の定式化は前報⁴⁾3.2節に述べたので、ここでは最終式と注釈を述べるにとどめる。試験片を直列の n 個の要素に分割すると、 k 番目の要素に作用する有効応力 Ye_k

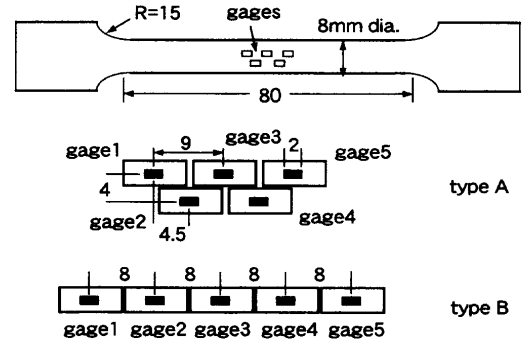


Fig. 1. Dimensions of specimen and two types, A and B, of location of strain gages 1-5 stuck on the specimen.

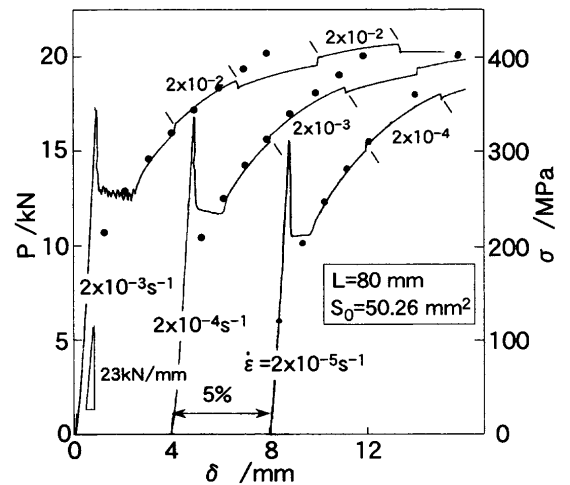


Fig. 2. Load P (nominal stress σ) vs. crosshead displacement δ (nominal strain ϵ) curves of specimens stretched at various strain rates. The strain rate increased tenfold during the test. Solid circles indicate the values obtained by work-hardening equation.

は式(2)–(5)から求めることができる。すなわち時刻 $t=0$ ですべての要素が同時に降伏するとすれば、

$$Ye_k = K(u t - \sum l \epsilon_j) / S_0 (1 - \epsilon_k) - (Y_{int_0} + Y_{ir_0}) \epsilon_k - C \epsilon_k^n + Y_{ir_0} \{1 - \exp(-a \epsilon_k)\} \dots \dots \dots (6)$$

となる。ここで $K = 20 \text{ kN/mm}$ は試験機の剛性でFig. 2に示した荷重公称歪曲線の傾きから測定できる(実測値は23 kN/mm)。 u は引張速度、 $l = 1 \text{ mm}$ は要素の長さ、 $S_0 = 50.26 \text{ mm}^2$ は断面積である。右辺第一項の総和 Σ はすべての要素 $j = 1-80$ についてとられる。

変形が(1)ある要素から始まり、(2)隣の要素に伝播して行くようにするため、次のようなテクニックを用いた。ある要素、例えば要素1(試験片の一方の肩部に相当する)から降伏させる場合にはその要素のみ S_0 を2%小さく、 $Y_{int_0} + Y_{ir_0}$ を2%大きくした(式(6)のこれらの文字の k という添字は省いている)。伝播のためには、「ある要素が変形したら隣の要素の変形が起こりやすくなる」という考えを応力の形で表現するため、 k 番目の要素には

$$\sigma_{prop,k} = \alpha \sigma_k \{ (\epsilon_{k+1} - \epsilon_k) - (\epsilon_k - \epsilon_{k-1}) \} \dots\dots\dots (7)$$

なる応力が付加されると仮定した。ここで σ_k は要素に作用している外部応力であり、ほぼ $(Y_{int0} + Y_{ir0}) + K(ut - \sum l \epsilon_i) / S_0$ に等しい。式(7)は、例えば1番目の要素のみが変形した場合、2番目の要素には、式(6)の Ye_2 に加えて、 $\alpha \sigma_2 \epsilon_1$ なる応力が付加されることを意味する。以下、 α を伝播係数と呼ぶ。 α の値は平均歪速度 $\dot{\epsilon}_{av}$ (引張速度/試験片全長) を用いて、

$$\alpha = 0.66 \dot{\epsilon}_{av}^{-0.6} \dots\dots\dots (8)$$

で与えられるとした。後に考察するが、式(8)はシミュレーション結果と実験結果を一致させるためにこのような形に定めたのである。式(8)は、 $\dot{\epsilon}_{av} = 5 \times (10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}) s^{-1}$ に対してほぼ $\alpha = 256, 64, 16$ を与える。

以上まとめて、要素に作用する応力 $Ye_{k,true}$ は、式(6)と(7)の和、

$$Ye_{k,true} = Ye_k + \sigma_{prop,k} \dots\dots\dots (9)$$

であると仮定した。したがって k 番目の要素の歪速度は式(1)を用いて次式で表される。

$$\dot{\epsilon}_k = B Ye_{k,true}^n \dots\dots\dots (10)$$

式(6)–(10)をすべての要素について連立微分方程式として解き、公称応力と歪を時間の関数として求めた。材料定数

の値以外に前報と変えたところは、1. 要素分割を $n=80$ とし、要素長さ l を 1mm としたこと (試験片全長 $L=80\text{mm}$)、2. 加工軟化係数 a を 400 としたこと、3. 伝播係数 α の値を変えたこと、の三点である。

3. 実験結果

Fig. 3に試験片(5-A)から(3-B)までの公称応力変動、ゲージで検出された歪変化を各引張速度ごとに示す。横軸は時間である。5-Aという試験片記号は平均歪速度が $10^{-5} s^{-1}$ 台でゲージ貼付型がAであることを示す。ゲージを貼付した試験片各部はリューダース前線通過時に急速変形するが、その後歪速度はほとんどゼロ (平均歪速度の10分の1以下) に戻り、前線が試験片全体を通過し終わった後、平均歪速度で再び変形を始めた。

Table 1にFig. 3から得られた特性値を一覧表にして示す。以下にそれぞれの特性値について概括する。

- 1) 上部降伏応力 σ_U は引張速度と共にやや増加傾向にあるがその傾向は顕著ではない。貼付型AとBの間で、降伏応力に系統的な差異があるのは、それぞれの試験片をひとまとめに焼鈍したためである。下部降伏応力 σ_L は引張速度が10倍になるごとに $10\sim 30\text{MPa}$ 増加した。その結果応力降下量 $\Delta\sigma$ は引張速度の増加とともに減少傾向にあった。

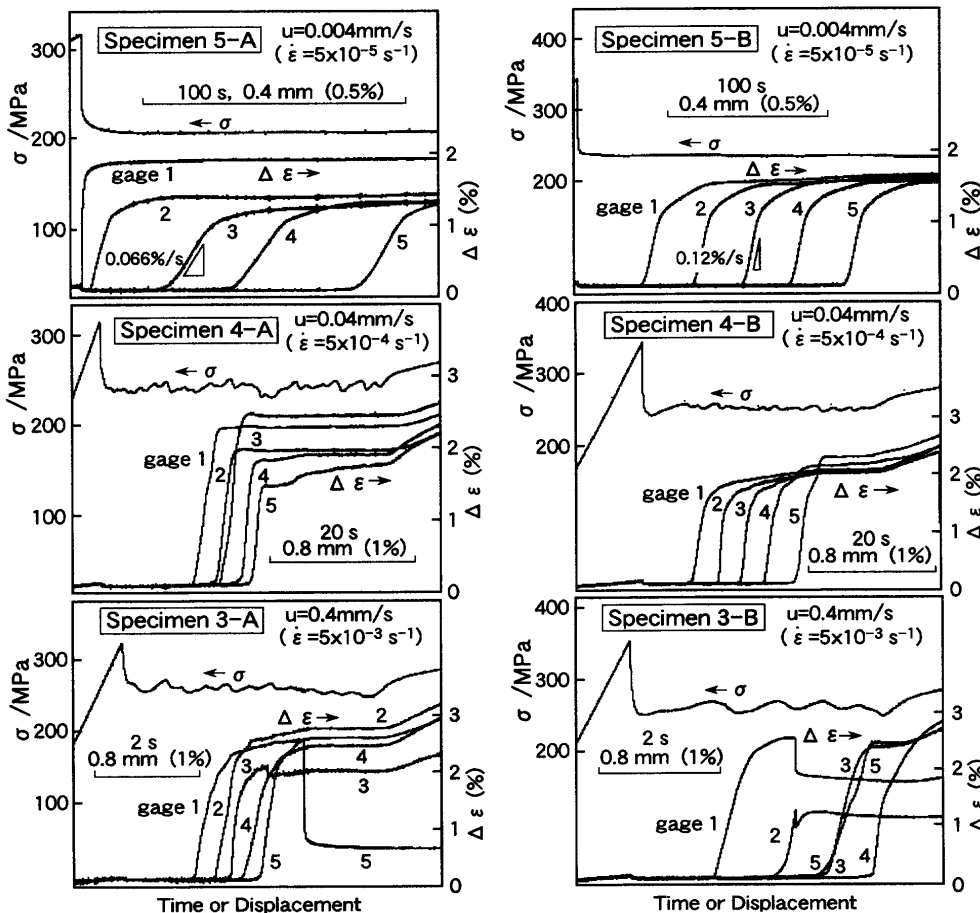


Fig. 3. Nominal stress σ and local strain $\Delta\epsilon$ vs. time (or crosshead displacement) curves obtained in three kinds of crosshead speed. "Specimen 5-A" means the average strain rate $5 \times 10^{-5} s^{-1}$ and the type A of gage location.

Table 1. The characteristics of yield point phenomena obtained experimentally.

Specimen No.	5-A	5-B	4-A	4-B	3-A	3-B
Crosshead speed (mm/s) u	0.004		0.04		0.4	
Mean strain rate (s ⁻¹) $\dot{\epsilon}_{av}$	5×10^{-5}		5×10^{-4}		5×10^{-3}	
Upper yield stress (MPa) σ_U	308	343	308	339	318	353
Lower yield stress (MPa) σ_L	205	238	238	250	259	261
Stress decrease (MPa) $\Delta\sigma$	103	105	70	89	59	92
Maximum rate of load decrease (kN/s) \dot{P}	35	86	43	68	66	190
Yield point elongation (%) $\Delta\epsilon_Y$	1.5	1.6	2.1	2.2	2.7	2.5
Strain measured by gage						
gage1	1.9	1.7	2.3	2.1	2.5	2.6
gage2	1.4	1.6	2.0	2.0	2.8	-
gage3	1.3	1.6	2.4	2.0	2.1	2.5
gage4	1.3	1.6	1.8	2.2	2.5	2.4
gage5	1.3	1.6	1.5	2.4	2.6	2.5
Maximum strain rate (s ⁻¹) $\dot{\epsilon}_{max}$						
gage1	0.085	0.0010	0.0066	0.0071	0.052	0.040
gage2	0.0015	0.0011	0.0091	0.015	0.071	0.058
gage3	0.00066	0.0012	0.021	0.012	0.15	0.045
gage4	0.00052	0.0012	0.015	0.0076	0.050	0.093
gage5	0.00066	0.0012	0.012	0.0090	0.067	0.033
Av. strain rate $\dot{\epsilon}_{Gav}$	0.0006	0.0011	0.01	0.01	0.08	0.05
$v_{ap} = u / \Delta\epsilon_Y$ (mm/s)	0.27	0.25	1.9	1.8	14.8	16.0
t_{35} etc. (s)	$t_{35}=72$	$t_{15}=127$	$t_{15}=7.4$	$t_{15}=16.5$	$t_{15}=1.25$	$t_{13}=1.85$
d_{35} etc. (mm)	$d_{35}=9$	$d_{15}=32$	$d_{15}=18$	$d_{15}=32$	$d_{15}=18$	$d_{13}=16$
$v_{ex} = d_{35}/t_{35}$ etc. (mm/s)	0.125	0.25	2.4	1.9	14.4	8.6
$W_{ap} = u / \dot{\epsilon}_{Gav}$ (mm)	6.7	3.6	4.0	4.0	5.0	8.0
$\Delta t = \Delta\epsilon_Y / \dot{\epsilon}_{Gav}$ (s)	25	15	2.1	2.2	0.39	0.42
$W_{ex} = v_{ex} \Delta t$ (mm)	3.1	3.8	5.0	4.2	5.0	3.6

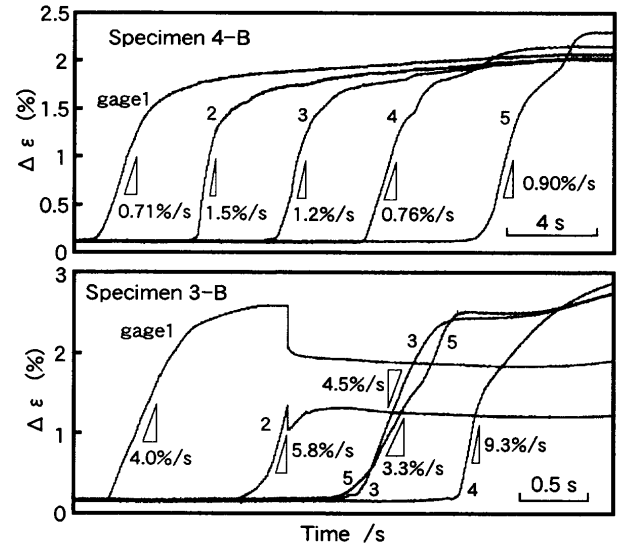


Fig. 4. Enlarged figure of Figs. 3(4-B) and (3-B).

(試験片(3-B)については後述)。

試験片(5-A)のゲージ1で $\dot{\epsilon}_{max}$ の値が異常に大きいのは、そのゲージのすぐ側でリュウダース帯が発生したためにそのゲージでは上部降伏応力での歪速度が検出されたことによる。その歪速度は $0.1s^{-1}$ に近かった。このように試験片中央部からリュウダース帯が発生した場合には、リュウダース前線が2方向に伝播すると思われる。そしてこのような場合の下部降伏応力での歪速度(試験片(5-A)のゲージ3-5)はリュウダース前線がただ1つである場合(試験片(5-B))の半分程度であった。

2) 荷重降下速度 \dot{P} は引張速度とともに微増したが、30 kN/sから200 kN/sの範囲にあった。

3) 応力歪曲線から得られる降伏点のび $\Delta\epsilon_Y$ は平均歪速度が $5 \times 10^{-5} s^{-1}$ から $5 \times 10^{-3} s^{-1}$ まで増加するにつれて1.5から2.7%まで増加した。ゲージで検出されたリュウダース歪 $\Delta\epsilon_G$ は降伏点のび $\Delta\epsilon_Y$ と大体一致した。貼付型Aの場合にはゲージごとにかなりばらついたが、これらは変形が進むにつれて同一歪に収束することから、測定誤差ではないと考えている。

4) Fig. 4に試験片(4-B)と(3-B)の時間軸を拡大したゲージ歪-時間曲線を示す。この図の歪勾配から最大歪速度 $\dot{\epsilon}_{max}$ を計算することができる。これらの値はリュウダース帯の幅 w (試験片長手方向の長さ)がゲージ長さ2 mmより大きい場合に正しい値であるが、後に考察するように w は1 mm以下のような小さい値ではないと思われるので、これらの値はほぼ真に近いと考えている。 $\dot{\epsilon}_{max}$ の値はややばらついてはいるが、試験片(5-A)以外はそのばらつきはせいぜい3倍で偶然的なものと考えられる。それで、下部降伏応力でリュウダース帯が伝播しているときの $\dot{\epsilon}_{max}$ の平均的値を定義できると考え、 $\dot{\epsilon}_{Gav}$ としてTable 1に示した。 $\dot{\epsilon}_{Gav}$ の値は引張速度が10倍になるとほぼ10倍になった

4. 考察

4.1 リュウダース変形他の特性値

以上で測定結果を概観したが、以下ではこの結果から推定されるリュウダース帯の他の特性を述べる。まず伝播速度 v を考える。下部降伏状態では荷重が一定値を保つから、試験片の伸び速度は引張速度に等しい。このことから v を推測することができる。すなわち今、同一の形状を持つ変形波(ここで形状とは、試験片軸方向を x に、歪速度を y 軸にとったときの形状を指す)が試験片内を軸方向に一定速度 v で動いているとし、変形波は十分狭く、変形波以外の部分の歪速度はゼロとする。また変形波の通過後歪は $\Delta\epsilon$ だけ増すとする。そうすれば dt 秒間に vdt の長さが $\Delta\epsilon$ だけ変形するから、その間のクロスヘッド変位 udt と $v\Delta\epsilon dt$ を等しいとおいて、引張速度 u と伝播速度 v の間には次式が成立する。

$$v_{ap} = u / \Delta\epsilon_Y \text{ (リュウダース前線が1つ)} \dots\dots\dots(11-1)$$

$$v = u/n \Delta\epsilon_Y \text{ (リュウダース前線が}n\text{個)} \dots\dots\dots(11-2)$$

式(11-1)を用いれば降伏点のびの値から v_{ap} を推定すること

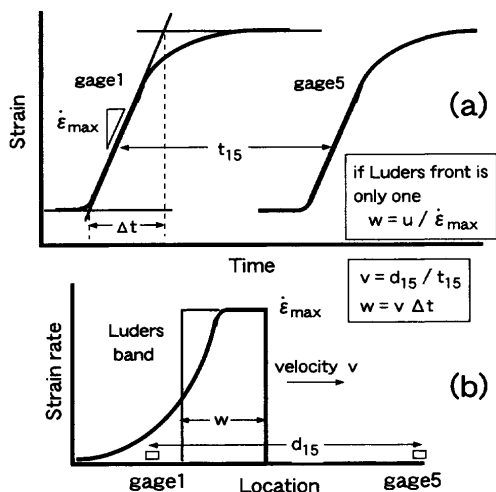


Fig. 5. Schematic illustration of strain-time curve for gage1 and 5(a) and of strain rate distribution in Luders band (b). Definition of the band width w is also shown in figure (b).

ができる。これを Table 1 に示した。引張速度が 10 倍になると v_{ap} は 7 倍ぐらいになっている。

v はゲージによる測定結果から直接求めることもできる。例えば、試験片(4-B)ではゲージ 1 から 5 までリュウダース帯が伝播する時間は 16.5 s であるので (Fig. 4 参照), この値でそのゲージ間の間隔 32 mm を除せば、速度 1.9 mm/s が得られる。このような考えのもとで計算された伝播速度が Table 1 に v_{ex} として示されている。

$$v_{ex} = d_{xy} / t_{xy} \dots\dots\dots(12)$$

ここで、 x, y はゲージ番号で 1 から 5 をとる。前述したように試験片(5-A)ではリュウダース前線が 2 つあると考えられたので x と y は 3 と 5 にとった。試験片(3-B)では、ゲージ 1 から 3 までは試験片の一方の肩部で発生したリュウダース帯が、ゲージ 5 ではもう一方の肩から発生した帯が通過し、この 2 つのがゲージ 4 の辺りで衝突したと考えられるので、この場合の伝播速度はゲージ 1 から 3 の間で定義した。試験片(3-B)でリュウダース前線が 2 つ存在すると推定した理由は三つある。Fig. 4 で歪を感知したゲージの順序は、1→2→(3,5)→4 である。ゲージ 3 まで伝播してきたリュウダース帯がそこで止まって新たにゲージ 5 の方にリュウダース帯が発生したとは考え難い。次にゲージ 4 の歪速度 $\dot{\epsilon}_{max}$ は他のゲージのそれの 2 倍くらいで、このことは 2 つのリュウダース帯が合体したと考えると納得できる。最後に、以下に述べるように試験片(3-B)の伝播速度 v_{ex} は試験片(3-A)の半分程度であり、リュウダース歪が両者で変わらないことを考慮すると、式(11-2)が成立するためには $n=2$ でなければならない。

v_{ap} と v_{ex} とは試験片(5-A)と(3-B)を除いてほぼ一致している。またこの 2 つの試験片では v_{ex} の値は v_{ap} のおよそ半分である。すなわちリュウダース前線が 2 つある場合は、そ

れぞれの前線の伝播速度は 1 つの場合の半分になるといえる。

次にリュウダース帯の幅 w について考える。リュウダース帯が通過する際のゲージの歪-時間曲線の勾配は Fig. 5(a) に模式的に示したように、はじめ急でその後緩やかになる。このことはリュウダース帯内の歪速度は Fig. 5(b) に示したように、進行方向前方で大きく、後方で小さくなることを意味しているが、本論文では便宜上、Fig. 5 に示す定義によって幅 w を決定した。すなわち、歪速度の最大値 $\dot{\epsilon}_{max}$ を用いて

$$w_{ap} = u / \dot{\epsilon}_{max} \text{ (リュウダース前線が 1 つ)} \dots\dots\dots(13-1)$$

$$w = u / n \dot{\epsilon}_{max} \text{ (リュウダース前線が } n \text{ 個)} \dots\dots\dots(13-2)$$

で与えられるとした。荷重一定の状態では、ある瞬間に幅 w_{ap} (あるいは nw) の領域が歪速度 $\dot{\epsilon}_{max}$ で変形していれば、式(13-1, 2)が成立するのは当然である。式(13-1)から求めた w_{ap} の値を Table 1 に示した。 w は別の方法でも得られ、これは前線の数に依存せず、そのリュウダース帯の実測値といえる。すなわち、伝播速度 v_{ex} と、リュウダース帯がゲージを通過する時間 Δt (Fig. 5(a)参照) から、

$$w_{ex} = v_{ex} \Delta t \dots\dots\dots(14)$$

が得られる。正確には、式(14)の v_{ex} と Δt の積は、幅 w とゲージ長さ(2 mm)の大きい方の値を与えるが、Table 1 に示したように w_{ex} の値は 3-5 mm なので、この長さは妥当と思われる。前線が 2 つある試験片(5-A)と(3-B)で w_{ex} が w_{ap} の約半分であるのは、式(13-1)と(13-2)を比較すれば容易に納得できる。

以上まとめて、リュウダース前線が 1 つの場合、伝播速度は引張速度が 10 倍になれば 7-8 倍になり、リュウダース帯の幅は 4 mm、すなわち試験片の半径程度である。リュウダース前線が 2 つの場合は、それぞれの変形域の幅は前線が 1 つの場合と変わらないが、歪速度は半分程度、伝播速度も半分程度になる。その結果リュウダース歪 $\Delta \epsilon_y$ は前線が 1 つの場合も 2 つの場合も同じくらいの値になると結論できる。

4.2 シミュレーションの結果

Fig. 6 に引張速度 $u=0.004$ mm/s (平均歪速度 $5 \times 10^{-5} s^{-1}$) から 0.4 mm/s ($5 \times 10^{-3} s^{-1}$) の場合のシミュレーション結果を、応力変化、要素の歪および歪速度について示す。歪および歪速度は要素 $k=1, 11, 21, 41, 80$ について図示している。Fig. 6 は前報⁴⁾の Fig. 9 と比べて下部降伏応力の応力振動が小さく、降伏点のび終了直前の応力降下が不顕著になっている。これらは要素数を増加したこと(前報では $n=20$) による改善である。

Fig. 7 に上部、下部降伏応力 σ_U と σ_L 、その差 $\Delta \sigma$ (応力降下量) および降伏点のび $\Delta \epsilon_y$ の実験値およびシミュレ

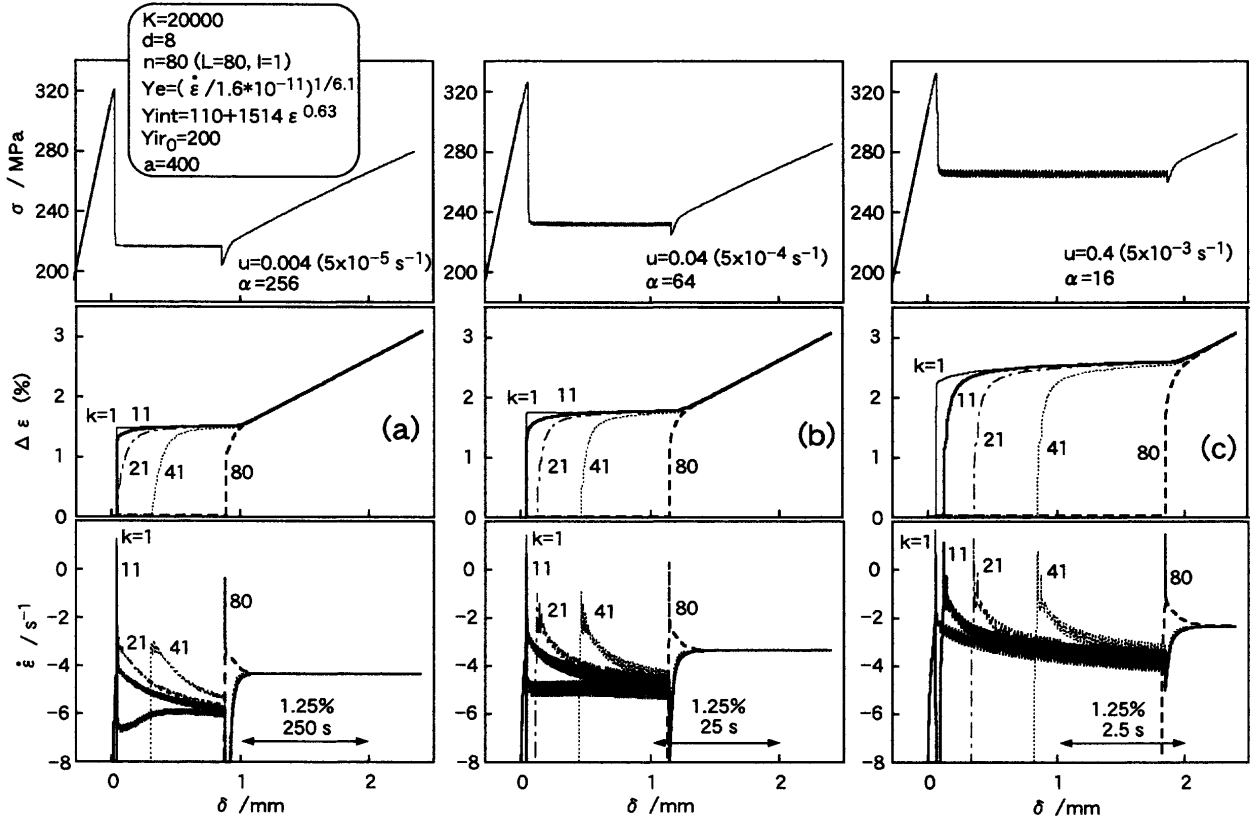


Fig. 6. Nominal stress σ , local strain $\Delta\epsilon$ and local strain rate $\dot{\epsilon}$ vs. crosshead displacement δ curves for three kinds of average strain rate 5×10^{-5} (a), 5×10^{-4} (b) and $5 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ (c) obtained by computer simulation.

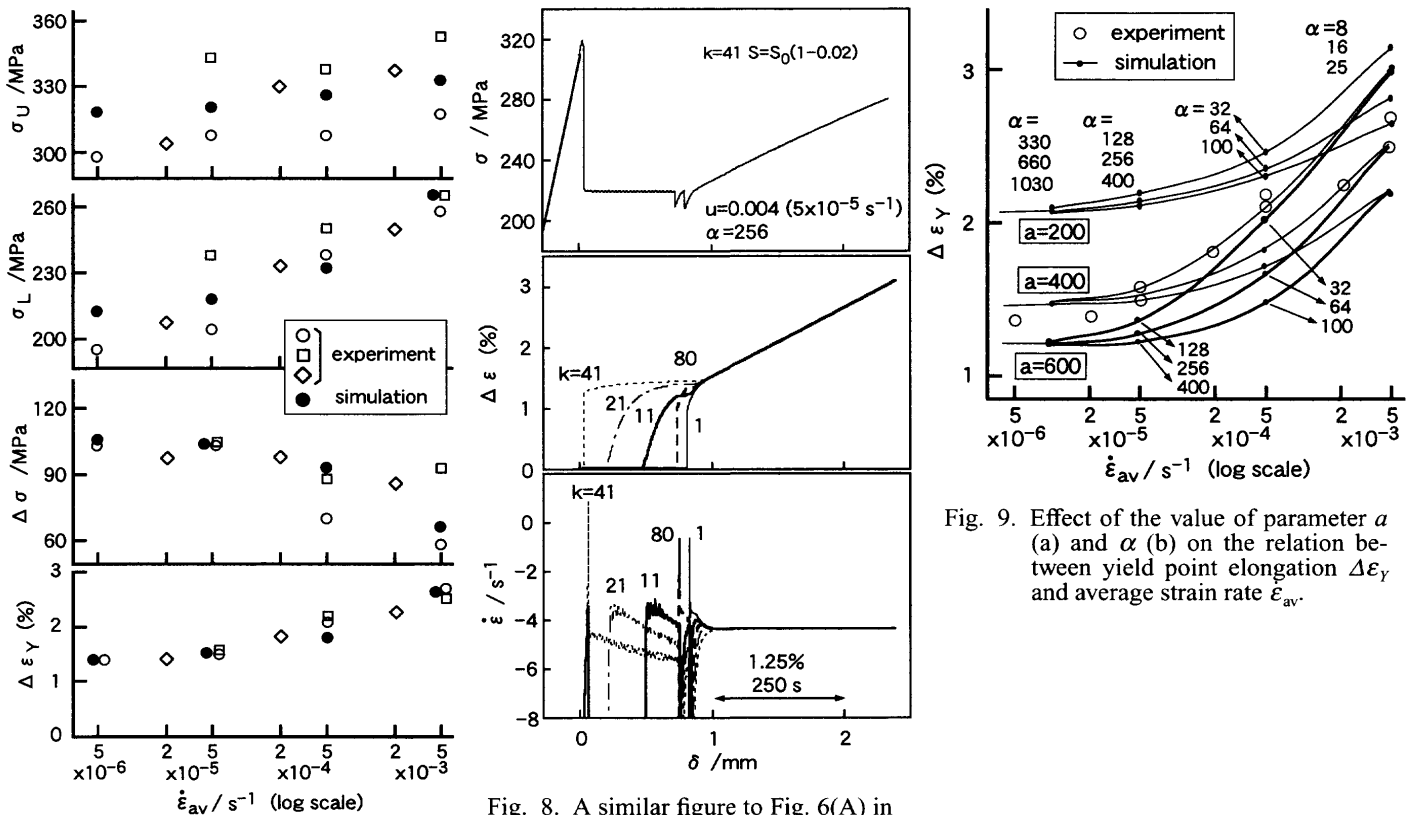


Fig. 7. Effect of average strain rate $\dot{\epsilon}_{av}$ on the values of upper and lower stress σ_U , σ_L , their difference $\Delta\sigma$ and yield point elongation $\Delta\epsilon_Y$. Open and solid marks are experimental and theoretical ones, respectively.

Fig. 8. A similar figure to Fig. 6(A) in the case of two Luders front. In this case the initial yielding occurs at a middle element 41.

Fig. 9. Effect of the value of parameter a (a) and α (b) on the relation between yield point elongation $\Delta\epsilon_Y$ and average strain rate $\dot{\epsilon}_{av}$.

ション値を示す。Table 1やFig. 6に示した以外のデータもプロットしている。歪速度上昇にともなう σ_U の微増、 σ_L の増加、 $\Delta\sigma$ の微減、 $\Delta\epsilon_T$ の増加など、シミュレーション値は実験値と定量的な一致を示している。また $\Delta\epsilon_T$ の実験値とシミュレーション値が一致するという事は、伝播速度 v も一致することを意味している(式(11)参照)。

リューダース前線が2つある場合のシミュレーション結果を平均歪速度 $5 \times 10^{-5} s^{-1}$ の場合についてFig. 8に示した。この場合のシミュレーション方法はFig. 6(a)とほとんど同じで、ただ初期断面積を要素41のみで2%小さくした。Fig. 8とFig. 6(a)を比較すると上部、下部降伏応力や降伏点のびはほぼ同じである。したがって式(13-2)からFig. 8の場合の伝播速度はFig. 6(a)の場合の半分となる。また歪速度は前者では $3-5 \times 10^{-4} s^{-1}$ (要素11や21)、後者ではその倍の $6-10 \times 10^{-4} s^{-1}$ (要素41)になっている。したがって式(13-2)からリューダース帯の幅はFig. 8の場合もFig. 6(a)の場合も同じとなる。これらのシミュレーションの予測は実験結果とよく一致しており、本シミュレーションがリューダース前線2つの場合にも適用できるものであることを示している。

リューダース帯内の最大歪速度および幅 w に関しては、シミュレーション値は実験値と一致しない。小さい引張速度のときは、歪速度のシミュレーション値は $10^{-3} s^{-1}$ 程度(Fig. 6(a)の下の図の要素21, 41の結果参照)でTable 1の平均歪速度 $\dot{\epsilon}_{Gav}$ の結果と一致しているが、引張速度が大きくなると、歪速度は大きく振動し、その最大値はFig. 6(b)では $0.1 s^{-1}$ (要素21, 41の結果)、Fig. 6(c)では $10 s^{-1}$ に達している。この場合、対応する実験値は前者で $0.01 s^{-1}$ 、後者で $0.1 s^{-1}$ である。この不一致の原因は伝播係数 α を導入したシミュレーションのやり方そのものにあるので、後に考察する。

4.3 シミュレーションの問題点

本論文で示したシミュレーションの問題点は三つある。第一は本研究で使用した構成方程式の一般性である。第二は定数 a の見積もりである。第三は伝播係数 α を導入して有効応力を式(7)-(9)の形に定式化し、 α の値を引張速度によって変えたことである。説明の都合上、第二の、定数 a の問題から考察する。

4.3.1 定数 a の見積もり

前報⁴⁾では加工軟化係数 a の値を100程度と見積もった。この値は上部降伏点から応力が下降する応力-時間勾配から推定したのだが、この方法にはかなり任意性があった。今回用いた、より良い方法を以下に述べる。

Fig. 9は a の値を200, 400, 600と変えたときの降伏点のび $\Delta\epsilon_T$ のシミュレーション値を示している。 α の値は式(8)で与えられるものの他に、その半分および1.6倍の場合を示した。すなわち $\dot{\epsilon}_{av} = 5 \times 10^{-3} s^{-1}$ の場合には $\alpha = 16$ 以外に8および25の場合のシミュレーションも行った。他の歪速

度の場合も同様である。Fig. 9の特徴は $\dot{\epsilon}_{av}$ が小さくなると $\Delta\epsilon_T$ の値が α によらず、 a の値に特有のある値に収束することである。図中に示しているように、歪速度が 10^{-5} や $10^{-6} s^{-1}$ のオーダーでは $\Delta\epsilon_T$ の実験値も、1.4-1.5%ぐらいでほとんど一定になっていた。Fig. 9から、シミュレーション値と実験値を一致させるには、 a の値を400か500ぐらいにとらなければならない。

a の値の $\Delta\epsilon_T$ に及ぼす影響は次のように考えれば定性的に理解できる。式(3)-(5)から内部応力 Y_i は

$$Y_i = Y_{int0} + C\epsilon^n + Y_{ir0} \exp(-a\epsilon) \dots \dots \dots (15)$$

と書ける。この式は均一変形する試験片を無限に硬い試験機で引張ったときの応力歪曲線を意味すると考えてよい。式(15)で得られる Y_i は ϵ とともにいったん減少して極小値に達し、その後増加に転じるが、その極小値をとるときの ϵ の値は $a=200$ では1%、 $a=500$ では0.5%ぐらいとなる。すなわち a の値が大きいなら極小値は小さい歪のところで起こる。このことがFig. 9の収束値に反映しているのであろう。

4.3.2 他の材料のシミュレーション

前報⁴⁾で実験材料として用いた鋼は加工硬化率が小さく、降伏点のびが大きいものであった。そこで本報で用いた $a=400$ と式(8)に示した α の数値を用いて、前報の材料のシミュレーションを行った(式(1)-(4)中の定数 B, m, Y_{int0}, n の値は前報と同じ)。Fig. 10に応力歪曲線と要素歪の二例を図示した。

Fig. 10は前報⁴⁾のFig. 2の歪速度 $10^{-4} s^{-1}$ と $10^{-2} s^{-1}$ の試験のグラフに対応するものである。要素分割数を大きくしたので、前報のFig. 10より実際に近い応力歪曲線が得られている。また、降伏点のびのシミュレーション値はFig. 10(a)で3%、(b)で7%であり、Fig. 9に比べて2倍以上の大きい。この値は実験結果(前者で約4%、後者で8%)よりやや低いだが、両者の一致はかなり良い。要するにFig. 10は、前報で用いた材料の応力歪曲線の形や降伏点のびの量も、本報で使った a や α の値を用いたシミュレーションによって正確に予測できることを示している。

4.3.3 定数 α の意味

本シミュレーションの最大の問題は、引張速度とともに変化する定数 α を導入したことである。以下に、これを導入せざるをえなかった理由、その欠点および改善の方向に関して述べる。

下部降伏応力で変形が進行しているとき、リューダース帯前方の未変形域が変形を始めるとすれば、そこに上部降伏応力に等しい応力が作用したと考えるのが自然である。少なくとも構成方程式(1)-(4)によって解析を行う場合にはそう仮定するほかはない。その場合の付加的応力は歪勾配によって生みだされると仮定すれば、係数 α の値は引張速度に依存しないと考えるのが妥当である。ところがそうすると、前論文で示したように降伏点のびの量は引張速度

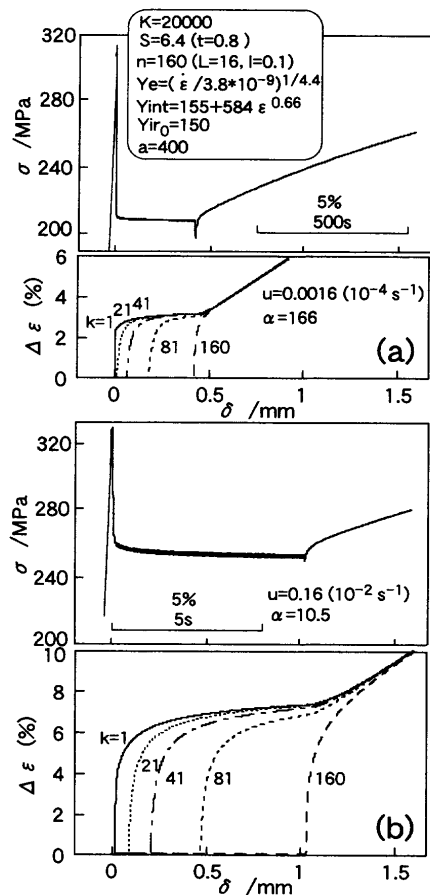


Fig. 10. Nominal stress σ and local strain $\Delta\epsilon$ vs. crosshead displacement δ curves obtained by computer simulation for the specimen used in the previous paper.¹⁾ The upper figure is for average strain rate 10^{-4} (a) and the lower for 10^{-2} s $^{-1}$ (b).

にほとんど依存しないことになってしまう。それで、やむをえずわれわれは α の値を変化させたのである。 α の値を小さくすれば、着目している要素は、すでに変形している隣の要素との歪差が大きくなるまで変形を始めないし、変形を始めた後は隣の未変形の要素との歪差が大きくなるまで変形が伝播しないからリューダース歪は大きくなる。だから引張速度の増加とともに α の値を小さくすれば、リューダース歪の実験結果とシミュレーション値を合致させることはできる。ところがそうするとFig. 6(b)や(c)に示したように、要素の歪速度の最大値は非常に大きくなり、実験値と一致しない。

ただし仔細に観察すると、Fig. 6(b)や(c)の歪速度の時間変化は激しく振動している。この理由は式(9)の付加応力の形から説明できる。隣の要素が変形すると大きい付加応力がかかるので着目している要素の歪速度は急増するが、着目要素が変形を始めると今度は隣の未変形側の要素からの負の付加応力を受けるので歪速度は急減する。変形が試験片内を伝播していくにつれてこのようなことが繰り返されるので、1個の要素の歪速度も4-5回の大きい振動を経験することになる。このような歪速度の振動をなくす付加応力の定式化は可能であるかもしれない。

しかし仮に歪速度の振動を取り除くことができたとしても、実験結果を説明するためには引張速度によって α の値を変えなければならないだろう。これは降伏点現象の本質的な問題であるように思われる。本論文でわれわれはそこまで考えることができなかったので、伝播係数 α の値の変化というその場しのぎの方法を用いざるを得なかった。

5. 結言

鋼の降伏点現象、すなわち常温でのリューダース変形に関して、ゲージを用いてリューダース帯内の歪や歪速度、リューダース帯の幅や伝播速度を測定して、次のような結果を得た。

- (1) 試験片各部分は一時的に急速変形し、リューダース前線通過後はその歪速度がほとんどゼロになった。
- (2) リューダース帯内の歪速度は、平均歪速度の20倍ぐらいで、平均歪速度にほぼ比例した。
- (3) リューダース帯の幅は試験片直径の半分、4 mm くらいであった。
- (4) 伝播速度は引張速度が0.004 mm/s の時0.25 mm/s くらいで、引張速度が10倍になると7-8倍になった。
- (5) リューダース前線が2つあるとき、リューダース歪とリューダース帯の幅は1つのときと同じで、伝播速度と歪速度が半分になった。

加工軟化する内部応力を仮定し、伝播係数 α を導入してリューダース変形のシミュレーションを行った。結果は次のようにまとめられる。

- (1) 加工軟化の速度を決めるパラメータ a は、非常に小さい引張速度での降伏点のびの量を知らなければ決定することができ、その値は約400であった。
- (2) 上部、下部降伏応力を予測できた。
- (3) リューダース歪、伝播速度は α を引張速度の応じて適当に選ぶことによって実験値と一致させることができた。
- (4) 引張速度が大きい場合、リューダース歪速度は振動し、その最大値は実験値よりずっと大きくなった。すなわち最大歪速度とそれによるリューダース帯の幅の予測は実験値と一致しなかった。
- (5) リューダース前線が2つの場合の状況も正しくシミュレートできた。
- (6) 異なる材料の場合も、加工硬化率などの定数を用いれば、パラメータ a や α の値を変えずに、シミュレーション結果と実験結果は一致した。

文 献

- 1) W.G.Johnston and J.J.Gilman: *J. Appl. Phys.*, **30** (1959), 129.
- 2) G.H.Hahn: *Acta Metall.*, **10** (1962), 727.
- 3) J.F.Butler: *J. Mech. Phys. Solids*, **10** (1962), 313.
- 4) R.Onodera, T.Morikawa and R.Kamikihara: *Tetsu-to-Hagané*, **87** (2001), 63.