

# 加工軟化モデルに基づいた降伏点現象の 計算機シミュレーション

小野寺 龍太\*・森川 龍哉\*・上木原 竜太\*<sup>2</sup>

Computer Simulation of the Yield Point Phenomena Based on the Work-softening Model

Ryuta ONODERA, Tatsuya MORIKAWA and Ryuta KAMIKIHARA

**Synopsis :** The yield point phenomena in low carbon steel have been explained by the Cottrell or the Johnston-Gilman theory in terms of microscopic variables such as dislocation density, dislocation velocity and the interaction energy between dislocation and solute atom. However, the lower yield stress and the amount of the Lüders strain (stretcher strain) seems not to have been predicted by the above theories. In the present work we tried to explain the phenomena quantitatively by a phenomenological (rheological) model using macroscopic variables such as work-hardening rate and the strain rate sensitivity of flow stress which we can be measured by tensile test. In the model a new internal stress was introduced which is supposed to be work (strain)-softened and age-hardened. Numerical calculation showed that the model can predict the values of the upper and lower yield stress and the amount of the Lüders strain, and the effect of strain rate on these characteristics.

**Key words :** carbon steel; plastic deformation; strength; mechanical testing; simulation.

## 1. 緒言

鉄鋼の降伏点現象（ストレッチャーストレイン）は古くから知られており、その原因についても4, 50年ほど前にCottrell<sup>1)</sup>やJohnstonとGilman<sup>2)</sup>（以下J-G）によって理論が提出されたが、それ以来新しい説はないように見える<sup>3-5)</sup>。この二つの理論は、溶質原子による転位の固着あるいは可動転位の少なさによって降伏点現象を説明したものであり、理論で使われる変数や定数、すなわち転位密度、転位速度、溶質原子拡散速度、溶質原子が転位を固着する強さなどはいずれも微視的の量である。これらの量を実験によって決めることは極めて難しく、むしろ実験に合致するように定数を決める場合が多い。これに加えて、これらの理論は、降伏点のびの量や応力ひずみ曲線の形状を定量的に予測するような形にはなっておらず、説明のための理論に留まっているといっても過言ではない。また降伏点現象に関連の深い、ひずみ時効やポルトヴァンールシャトリエ効果（P-L効果、セレーション）との統一理論にもなっていない。

我々はFCC合金のP-L効果を説明するために、巨視的に測定できる量のみを用いて構成方程式を作り、これを用いて計算機シミュレーションを行い、P-L効果に関するほとんどの問題、すなわち開始ひずみ、セレーションの形、リュウダース帯内のひずみ速度、リュウダースひずみ、応力のひずみ速度依存性が負であることなどを説明することができた<sup>6,7)</sup>。この理論（以下現象論と呼ぶ）は上に述べ

た微視的の量を使わず、また現象の底に横たわる微視的機構も仮定しない。ただ加工軟化し時効硬化する、ある種の内部応力が存在することを仮定する。この理論は転位論に踏み込まずにP-L効果を説明し、シミュレートすることを目的として作られた。本論文はこの現象論を鉄鋼の降伏点現象に応用し、低炭素鋼の応力ひずみ曲線のシミュレーションを行ったものである。

## 2. 実験結果とその解釈および定数の決定

Fig. 1に焼鈍した0.05% CのAlキルド鋼を4種類のひずみ速度で引張試験した場合の公称応力-公称ひずみ曲線を示す。試験中、ひずみが15%のところでひずみ速度を10倍に変えている。我々はこの応力ひずみ曲線を次に述べるような構成方程式によって解釈した（Fig. 2に説明のための模式図を示す）。

$$\sigma = Y_e + Y_i \dots \dots \dots (1)$$

$$Y_i = Y_{int} + Y_{ir} \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 $\sigma$ は外力、 $Y_i$ は内部応力で、 $Y_{int}$ および $Y_{ir}$ は起源の異なる二種類の内部応力である。なお、本論文では「内部応力」とは十分に低いひずみ速度での変形応力を指すものとする。 $Y_e$ は有効応力である。Fig. 1, Fig. 2に示されているように、引張速度を上げたときの変形応力はグラフを上方に平行移動した形であり、このグラフを利用して有効

平成12年7月24日受付 平成12年10月26日受理 (Received on July 24, 2000; Accepted on Oct. 26, 2000)

\* 九州大学工学研究院 (Graduate School of Engineering, Kyushu University)

\* 2 九州大学大学院生 (Graduate Student, Kyushu University, 6-10-1 Hakozaki Higashi-ku Fukuoka 812-8581)

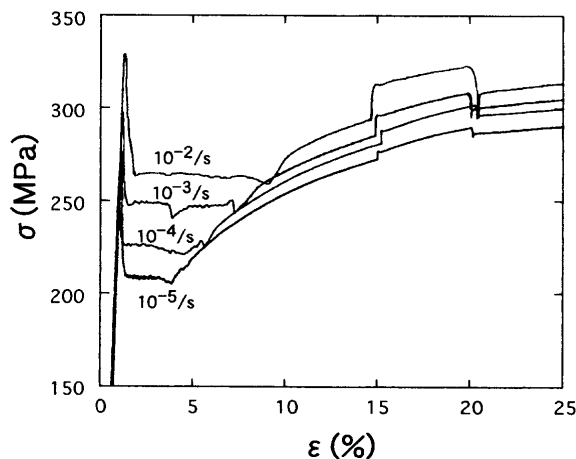


Fig. 1. Nominal stress–nominal strain curves of 0.05% C Al-killed steels stretched in various strain rates. The strain rate was changed by ten times during 15–20% strain.

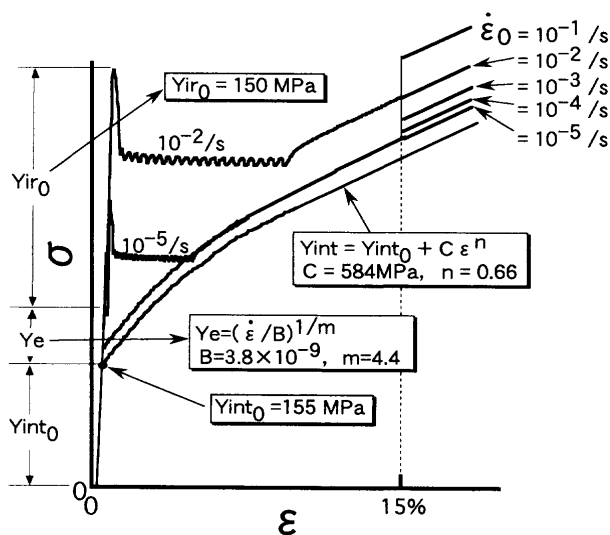


Fig. 2. Schematic representation of stress–strain curve. It is supposed that the stress consists of three parts, namely, the effective stress  $Y_e$ , the ordinary internal stress  $Y_{int}$  and the aging stress  $Y_{ir}$  which is worksoftened.

応力  $Y_e$  とひずみ速度  $\dot{\epsilon}$  の関係をほぼ推定することができる。

$$Y_e = (\dot{\epsilon}/B)^{1/m} \quad (d\epsilon/dt = \dot{\epsilon} = BY_e^m) \dots\dots\dots (3)$$

$$B = 3.8 \times 10^{-9} \quad m = 4.4$$

式(3)は  $10^{-5}$ ,  $10^{-4}$ ,  $10^{-3}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  のひずみ速度に対しそれぞれ, 5.99, 10.1, 17.1, 28.8, 48.6 MPa の  $Y_e$  の値を与える。これは  $10^{-5} \rightarrow 10^{-4}$ ,  $10^{-4} \rightarrow 10^{-3}$ ,  $10^{-3} \rightarrow 10^{-2}$ ,  $10^{-2} \rightarrow 10^{-1} \text{ s}^{-1}$  のひずみ速度変化に対して 4.12, 6.95, 11.7, 19.8 MPa の応力増加を意味する。これらの値は Fig. 1 から得られた実測値, 4.23, 7.05, 11.6, 19.9 MPa と極めてよく一致しているので, 式(3)を有効応力の表式としてよいであろう。

変形応力から有効応力分  $Y_e$  を引き去ると, Fig. 1 に示し

た4つのひずみ速度に対する応力ひずみ曲線の降伏点のび後の形は, 一本の曲線で表現できる。この曲線を  $\epsilon=0$  の所まで延長したものを  $Y_{int}$  と定義し, これを Fig. 2 に示している。この  $Y_{int}$  は,

$$Y_{int} = Y_{int0} + C\epsilon^n \dots\dots\dots (4)$$

$$Y_{int0} = 155 \text{ MPa}, \quad C = 584 \text{ MPa}, \quad n = 0.66$$

の形に書ける。 $Y_{int}$  は  $Y_{ir}=0$  であるような材料を非常に遅い速度で引っ張った場合の応力ひずみ曲線を意味しており, 以下では基準応力ひずみ曲線と呼ぶ。式(4)は, 0.05, 0.075, 0.1, 0.125 および 0.15 の公称ひずみ  $e$  ( $\epsilon = \ln(1+e)$ ) に対して 235, 258, 279, 297, 314 MPa の  $Y_{int}$  を与えるが, 実験 (Fig. 1) で得られた値はそれぞれ真応力に換算すると, 234, 260, 279, 299, 315 MPa であったから両者の一致は非常に良いと言える。

次に,  $Y_{ir}$  は時効硬化による内部応力増加量であり, その  $\epsilon=0$  のときの初期値を  $Y_{ir0}$  とする。 $Y_{ir0}$  は降伏点のび後の, 応力ひずみ曲線を滑らかに  $\epsilon=0$  まで延長した点 ( $Y_{int0} + Y_e$ ) と上部降伏応力の差として与えられる。 $Y_{int0} = 155 \text{ MPa}$  (式(4)) とすればこの値はほぼ

$$Y_{ir0} = 150 \text{ MPa} \dots\dots\dots (5)$$

と見積もられる。

Fig. 2 のように考えれば, 降伏点のびは, 下部降伏応力から有効応力を差し引いた応力を意味する水平線と基準応力ひずみ曲線  $Y_{int}$  の交点として決定される。

### 3. 理論

以上の考えを用いれば, 降伏点現象とそれに対するひずみ速度の影響は, 次の二点に対する解答を与えれば説明されたことになるだろう。1. なぜ上部降伏点と下部降伏点があり, 下部降伏応力は一定を保つのか。2. なぜひずみ速度が大きいほうが下部降伏応力が高いのか。以下の節においてこの二点を説明する理論を述べる。

#### 3.1 内部応力 $Y_{ir}$ の定式化

式(2)中の  $Y_{ir}$  は本論文で述べる現象論の要点である。これは一種の内部応力であり, 時効が起こる温度なら  $Y_{ir}$  の値は時間とともに大きくなるが, その値には上限 ( $Y_{ir}^M$ ) があるとす。下限はゼロとする。本研究のモデル材は炉冷材なので完全時効状態に近いと考えられるから  $Y_{ir0}$  は  $Y_{ir}^M$  にほぼ等しいであろう。 $Y_{ir}$  は時効により増加するが, 試験片が変形を受ける際にはひずみとともに減少すると仮定した。すなわち時効硬化した材料は変形後一気に軟化するのではなく, ひずむにつれて徐々に軟化すると考えた。そして,  $Y_{ir}$  の時間変化は次式のように表現されると仮定した。

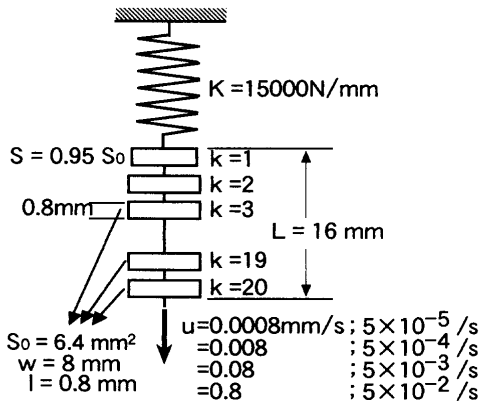


Fig. 3. Formulation of tensile test. The specimen is supposed to consist of 20 elements which length is equal to the specimen thickness, 0.8 mm. The area of first element is made smaller than that of the others in order to make the element the trigger of deformation.

$$dY_{ir}/dt = -a\dot{\epsilon}Y_{ir} + b[\exp\{(Y_{ir}^M - Y_{ir})/g\} - 1] \quad (6)$$

右辺第一項は書き換えると、 $dY_{ir} = -aY_{ir}d\epsilon$ となり、加工軟化を意味する。ここで $a$ は加工軟化の速度を決める定数で、以下、加工軟化係数と呼ぶ。 $a$ の値は本研究のモデル材では100前後と思われる。この数値の予測の根拠については後述する。常温の鋼の引張試験では時効を考慮する必要がないので、ここでは時効を意味する式(6)の右辺第二項に関する説明は省略するが、 $b$ が0でなく変形中に時効が起こる場合は普通、繰り返し降伏 (serrated flow, P-L効果) が起こる。 $b=0$ とし、 $\dot{\epsilon}dt = d\epsilon$ を用いて式(6)を解くと、次式が得られる。

$$Y_{ir} = Y_{ir0} \times \exp(-a\epsilon) \quad (7)$$

$a$ の値を100とすると、ひずみ2%で $Y_{ir}$ の値は初期値 $Y_{ir0}$ の13%位まで減少することになる。なお、緒言でも述べたが、式(6)はFCC合金のP-L効果やひずみ時効現象に関する諸問題をほとんど完全に説明することができたから、この定式化は広い適用性をもつものと考えている。

### 3.2 引張試験の定式化

引張試験における変位は、Fig. 3に模式的に示したように、試験機と試験片の弾性変形と試験片の塑性変形の和と考えることができる。本実験に用いた機械の場合、前者は、 $15000 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$ の剛性 $K$ をもつバネと考えるのが妥当であった。試験片の平行部長さは16 mm、板幅8 mm、板厚0.8 mmであるので、シミュレーションでは試験片を長手方向に20分割して、各要素の長さ $l$ を0.8 mmとし、それぞれが独立に変形するとした (Fig. 3参照)。この0.8 mmという長さは板厚に等しくとった。なぜなら周りの領域の拘束を考慮すれば、巨視的変形が板厚よりずっと狭い領域に局限されることは考えられないからである。ただし、要素数40ヶ ( $l=0.4 \text{ mm}$ )の場合のシミュレーションも行った。

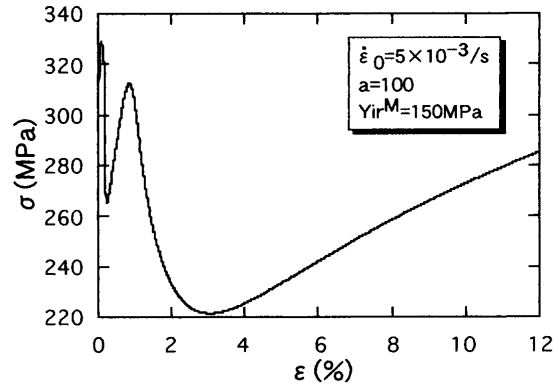


Fig. 4. An example of the simulation in the case that the all the elements except element 1 deform in the same manner, showing no yield point elongation.

要素の初期断面積 $S_0$ は $6.4 \text{ mm}^2$ であるが、シミュレーションでは要素1のみこれより5%小さい断面積を持つとした。そしてその要素のみ降伏応力 $Y_{int0} + Y_{ir0}$ が1/0.95倍になっているとした。これは、初期状態 $t=0$ ,  $\epsilon(k)=0$ において、すべての要素が降伏し、しかも最初の変形を試料端 (要素1) で開始させるために必要な処置で、要素1が変形の「引き金」になるようにしたのである。

任意の時刻における $k$ 番目の要素の外部応力 (試験機が試験片に与える応力) は次式のように書かれる。以下の式で、 $\sigma$ ,  $\epsilon$ ,  $Y_e$ は要素ごとに異なるので、 $\sigma_k$ のように添字 $k$ を付す ( $S_0$ と $Y_{int0} + Y_{ir0}$ において要素1のみの値が違う)。

$$\sigma_k = [K\{ut - \sum l\epsilon_k\}S_{0,k} + Y_{int0,k} + Y_{ir0,k}]/(1 - \epsilon_k) \quad (8)$$

ここで $u$ はクロスヘッドの移動速度であり、 $\sum$ はすべての要素(1~20)の総和を意味する。式(1), (2), (4), (7), (8)から、 $1/(1 - \epsilon) \approx 1 + \epsilon$ を用いて、

$$Y_{ek} = K\{ut - \sum l\epsilon_k\}/\{S_{0,k} \times (1 - \epsilon_k)\} - C\epsilon_k^n - (Y_{int0,k} + Y_{ir0,k})\epsilon_k + Y_{ir0,k}\{1 - \exp(-a\epsilon_k)\} \quad (9)$$

が得られる。式(9)中の $Y_{ek}$ は、 $t=0$ ,  $\epsilon_k=0$ のときゼロになっている、すなわち、 $t=0$ で全要素はちょうど降伏している。

式(3)を各要素について書くと、次のようになる。

$$d\epsilon/dt = \dot{\epsilon}k = BY_{ek}^m \quad (3)'$$

ここで定数をまとめて示すと、次のようである： $K = 15000 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$ ,  $l = 0.8 \text{ mm}$ ,  $C = 584 \text{ MPa}$ ,  $S_{0,k} = 6.4 \text{ mm}^2$  (要素1ではこの95%),  $Y_{int0,k} = 155 \text{ MPa}$ ,  $Y_{ir0,k} = 150 \text{ MPa}$  (この2つの量は要素1ではそれぞれの105%)、および $a = 100$ 。このような定数を用い、 $u = 0.08 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$  (ひずみ速度 $5 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ )として、式(3)'および(9)を20個の要素について解くと、Fig. 4のようになり、上部降伏点と下部降伏点は現れるが、降伏点のびは出現しない。これは要素2から

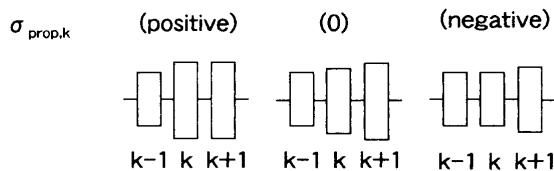


Fig. 5. Schematic figure for the explanation of additional stress  $\sigma_{prop,k}$  of  $k$ -th element. The positive additional stress acts on the element, if the strain of neighboring element is larger than that of  $k$ -th element.

20までが全く同じ変形をし、リュードス帯の伝播が起これないためである。ただし、図中の一回目の応力降下は、要素1だけが変形したことを示すもので、これは要素1の断面積だけを他の要素よりも小さくしているためである。Fig. 4のようにリュードス帯伝播が生じないことは実験結果と矛盾するので、これを改善するため、ある要素が降伏したら、その隣の要素も降伏しやすくなるという考えを、式(9)に組み込むことを考えた。この付加的応力  $\sigma_{prop,k}$  を次のように定式化した。

$$\sigma_{prop,k} = \alpha \sigma_k \{(\varepsilon_{k+1} - \varepsilon_k) - (\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1})\} \dots \dots \dots (10)$$

ここで、 $\alpha$  は正の定数であり、以下伝播係数と呼ぶ。式(10)は考えている要素  $k$  のひずみに比べて隣の要素のひずみが小さい場合には、すなわち要素  $k$  がふくらんでいる場合には、正の付加的応力が働くことを意味している (Fig. 5参照)。 $\alpha$  の値はひずみ速度に応じて広範囲に変えたがこれについては次節で述べる。結局、以下に述べるシミュレーションでは、要素が受ける真の有効応力  $Y_{ek}(\text{true})$  が次式のようなものであると考えて行った。

$$Y_{ek}(\text{true}) = Y_{ek} + \sigma_{prop,k} \dots \dots \dots (11)$$

数値計算にはルンゲクッタ法とグレゴリーニュートンの外挿公式を用いた。

#### 4. シミュレーションの結果

Fig. 6に  $u=0.08 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$  (平均ひずみ速度  $5 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ) の場合のシミュレーション結果を示した。図には応力のみならず要素  $k=1, 6, 10, 16, 20$  のひずみ、ひずみ速度および  $Y_{ir}$  の値の変動も示している。降伏 ( $Y_{int0,k} + Y_{ir0,k} = 305 \text{ MPa}$ ) 後、応力はいったん上昇するが、 $330 \text{ MPa}$  になるとすべての要素が一時的に平均ひずみ速度  $5 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  で変形し始めるので上昇は止まる、すなわち上部降伏点である。その後、要素1が断面積が小さいために他要素よりわずかに早く変形するのでその  $Y_{ir}$  の値が下がり、このためますますその要素の変形が加速される。その結果、その要素の変形速度がクロスヘッド移動速度より大きくなるので変形荷重が下がり、他要素のひずみ速度は事実上ゼロになり、その  $Y_{ir}$  は約  $130 \text{ MPa}$  で止まったままになる。こうして要素1のみが

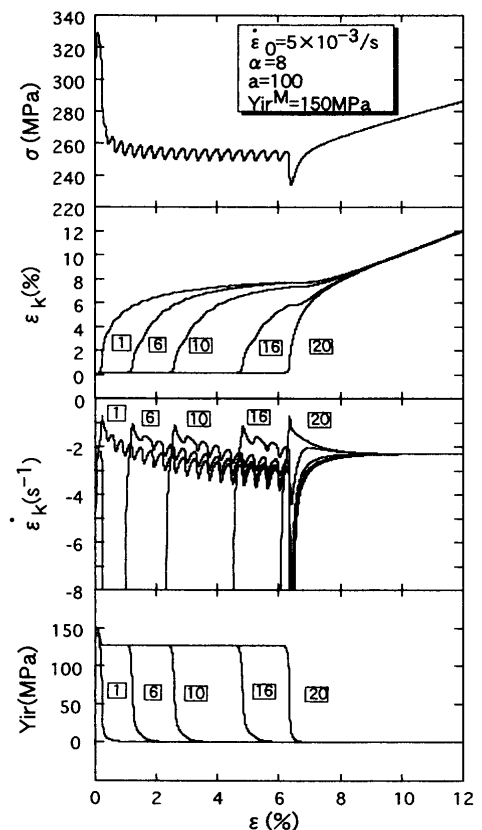


Fig. 6. An example of the simulation in which the propagation of Luders band is taken into account.

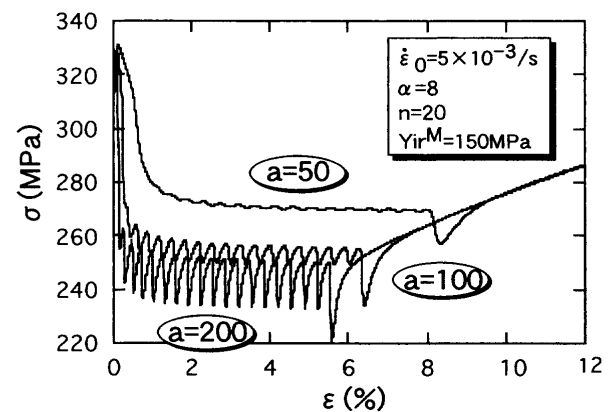


Fig. 7. Effect of the work-softening parameter  $a$  on the shape of  $\sigma$ - $\varepsilon$  curve.

急速に変形するが、2%も変形すると  $Y_{ir}$  が下がりきってしまい、また加工硬化  $C\varepsilon^n$  の値がひずみに伴って増加するので、ひずみ速度が低下し始める。要素1の変形は  $\sigma_{prop}$  の作用で要素2に伝播するので、今度は要素2の  $Y_{ir}$  が下がりこの要素のみが高ひずみ速度で変形する。こうしてリュードス帯伝播が生じるのである。

シミュレーションで変えたパラメータは要素数  $n$ 、加工軟化係数  $a$ 、伝播係数  $\alpha$  であるのでそれらの影響を簡単に述べる。まず要素数の影響であるが、 $n$  が増すと応力振動の振れ幅が減り、降伏点のびがわずかに伸びるがその影響は小さかった。次に  $a$  を変えた結果を Fig. 7 に示す。  $a$  の値が

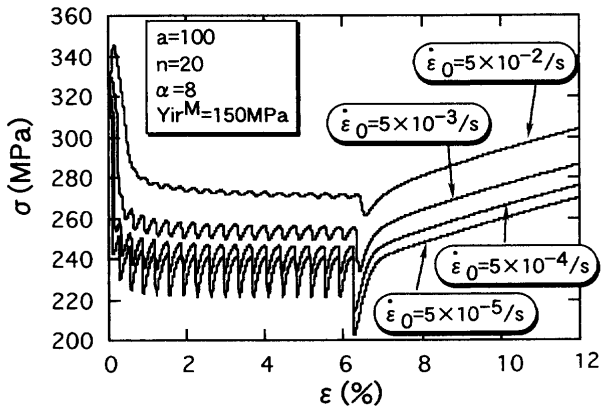


Fig. 8. Effect of the initial strain rate  $\dot{\epsilon}_0$  on the shape of  $\sigma$ - $\epsilon$  curve.

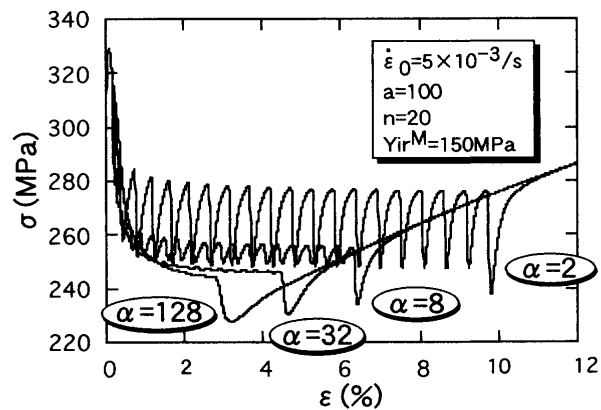


Fig. 9. Effect of the propagation coefficient  $\alpha$  on the shape of  $\sigma$ - $\epsilon$  curve.

小さくなると下部降伏応力は高くなる。これは $Y_{ir}$ の軟化速度が小さいため、引張速度と試験片の変形速度とを釣り合わせるためには、高い外部応力が必要なためである。その結果、降伏点のびが増す。また $a$ が大きい場合に応力が振動するのは、隣の要素に変形が伝播する前に $Y_{ir}$ が下がりきってしまうからである。Fig. 7に示されているように、上部降伏点からの応力の下降勾配は $a$ の値によってかなり異なる。これを利用して、実験結果と合致する $a$ の値を推定することができる。後にFig.10に示すように、 $a$ の値は100か、それより少し小さい値であると思われる。

Fig. 8に、同一のパラメータの値の下で引張速度を変えたときの応力ひずみ曲線を示した。低引張速度の場合曲線は振動するが降伏点のびの量は引張速度によらず不変であった。Fig. 8の結果は実験結果(Fig. 1)とは一致しない。そこで、実験結果と一致するように、 $\alpha$ の値を変えることを試みた。Fig. 9は、 $\alpha$ の値が大きくなれば降伏点のびの量が減少することを示す図である。 $\alpha$ の値が大きいということは、式(10)から分かるように、先に変形した要素のひずみが小さくても、それに隣接した要素には大きい応力が作用する、言い換えれば要素から要素への変形の伝播が速いことを意味する。そしてこのことは降伏点のびを小さく

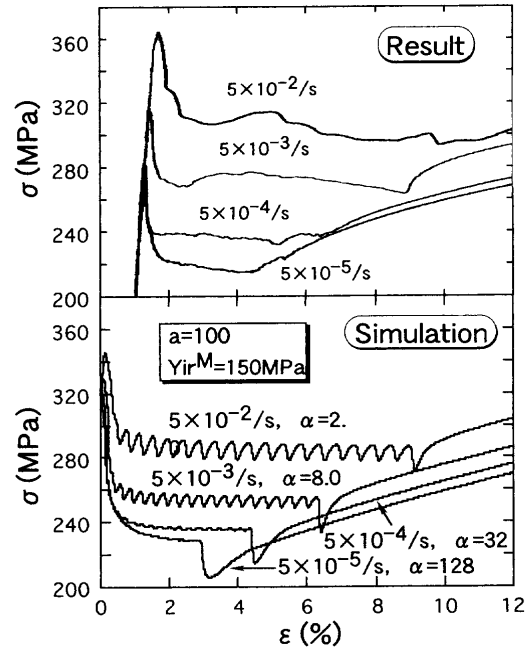


Fig. 10. Comparison of the shape of  $\sigma$ - $\epsilon$  curve between experiment and simulation. The value of  $\alpha$  in the simulation is determined so as to agree with the experimental curve.

するが、これについては5.1節でやや詳しく論じる。

Fig.10に、実験で得られた応力ひずみ曲線と一致するように $\alpha$ の値を定めた場合のシミュレーション結果を示した。ひずみ速度が10倍になるときに $\alpha$ の値を1/4に減らした場合、両者はうまく一致した。このことについても5.1節で議論する。

なお、シミュレーションにおいて、降伏点のびの終了間際に応力が急激に減少しているが、これは、変形が最終要素( $n=20$ )に達したとき、次に伝播する要素がないことから生じる特殊状況なので本論文では無視して、以下論じない。

## 5. 考察

### 5.1 本シミュレーションの特徴と欠点

従来から、リュウダース帯の伝播は多くの研究者の注目を引いたので数多くの研究があり、日本語で書かれたまとまった総説としては周藤<sup>3)</sup>のものがある。しかしそれらの研究は、なぜ下部降伏応力が一定なのか、リュウダース前線の通過中あるいは通過後、試験片の各部はいかなるひずみ速度でどのくらいひずむのか、ということと関連なく議論されてきた。その点、本論文で示した構成方程式は、下部降伏応力、降伏点のび、リュウダース帯の伝播速度をまとめて定量的に考察できるという利点をもっている。

本論文には示さないが、ひずみゲージを貼付した実験の結果は、リュウダース帯が通過してしまった試験片の領域は、ひずみ速度がほとんどゼロになることを示した。この

Table 1. Experimental data of Luders strain and the velocity of Luders band estimated from it, using  $v = u \cdot \Delta \epsilon$ .

$u$ (mm/s)	0.0008	0.008	0.08	0.8
$\dot{\epsilon}_0$ (s <sup>-1</sup> )	$5 \times 10^{-5}$	$5 \times 10^{-4}$	$5 \times 10^{-3}$	$5 \times 10^{-2}$
$\Delta \epsilon$ (%)	3.5	5.5	8.0	10.0
$v/u = 1/\Delta \epsilon$	29	18	13	10
$v$ (mm/s)	0.023	0.15	1	8

ことは、下部降伏応力が一定を保つ事からも予期できる事であり、これはFig. 6に示したシミュレーション結果とよく一致している。すなわち、実際の変形が本シミュレーションで予測したような形で起こっている事を示唆している。以下では主にリュースダース帯の伝播速度 $v$ と降伏点のび $\Delta \epsilon$ 、および伝播係数 $\alpha$ の意味について考察する。

$v$ と $\Delta \epsilon$ とは引張速度 $u$ と次のような関係にある。

$$u = v \cdot \Delta \epsilon \dots \dots \dots (12)$$

式(12)は、応力が一定を保つなら引張速度と試料ののび速度は一致しなければならないという考察から簡単に導ける。降伏点のび $\Delta \epsilon$ の量はFig. 1から読みとれるように、高引張速度の場合に大きく、低引張速度の場合に小さい。よって式(12)から相対伝播速度 $v/u$ の値は高引張速度の時小さく、低引張速度の時大きいことが分かる。Table 1に、実測した降伏点のび $\Delta \epsilon$ から計算した伝播速度 $v$ の値を示した。引張速度が1/10になっても伝播速度は1/7位しか下がっていない。以下このことと伝播係数 $\alpha$ との関係を述べる。

$\alpha$ の値と降伏点のびの量の関係についてはすでにFig. 9に関連して述べた。実験結果と一致させるためには、小さい引張速度の場合に $\alpha$ の値を大きくとる必要があったが(Fig.10)、これは式(12)と合わせて考えるとリュースダース帯の伝播速度を大きくするためであったと言える。しかし、なぜ、低引張速度の時、伝播速度が相対的に大きくなるのかについては、現在のところ理解しやすい考え方を提出するには至っていない。現在研究を続行中である。

5.2 従来の理論の批判

降伏点現象に関する従来の考え方は、コットレル雰囲気が転位で固着され、負荷応力によって、少量の転位が雰囲気から離脱し、これらが増殖して応力が下がるというものである。この増殖以後の過程がJ-G理論で説明されている。すなわち、転位密度を

$$\rho = \rho_0 + k\epsilon \dots \dots \dots (13)$$

$\rho_0$ は $10^2 \sim 10^5 \text{ cm}^{-2}$ 位、 $k$ は $10^9 \text{ cm}^{-2}$ 位の値と書き、転位速度 $v_d$ とひずみ速度を

$$v_d = (\tau/\tau_0)^m \dots \dots \dots (14)$$

$\tau_0$ は定数、 $m$ は5~20位の定数

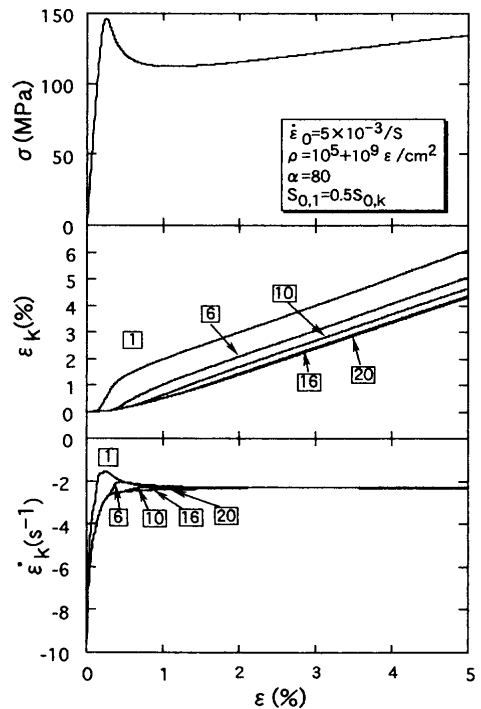


Fig. 11. Stress-strain curve and the change of strain and strain rate in each element predicted by the Johnston-Gilman theory.

$$\dot{\epsilon} = \rho b v_d \dots \dots \dots (15)$$

$b$ はバーガースベクトル

と定式化して、数値解を求めるのである。J-G理論は、「ひずみ速度がひずみの急激な増加関数である」ということを基本としており、本論文で示した現象論とある意味では似ている。異なるところは我々の理論では「内部応力がひずみの急激な減少関数である」ということを基本にしていることである。よって式(14)中の $\tau$ を $\tau - Y_{ir}$ のように書き換え、試験片を分割すれば、本論文と同様のシミュレーションを行うことができる。Fig.11は図中に示したような適当な数値を用いてシミュレーションを行った結果である。細かな点では改善の余地があろうが、このシミュレーション結果は根本的なところで実験と一致しない。それはJ-G理論では降伏点のびが出現しないこと、また始めに変形した要素1や6の変形は止まることがなく、常に終わりの方の要素より大きいひずみを示すということである。こうなる理由は明らかで、転位密度がひずみとともに上昇し続ける(式(13)参照)からである。我々のモデルでは、加工軟化する関数 $Y_{ir}$ の値に下限があるため、 $Y_{ir}$ の値が下がりきってしまえばその要素のひずみ速度は非常に小さくなる。以上の理由から、J-G理論は少なくとも鉄鋼の降伏点現象を説明することはできないと結論してよいであろう。

ひずみ時効現象、またポルトヴァンールシャトリエ効果は降伏点と似た現象であり、FCC合金でみられる。現在、FCC合金のP-L効果は「応力のひずみ速度逆依存性」とい

う考えで理解されている。「応力のひずみ速度逆依存性」とは大きいひずみ速度で変形するときの流動応力の方が小さいひずみ速度の時より小さいという実験事実である。ただしこの関係はひずみ速度を急変させるときは適用できない、すなわち、変形速度を増加させるには応力を上げる必要があり、下げると変形が止まってしまう。「応力のひずみ速度逆依存性」とは、一定のひずみ速度で数%以上変形を続ければそういう状況になるということである。この場合、J-G理論とは異なり、転位密度が急激に変化するとは考えられていない。可動転位密度は一定で、ひずみ速度が小さいほどコットレル雰囲気による転位引き留め力が大きくなると理解されている。鉄鋼の降伏点現象とFCC合金のP-L効果が全く違う原理で説明されているわけであるが、そんなことがあるだろうか。

以上要するに我々は、J-G理論も、応力のひずみ速度逆依存性に基づいたP-L効果の理論とともに鋼の降伏点現象の説明に適用するのは不適当であると考えている。本論文で示したように、加工軟化と時効硬化する内部応力を仮定した現象論を用いれば、降伏点現象のほとんどすべての問題は簡単に解決できるからである。この現象論の利点は、1. 使われている定数や変数はすべて巨視的実験で測定可能だということ、2. それが構成方程式になっているということであり、有限要素法と組み合わせれば、降伏点現象あるいはP-L効果を示す材料の塑性加工シミュレーションに応用できるであろう。また降伏点現象でよく問題にされる、結晶粒径が大きくなると降伏点のびが減少する理由も、粒径が大きい場合は、1. 加工硬化率が高くなるであろうこと、2. リューダース帯の伝播速度が速くなる、すなわち存在する粒界が少なくなれば変形の伝播は速くなるであろうことの2点によって説明できるのではなかろうか。

なお、式(6)にその変化率を示したような $Y_p$ の微視的起源が何であるかという問題について、我々はある考えをもっているが、実験的根拠に乏しいのでここでは論述しない。

## 6. 結言

加工軟化モデルを基礎にした現象論で、鉄鋼の降伏点現象を説明することを試みた。引張試験片を分割して各要素のひずみ速度を計算して求める形のシミュレーションを行ったので、リューダース帯の伝播の速さを決めるパラメータを導入する必要があった。本現象論を用いれば、簡単に測定できる巨視的パラメータのみを用いて、引張試験の計算機シミュレーションを行うことができる。その結果、1. 上部および下部降伏応力の値、2. 降伏点のびの量、3. リューダース変形（下部降伏状態）の間、応力が一定を保つこと等について実験結果との良い一致が得られた。この現象論はFCC合金のP-L効果やひずみ時効現象も同様に説明できるので、この現象によってこれらの現象を统一的に理解することができる。

## 文 献

- 1) A.H.Cottrell and B.A.Bilby: *Proc. Phys. Soc.*, **62A** (1949), 49.
- 2) W.G.Johnston and J.J.Gilman: *J. Appl. Phys.*, **30** (1959), 129.
- 3) 周藤悦郎：ストレッチャ・ストレイン、日本金属学会、仙台、(1970), 35.
- 4) 角野浩二：結晶の塑性、丸善、東京、(1977), 413.
- 5) 木村 宏：材料強度の考え方、アグネ技術センター、東京、(1998), 213.
- 6) R.Onodera, M.Nonomura and M.Aramaki: *J. Jpn. Inst. Met.*, **64** (2000), 1162.
- 7) R.Onodera and T.Morikawa: *J. Jpn. Inst. Met.*, **64** (2000), 1172.