

溶湯処理プロセスにおける液中超音波の音場設計

畑中 信一*・桑原 守*²・浅井 滋生*²

Design of Ultrasonic Field in Liquid Metal Processing

Shin-ichi HATANAKA, Mamoru KUWABARA and Shigeo ASAI

Synopsis : Sound fields in liquids have been studied for effective utilization of ultrasonic energy in materials processing. Experimental conditions under which small particles could be concentrated by ultrasound were investigated using a cylindrical acrylic resin vessel filled with a 13 wt% aqueous sugar solution in which polystyrene particles of 0.24 mm diameter were initially dispersed uniformly. A distribution of acoustic pressure in the sound field was measured under the above one condition using a commercial ultrasonic meter (a calibrated hydrophone with a voltmeter). Another distribution of acoustic pressure in a copper vessel was also measured under the condition at the same driving frequency and liquid depth. It is clarified that the successful conditions for concentration of small particles are the resonant conditions of ultrasonic standing wave field and that the sound field is affected by vessel material used. A numerical scheme has been developed on the basis of the finite difference solution of the linear wave equation. The scheme allows us to design sound fields considering material and thickness of a vessel, depth and properties of a liquid, and a dimension and arrangement of a transducer at various driving frequencies. The calculated pressure distributions agreed well with the measured ones. These results may be useful to design ultrasonic fields in such materials processing as suppression of thermal convection, separation of inclusions and directional control of reinforcing fibers in composite.

Key words : ultrasonic field; standing wave; resonance; numerical analysis; sound pressure; materials processing.

1. 緒言

溶融金属などの溶湯処理プロセスでは、液中に人為的な外力場を導入することで解決が期待できる問題は多い。例えば、金属中の非金属介在物は金属材料の精密加工、成形、あるいは腐食などの観点から一般に有害であり、融液状態での分離除去が必要である。しかし、微細径介在物では融液状態と介在物間の自然な密度差を利用した浮上分離には限界があり、微細気泡による浮上分離¹⁾、電磁体積力による見かけの密度差の増大による浮上の加速²⁾などが検討されつつある。ところが、これらの技術にも解決されるべき課題が山積している現状にある。そのため、新規な溶湯処理プロセス技術の開発が望まれる。

超音波は導電性、非導電性を問わず、対象物に強力なエネルギーを投入できるため、材料プロセス分野で多くの応用技術を創製できる可能性がある。超音波鑄造として知られる溶融金属への超音波応用の歴史は古く、1926年にBoyleとTaylorが軽金属の脱ガスに成功した³⁾ことにはじまり、現在では、脱ガス、結晶粒微細化、偏析防止等の効果が実験事実として認められている⁴⁻⁷⁾。しかし分散相の凝集効果はまだ確認されていない。著者らは、超音波の定在波音場を利用した液中分散粒子の凝集分離⁸⁻¹²⁾、微小繊維の配向制御¹³⁻¹⁵⁾、液体中熱対流の制御^{16,17)}を研究している。しかし、実機プロセスのような複雑な系でこれらの技

術を可能とするには、超音波に影響する諸因子を考慮した正確な音場設計が必要になる。

近年、コンピューターの高速化、大容量化に伴い、これまで単純な理論計算や模型実験などで扱われてきた音場問題も、差分法、有限要素法、境界要素法などの様々な数値シミュレーション手法¹⁸⁻²²⁾によって解析されてきている。それでも、液体媒質の閉じた空間における内部音場問題は複雑であり、境界面での反射を正確に考慮した解析は見当たらない。しかし、応用上はその影響が問題になる。例えば、空中可聴音では、壁は剛壁として良い。しかし、液中超音波応用では、壁面が薄い金属板やガラスであれば音響的にはむしろ自由とみなされる場合が多く、判断が難しい。

本論文では、粒子の凝集効果がある超音波音場を形成し、その音圧分布を実測して容器の材質が音圧分布に与える影響を調べる。続いて、容器の材質や厚みに依存する容器壁面での反射を考慮した内部音場の数値解析を行い、実験との比較検討をする。

2. 超音波音場の実測

2.1 実験方法

実験装置をFig. 1に示す。信号発振器で発生させた連続正弦波信号を電力増幅器で増幅させ、ボルト締めランジュ

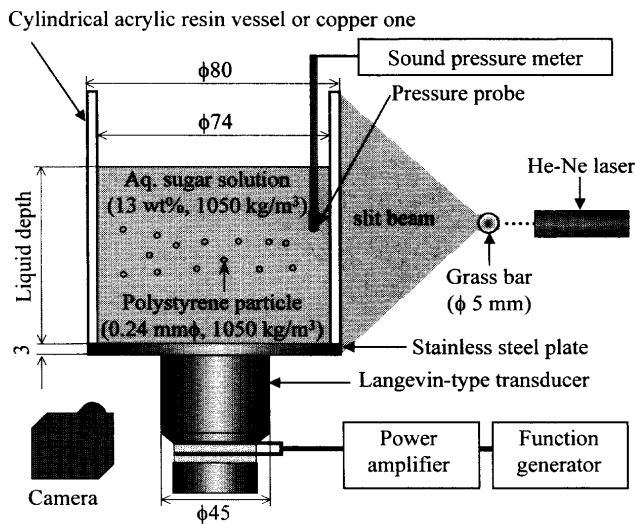


Fig. 1. A schematic view of experimental system.

バン型振動子（公称共振周波数：25, 46 kHz, 許容入力電力：55 W）で機械的振動に変換した。振動子は直径45 mmの円柱型で、容器底面の厚さ3 mmのステンレス円板に固定した。容器形状は、内径74 mm, 肉厚3 mmの円筒型容器であり、容器の材質はアクリル樹脂と銅の2種類を用意した。容器内に濃度13 wt%の砂糖水溶液を注入し、中に直径0.24 mmのポリスチレン粒子を均一に分散した。砂糖水溶液は減圧下であらかじめ脱気をして、超音波照射時のキャビテーション効果を抑制した。また、その濃度は液体の密度がポリスチレン粒子の密度1050 kg/m³と等しくなるように選択し、粒子の浮力効果を無視できるようにした。He-Neレーザー線状光線をガラス棒（直径5 mm）の通過によって平面スリット状光線にして、それを容器の側面から中心軸を通るように照射した。これにより中心軸を含んだ平面内のポリスチレン粒子の挙動を観察し、前方から写真撮影した。また、このときの音圧を超音波メーター（校正済ハイドロホンと電圧計）によって測定した。音圧測定は容器の中心軸から容器壁までの平面内で、半径方向に5 mm間隔、高さ方向に2.5 mm間隔で行い、等圧線分布図を作成した。

2.2 実験結果と考察

周波数および液深によって、ポリスチレン粒子は不規則に流動したり、一定方向の対流に押し流されたりした。しかし、周波数 $f=47.4$ kHz, 液深 $h=45$ mmにおいて、ポリスチレン粒子は振動子面に平行な2平面状に凝集し拘束された。液深63, 81, 99 mmにおいても同様に粒子はそれぞれ3, 4, 5, 層の離散的な位置に凝集した。Fig. 2に $f=47.4$ kHz, $h=45$ mmにおけるアクリル製容器内のポリスチレン粒子の凝集写真とそのときの等圧線図を示す。音圧分布は振動面が音圧の腹、液面が音圧の節となっており、液面以外に2層の音圧の節が平面的に存在する共振の定在波音場になっている。ただし、容器壁面近傍は音圧の節領域となっ

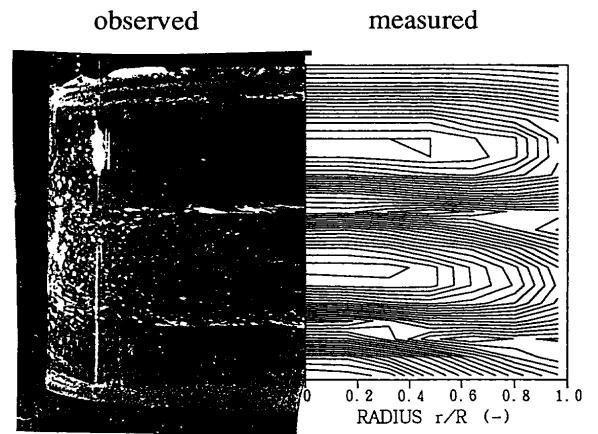


Fig. 2. Sound field in the acrylic vessel visualized by constrained polystyrene particles and that measured using ultrasonic meter at 47.4 kHz.

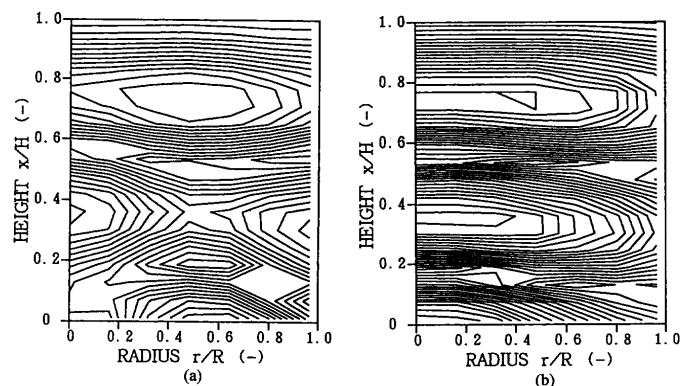


Fig. 3. Comparison of the contour of sound pressure (a) in the copper vessel with that (b) in the acrylic one.

ている。粒子は音圧の節である縦方向の2層に拘束されているのがわかる。これは、吉岡・川島の音響放射圧の理論²³⁾による平面正弦定在波中の微小球に働く力の方向と一致する。離散的な液深でのみ粒子の凝集が観察されたことは、粒子の凝集が定在波音場の共振条件に強く依存することを示している。

Fig. 3に容器の材質が銅の場合の音圧分布をアクリル容器の結果とともに示す。(a)が銅製であり、(b)がアクリル製である。両方の音圧分布を比較すると、高さ方向には同じ位置に音圧の腹と節ができており、平面定在波的な分布になっている。しかし、銅容器の場合は半径方向にも音圧の分布がみられる。容器壁での音波の反射が音圧分布に大きく影響することがわかる。

3. 超音波音場解析

3.1 音場の基礎方程式

超音波は物理的現象としては音波と同等である。液体中の音波は流体の基礎方程式で完全に記述される。粘性を無視した完全流体の場合、オイラーの運動方程式、連続の式、状態方程式により、流体運動が微小振幅の振動として2次

以下の項を無視すると以下の線形の波動方程式が得られる。

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \text{div grad } p \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2} = \text{grad div } \mathbf{v} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 p は音圧であり、静圧からの圧力の微小変化分を示す。また、 \mathbf{v} は粒子速度であり、流体粒子の振動速度を示す。また、 c は音速であり、体積弾性率 κ と液体密度 ρ によって、 $c = \sqrt{\kappa/\rho}$ と表される。なお、 p と \mathbf{v} の関係を以下に示す。

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\kappa \text{div } \mathbf{v} \quad \dots\dots\dots (3)$$

3.2 固有振動の解析解

寸法が半波長程度より大きい容器内の媒質中の音場は、容器壁の反射によって複雑な定在波的分布を示す。振動子の寸法や振動強度も音場に影響し、それらも含めて音場の解析解を求めるのは困難である。しかし、共振周波数は、媒質の3次元の広がりを持った弾性体としての固有周波数と対応する。媒質の境界が幾何的に簡単な形を持つ場合かつそこでの境界条件が特定の場合には、その固有周波数を求めることができる。すなわち、固定端（剛壁）条件（壁面上でそれに垂直な粒子速度が0という条件）と自由端条件（壁面上で音圧が0という条件）の場合である。媒質の境界条件が自由端条件とみなせるか、あるいは固定端条件かは、液体から容器そして外気へ進む音波の反射率を考慮することにより、判断することができる。媒質1を液体、媒質2を容器としてその厚みを l 、媒質3を空気とした場合の音圧の反射率 R_{123} が -1 のときは、自由端条件となり、1のときには、固定端条件となる。ここで、反射率 R_{123} は厚さ l の中間層がある場合の音圧の反射率であり、以下のように表される²⁴⁻²⁶⁾ (付録参照)。

$$R_{123} = \frac{R_{12} + R_{23} \exp(-2jk_2l)}{1 + R_{12}R_{23} \exp(-2jk_2l)} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 j は虚数単位、 k_2 は媒質2における波数： $k_2 = 2\pi f/c_2$ (f : 周波数、 c : 音速) である。 R_{12} および R_{23} は下付きで示された媒質間の境界面での音圧の反射率であり²⁷⁾、

$$R_{mn} = \frac{z_n - z_m}{z_n + z_m} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 m, n は任意の自然数である。 $z_m = \rho_m c_m$ は固有音響インピーダンスと呼ばれ、媒質 m の密度 ρ_m と音速 c_m の積で表される物質固有の定数である。なお、(4) 式は中間層がない場合 ($l=0$) では (5) 式に一致する。複素反射率 R_{123}

の絶対値および偏角 α は以下ようになる。

$$|R_{123}| = \sqrt{\frac{R_{12}^2 + R_{23}^2 + 2R_{12}R_{23} \cos 2k_2l}{1 + (R_{12}R_{23})^2 + 2R_{12}R_{23} \cos 2k_2l}} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{-R_{23}(1 - R_{12}^2) \sin 2k_2l}{R_{12}(1 + R_{23}^2) + R_{23}(1 + R_{12}^2) \cos 2k_2l} \quad \dots\dots\dots (7)$$

偏角 α は反射率が時間変動する割合を示している。すなわち、平均の反射率は、 $|R_{123}| \cos \alpha$ で表わされるが、その反射率は振幅 $|R_{123}| \sin \alpha$ の分だけ、時間とともに周期的に変動する。 α の範囲が $0 < \alpha < \pi$ において、 $0 < \alpha < \pi/2$ のときは、平均の反射率は正になり、 $\pi/2 < \alpha < \pi$ のときは負になる。しかし、 α が $\pi/2$ に近いほど、その境界条件は時間とともに大きく変動していることを示しており、境界条件を剛壁または自由壁で一定として解いて得られる固有周波数とずれを生じる。したがって、(6) 式で表される R_{123} の絶対値が1に近く、さらに (7) 式で表される R_{123} の偏角が $0 < \alpha < \pi$ の範囲で0に近いときは固定端条件であり、 π に近いときは自由端条件である。

2節の実験条件では、砂糖水 ($\rho = 1050 \text{ kg/m}^3, c = 1522 \text{ m/s}$)、空気 ($\rho = 1.293 \text{ kg/m}^3, c = 343.7 \text{ m/s}$) の間に厚さ 3 mm のアクリル容器 ($\rho = 1188 \text{ kg/m}^3, c = 2644 \text{ m/s}$) がある場合は、 $|R_{123}| = 0.9996, \alpha = 1.933$ であり、厚さ 3 mm の銅容器 ($\rho = 8900 \text{ kg/m}^3, c = 4700 \text{ m/s}$) の場合は、 $|R_{123}| = 0.9999, \alpha = 0.3921$ である。固定端または自由端条件の2者択一で音場を計算する場合には、銅容器は固定端、アクリル容器は自由端とみなせるが、それぞれ、 α の0からおよび π からのずれは、解析解とのずれとなって生じる。

ここで、注意しなければならないのは、容器の材料および厚さが同じであっても、厚さは、その材料中の波長に対しての比として関係してくるため、異なる周波数においては、境界条件も違ってくることである。

波動方程式 (1) 式を円筒座標系で変数分離し、境界条件を満たすように解くことにより、固有周波数は求められる。振動面は強制振動端であるが、共振条件のときは、これを固定端として解いた固有周波数と一致する。液面を自由端条件として、アクリル容器のように容器壁面が自由端条件の場合は、固有周波数は次のようになる²⁸⁾。

$$f_{nmq} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{u_{nm}}{\pi R}\right)^2 + \left(\frac{2q-1}{2h}\right)^2} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 n, m, q は共振モードを示しており、それぞれ方位角 (θ) 方向、半径 (r) 方向、高さ (z) 方向の節の数に対応する。また、 u_{nm} は n 次ベッセル関数の m 番目の0点の値である。このとき、媒質の音圧分布は

$$P = AJ_0\left(\frac{u_{nm}}{R}r\right) \cos(n\theta) \cos\left[\frac{2(q-1)\pi}{2h}z\right] \quad \dots\dots\dots (9)$$

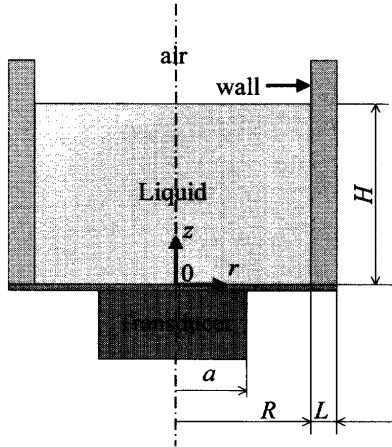


Fig. 4. A three-dimensional system for numerical analysis.

となる²⁸⁾。ここで、振幅Aは任意である。

Fig. 2 において計測された共振モード ($n=0, m=1, q=3$) のときの (8) 式による固有周波数の計算値は、46.11 kHz である。実験での共振周波数 47.4 kHz とのずれは、容器壁面における完全自由端からのずれの影響である。

解析解により、共振周波数や共振深さ、そしてそのときの音場をある程度予測することができる。それは、音場設計時において、必要となる共振モードに対しての条件設定の目安を立てることができ、有用である。しかし、実際の音場は振動子の大きさや、位相が遅れて現れる反射波の影響（複素反射率の虚数項部分）があり、正確な共振条件およびそのときの音場を知るためには、数値計算による解析が必要である。

3.3 数値解析

解析系を Fig. 4 に示す。容器内の液体、固体容器、周りを取り囲む空気のそれぞれの媒質を数字 1, 2, 3 で表わす。 θ 方向には変化がないとした軸対称円筒座標系を用い、粒子速度の r, z 方向成分を u, w とした。基礎式は粒子速度の波動方程式 (2) 式を用いて行い、音圧は (3) 式を用いて粒子速度から求める。振動面については、振動面に垂直な方向に粒子速度 $v_y = V_0 \sin \omega t$ で媒質を強制的に振動させ、その振動分布を Gaussian Beam^{29,30)} (中心から離れるにしたがって振幅が指数関数的に減衰する) で与えた。各境界面上では音圧が連続、また、境界面に垂直な粒子速度が連続であるとし、音波を照射する前では、粒子速度および音圧は 0 とした。基礎式と初期条件、境界条件を以下に示す。

・基礎式

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial z} \dots\dots\dots(10)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial r} \dots\dots\dots(11)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\kappa \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \dots\dots\dots(12)$$

・初期条件

$$u=0, w=0 \quad \text{at} \quad 0 \leq r \leq R, 0 \leq z \leq H, t=0 \dots\dots\dots(13)$$

・境界条件

(振動端面)

$$u=0, w=V_0 \exp \left[-\left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] \sin \omega t \quad \text{at} \quad 0 \leq r \leq R, z=0 \dots\dots\dots(14)$$

(自由表面)

$$w=w_{\text{air}}, p=p_{\text{air}} \quad \text{at} \quad 0 \leq r \leq R, z=H \dots\dots\dots(15)$$

(中心軸上)

$$\frac{\partial u}{\partial r} = 0, \frac{\partial w}{\partial r} = 0 \quad \text{at} \quad r=0, 0 \leq z \leq H \dots\dots\dots(16)$$

(容器内壁面)

$$u=u_{\text{wall}}, p=p_{\text{wall}} \quad \text{at} \quad r=R, 0 \leq z \leq H \dots\dots\dots(17)$$

(容器外壁面)

$$u_{\text{wall}}=u_{\text{air}}, p_{\text{wall}}=p_{\text{air}} \quad \text{at} \quad r=R+L, 0 \leq z \leq H \dots\dots\dots(18)$$

計算は、以下の無次元量を導入することにより、基礎式から係数は消去され、振動端の強制振動は振幅 1 の正弦波振動となる。これにより、計算はより単純化し、数値も適当な範囲となるため数値の桁落ちが抑制される。

$$\mathbf{X} = \frac{\mathbf{x}}{H}, T = \frac{c}{H} t, \mathbf{V} = \frac{\mathbf{v}}{V_0}, P = \frac{p}{\rho c V_0} \dots\dots\dots(19)$$

なお、 $\mathbf{x}=(r, z), \mathbf{v}=(u, w)$ である。

r, z 方向の格子点をそれぞれ、 i, j で表し、キザミ比を、 $m = \Delta t / \Delta r, n = \Delta t / \Delta z$ とおいて、無次元化した (10), (11) 式を差分化して整理すると次式のようなになる。

$$\begin{aligned} u_{k+1}(i, j) = & -u_{k-1}(i, j) + m^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2(i-1)} \right\} u_k(i+1, j) \\ & + \left[2 - m^2 \left\{ 2 + \frac{1}{(i-1)^2} \right\} \right] u_k(i, j) + m^2 \left\{ 1 - \frac{1}{2(i-1)} \right\} u_k(i-1, j) \\ & + \frac{mn}{4} \{ w_k(i+1, j+1) - w_k(i-1, j+1) - w_k(i+1, j-1) \\ & + w_k(i-1, j-1) \} \dots\dots\dots(20) \\ w_{k+1}(i, j) = & -w_{k-1}(i, j) + n^2 \{ w_k(i, j+1) + w_k(i, j-1) \} \\ & + 2(1 - n^2) w_k(i, j) + \frac{mn}{2(i-1)} \{ u_k(i, j+1) - u_k(i, j-1) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{mn}{4} \{u_k(i+1, j+1) - u_k(i-1, j+1) - u_k(i+1, j-1) \\
 & + u_k(i-1, j-1)\} \dots\dots\dots(21)
 \end{aligned}$$

ただし、 u_{k+1}, w_{k+1} はそれぞれ、 $t+\Delta t$ における r, z 方向の粒子速度、 u_k, w_k はそれぞれ、 t における r, z 方向の粒子速度、 u_{k-1}, w_{k-1} はそれぞれ、 $t-\Delta t$ における r, z 方向の粒子速度とする。

媒質中の格子点 (i, j) とその周囲の格子点の時刻 $t-\Delta t$ および t における粒子速度が与えられれば、時刻 $t+\Delta t$ における粒子速度を陽解法で逐次求めることが可能になる。

自由表面上の格子点番号を j_M とすると、自由表面では次の折り返し条件を使う。

$$u_{k+1}(i, j_M+1) = u_{k+1}(i, j_M-1) \dots\dots\dots(22)$$

$$w_{k+1}(i, j_M+1) = R_{V13} w_{k+1}(i, j_M-1) \dots\dots\dots(23)$$

ここで、 R_{V13} は媒質1 (容器内液体) から媒質3 (空気) へ音波が入射した場合の粒子速度の反射率である。なお、粒子速度の反射率 R_{Vmn} は音圧の反射率 R_{mn} と $R_{Vmn} = -R_{mn}$ の関係である。容器内壁面の格子点番号を i_M とすると、容器内壁面では以下の折り返し条件を用いる。

$$u_{k+1}(i_M+1, j) = R_{V12} \cdot u_{k+1}(i_M-1, j) + T_{V21} \cdot s_{k+1}^j(l=2) \dots\dots\dots(24)$$

$$w_{k+1}(i_M+1, j) = w_{k+1}(i_M-1, j) \dots\dots\dots(25)$$

ここで、 R_{V12} は媒質1 (容器内液体) から媒質2 (容器) へ音波が入射した場合の粒子速度の反射率であり、 T_{V12} は媒質2から媒質1へ音波が入射した場合の粒子速度の透過率²⁷⁾である。また、 $s_{k+1}^j(l)$ は、 c_s を容器固体の縦波の音速とすると、 $\Delta l = (c_s/c) \Delta r$ 間隔で刻んだ容器壁内の格子点 l の粒子速度であり、容器内壁面の格子点番号 l は1とする。

容器固体中の音波は壁面と垂直方向に伝わる平面波と仮定して、 $s_{k+1}^j(l)$ は波動方程式 (2) 式の r 方向1次元の差分式より導いた以下の計算より求める。

$$\begin{aligned}
 s_{k+1}^j(l) = & -s_{k-1}^j(l) + m^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2(i_M+l-1)} \right\} s_k^j(l+1) \\
 & + \left[2 - m^2 \left\{ 2 + \frac{1}{(i_M+l-1)^2} \right\} \right] s_k^j(l) + m^2 \left\{ 1 - \frac{1}{2(i_M+l-1)} \right\} s_k^j(l-1) \\
 & \dots\dots\dots(26)
 \end{aligned}$$

この領域の計算の境界面での折り返しは、以下のである。

$$s_{k+1}^j(0) = T_{V12} \cdot u_{k+1}(i_M-1, j) + R_{V21} \cdot s_{k+1}^j(2) \dots\dots\dots(27)$$

$$s_{k+1}^j(l_M+1) = R_{V23} \cdot s_{k+1}^j(l_M-1) \dots\dots\dots(28)$$

ここで、 l_M は容器外壁面の格子点番号である。

上記の境界での取り扱い境界条件 (15), (17), (18) を満たしている。

3.4 計算結果と考察

アクリル製容器の場合の実験条件で計算した結果を Fig. 5 に、銅製容器の場合を Fig. 6 に示す。非定常計算のため、結果はある一定時間経過 (10周期) 後の音場を示している。図の右上に、計算の時間ステップ数に相当する実時間を示した。図 (a) は、計算領域内における粒子速度の絶対値の最大値 V_{max} を V_0 で規格化したものの時間経過を示している。図 (b) はこの時間での粒子速度の瞬時値をベクトル表示したものである。図 (c) は音圧の実効値 (effective value, root mean square value), P_e , をその最大値 P_{max} で規格化して、立体図で表したものである。Fig. 5, Fig. 6 ともに、粒子速度の最大値の変化をみると、値は時間経過とともに大きくなり、この条件が共振条件であることを示している。

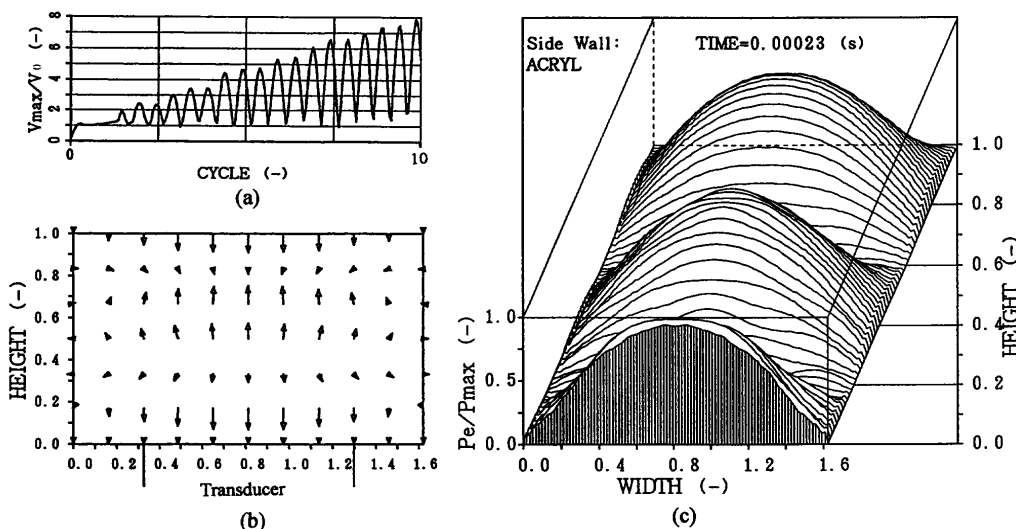


Fig. 5. Calculated sound field in the acrylic vessel at 10th cycle of oscillation; (a) transitional changes in maximum particle velocity, (b) the vectors distribution of instantaneous particle velocities, and (c) the stereoscopic view of the distribution of effective values of sound pressures.

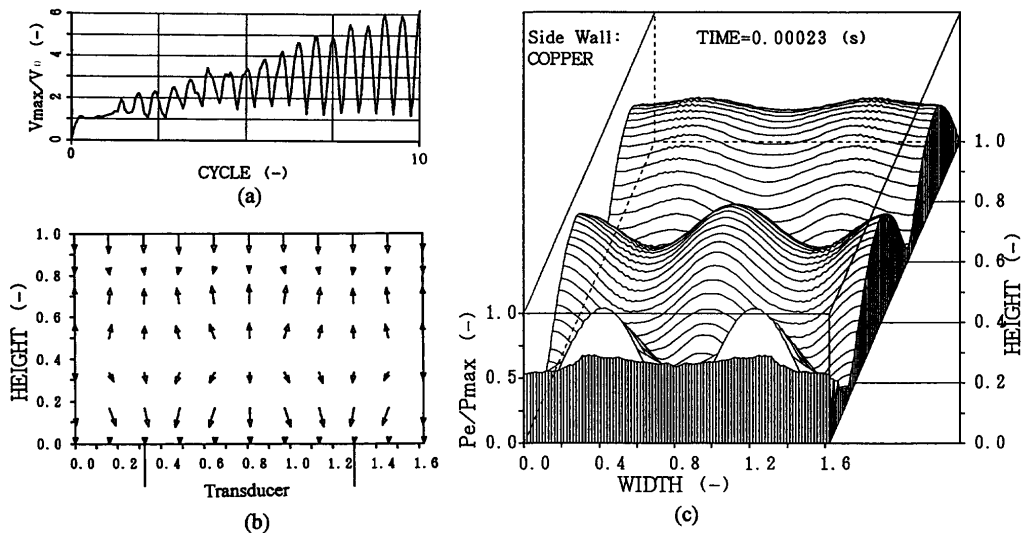


Fig. 6. Calculated sound field in the copper vessel at 10th cycle of oscillation; (a) transitional changes in maximum particle velocity, (b) the vectors distribution of instantaneous particle velocities, and (c) the stereoscopic view of the distribution of effective values of sound pressures.

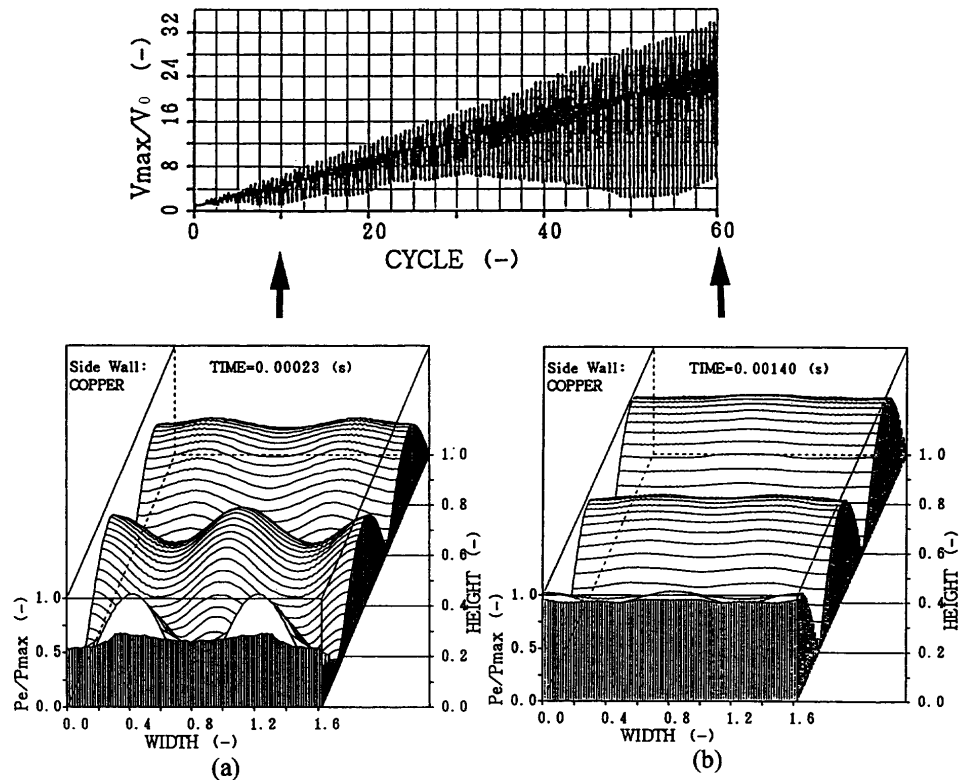


Fig. 7. Transitional change in maximum particle velocity and the sound pressure distributions in the copper vessel at (a) 10th and (b) 60th cycles of oscillation.

ただし、アクリル製容器の場合の方が共振の程度が良い (V_{max}/V_0 の値が銅製容器6に対してアクリル製容器8)。これは、液深および周波数の条件をアクリル製容器における粒子凝集実験で定めたため、このときの共振条件が最適になっていることによる。粒子速度のベクトル分布をみると、アクリル製容器の場合、壁面に垂直な粒子速度成分が存在し自由壁に近い条件となっているが、銅製容器の場合は0であり、剛壁条件に近い。音圧分布をみると、Fig. 5、

Fig. 6 とともに、鉛直方向に液面を含めて3層の音圧の節があることがわかる。しかし、Fig. 6においては、水平方向にも分布がみられ、振動子の大きさ、容器壁での反射の影響が出ている。

Fig. 7 に計算の時間ステップ数の違いによる音場の比較を示す。上図に V_{max}/V_0 の時間変化を60周期まで示す。共振条件のため時間経過とともに一定割合で粒子速度の振幅が大きくなっている。(a) は10周期後、(b) は60周期後の

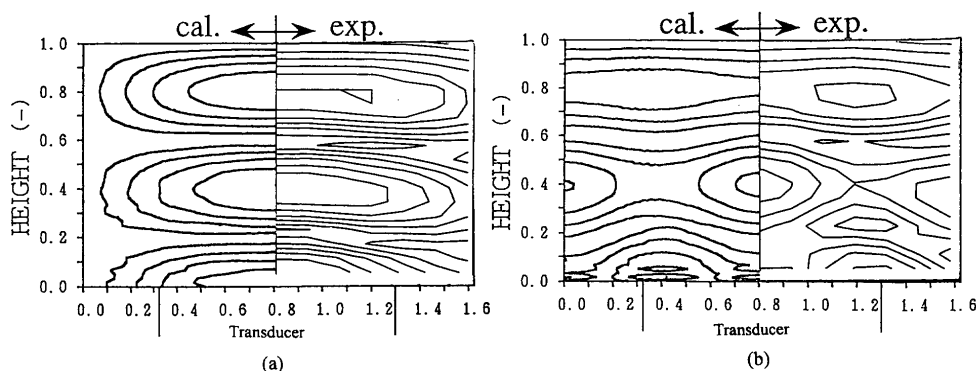


Fig. 8. Comparison of contours of sound pressure between the calculations and the measurements in (a) the acrylic vessel and (b) the copper one.

音圧分布を示す。(b)では、音圧分布は平面定在波のようになっていて、これは、この条件のときの共振モードが鉛直方向に音圧の節が3つできるが、半径方向には音圧の節ができないモードであることを示している。すなわち、(a)における半径方向の分布は、有限サイズの振動子からの音波の放射による音圧分布の影響を表している。自由空間への音波放射による音圧分布はRayleighの式^{31,32)}によって表される。それにより円形音源からの放射音場の計算もなされている^{32,33)}が、近距離音場では振動子の大きさ(波長に対して)が有限であることの影響が大きい。(b)においてもその分布は存在するが、横幅方向の音圧振動の振幅差が一定であるために、共振モードの音圧振幅が大きくなるにつれて、その差は相対的に小さくなっていく。すなわち、波動方程式の解は、固有振動の解と強制振動の解との和で表されるが、強制振動の解の振幅は与えられた条件で一定であるのに対し、固有振動の解の振幅は任意であるので、共振条件下で固有振動解の振幅が大きくなるにつれて、強制振動解の振幅は相対的に小さくなる。

計算時間が超音波照射後10周期後のときの計算結果と実験結果の比較をFig. 8に示す。(a)がアクリル製容器の場合の等圧線分布であり、(b)が銅製容器の場合である。計算結果と実験結果は非常によく一致していることがわかる。計算時間が少ないときの音圧分布が実験結果と対応しているのは、以下の理由による。この計算では完全流体を仮定した線形波動方程式を解いているため、粘性による消散がなく、共振条件下において粒子速度および音圧は時間経過とともに値が増大する。そのため、振動面からの放射音場の影響が現れなくなる。しかし、実際現象では、粒子速度と音圧はある有限値で定常になるため、振動面からの放射音場の影響が、音圧分布に現れる。このことは逆に以下のことを示唆する。共振条件下であっても、粒子速度振幅・音圧振幅は強制振動の影響が現れる程度に抑えられる。よって、共振条件下でも振動子での投入エネルギー密度が液中の音場の強さに影響する。振動子1個あたりの投入エネルギーに限界があるため、複数の振動子によるエネ

ルギー投入も検討する必要がある。

媒質が水の場合は、完全流体を仮定した線形波動方程式を用いた本解析によって容器内の音場は近似的に予測可能であることが示された。音波の粘性等による減衰定数は、水(20°C): $8.16 \times 10^{-15} \cdot f^2 [\text{m}^{-1}]$ (f : 周波数) に対し、例えば、水銀(25°C): $5.24 \times 10^{-15} \cdot f^2 [\text{m}^{-1}]$ 、ガリウム(30°C): $1.58 \times 10^{-15} \cdot f^2 [\text{m}^{-1}]$ 、ビスマス(305°C): $6.23 \times 10^{-15} \cdot f^2 [\text{m}^{-1}]$ であり³⁴⁾、液体金属や熔融金属でも同程度であり、無視小である。

4. 結言

材料プロセスにおける超音波エネルギーの効率的利用を目的として、液中超音波の音場測定と音場解析を行い、以下の知見を得た。

(1) 砂糖水溶液中ポリスチレン粒子の挙動観察による音場の可視化実験および超音波メーターを用いた音圧分布測定とを行った。キャビテーションを抑制した状態では、共振条件となる離散的な周波数と液深において、粒子は凝集し、液中に共振条件の定在波音場が形成された。また、その音場は容器の材質(アクリル、銅)によって影響を受けることが確認された。

(2) 容器の材質や厚みによって異なる音波の反射を考慮した音場の数値解析手法を開発した。この手法により解析した音場は、実測した音場と音場形成の初期過程でよく一致した。この解析手法により、容器の形状・厚みと物性、液深と液物性、振動子の周波数と大きさ・配置が音場に与える影響を考慮することができる。

文 献

- 1) K.Okumura, M.Hirasawa, M.Sano and K.Mori: *Tetsu-to-Hagané*, **80** (1994), 107.
- 2) J.Park, J.Morihira, K.Sassa and S.Asai: *Tetsu-to-Hagané*, **80** (1994), 389.
- 3) R.W.Boyle and G.B.Taylor: *Trans. Roy. Soc. Canada*, **20** (1926), 245.
- 4) 超音波技術便覧(新訂版), 実吉純一ら監修, 日刊工業新聞社, 東京, (1978), 1150.

- 5) O.V.Abramov: *Ultrasound in Liquid and Solid Metals*, CRC Press, Boca Raton, (1994), 273.
- 6) O.V.Abramov: *High-Intensity Ultrasonics*, Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam, (1998), 487.
- 7) G.I.Eskin: *Ultrasonic Treatment of Light Alloy Melts*, Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam, (1998), 65.
- 8) S.Hatanaka, T.Taki, M.Kuwabara, M.Sano and S.Asai: *Jpn. J. Appl. Phys.*, **38** (1999), 3096.
- 9) S.Hatanaka, S.Yamahira, M.Kuwabara and S.Asai: *CAMP-ISIJ*, **9** (1996), 691.
- 10) S.Hatanaka, S.Kosaka, M.Kuwabara, M.Sano and S.Asai: *CAMP-ISIJ*, **11** (1998), 196.
- 11) T.Taki, S.Hatanaka, M.Kuwabara and M.Sano: *CAMP-ISIJ*, **12** (1999), 218.
- 12) T.Taki, S.Hatanaka, M.Kuwabara and M.Sano: *CAMP-ISIJ*, **12** (1999), 720.
- 13) S.Yamahira, S.Hatanaka, M.Kuwabara and S.Asai: *CAMP-ISIJ*, **9** (1996), 127.
- 14) S.Yamahira, S.Hatanaka, M.Kuwabara and S.Asai: *CAMP-ISIJ*, **9** (1996), 692.
- 15) S.Yamahira, S.Hatanaka, M.Kuwabara and S.Asai: *Jpn. J. Appl. Phys.*, **39** (2000), 3683.
- 16) 桑原 守: 「チョクラルスキー単結晶育成法における超音波の効果」科学研究費一般研究 (C) 研究成果報告書, No. 63550489, (1990).
- 17) M.Kuwabara, S.Hatanaka, S.Yamahira, S.Asai and M.Sano: *Proc. of World Congress Ultrasonics, WCU97 Secretariat, Duisburg*, (1997), 408.
- 18) 加川幸雄: 有限要素法による振動・音響工学/基礎と応用, 培風館, 東京, (1981), 229.
- 20) T.Tsuchiya and Y.Kagawa: *J. Acoust. Soc. Jpn.*, **49** (1993), 334.
- 21) T.Imamura: *Tech. Rep. IEICE*, **91** (1991), 1.
- 22) T.Tanaka: *Souon-Seigyo*, **11** (1987), 256.
- 23) K.Yosioka and Y.Kawasima: *Acustica*, **5** (1955), 167.
- 24) S.Hatanaka, T.Tuziuti, T.Kozuka and H.Mitome: *Proc. IEEE Ultrason. Symp, IEEE, New York*, 2 (1998), 1103.
- 25) S.Hatanaka, H.Mitome, T.Tuziuti, T.Kozuka, M.Kuwabara and S.Asai: *Jpn. J. Appl. Phys.*, **38** (1999), 3053.
- 26) S.Hatanaka, T.Tuziuti, T.Kozuka and H.Mitome: *IEEE trans. ultrason. ferroelectr. freq. Control*, to be submitted.
- 27) 文献4), 17.
- 28) 文献4), 71.
- 29) S.Sakuma, S.Ueha and E.Mori: *J. Acoust. Soc. Jpn.*, **39** (1983), 45.
- 30) T.Tuziuti, T.Kozuka and H.Mitome: *Tech. Rep. IEICE*, **99** (2000), 23.
- 31) J.W.S.Rayleigh: *The Theory of Sound*, Vol. II, Dover Publications, New York, (1945), 107.
- 32) 根岸勝雄, 高木堅志郎: 超音波技術, 東京大学出版会, 東京, (1984), 159.
- 33) 城戸健一: 音響工学, コロナ社, 東京, (1982), 58.
- 34) 文献4), 1774.

付 録

音波の反射率と透過率は、境界条件によって定まる連立方程式を代数的に解くことで得ることができる²⁷⁾。一方、音波の伝播の物理的イメージが明確になるような以下のような解き方もできる。Fig. A に示すように、2つの半無限媒質AとCの間に、1層の中間層Bがある場合を考える。中間層に入射した平面波は、中間層の端の2つの境界面において反射を繰り返し、各反射ごとに中間層の外側に透過していく。今、中間層の長さを l_B 、波数を k_B とし、媒質Aから入射した入射波の音圧の複素実効値を P_i とすると、中間層での音波の実効音圧は次のようになる。

$$s_{1|x=0} = P_i T_{AB}, \quad s_{1|x=l_B} = P_i T_{AB} \exp(-jk_B l_B),$$

$$s_{2|x=l_B} = P_i T_{AB} R_{BC} \exp(-jk_B l_B), \quad s_{2|x=0} = P_i T_{AB} R_{BC} \exp(-2jk_B l_B),$$

$$s_{3|x=0} = P_i T_{AB} R_{BC} R_{BA} \exp(-2jk_B l_B), \quad s_{3|x=l_B} = P_i T_{AB} R_{BC} R_{BA} \exp(-3jk_B l_B),$$

$$\dots,$$

$$s_{2n-1|x=0} = P_i T_{AB} [R_{BC} R_{BA} \exp(-2jk_B l_B)]^{n-1},$$

$$s_{2n-1|x=l_B} = P_i T_{AB} \exp(-jk_B l_B) [R_{BC} R_{BA} \exp(-2jk_B l_B)]^{n-1},$$

$$s_{2n|x=l_B} = P_i T_{AB} R_{BC} \exp(-jk_B l_B) [R_{BC} R_{BA} \exp(-2jk_B l_B)]^{n-1},$$

$$s_{2n|x=0} = P_i T_{AB} R_{BC} \exp(-2jk_B l_B) [R_{BC} R_{BA} \exp(-2jk_B l_B)]^{n-1}.$$

よって、媒質Aに戻る音波は次のように与えられる。

$$r_1 = P_i T_{AB}, \quad r_2 = s_{2|x=0} T_{BA}, \quad r_3 = s_{4|x=0} T_{BA}, \quad \dots, \quad r_{n+1} = s_{2n|x=0} T_{BA}$$

したがって、反射波の実効音圧 P_r は以下のように表される。

$$P_r = r_1 + r_2 + r_3 + \dots = P_i R_{AB} + \sum_{n=1}^{\infty} r_{n+1}$$

$$= P_i R_{AB} + P_i T_{AB} R_{BC} T_{BA} \exp(-2jk_B l_B) \sum_{n=1}^{\infty} [R_{BC} R_{BA} \exp(-2jk_B l_B)]^{n-1}$$

$$= P_i \frac{R_{AB} + (T_{AB} T_{BA} - R_{AB} R_{BA}) R_{BC} \exp(-2jk_B l_B)}{1 - R_{BC} R_{BA} \exp(-2jk_B l_B)}$$

ここで、 $R_{BA} = -R_{AB}$ および $T_{AB} T_{BA} = (1 + R_{AB})(1 + R_{BA}) = 1 - R_{AB}^2$ であるので、入射波 P_i に対する反射波 P_r の比で定義される音圧の反射率 R_{ABC} は次のようになる。

$$R_{ABC} = \frac{P_r}{P_i} = \frac{R_{AB} + R_{BC} \exp(-2jk_B l_B)}{1 - R_{BC} R_{BA} \exp(-2jk_B l_B)}$$

同様にして、音圧の透過率は以下のように求められる。

$$P_t = t_1 + t_2 + t_3 + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} t_n = \sum_{n=1}^{\infty} s_{2n-1|x=l_B} T_{BC}$$

$$= P_i T_{AB} T_{BC} \exp(-jk_B l_B) \sum_{n=1}^{\infty} [R_{BC} R_{BA} \exp(-2jk_B l_B)]^{n-1}$$

$$T_{ABC} = \frac{P_t}{P_i} = \frac{T_{AB} T_{BC} \exp(-jk_B l_B)}{1 - R_{BC} R_{BA} \exp(-2jk_B l_B)}$$

上記の手順は任意の数の中間層がある場合に拡張できる。例えば、媒質Cの上に媒質Dがある場合は、反射率 R_{ABCD} は、 R_{BC} を R_{BCD} に置き換えることで以下のように得られる。

$$R_{ABCD} = \frac{R_{AB} + R_{BCD} \exp(-2jk_B l_B)}{1 + R_{BCD} R_{BA} \exp(-2jk_B l_B)}$$

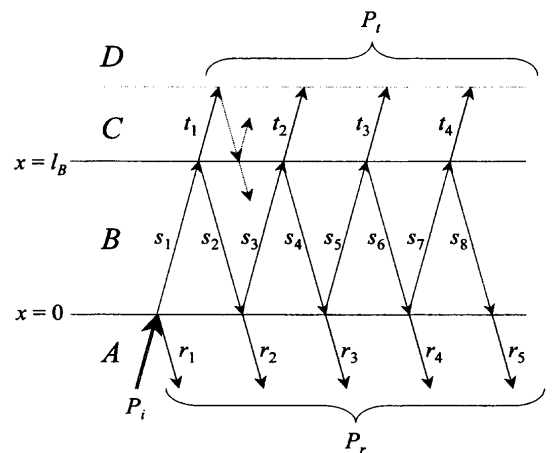


Fig. A. Multiple layer model to obtain reflection and transmission coefficients.