

濡れ性の悪い水平平板上面に付着する気泡の 大きさと形状

水野 義照*・井上 洋*²・園山 希*・井口 学*³

Size and Shape of a Bubble on the Upper Surface of a Horizontal Plate
of Poor Wettability

Yoshiteru MIZUNO, Hiroshi INOUE, Nozomu SONOYAMA and Manabu IGUCHI

Synopsis : Air was gradually supplied through a small vertical hole to form a single bubble on the upper surface of a horizontal flat plate of poor wettability. The bubble grew with an increase in the supplied air volume. The growing behavior of the bubble was observed with a CCD camera. The shape and size of the bubble on the upper surface of the plate were determined as functions of the surface tension, contact angle, densities of liquid and gas based on an energy equation for the bubble. Furthermore, the maximum bubble volume which allows a bubble to stay on the upper surface of the plate was predictable from the energy equation and a force balance equation for the bubble.

Key words: steelmaking; wettability; bubble attachment; contact angle; energy equation; force balance equation.

1. 緒言

精錬プロセスや溶融還元プロセスにおけるフォーミングの発生は鋼の品質、生産性の向上などに対して大きな弊害となっている。その発生機構¹⁻³⁾は脱炭反応によるCOガス発生に起因するとされており、フォーミングの抑制に関してはスラグ層へのコークス、石炭の投入⁴⁾やスラグの高温化による粘度低減、表面張力増加⁵⁾、さらに超低周波の音波印加⁶⁾などの研究が報告されている。とくに小川ら⁷⁾は炭材と溶融金属との濡れ性が悪いことによる微細COガス気泡の炭材への付着現象がフォーミング抑制に有効であることを見出した。

著者らは、このような濡れ性に起因する気泡の固体への付着現象を利用した溶融金属中の微細気泡の除去方法を確立すべく、付着機構に関する基礎的検討⁸⁾を行ってきた。すなわち、水-空気系気泡噴流中へ濡れ性の悪い円柱を水平に浸漬したときの、気泡が円柱表面へ付着する現象を観察し、円柱に捕捉された気泡が互いに接触、吸収し合って大きくなり、最終的に円柱の上端部から離脱するときの気泡の大きさと形状を気泡に対するエネルギー式⁹⁾から予測した。なお気泡形状には簡便なモデルを適用した。予測値と実測値は比較的良好に合っており、エネルギー式の妥当性が確認された。しかしながら、気泡周辺に存在する液体の流れの影響や接触角が異なる場合への適用性は評価できていない。

そこで本研究では、まず液体の流れによる流体抵抗や気泡どうしの接触、吸収に伴う影響を無視できる条件、すなわち静止液体中に浸漬した水平平板上にゆっくりと単一気泡を生成させた場合について、前報⁸⁾に示したエネルギー式で気泡の大きさと形状の予測がどの程度可能であるのかを従来のラプラスの方法¹⁰⁻¹²⁾と比較しつつ明らかにした。また、水-空気系だけでなく、水銀-空気系での評価も行った。

2. 実験装置および測定方法

水中に浸漬した濡れ性の悪い平板上に付着する空気気泡の観察に用いた装置の概要をFig. 1に示す。以下この系を水-空気系と呼ぶ。幅 250×10^{-3} m、奥行き 100×10^{-3} m、深さ 150×10^{-3} mの亚克力製透明容器に 140×10^{-3} mの深さまで水を満たし、表面に撥水処理を施した平板を水面からの距離が 40×10^{-3} mの位置に水平に置いた。平板は亚克力樹脂の表面をパラフィンでコーティングした接触角 $\theta_c = 104^\circ$ のものや黄銅板にフッ素樹脂系コーティングを施した接触角 $\theta_c = 116^\circ, 131^\circ$ のものを用いた。本研究では $90^\circ \leq \theta_c \leq 180^\circ$ のとき濡れ性が悪いと定義する。

ステッピングモーター駆動のシリンジにより平板に開けた直径 1.0×10^{-3} mの孔 (Fig. 1のA部参照) へ空気を送り込み、平板上に気泡を付着させる。シリンジの一定流量押し出しにより、平板上の気泡は徐々に大きくなり、ある大き

平成12年5月2日受付 平成12年8月22日受理 (Received on May 2, 2000; Accepted on Aug. 22, 2000)

* 北海道大学大学院生 (Graduate Student, Hokkaido University, North 13 West 8 Kita-ku Sapporo 060-8628)

* 2 北海道大学学生 (Undergraduate Student, Hokkaido University)

* 3 北海道大学大学院工学研究科 (Graduate School of Engineering, Hokkaido University)

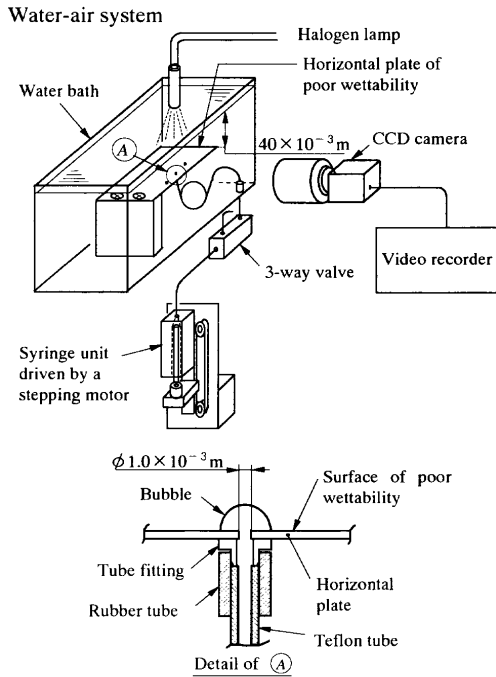


Fig. 1. Schematic diagram of experimental apparatus for water-air system.

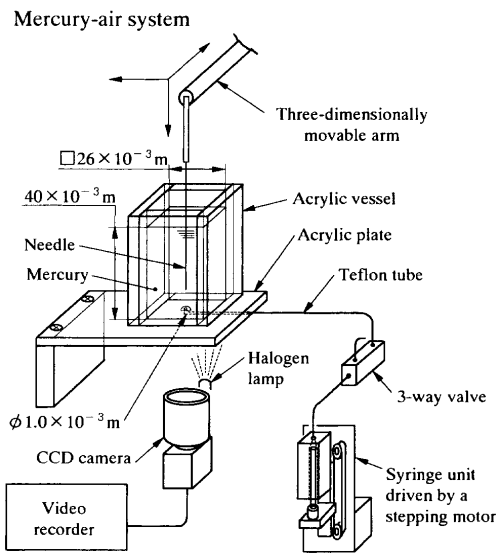


Fig. 2. Schematic diagram of experimental apparatus for mercury-air system.

さと形状になると平板から離脱する。気泡の成長と離脱の様子を CCD カメラで水平方向から撮影し、その画像を測長して気泡の二次元形状を求めた。また、気泡の体積は二次元形状をもとに積分して求めた。シリンジの平均押し出し流量は $2.1 \times 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}$ であり、モーターの 1 ステップあたりの押し出し量は $0.21 \times 10^{-9} \text{ m}^3$ とした。これによって離脱前の気泡の形状、寸法に及ぼす空気の影響は無視できる。測定中の液温は $25^\circ\text{C} \pm 2^\circ\text{C}$ とした。

Fig. 2には水銀中で濡れ性の悪い平板上に付着する空気気泡の観察に用いた装置の概要を示す。以下この系を水銀-空気系と呼ぶ。幅と奥行きが $26 \times 10^{-3} \text{ m}$ 、深さ

$50 \times 10^{-3} \text{ m}$ のアクリル製透明容器に $40 \times 10^{-3} \text{ m}$ の深さまで水銀を満たした。水銀のアクリル板に対する接触角 θ_c は 130° であった。水-空気系装置と同方法、同条件にて容器の底板に開けた直径 $1.0 \times 10^{-3} \text{ m}$ の孔へ空気を送り込み、底板上に気泡を付着させる。気泡と底板との界面を容器の底方向から CCD カメラで撮影し、その画像を測長して平板上における気泡の幹の直径 D_b を求めた。一方、気泡の高さ H_b は、三次元方向に移動可能なアームに取り付けた針の先端を気泡の頂点付近に接触させる方法で測定した。すなわち、針の先端が容器の底板上面および気泡の頂点に位置する時の鉛直方向座標の差を読み、気泡の高さとした。気泡の高さの最小読み取り長さは $0.01 \times 10^{-3} \text{ m}$ であるが、手動のため測定誤差は約 $\pm 3\%$ である。気泡の体積はシリンジの空気押し出し量とした。

気泡寸法の測定値は同条件で撮影した基準スケールを用いて実寸法へ換算した。CCD カメラはマクロレンズ付きのため画像分解能は $0.04 \times 10^{-3} \text{ m}/\text{画素}$ と高く、幾何光学的画像ひずみは約 $\pm 1\%$ 以下であった。よって画像による気泡寸法の測定誤差は約 $\pm 4\%$ 以下と考えられる。

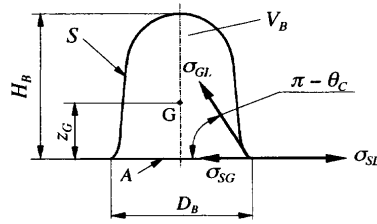
3. 実験結果と考察

3.1 エネルギー式に基づく気泡の形状予測

静止液体中で固体に付着できる気泡の大きさと形状を求める方法には、気液界面内外の圧力バランスから数値的に求める方法¹⁰⁻¹²⁾ (ラプラス法) と気泡がもつエネルギーの最小化から求める方法⁹⁾ (ポテンシャル法) が考えられる。前者については、佐野らの溶鉄中の浸漬ノズルからの気泡生成に関する研究¹³⁾ でその詳細が考察されている。また、李ら¹⁰⁾ により、液滴に関しては回転楕円体形状を仮定することによって前者と後者は同じ結果を導き出すことが報告されている。しかしながら、ラプラス法は気泡界面の局所的な圧力バランスを取り扱うのに対し、ポテンシャル法は気泡の全体的なエネルギーを取り扱っている点に違いがある。気泡除去操作を考える上では、今後、液の流れによる流体抵抗や気泡どうしの接触・吸収による効果を考慮する必要がある。その場合、ラプラス法ではこれらの影響を組み込むことは難しいが、ポテンシャル法では例えば流体抵抗による影響を近似的に $C_D A_p \rho_w \bar{u}_w^2 z_G / 2$ で考慮できる。ここで C_D は抵抗係数、 A_p は流れに垂直な平面への気泡の投影面積、 ρ_w は水の密度、 \bar{u}_w は水の速度、 z_G は気泡の底面から気泡の重心位置までの距離である。このような理由から本研究で著者らはポテンシャル法を採用した。さらに気泡形状に簡便なモデルを適用することによる予測計算の簡略化に配慮した。

3.1.1 形状予測の方法

Fig. 3 に示すように、濡れ性の悪い固体へ付着した気泡には浮力による位置のエネルギー、表面張力によって気泡



G : Center of gravity

Fig. 3. Explanation of symbols in energy equation for bubble.

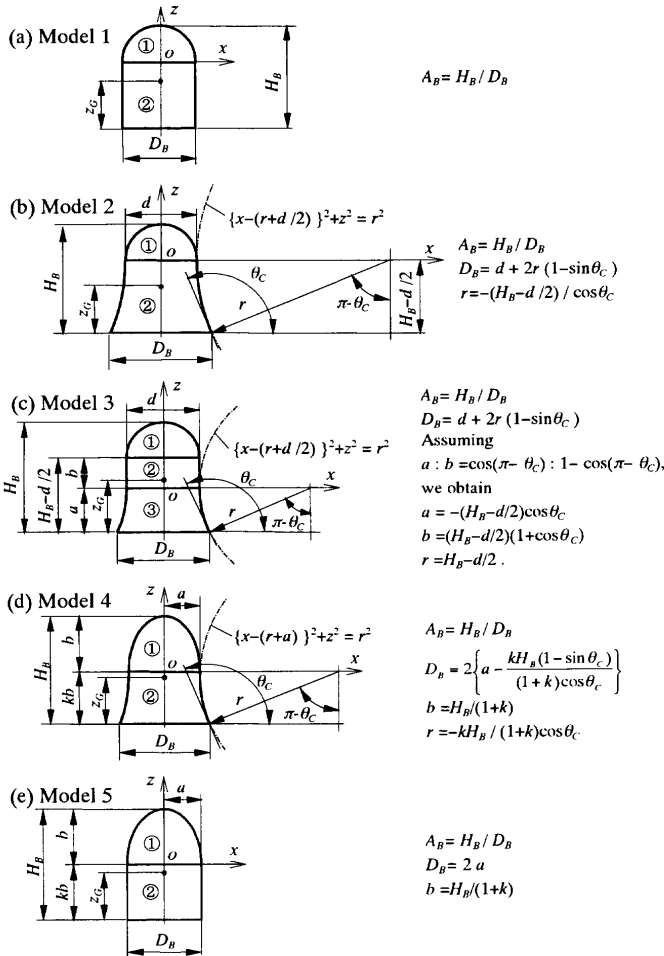


Fig. 4. Models applied to bubble shape.

を縮めようとする表面エネルギー、円柱に気泡を引き止めておこうとする界面エネルギーの3つが働くが、平板上に置かれた液滴に働くエネルギーに関する式¹⁴⁾を参考にすれば、気泡に対するエネルギー E ⁹⁾は次式で与えられる。

$$E = -(\rho_L - \rho_g)gV_B z_G + \sigma_{GL}S + \sigma_{GL}A \cos \theta_C \quad (1)$$

ここで ρ_L と ρ_g は液体と気体の密度、 g は重力加速度、 V_B は気泡体積、 z_G は円柱表面から気泡の重心位置までの距離、 σ_{GL} は気液界面での表面張力、 S は気液界面積、 A は固気界面積である。なお、気泡を円柱に付着させるように働く力の方向、すなわち下向きを正にとっている。ある気泡体積 V_B に対してエネルギー E が極小となるとき気泡は

最も安定すると考え、そのときの形状をこの体積における予測形状とした。具体的には3.1.2以降で述べるように、まず気泡形状を仮定し、気泡体積 V_B を与えたときに E が極小となるアスペクト比 $A_B (=H_B/D_B)$ を求めた。そのときの V_B と A_B から H_B と D_B が求められる。

3.1.2 気泡形状のモデル化

本研究ではFig. 3のような実測気泡形状にFig. 4に示す5種類のモデルを適用した。これらのモデルは平板上における気泡の幹の直径 D_B 、高さ H_B および接触角 θ_C を与えることにより、 V_B 、 z_G 、 S 、 A が比較的簡単に計算できる。以下に各モデルの説明と V_B 、 z_G 、 S 、 A の計算式を示す。

(1) モデル1 (Fig. 4(a)参照)：円柱の上に半球が乗った形状。「付録-1：式(2)、(3)、(5)の導出」を参照。

$$V_B = \pi D_B^2 H_B / 4 - \pi D_B^3 / 24 \quad (2)$$

$$S = \pi D_B H_B \quad (3)$$

$$A = \pi D_B^2 / 4 \quad (4)$$

$$z_G = (D_B^2 - 8D_B H_B + 24H_B^2) / (48H_B - 8D_B) \quad (5)$$

(2) モデル2 (Fig. 4(b)参照)：円錐台の上に半球が乗った形状。「付録-2：式(6)~(9)の導出」を参照。

$$V_B = (\pi/12 \cos^3 \theta_C) \{ d^3 \cos^3 \theta_C + 24(H_B - d/2)^3 \cos \theta_C - 12d(H_B - d/2)^2 \cos^2 \theta_C + 3d^2(H_B - d/2) \cos^3 \theta_C - 4(H_B - d/2)^3 \cos^3 \theta_C - 12(H_B - d/2)^2 \sin \theta_C \cos \theta_C + 6d(H_B - d/2)^2 \sin \theta_C \cos^2 \theta_C - 12(H_B - d/2)^3 \sin^{-1}(\cos \theta_C) + 6d(H_B - d/2)^2 \cos \theta_C \sin^{-1}(\cos \theta_C) \} \quad (6)$$

$$S = (\pi/2 \cos^2 \theta_C) \{ d^2 \cos^2 \theta_C + 4(H_B - d/2)^2 \cos \theta_C - 4(H_B - d/2)^2 \sin^{-1}(\cos \theta_C) + 2d(H_B - d/2) \cos \theta_C \sin^{-1}(\cos \theta_C) \} \quad (7)$$

$$A = (\pi/4 \cos^2 \theta_C) \{ 4(H_B - d/2)^2 \sin^2 \theta_C - 8(H_B - d/2)^2 \sin \theta_C + 4d(H_B - d/2) \sin \theta_C \cos \theta_C + 4(H_B - d/2)^2 - 4d(H_B - d/2) \cos \theta_C + d^2 \cos^2 \theta_C \} \quad (8)$$

$$z_G = \pi \{ (d^4/64) + (1/24 \cos^4 \theta_C) \{ 16(H_B - d/2)^4 - 8d(H_B - d/2)^3 \cos \theta_C - 24(H_B - d/2)^4 \cos^2 \theta_C + 12d(H_B - d/2)^3 \cos^3 \theta_C - 3d^2(H_B - d/2)^2 \cos^4 \theta_C + 6(H_B - d/2)^4 \cos^4 \theta_C - 16(H_B - d/2)^4 \sin^3 \theta_C + 8d(H_B - d/2)^3 \sin^3 \theta_C \cos \theta_C \} \} / V_B + (H_B - d/2) \quad (9)$$

(3) モデル3 (Fig. 4(c)参照)：円錐台の上に円柱が、さらにその上に半球が乗った形状。「付録-3：式(10)~(13)の導出」を参照。

$$V_B = (\pi/12) \{ d^3 + 3d^2(H_B - d/2)(1 + \cos \theta_C) - 12(H_B - d/2)^3 \cos \theta_C - 12H_B^2(H_B - d/2) \cos \theta_C + 4(H_B - d/2)^3 \cos^3 \theta_C \}$$

$$+12H_B(H_B-d/2)^2 \sin \theta_C \cos \theta_C$$

$$+12H_B(H_B-d/2)^2 \sin^{-1}(\cos \theta_C) \dots\dots\dots(10)$$

$$S=(\pi/2)\{d^2+2d(H_B-d/2)(1+\cos \theta_C)+4(H_B-d/2)^2 \cos \theta_C$$

$$-4H_B(H_B-d/2) \sin^{-1}(\cos \theta_C)\} \dots\dots\dots(11)$$

$$A=\pi\{(H_B-d/2)^2 \sin^2 \theta_C+2H_B(H_B-d/2) \sin \theta_C+H_B^2\} \dots\dots(12)$$

$$z_G=\pi\{(d^3/12)\{(H_B-d/2)(1+\cos \theta_C)+3d/16\}$$

$$+(d^2/8)(H_B-d/2)^2(1+\cos \theta_C)^2+(1/12)\{8H_B(H_B-d/2)^3$$

$$-6(H_B-d/2)^4 \cos^2 \theta_C+3(H_B-d/2)^4 \cos^4 \theta_C$$

$$-8H_B(H_B-d/2)^3 \sin^3 \theta_C-6H_B^2(H_B-d/2)^2 \cos^2 \theta_C\}/V_B$$

$$-(H_B-d/2) \cos \theta_C \dots\dots\dots(13)$$

(4) モデル4 (Fig. 4(d) 参照)：円錐台の上に回転楕円体の半分が乗った形状。「付録-4：式 (14)~(17) の導出」を参照。

$$V_B=(\pi/3 \cos^3 \theta_C)\{2a^2b \cos^3 \theta_C+6k^3b^3 \cos \theta_C-6k^2ab^2 \cos^2 \theta_C$$

$$+3ka^2b \cos^3 \theta_C-k^3b^3 \cos^3 \theta_C-3k^3b^3 \sin \theta_C \cos \theta_C$$

$$-3k^3b^3 \sin^{-1}(\cos \theta_C)+3k^2ab^2 \sin \theta_C \cos^2 \theta_C$$

$$+3k^2ab^2 \cos \theta_C \sin^{-1}(\cos \theta_C)\} \dots\dots\dots(14)$$

[a>bのとき]

$$S=\pi[a^2+\{ab^2/2(a^2-b^2)^{1/2}\} \log_e\{a+(a^2-b^2)^{1/2}/$$

$$\{a-(a^2-b^2)^{1/2}\}]+(2/\cos^2 \theta_C)\{k^2b^2 \cos \theta_C$$

$$-k^2b^2 \sin^{-1}(\cos \theta_C)+kab \cos \theta_C \sin^{-1}(\cos \theta_C)\} \dots\dots(15a)$$

[a<bのとき]

$$S=\pi[a^2+\{ab^2/(b^2-a^2)^{1/2}\} \cos^{-1}(a/b)$$

$$+(2/\cos^2 \theta_C)\{k^2b^2 \cos \theta_C-k^2b^2 \sin^{-1}(\cos \theta_C)$$

$$+kab \cos \theta_C \sin^{-1}(\cos \theta_C)\} \dots\dots\dots(15b)$$

$$A=(\pi/\cos^2 \theta_C)(k^2b^2 \sin^2 \theta_C-2k^2b^2 \sin \theta_C+2abk \sin \theta_C \cos \theta_C$$

$$+k^2b^2-2abk \cos \theta_C+a^2 \cos^2 \theta_C) \dots\dots\dots(16)$$

$$z_G=\pi\{a^2b^2/4+(1/12 \cos^4 \theta_C)\{8k^4b^4-8k^3ab^3 \cos \theta_C$$

$$-12k^4b^4 \cos^2 \theta_C+12k^3ab^3 \cos^3 \theta_C-6k^2a^2b^2 \cos^4 \theta_C$$

$$+3k^4b^4 \cos^4 \theta_C-8k^4b^4 \sin^3 \theta_C$$

$$+8k^3ab^3 \sin^3 \theta_C \cos \theta_C\}/V_B+kb \dots\dots\dots(17)$$

(5) モデル5 (Fig. 4(e)参照)：円柱の上に回転楕円体の半分が乗った形状。「付録-5：式 (18), (21) の導出」を参照。

$$V_B=\pi a^2b(2+3k)/3 \dots\dots\dots(18)$$

[a>bのとき]

$$S=\pi[2kab+a^2+\{ab^2/2(a^2-b^2)^{1/2}\} \log_e\{a+(a^2-b^2)^{1/2}/$$

$$\{a-(a^2-b^2)^{1/2}\}\} \dots\dots\dots(19a)$$

[a<bのとき]

$$S=\pi[2kab+a^2+\{ab^2/(b^2-a^2)^{1/2}\} \cos^{-1}(a/b)] \dots\dots\dots(19b)$$

$$A=\pi a^2 \dots\dots\dots(20)$$

$$z_G=3(-2k^2+1)b/4(2+3k)+kb \dots\dots\dots(21)$$

なお、モデル4、モデル5については簡単化のためにkの値を1として評価した。

3.2 力のバランス式を考慮した離脱直前気泡の体積予測

今回用いたモデルでは Fig. 5 に示すように気泡形状の予測曲線が3タイプ見られた。すなわち、気泡体積V_Bの増加に伴いある体積でエネルギーEが極小値をもたなくなる①タイプ、V_Bの広い範囲でEが極小値をもつ②タイプ、さらにあるV_BからEが極小値をもち始める③タイプである。ここで、①タイプの場合、Eが極小値をもたなくなるV_Bで気泡は不安定になり、固体に付着していることができないと考えられる。事実、水-空気系でモデル1, 3を適用した接触角θ_Cが小さい場合(θ_C=96°)では、この考えから求めた離脱直前気泡の体積は実測値と比較的良く合っている。しかしながら、θ_Cの広い範囲で形状予測に適用できるモデル2, 4は②, ③タイプであり、この方法による離脱直前気泡の体積予測はできない。そこでエネルギー式に加えて力のバランス式を考慮した。すなわち、気泡に働く浮力が固気界面張力の鉛直成分より大きくなるときの体積を離脱体積とした。この条件は次式で表される。

$$(\rho_L-\rho_g)gV_B>\pi D_B \sigma_{GL} \sin \theta_C \dots\dots\dots(22)$$

本研究では便宜上A_B-V_B曲線において式(22)の左辺と右辺が等しくなるときの体積を離脱直前気泡体積の予測値V_{Bs, cal.}とした。

3.3 ポテンシャル法による気泡形状、離脱体積の予測値とラプラス法との比較

3.3.1 気泡形状

Fig. 6, 7, 8, 9 に水-空気系における接触角θ_Cがそれぞれ96°, 104°, 116°, 131°の場合の気泡体積V_Bに対するアスペクト比A_Bの関係を示す。同様にFig.10は水銀-空気系におけるθ_Cが130°の場合を示す。ここで、細い線は各モデルを適用しエネルギー式に基づき求めたA_Bの予測値であり、太い線はラプラス法によるA_B¹²⁾、丸印は実測値を示す。図中の白丸印は離脱以前の小さい付着気泡を、また右寄りの黒丸印は離脱直前の付着気泡を表す。ここでθ_Cが96°の実測値は以前に水-空気系鉛直気泡噴流中に濡れ性の悪い四角柱を水平に置いた場合の四角柱への気泡付着のメカニズムを検討した際のものである。

今回用いた5種類のモデルのうち、V_Bの広い範囲でA_Bの予測値を与えるものはモデル4, 5であった。ここで、水-空気系でのモデル4によるA_Bの予測値のラプラス法に対する偏差は-1%~+35%であり、モデル5では-5%~

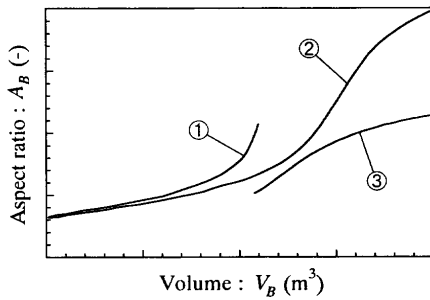


Fig. 5. Relation between A_B and V_B when bubble energy is minimum.

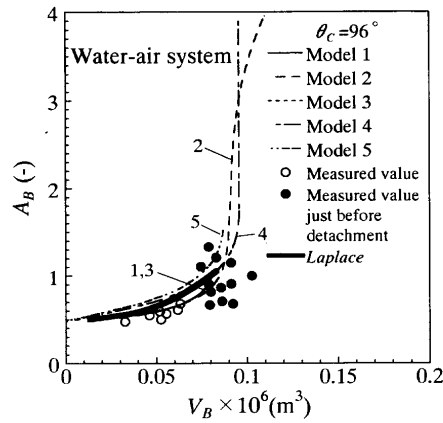


Fig. 6. Comparison of A_B between measured and calculated values at θ_C of 96 degrees in water-air system.

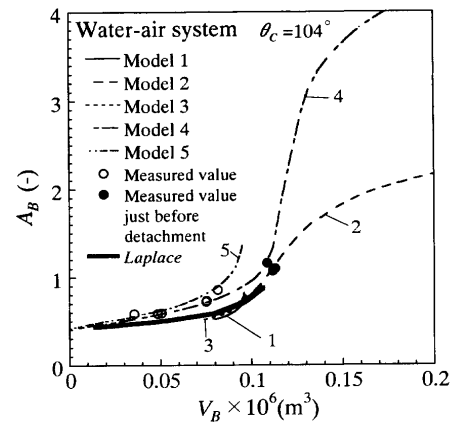


Fig. 7. Comparison of A_B between measured and calculated values at θ_C of 104 degrees in water-air system.

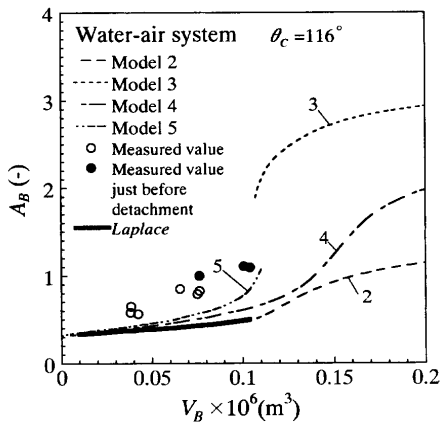


Fig. 8. Comparison of A_B between measured and calculated values at θ_C of 116 degrees in water-air system.

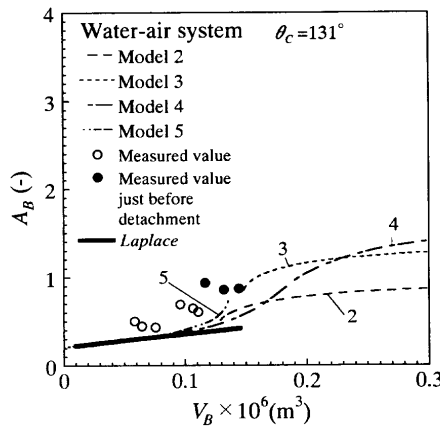


Fig. 9. Comparison of A_B between measured and calculated values at θ_C of 131 degrees in water-air system.

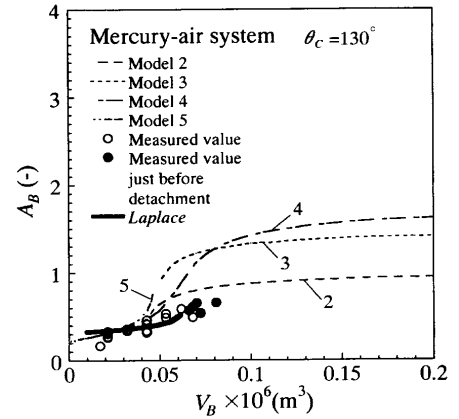


Fig. 10. Comparison of A_B between measured and calculated values at θ_C of 130 degrees in mercury-air system.

+85%と偏差が大きいためモデル4が最も良いと判断した。ただし、水銀-空気系ではモデル4でもラプラス法に対して-20%~+70%の偏差があった。この偏差はモデルの工夫により小さくできるがモデルが煩雑になることや、以下にも示すように、現状モデル4でも離脱直前気泡体積 V_{Bs} の予測に対しては-27%~+18%の偏差であり、満足できる精度が得られることを考慮して、今回はモデル4で検討を進める。

3.3.2 離脱体積

次に Fig.11 には、モデル4を適用し、3.2で述べたように力のバランス式を考慮して求めた離脱直前気泡体積の予測値 $V_{Bs,cal}$ とラプラス法から求められた体積¹¹⁾を各接触角 θ_C に対して示す。ここでは参考のため溶鉄-アルゴン系についても記載した。図から θ_C が実用上重要であると考えられる94°から130°の範囲における、モデル4による予測値は3種類の実験系の違いにかかわらずラプラス法に対する偏差は-27%~+18%であった。前述の A_B の予測精度はともかくとして、離脱体積に重点をおく本研究では、この

程度のばらつき範囲であればモデルの精度は十分であると判断した。

Fig.11に示した3種類の系に対する計算結果を系統的にまとめることが可能であるかどうかをボンド数 B に着目して検討する。

$$B = gl^2(\rho_L - \rho_g) / \sigma_{GL} \dots \dots \dots (23)$$

ここで l は気泡の代表長さであり、本研究では l として離脱気泡の球相当直径を採用する。

$$l = [6V_{Bs} / \pi]^{1/3} \dots \dots \dots (24)$$

なお B は気泡に働く浮力と表面張力による力との比を表す。

ラプラス法による離脱気泡体積から求めたボンド数 B の値はFig.12に示すようによくまとめられる。また、モデル4による B の値もFig.11から予想されるようにラプラス法との誤差は実用上重要な接触角94°から130°においては-19%~+11%の範囲にあり、系の種類にかかわらずモデ

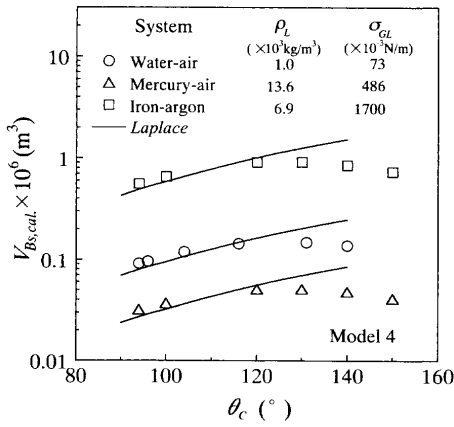


Fig. 11. Comparison of V_{Bs} between present method and previous method by Laplace.

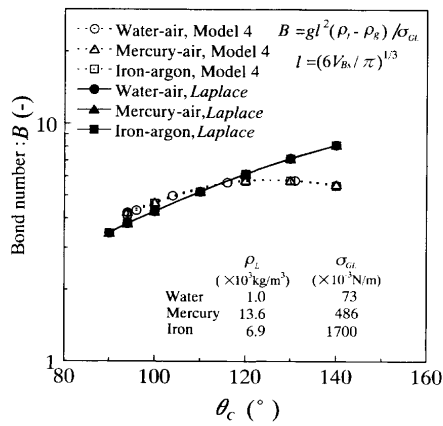


Fig. 12. Comparison of B between present method and previous method by Laplace.

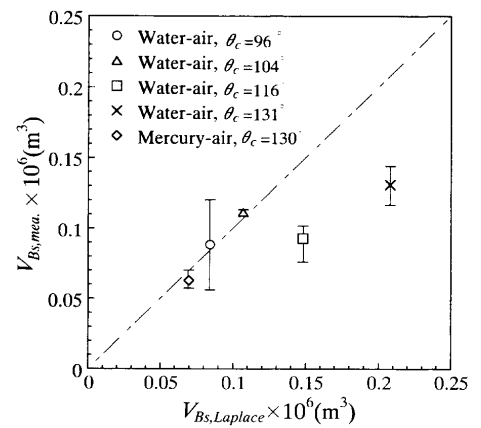


Fig. 13. Comparison of V_{Bs} between measured and calculated values.

ル4が近似的に適用できる。したがって、気泡周りの流れ場の影響などを議論する際に、モデル4を適用してもよいと結論できよう。

3.4 気泡形状、離脱体積の実測値とラプラス法との比較

Fig. 6, 7, 8, 9, 10 においてアスペクト比 A_B の実測値をラプラス法¹²⁾と比較したところ -40%~+100%の偏差があった。また、Fig.13 に示すように離脱直前気泡体積の実測値 $V_{Bs, mea.}$ をラプラス法による体積 $V_{Bs, Laplace}$ ¹¹⁾と比較したところ -37%~+5%の偏差があった。このばらつきを見ると A_B , V_{Bs} ともラプラス法と大きくずれる測定条件は θ_c が大きい場合であった。この理由は以下のように考えられる。

まず、水-空気系の気泡体積 V_B の実測値は気泡の外形を読み取り、回転体として体積を評価している。したがって θ_c が 96° のときの V_B の測定誤差は文献⁸⁾に示すように $\pm 21\%$ であるが、 θ_c が大きくなると気泡のすその部分のわずかな読み取り誤差によって体積誤差はさらに大きくなる。この体積測定誤差が影響したと考えられる。

次に、水-空気系で θ_c が大きい場合の A_B , V_{Bs} の予測値とラプラス法とのずれは、Fig. 8, 9, 13 に示すように、気泡が水平方向に広がりやすく垂直方向にのびたと仮定するとよく説明できる。すなわち、本実験のように空気をゆっくりと送り込む系でも、水のように表面張力が小さい場合、気泡は体積が大きくなると密な静止状態を保てず、わずかな外部からの擾乱の影響で不安定となり、十分水平方向に広がる以前に離脱することが予想される。このことは、 θ_c が大きくと表面張力が大きい水銀-空気系では V_{Bs} の偏差が -10% と小さいことから裏付けられる。

さらに、ポテンシャル法とラプラス法の計算結果を比較する際には問題ないが、測定値とこれらの計算値を比較する際には、接触角にどのような値を採用するのかといった点が問題となる。本研究では液滴法によって求めた平衡接触角を用いているが、液滴法で求めた接触角がこの場合のような表面粗さを無視できない平板に対してそのま

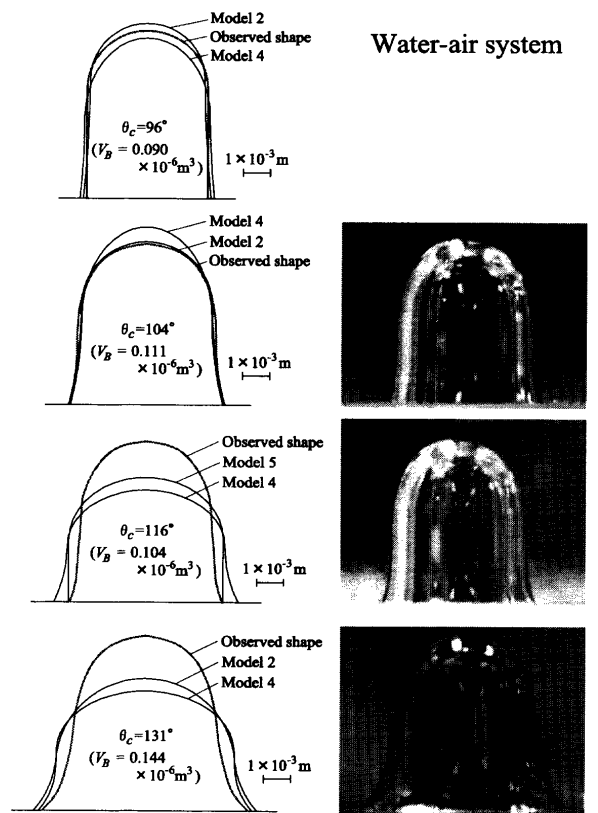


Fig. 14. Observed and calculated bubble shapes in water-air system.

ま適用できるかといった点も含めて、実験結果と計算結果との不一致の理由については今後の課題としたい。

なお、本研究での D_B の実測値 $6.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ は、小沢ら¹⁵⁾により報告された、水銀浴への低流量窒素ガス吹込みにおける気泡の幹直径 D_B の最大値 $6.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ と一致している。

また、参考として Fig.14, 15 にそれぞれ水-空気系、水銀-空気系での各 θ_c における代表的な実測気泡の写真とその体積をモデルに代入して得られた気泡の形状を示す。

Mercury-air system

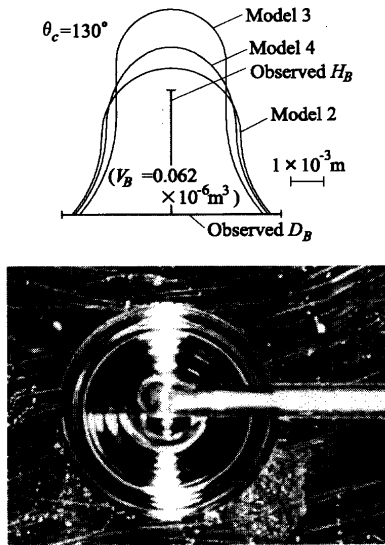


Fig. 15. Observed and calculated bubble shapes in mercury-air system.

4. 結論

水および水銀中の微細な空気気泡を濡れ性の悪い固体へ付着させてその体積を増加させ、浮力により除去する操作において、微細気泡をどの程度の大きさにできるかを明らかにするために、液体中へ水平に置いた平板上に付着する気泡の体積増加に伴う離脱までの挙動を CCD カメラ等で観察した。得られた主な結論は以下のとおりである。

(1) 濡れ性の悪い平板上に留まることのできる気泡体積は、Fig.12 に示すようにボンド数 B を用いることによって系統的に整理できる。また、気泡の形状に簡便なモデル 4 を適用し、気泡のもつエネルギーと気泡に働く力のバランスを考慮して近似的に求めた結果は、ラプラス法から求められたボンド数の値¹¹⁾ に対して Fig.12 に示すように、実用上重要な接触角 94° から 130° においては $-19\% \sim +11\%$ の範囲内にあり、十分な予測精度であった。

(2) エネルギー式を用いた付着気泡の形状と寸法の予測は、離脱以前の体積の小さい気泡に対しても適用できる。

(3) 気泡の形状と寸法の予測の性能を総合的に判断して、今回用いた 5 種類のモデルのうち、モデル 4 が有効である。

本研究は日本鉄鋼協会の「鉄鋼研究振興助成」を受けた。ここに記して感謝の意を表する。

文 献

- 1) K.Ito and R.J.Fruehan: *Metall. Trans. B*, **20B** (1989), 515.
- 2) S.S.Ghag, P.C.Hayes and H.-G.Lee: *ISIJ Int.*, **38** (1998), 1208.
- 3) L.Hong, M.Hirasawa and M.Sano: *ISIJ Int.*, **38** (1998), 1339.
- 4) M.Matsuo, H.Hirata, H.Katayama, H.Ishikawa, H.Kajioka and N.Tokumitsu: *Tetsu-to-Hagané*, **72** (1986), S970.

- 5) K.Ito and R.J.Fruehan: *Metall. Trans. B*, **20B** (1989), 509.
- 6) S.V.Komarov, M.Kuwabara and M.Sano: *CAMP-ISIJ*, **12** (1999), 721.
- 7) Y.Ogawa and N.Tokumitsu: Proc. of 6th Int. Iron and Steel Cong. (6th IISC), ISIJ, Tokyo, (1990), 147.
- 8) Y.Mizuno, T.Shimizu, N.Sonoyama and M.Iguchi: *Jpn. J. Multiphase Flow*, **14** (2000), 166.
- 9) N.Sonoyama, M.Iguchi, Y.Sasaki and K.Ishii: *Tetsu-to-Hagané*, **86** (2000), 203.
- 10) C.Lee, I.Takahashi and H.Miyata: *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng. (B)*, **61** (1995), 4386.
- 11) W.Fritz: *Physik. Zeitschr.*, **36** (1935), 379.
- 12) F.Bashforth and J.C.Adams: *An Attempt to Test the Theories of Capillary Action*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, (1883).
- 13) M.Sano, K.Mori and T.Sato: *Tetsu-to-Hagané*, **63** (1977), 2308.
- 14) K.Murakami, T.Sunada and N.Ueki: *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng. (B)*, **64** (1998), 2071.
- 15) Y.Ozawa, K.Mori and M.Sano: *Tetsu-to-Hagané*, **16** (1981), 2655.

付 録

付録-1 : 式 (2), (3), (5) の導出

$$V_B = \pi D_B^3/12 + \pi D_B^2(H_B - D_B/2)/4$$

$$S = \pi D_B^2/2 + \pi D_B(H_B - D_B/2)$$

$$z_G = (M_{\text{①}} + M_{\text{②}})/V_B + (H_B - D_B/2)$$

ここで、 M は x 軸周りのモーメントを表す。

$$M_{\text{①}} = (3/8)(D_B/2)(\pi D_B^3/12)$$

$$M_{\text{②}} = -(1/2)(H_B - D_B/2)\{\pi D_B^2(H_B - D_B/2)/4\}$$

付録-2 : 式 (6)~(9) の導出

$$\begin{aligned} V_B &= \pi d^3/12 + \pi \int_{-(H_B-d/2)}^0 x^2 dz \\ &= \pi d^3/12 + \pi \int_{-(H_B-d/2)}^0 \{(r^2 - z^2) - 2(r+d/2)(r^2 - z^2)^{1/2} + (r+d/2)^2\} dz \\ &= \pi d^3/12 + \pi [r^2 z - z^3/3 - 2(r+d/2)\{z(r^2 - z^2)^{1/2} + (r^2/2)\sin^{-1}(z/r)\} \\ &\quad + (r+d/2)^2 z]_{-(H_B-d/2)}^0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= \pi d^2/2 + 2\pi \int_{-(H_B-d/2)}^0 x \{1 + (dx/dz)^2\}^{1/2} dz \\ &= \pi d^2/2 + 2\pi \int_{-(H_B-d/2)}^0 \{-r + r(r+d/2)/(r^2 - z^2)^{1/2}\} dz \\ &= \pi d^2/2 + 2\pi [-rz + r(r+d/2)\sin^{-1}(z/r)]_{-(H_B-d/2)}^0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \pi x^2 [z = -(H_B - d/2) \text{ のとき}] \\ &= \pi \{(r^2 - z^2) - 2(r+d/2)(r^2 - z^2)^{1/2} + (r+d/2)^2\} \\ &= \pi [r^2 - (H_B - d/2)^2 - 2(r+d/2)\{r^2 - (H_B - d/2)^2\}^{1/2} + (r+d/2)^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_G &= (M_{\text{①}} + M_{\text{②}})/V_B + (H_B - d/2) \\ M_{\text{①}} &= (3/8)(d/2)(\pi d^3/12) = \pi d^4/64 \end{aligned}$$

$$M_{\text{②}} = \pi \int_{-(H_B-d/2)}^0 zx^2 dz$$

$$\begin{aligned} z_G &= \left\{ \frac{\pi d^4/64 + \pi \int_{-(H_B-d/2)}^0 zx^2 dz}{V_B + (H_B - d/2)} \right\} \\ &= \left[\frac{\pi d^4/64 + \pi \int_{-(H_B-d/2)}^0 z \{(r^2 - z^2) - 2(r+d/2)(r^2 - z^2)^{1/2} + (r+d/2)^2\} dz}{V_B + (H_B - d/2)} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left[(\pi d^4 / 64) + \pi \int_{-(H_B - d/2)}^0 \{r^2 z - z^3 - 2(r+d/2)z(r^2 - z^2)^{1/2} \right. \\
 &\quad \left. + (r+d/2)^2 z\} dz \right] / V_B + (H_B - d/2) \\
 &= [(\pi d^4 / 64) + \pi \{r^2 z^2 / 2 - z^4 / 4 + (2/3)(r+d/2)(r^2 - z^2)^{3/2} \\
 &\quad + (r+d/2)^2 z^2 / 2\}]_{-(H_B - d/2)}^0 / V_B + (H_B - d/2)
 \end{aligned}$$

付録-3：式 (10)~(13) の導出

$$\begin{aligned}
 V_B &= \pi d^3 / 12 + \pi d^2 b / 4 + \pi \int_{-a}^0 x^2 dz \\
 &= \pi d^3 / 12 + \pi d^2 b / 4 + \pi \int_{(H_B - d/2) \cos \theta_C}^0 \{(r^2 - z^2) - 2(r+d/2)(r^2 - z^2)^{1/2} \\
 &\quad + (r+d/2)^2\} dz \\
 &= \pi d^3 / 12 + \pi d^2 b / 4 + \pi \{r^2 z - z^3 / 3 - 2(r+d/2)\{z/2\}(r^2 - z^2)^{1/2} \\
 &\quad + (r^2/2) \sin^{-1}(z/r)\} + (r+d/2)^2 z \Big|_{(H_B - d/2) \cos \theta_C}^0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S &= \pi d^2 / 2 + \pi db + 2\pi \int_{-a}^0 x \{1 + (dx/dz)^2\}^{1/2} dz \\
 &= \pi d^2 / 2 + \pi db + 2\pi \int_{(H_B - d/2) \cos \theta_C}^0 \{-r + r(r+d/2)/(r^2 - z^2)^{1/2}\} dz \\
 &= \pi d^2 / 2 + \pi db + 2\pi [-rz + r(r+d/2) \sin^{-1}(z/r)]_{(H_B - d/2) \cos \theta_C}^0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A &= \pi x^2 [z = (H_B - d/2) \cos \theta_C \text{ のとき}] \\
 &= \pi \{(r^2 - z^2) - 2(r+d/2)(r^2 - z^2)^{1/2} + (r+d/2)^2\} \\
 &= \pi \{r^2 - (H_B - d/2)^2 \cos^2 \theta_C - 2(r+d/2)\{r^2 - (H_B - d/2)^2 \cos^2 \theta_C\}^{1/2} \\
 &\quad + (r+d/2)^2\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z_G &= (M_{\text{①}} + M_{\text{②}} + M_{\text{③}}) / V_B + a \\
 M_{\text{①}} &= \{b + (3/8)(d/2)\} (\pi d^3 / 12) \\
 &= (\pi d^3 / 12) \{(H_B - d/2)(1 + \cos \theta_C) + 3d/16\} \\
 M_{\text{②}} &= (b/2)(\pi d^2 b / 4) = (\pi d^2 / 8)(H_B - d/2)^2 (1 + \cos \theta_C)^2 \\
 M_{\text{③}} &= \pi \int_{-a}^0 zx^2 dz \\
 &= \pi \int_{(H_B - d/2) \cos \theta_C}^0 z \{(r^2 - z^2) - 2(r+d/2)(r^2 - z^2)^{1/2} + (r+d/2)^2\} dz \\
 &= \pi \{r^2 z^2 / 2 - z^4 / 4 + (2/3)(r+d/2)(r^2 - z^2)^{3/2} \\
 &\quad + (r+d/2)^2 z^2 / 2\} \Big|_{(H_B - d/2) \cos \theta_C}^0 \\
 &= (\pi / 12) \{8H_B(H_B - d/2)^3 - 6(H_B - d/2)^4 \cos^2 \theta_C \\
 &\quad + 3(H_B - d/2)^4 \cos^4 \theta_C - 8H_B(H_B - d/2)^3 \sin^3 \theta_C \\
 &\quad - 6H_B^2(H_B - d/2)^2 \cos^2 \theta_C\}
 \end{aligned}$$

付録-4：式 (14)~(17) の導出

$$V_B = 2\pi a^2 b / 3 + \pi \int_{-kb}^0 x^2 dz$$

$$\begin{aligned}
 &= 2\pi a^2 b / 3 + \pi \int_{-kb}^0 \{(r^2 - z^2) - 2(r+a)(r^2 - z^2)^{1/2} + (r+a)^2\} dz \\
 &= 2\pi a^2 b / 3 \\
 &\quad + \pi \{r^2 z - z^3 / 3 - 2(r+a)\{z/2\}(r^2 - z^2)^{1/2} + (r^2/2) \sin^{-1}(z/r)\} \\
 &\quad + (r+a)^2 z \Big|_{-kb}^0
 \end{aligned}$$

$$S = S_{\text{①}} + S_{\text{②}}$$

[$a > b$ のとき]

$$S_{\text{①}} = \pi \{a^2 + \{ab^2/2(a^2 - b^2)^{1/2}\} \log_e [\{a + (a^2 - b^2)^{1/2}\} / \{a - (a^2 - b^2)^{1/2}\}]\}$$

[$a < b$ のとき]

$$S_{\text{①}} = \pi \{a^2 + \{ab^2/(b^2 - a^2)^{1/2}\} \cos^{-1}(a/b)\}$$

また、

$$\begin{aligned}
 S_{\text{②}} &= 2\pi \int_{-kb}^0 x \{1 + (dx/dz)^2\}^{1/2} dz \\
 &= 2\pi \int_{-kb}^0 \{-r + r(r+a)/(r^2 - z^2)^{1/2}\} dz \\
 &= 2\pi [-rz + r(r+a) \sin^{-1}(z/r)]_{-kb}^0 \\
 &= (2\pi / \cos^2 \theta_C) \{k^2 b^2 \cos \theta_C - k^2 b^2 \sin^{-1}(\cos \theta_C) \\
 &\quad + kab \cos \theta_C \sin^{-1}(\cos \theta_C)\}
 \end{aligned}$$

$A = \pi x^2 [z = -kb \text{ のとき}]$

$$\begin{aligned}
 &= \pi \{(r^2 - z^2) - 2(r+a)(r^2 - z^2)^{1/2} + (r+a)^2\} \\
 &= \pi \{r^2 - k^2 b^2 - 2(r+a)(r^2 - k^2 b^2)^{1/2} + (r+a)^2\}
 \end{aligned}$$

$$z_G = (M_{\text{①}} + M_{\text{②}}) / V_B + kb$$

$$M_{\text{①}} = \pi \int_0^b zx^2 dz = (a^2/b^2) \pi \int_0^b z(b^2 - z^2) dz = a^2 b^2 \pi / 4$$

$$\begin{aligned}
 M_{\text{②}} &= \pi \int_{-kb}^0 zx^2 dz \\
 &= \pi \int_{-kb}^0 z \{(r^2 - z^2) - 2(r+a)(r^2 - z^2)^{1/2} + (r+a)^2\} dz \\
 &= \pi \{r^2 z^2 / 2 - z^4 / 4 + (2/3)(r+a)(r^2 - z^2)^{3/2} + (r+a)^2 z^2 / 2\} \Big|_{-kb}^0 \\
 &= (\pi / 12 \cos^4 \theta_C) \{8k^4 b^4 - 8k^3 ab^3 \cos \theta_C - 12k^4 b^4 \cos^2 \theta_C \\
 &\quad + 12k^3 ab^3 \cos^3 \theta_C - 6k^2 a^2 b^2 \cos^4 \theta_C + 3k^4 b^4 \cos^4 \theta_C \\
 &\quad - 8k^4 b^4 \sin^3 \theta_C + 8k^3 ab^3 \sin^3 \theta_C \cos \theta_C\}
 \end{aligned}$$

付録-5：式 (18), (21) の導出

$$V_B = 2\pi a^2 b / 3 + \pi ka^2 b$$

$$z_G = (M_{\text{①}} + M_{\text{②}}) / V_B + kb$$

$$M_{\text{①}} = (3b/8)(2\pi a^2 b / 3)$$

$$M_{\text{②}} = (-kb/2) \pi ka^2 b$$