

準正弦波磁場を印加した矩形容器内溶融金属の運動特性

蘇 志堅*・岩井 一彦*²・浅井 滋生*²

Characteristics of Molten Metal Motion in Rectangular Vessels under Imposition of a Quasi-sinusoidal Magnetic Field

Zhijian SU, Kazuhiko IWAI and Shigeo ASAI

Synopsis : A vessel geometry plays an important role in a molten metal motion caused by a quasi-sinusoidal magnetic field. The characteristics of the motion have been studied by comparing the free surface motion of a molten metal in a rectangular vessel with those in a square and a cylindrical ones. The theoretical expressions of Lorentz force and a magnetic pressure, which are induced by imposing a quasi-sinusoidal magnetic field on a molten metal in a rectangular vessel, have been derived. It has been found in all the three vessels with different geometrical shapes, a periodical oscillation motion and an irregular motion predominate the surface motions in a low and a high frequency ranges, respectively.

Key words: electromagnetic processing of materials; quasi-sinusoidal magnetic field; liquid metal motion; surface wave motion; continuous casting; refining; steelmaking.

1. 緒言

交流磁場の印加は非接触で溶融金属の運動制御および熱エネルギー付与を可能とするため、これまで高温融体プロセスに広く利用されてきた。その応用例は、誘導溶解¹⁻³⁾、取鍋内の溶湯攪拌⁴⁾、連続鋳造における電磁攪拌^{5,6)}、溶湯からの介在物除去⁷⁾、コールド・クルーシブルによる金属の浮湯溶解^{8,9)}、メタル・スラグ間の界面積増大による精錬反応促進¹⁰⁻¹²⁾等、多岐にわたっており、それぞれのプロセスで要求される運動や加熱の様態も様々である。交流磁場によって溶融金属に加えられるローレンツ力の空間的、時間的な分布はその周波数に大きく依存するため、運動形態の最適化には、周波数が溶融金属の運動に及ぼす効果を明らかにする必要がある。しかしながら、溶融金属の運動に与える周波数の効果を広範囲にわたって調査した報告^{13,14)}は少ない。一方、溶解プロセス、精錬プロセスにおいては円筒容器が広く使用されているが、連続鋳造では円形断面のみならず、矩形や正方形の鋳型が用いられており、容器形状が溶湯運動に及ぼす効果を明らかにする必要がある。ところが、円筒容器内に入れられた溶融金属の運動に与える交流磁場の周波数の効果については検討されている¹⁴⁾ものの、他の容器形状の報告例は見当たらない。すなわち、円筒形状以外の形状を有するプロセスにおいて交流磁場の運動制御機能を利用するためには、容器形状毎の周波数特性を明らかにする必要がある。

本研究では正方形断面と矩形断面を有する容器に入った

溶融金属に準正弦波磁場¹⁴⁾を印加して、その運動特性の周波数依存性を調査したので報告する。

2. 理論解析

Fig. 1に示す x 方向に有限幅 $2w$ 、 y および z 方向に無限に広がった溶融金属に z 方向成分の準正弦波磁場 $B = B_0(1 + \cos \omega t)$ を印加する系を解析対象とする。磁場の拡散方程式および境界条件は次式となる。

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{1}{\sigma \mu} \nabla^2 \mathbf{B} \\ \mathbf{B}(x = \pm w) = (0, 0, B_0(1 + \cos \omega t)) \end{cases} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 ω は磁場の角周波数、 σ は溶融金属の電気伝導度、 μ は透磁率である。

(1)式を解くと溶融金属中の磁場分布が(2)式のように求まる。

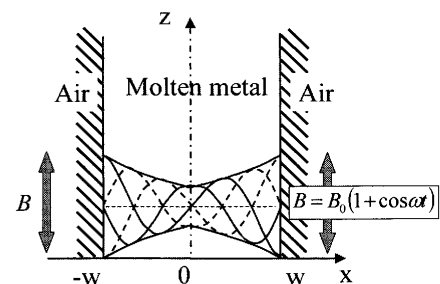


Fig. 1. Analytical coordinate for diffusion of a quasi-sinusoidal magnetic field into a finite metal with thickness $2w$.

平成12年3月27日受付 平成12年6月30日受理 (Received on Mar. 27, 2000; Accepted on June 30, 2000)

* 名古屋大学大学院生 (Graduate Student, Nagoya University)

*² 名古屋大学大学院工学研究科 (Graduate School of Engineering, Nagoya University, Furo-cho Chikusa-ku Nagoya 464-8603)

$$\mathbf{B} = \left(0, 0, \operatorname{Re} \left[B_0 + B_0 \frac{\cosh \left(\frac{\sqrt{2j}}{\delta} x \right)}{\cosh \left(\frac{\sqrt{2j}}{\delta} w \right)} e^{j\omega t} \right] \right) \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $j (\equiv \sqrt{-1})$ は虚数単位、 $\delta (\equiv \sqrt{2/\sigma\mu\omega})$ は磁場の浸透深さ(表皮厚さ)であり、記号 $\operatorname{Re}(\)$ は()内の複素数の実数部をとることを意味する。アンペアの法則を利用すると、ローレンツ力の熔融金属内分布は(3)式となる。この力は(3)式から分かるとおり、周波数 ω と 2ω を有する時間変動項と時間平均項によって構成されている。

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} = (F, 0, 0) \\ &= \left(C_1 \left[C_2 \cos(2\omega t + \alpha) + C_3 \cos(2\omega t + \beta) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sqrt{2} (\sinh 2\zeta - \sin 2\zeta) \right], 0, 0 \right) \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここで、 $C_1, C_2, C_3, \alpha, \beta$ は次のように定義される。

$$C_1 \equiv \frac{B_0^2}{2\mu_m \delta (\cosh \sqrt{2R_\omega} + \cos \sqrt{2R_\omega})} \dots\dots\dots (4)$$

$$C_2 \equiv \frac{\left\{ (\cosh 4\zeta - \cos 4\zeta) \left[(\cosh \sqrt{2R_\omega} + \cos \sqrt{2R_\omega})^2 \right]^{1/2} + \sinh^2 2\zeta \sin^2 2\zeta \right\}}{(\cosh \sqrt{2R_\omega} + \cos \sqrt{2R_\omega})} \dots\dots\dots (5)$$

$$C_3 \equiv \sqrt{2(\cosh 2\zeta - \cos 2\zeta) (\cosh \sqrt{2R_\omega} + \cos \sqrt{2R_\omega})} \dots\dots\dots (6)$$

$$\alpha \equiv \frac{\pi}{4} - \arccos \left[\frac{4 \left(\sinh \zeta \cosh \sqrt{R_\omega/2} \cos \zeta \cos \sqrt{R_\omega/2} + \cosh \zeta \sinh \sqrt{R_\omega/2} \sin \zeta \sin \sqrt{R_\omega/2} \right)}{\sqrt{2} C_3} \right] \dots\dots\dots (7)$$

$$\beta \equiv \frac{\pi}{4} - \arccos$$

$$\left[\frac{2\sqrt{2} \left\{ (\sinh^2 2\zeta \cos^2 2\zeta (\cosh \sqrt{2R_\omega} + \cos \sqrt{2R_\omega}))^{1/2} + \cosh 2\zeta \sinh \sqrt{2R_\omega} \sin 2\zeta \sin \sqrt{2R_\omega} \right\}}{C_2 (\cosh \sqrt{2R_\omega} + \cos \sqrt{2R_\omega})} \right] \dots\dots\dots (8)$$

また、 $\zeta (\equiv x/\delta)$ は無次元距離、 $R_\omega (\equiv 2(w/\delta)^2 \equiv \sigma\mu\omega w^2)$ はシールドングパラメーターである。ローレンツ力を表面($x=-w$)から中心($x=0$)まで積分すると、熔融金属に加わ

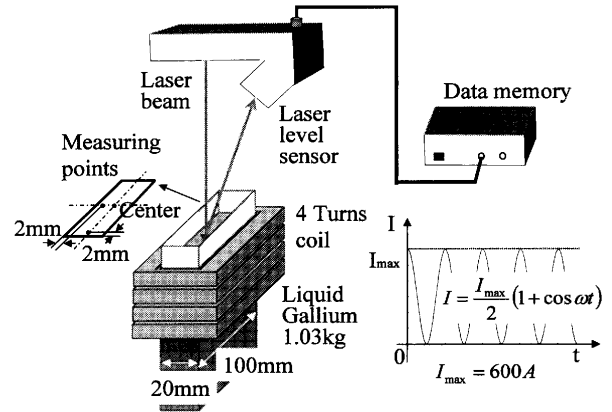


Fig. 2. Experimental apparatus.

る磁気圧が(9)式のように導出できる。

$$P_m = \int_{-w}^0 F dx = \frac{B_0^2}{4\mu} \left(1 - \frac{2}{(\cosh \sqrt{2R_\omega} + \cos \sqrt{2R_\omega})} \right) \dots\dots\dots (9)$$

磁場の周波数が低い場合($R_\omega \ll 1$),ローレンツ力と磁気圧は近似的に(10), (11)式となる。

$$\begin{aligned} F(x, t) &\approx \frac{B_0^2 x}{\mu \delta^2} \left[2 \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(2\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \right] + \overrightarrow{F_{ave}} \\ &\approx B_0^2 \sigma \omega x \left[\cos \left(\omega t + \frac{\pi}{4} \right) + \frac{1}{2} \cos \left(2\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \right] \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$$P_m = 0 \dots\dots\dots (11)$$

この場合($R_\omega \ll 1$), (10)式より磁場と同一周波数のローレンツ力が支配的であるものの、磁場の2倍の周波数を有するローレンツ力も誘起される。それらの大きさは印加磁場強度 B_0 の2乗と周波数 ω の積に比例し、その位相は位置によらず一定であることが分かる。また、時間平均項およびその積分値である磁気圧は消失する。

一方、磁場の周波数が高い場合($R_\omega \gg 1$), 磁気圧は(12)式のように近似できる。

$$P_m = B_0^2 / 4\mu \dots\dots\dots (12)$$

この場合には磁気圧は定数となる。

3. 実験

実験装置の模式図を Fig. 2 に示す。内寸 20mm×100mm (短辺/長辺=1/5) の矩形容器に液体ガリウムを深さ 83 mm まで入れ、コイルの上面が熔融金属の表面と同じ高さになるように4巻コイルを配した。レーザ変位計によって熔融金属表面の垂直方向変位を所定位置(中心, 短辺近傍, 長片近傍の3カ所)で計測し、その信号をデータメモリに記憶させ、FFT(高速フーリエ変換)装置で周波数解析した。

Table 1. Calculated natural frequencies $f_{l,n}$ of a molten metal in a rectangular vessel for various modes.

a=10mm, b=50mm, d=83mm unit:Hz

$\begin{matrix} l \\ n \end{matrix}$	0	1	2	3	4
0	0	6.3	8.8	10.8	12.5
1	2.8	6.3	8.9	10.8	12.5
2	4.0	6.5	8.9	10.8	12.5
3	4.8	6.7	9.0	10.9	12.6
4	5.6	7.1	9.2	11.0	12.6

a: half length of a short wall of a rectangular vessel
 b: half length of a long wall of a rectangular vessel
 d: metal depth
 l: mode in short wall direction
 n: mode in long wall direction

コイルに印加した電流は Fig. 2 に示した準正弦波電流であり、その最大電流を 600 A で固定し、周波数は 1 Hz から 2000 Hz まで変化させた。

表面張力を無視すると、内寸 $2a \times 2b$ の矩形容器内に入った深さ d の熔融金属の共振周波数は次式で計算できる。

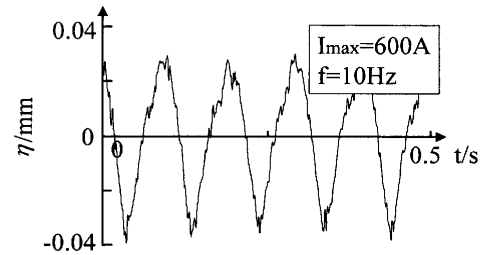
$$f_{l,n} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{g\pi \sqrt{\frac{l^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}} \tanh\left(\pi d \sqrt{\frac{l^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}\right)} \dots\dots(13)^{15)}$$

(13)式に本実験で採用した矩形容器短辺と長辺の長さ $2a=20$ mm と $2b=100$ mm および液深 $d=83$ mm を代入して計算した共振周波数を Table 1 に示す。 l, n はそれぞれ短辺方向と長辺方向のモードを示している。

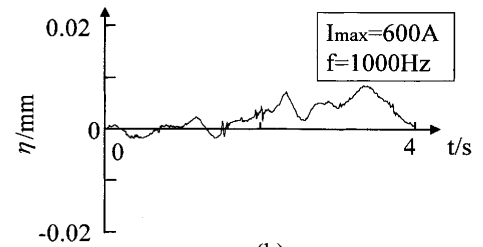
4. 実験結果と考察

低周波磁場(10 Hz)および高周波磁場(1000 Hz)を印加した際の熔融金属表面の変位を Fig. 3 の(a)と(b)に示す。低周波領域では熔融金属表面は印加磁場周波数で周期振動しており、高周波領域では表面が不規則運動をしていることが分かる。すなわち、熔融金属自由表面の変位 η は、円筒容器で観察された結果¹⁴⁾と同じく周期振動成分と不規則運動成分の和によって構成されている。磁場周波数を 5 Hz とした時の表面運動の周波数解析結果を Fig. 4 に示す。磁場周波数と同一周波数の振動成分が最も大きく、次にその2倍の振動成分と続き、他の振動成分は小さくほとんど無視できる。この結果は理論解析で得られた(10)式に基づく予測と一致している。

熔融金属の運動特性を調査するために、各周波数で測定された熔融金属自由表面の変位 η から周期振動成分を取り除くデータ処理を行い、測定された表面運動の変動の大きさを示す指数 x_T 、不規則運動の大きさを示す指数 x_I と周期振動の大きさを示す指数 x_p ($\equiv x_T - x_I$) を求めた。ここで、周期振動は磁場と同一周波数とその2倍の周波数を有する成分が誘起されることが理論的に予測されたため、各測定毎



(a)



(b)

Fig. 3. Observed surface motions of a rectangular molten metal under the imposition of a quasi-sinusoidal magnetic field.

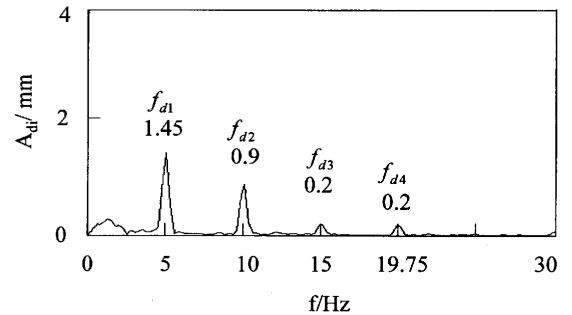


Fig. 4. Spectrum of surface displacement measured under the imposition of a quasi-sinusoidal magnetic field with frequency of 5 Hz.

の周波数解析結果において最大振幅を有する周波数成分と2番目の大きさを有する周波数成分とを周期振動成分とした。ただし、すべての測定において最大振幅を有する成分の周波数は磁場周波数と一致したものの、2番目の周波数成分が磁場周波数の2倍とならなかった測定もわずかではあるが存在した。なお、 x_T と x_I の定義式を以下に示す。

$$x_T \equiv \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (\eta(t) - \bar{\eta})^2 dt}, \quad \bar{\eta} \equiv \frac{1}{T} \int_0^T \eta(t) dt \dots\dots(14)$$

$$x_I \equiv \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (\eta_I(t) - \bar{\eta}_I)^2 dt},$$

$$\bar{\eta}_I \equiv \frac{1}{T} \int_0^T \eta_I(t) dt, \quad \eta_I(t) \equiv \eta(t) - \sum_{i=1}^2 A_{di} \cos(2\pi f_{di}t + \theta_{di}) \dots\dots(15)$$

ここで、 $\eta(t)$ 、 $\bar{\eta}$ は観察された表面変位とその時間平均、 $\eta_I(t)$ 、 $\bar{\eta}_I$ は周期的成分を取り除いた表面変位とその時間平

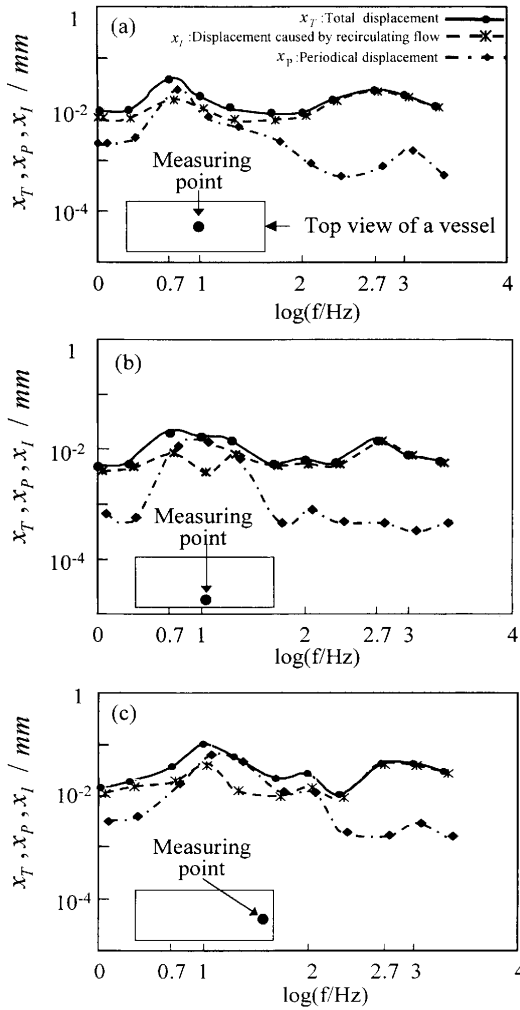


Fig. 5. The three kinds of surface displacement on a molten metal in the rectangular vessel with respect to frequency of a quasi-sinusoidal magnetic field.

均, f_{di} , A_{di} , θ_{di} はそれぞれ η の周波数解析結果における i 番目に大きい周波数成分とその振幅および位相を表す。

中心, 短辺近傍および長片近傍の各位置で測定した溶融金属表面変位の磁場周波数依存性を Fig. 5 に示す。実線が表面変動の大きさを示す指数 x_T を, 一点鎖線が周期運動の大きさを示す指数 x_p を, 破線が不規則運動の大きさを示す指数 x_I である。いずれの位置においても, 高周波領域 ($R_\omega \gg 1$) では周期振動が表面運動の 10% 以下であり, 低周波数領域 ($R_\omega \ll 1$) では周期的振動が支配的となっている。

溶融金属は半径方向に周波数 ω の振動力を受け, その半径を変えると, 体積保存から垂直の軸方向にも周波数 ω で振動することになる。この溶融金属の振動挙動は周期的に変化する外力によって生ずる強制振動であるので, 近似的には自由表面各点の挙動はばねの周期振動機構で模擬して説明できる。周波数 ω の外力 $F_0 \cos \omega t$ を受けた振動子の振幅は(16)式で表わされる¹⁶⁾。

$$\eta = \frac{F_0}{k(1 - \omega^2 / \omega_0^2)} \cos \omega t \dots\dots\dots(16)$$

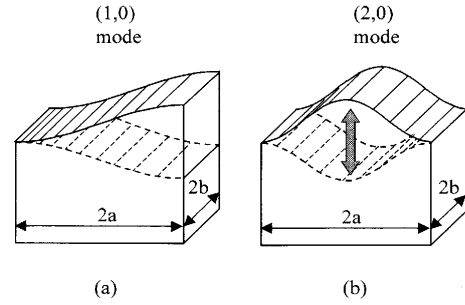


Fig. 6. Resonance modes of a molten metal in a rectangular vessel.

ここで $\omega_0 (\equiv \sqrt{k/m})$ はばね定数 k と振動子質量 m で定まる共振周波数である。振動周波数 ω が ω_0 に近づくと振幅は大きくなり, 振動周波数 ω が共振周波数 ω_0 と一致した時点で振幅は無限大となる。振動周波数 ω が ω_0 より十分小さい時, (16)式は次式のように近似できる。

$$\eta \approx F_0 \cos \omega t / k \dots\dots\dots(17)$$

すなわち, 振幅は外力 F_0 に比例する。(10)式に示したローレンツ力をこの外力として(17)式に代入すると, 振幅は振動周波数に比例することになる。これは Fig. 5 で示した磁場周波数の 1 Hz から 5 Hz あるいは 10 Hz までの範囲で観察された周期振動の大きさが周波数の増加に伴い増加する現象を説明する。

振動周波数 ω が ω_0 より十分大きい時, (16)式は次のように近似できる。

$$\eta \approx -F_0 \cos \omega t / m \omega^2 \dots\dots\dots(18)$$

(10)式に示したローレンツ力を外力として(18)式に代入すると, 振幅は振動周波数に反比例することになる。以上の考察から, Fig. 5 で見られた周期振動 x_p に極大値の生じる理由が解釈できる。

容器内の液体金属は単振動を行う剛体とは異なり, Table 1 に示したように多数の固有振動数を有するが, 慣性や粘性のために高周波数の共振モードとなる時ほど振幅の減衰は大きい。また, 外力が溶融金属に均一に加わるとすれば Fig. 6(a) に示す(1,0)モードのような非対称の振動は励起されにくく, (b) に示す(2,0)モードのような左右対称の振動が励起される。Table 1 から(2,0)モードの共振周波数は 8.8 Hz となっており, 振動のピークが 10 Hz 近傍に現れたことが理解できる。

印加磁場の周波数の増加に伴い電磁体積力は磁気圧として溶融金属に作用するようになり, その不均一分布に起因する流動が生じる。Fig. 5 には x_p の他に先に定義した x_T, x_I も示した。Moreau 等¹⁷⁾によれば, 円筒形状を有する誘導炉内の溶融金属自由表面の中心における流速 u_c は次式により推算できる。

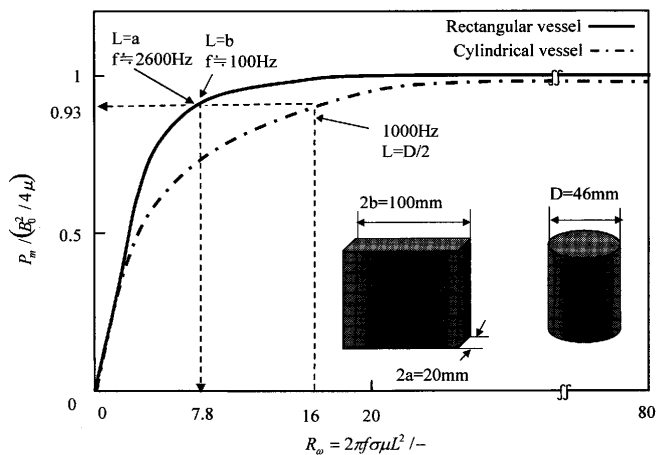


Fig. 7. Non-dimensional magnetic pressures of a rectangular and a cylindrical shapes as a function of shielding parameter R_ω .

$$u_c \approx \frac{B_{\max} h}{2R \sqrt{\mu \rho}} \left(\frac{\delta}{h} \right)^{1/2} = \frac{B_{\max}}{2R \sqrt{\rho h (\pi \sigma \mu^3)^{1/4}}} f^{-1/4} \dots (19)$$

ここで、 ρ , R , h はそれぞれ熔融金属の密度、半径およびコイルの高さである。本実験系の高周波磁場印加によって生じる循環流は通常乱流とみなすことができる¹⁸⁾ので、本実験系において高周波領域で観察された表面の不規則運動は乱流に起因していたものと考えられる。(19)式の導出においては、周波数が十分高く磁気圧が一定であるという仮定がなされているので、この仮定が成立する範囲内では周波数の増加に伴い流速は減少することになる。今回の実験では周波数の増加に伴い磁気圧が増加する((9)式)周波数領域も含まれており、この範囲では、周波数の増加に伴い流速は増加することとなる。上述した二つの効果により、周波数の増加に伴って表面の不規則運動 x_i にピークが観察されたものと考えられる。この磁気圧の変化を平板((9)式)と円筒¹⁴⁾の両者で求めFig. 7に示す。なお、Fig. 7の縦軸はシールドパラメータが無限大の時の磁気圧($B_0^2/4\mu$)を使って無次元化した。先に報告した円筒容器の場合¹⁴⁾、流動を最大とするシールドパラメータの値は16で、その時の無次元磁気圧は0.93であった。今回、平板で同じ無次元磁気圧の値となるシールドパラメータの値を求めると7.8となる。この値を用い、代表長さを50mm(長片長さの半分)に取れば、周波数は約100Hz、10mm(短辺長さの半分)とすれば約2600Hzとなる。よって、Fig. 8(a)に示したように長辺長さを代表長さとする流動パターンでは100Hz近傍、(b)に示したように短辺長さを代表長さとする流動パターンでは2600Hz近傍で流動が最大となると予測できる。今回観察された不規則運動 x_i のピークはFig. 5から分かるように測定位置によらずこの両者の間500Hz付近であった。なお、不規則運動 x_i が500Hzでピークをとる理由については上述したような単純な1次元モデルでは説明できず、今後、数値解析等に

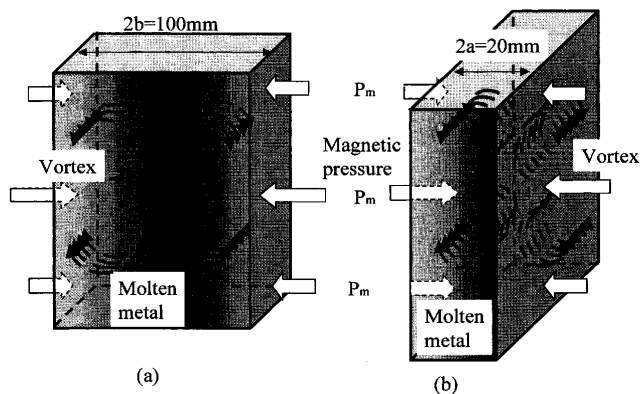


Fig. 8. Recirculating flow caused by a quasi-sinusoidal magnetic field in a rectangular vessel. (a) the case where a predominant motion appears along a long wall and (b) the case where a predominant motion appears along a short wall.

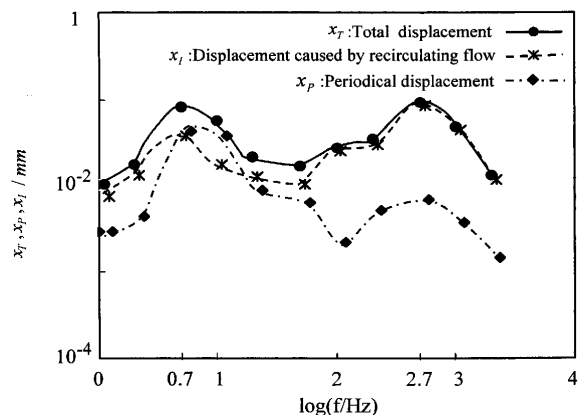


Fig. 9. The three kinds of surface displacement on a molten metal surface in the square vessel with respect to frequency of a quasi-sinusoidal magnetic field.

による詳細な検討が必要となる。

深さ83mmまでガリウムを入れた内寸46mm×46mmの正方形断面を有する容器に準正弦磁場を印加して、熔融金属表面中心点の垂直方向変位を測定した。この表面変位の磁場周波数依存性をFig. 9に、(13)式に基づいて計算した共振周波数をTable 2にそれぞれ示した。矩形容器の場合と同じく、低周波領域では周期的振動 x_p が支配的となり、高周波領域では不規則運動 x_i が支配的であることがFig. 9より分かる。周期振動 x_p は5~10Hzの周波数範囲でいちばん大きくなっているが、これは(2,0)モード共振周波数の8.2Hzに相当するものと考えられる。また、表面の不規則運動 x_i は500Hzで最大となっている。先に報告した円筒容器の場合¹⁴⁾、流動は無次元磁気圧の0.93付近で最大となるので、今回、正方形容器場合でも同じ無次元磁気圧で流動が最大となると推測できる。なお、正方形容器場合の無次元磁気圧は(9)式で近似計算する。無次元磁気圧を0.93、代表長さ23mm(辺長さの半分)にとれば、流動が最大となる周波数は(9)式より490Hzと求まり、実験値の500Hzと

Table 2. Calculated natural frequencies $f_{l,l}$ of a molten metal in a square vessel for various modes.

cross section: 46mm × 46mm
metal depth: 83mm

unit: Hz

$l \backslash l$	0	1	2	3	4
0	0.0	5.8	8.2	10.1	11.6
1	5.8	6.9	8.7	10.4	11.8
2	8.2	8.7	9.8	11.1	12.3
3	10.1	10.4	11.1	12.0	13.0
4	11.6	11.8	12.3	13.0	13.9

l: mode in wall directions

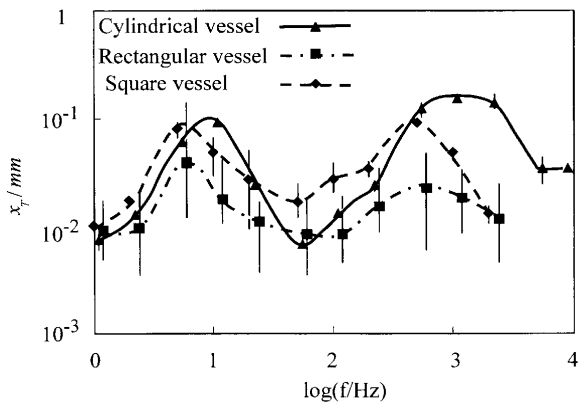


Fig. 10. Surface displacement on a molten metal in a cylindrical, a rectangular and a square vessels with respect to frequency of a quasi-sinusoidal magnetic field.

ほぼ一致している。

矩形、正方形、および円筒形¹⁴⁾の容器の中心点で測定した溶融金属の表面変動をまとめてFig.10に示す。円筒容器、正方形容器の場合に比べて矩形容器で実験結果のばらつき(縦線で示した)は大きく、かつ表面変動の周波数依存性も小さくなっているが、これは流動、振動のパターンが容器形状の非対称性の増大に伴って複雑化したためと考えられる。

5. 結言

矩形および正方形断面の容器に入れた溶融金属に準正弦波磁場を印加した時の自由表面挙動をレーザ変位計で計測するとともに、この挙動を理論的に検討することによって、以下の知見を得た。

(1) 容器形状によらず、シールドリングパラメータが1より十分小さい低周波領域においては、溶融金属の表面変動は印加磁場と同一周波数の振動が支配的となる。

(2) 容器形状によらず、シールドリングパラメータが1より十分大きい高周波領域では、溶融金属の表面変動は流動に起因するものが支配的となる。

(3) 流動が最大となる無次元磁気圧の周波数は容器形

状およびシールドリングパラメータにより異なり、矩形および正方形断面容器の値の方が円筒容器の値より小さくなる。

(4) 非対称の矩形容器の場合、流動が最大となる周波数は短辺方向の流動パターンと長辺方向の流動パターンがそれぞれ最大となる時の両周波数範囲内にある。

本研究の一部は文部省科学研究費補助金(番号: 11750640)および(財)金属系材料研究開発センターの支援の下で行われたことを記し、謝意を表します。

記号

- a : 矩形容器短辺の半分の長さ (mm)
- b : 矩形容器長辺の半分の長さ (mm)
- A_{di} : 周波数解析で i 番目に大きい周波数成分の振幅 (mm)
- B, \mathbf{B} : 磁束密度 (T)
- B_0 : 材料表面における磁束密度 (T)
- C_1 : 定数 ($N \cdot m^{-3}$)
- C_2, C_3 : 定数 (-)
- D : 円筒容器の直径 (mm)
- d : 溶融金属の深さ (mm)
- f : 周波数 (Hz)
- f_{di} : 周波数解析で i 番目に大きい周波数成分 (Hz)
- $f_{l,n}$: (l, n) モードの共振周波数 (Hz)
- F, \mathbf{F} : ローレンツ力 ($N \cdot m^{-3}$)
- F_0 : 外力 ($N \cdot m^{-3}$)
- g : 重力加速度 ($m \cdot s^{-2}$)
- h : コイルの高さ (m)
- I : 電流 (A)
- I_{max} : 最大コイル電流 (A)
- $j \equiv \sqrt{-1}$: 虚数単位 (-)
- k : ばね定数 ($kg \cdot s^{-2}$)
- L : 代表長さ (m)
- m : 振動子の質量 (kg)
- P_m : 磁気圧 (Pa)
- R_ω : シールドリングパラメータ (-)
- t : 時間 (s)
- T : 計測時間 (s)
- u : 流速 ($m \cdot s^{-1}$)
- u_c : 容器中心点における流速 ($m \cdot s^{-1}$)
- w : 溶融金属の幅の半分の長さ (m)
- x : x 方向の距離 (m)
- x_f : 不規則表面乱れの指数 (mm)
- x_p : 規則振動の指数 (mm)
- x_r : 観察された表面乱れの指数 (mm)
- α, β : 位相 (rad)
- δ : 磁場浸透深さ (m)
- η : 測定された表面変位 (mm)
- $\bar{\eta}$: 表面変位の時間平均値 (mm)
- $\bar{\eta}_l$: 振動成分を取り除いた表面変位の時間平均値 (mm)
- μ : 溶融金属の透磁率 ($H \cdot m^{-1}$)
- θ_{di} : i 番目に大きい表面波の位相 (rad)
- ρ : 密度 ($kg \cdot m^{-3}$)
- σ : 電気伝導度 ($S \cdot m^{-1}$)
- ω : 角周波数 ($rad \cdot s^{-1}$)
- ω_0 : 共振周波数 ($rad \cdot s^{-1}$)
- 添え字
 - l : 短辺方向の共振モード
 - n : 長辺方向の共振モード
 - i : 正の整数

文献

1) S.Taniguchi, A.Kikuchi and S.Kobayashi: *Mater. Trans., JIM*, **37** (1996), 932.
2) C.Vives and R.Ricou: *Metall. Trans. B*, **16B** (1985), 227.

- 3) S.Taniguchi and A.Kikuchi: *Tetsu-to-Hagané*, **70** (1984), 846.
- 4) Y.Sundberg: Proc. of Int. Union of Theoretical and Applied Mechanics Symp. on Metallurgical Applications of Magnetohydrodynamics, The Metals Society, London, (1982), 217.
- 5) S.I.Chung and J.K.Yoon: *Ironmaking Steelmaking*, **23** (1996), 425.
- 6) B.Li: *J. Mater. Process. Technol.*, **55** (1995), 351.
- 7) E.Takeuchi, H.Fujii, T.Ohashi, H.Tanno, S.Takao, I.Furugaki and H.Kitamura: *Tetsu-to-Hagané*, **69** (1983), 1615.
- 8) S.Ninagawa, M.Nagao, T.Kusamichi, H.Fukumoto, K.Nakayama and S.Asai: *CAMP-ISIJ*, **12** (1999), 846.
- 9) S.Iwasaki, Y.Kobayashi, K.Sakuraya and A.Fukuzawa: *CAMP-ISIJ*, **12** (1999), 847.
- 10) S.Oshima, H.Kado-oka, H.Haraikawa and R.Yamane: *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng. (Series B)*, **57** (1991), 3091.
- 11) S.Oshima, H.Kado-oka, H.Haraikawa and R.Yamane: *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng. (Series B)*, **57** (1991), 51.
- 12) F.Debray, Y.Fautrelle, M.Burty and J.M.Galpin: Proc. of Int. Symp. on Electromagnetic Processing of Materials (EPM '94), ISIJ, Tokyo, (1994), 29.
- 13) E.Taberlet and Y.Fautrelle: *J. Fluid Mech*, **159** (1985), 409.
- 14) Z.Su, K.Iwai and S.Asai: *ISIJ Int.*, **39** (1999), 1224.
- 15) Y.Chino, Y.Toyama, K.Iwai and S.Asai: *Tetsu-to-Hagané*, **82** (1996), 1047.
- 16) F.S.Crawford, Jr. 著, 高橋秀俊訳: 波動, 丸善, 東京, (1973), 127.
- 17) R.Moreau: *Magnetohydrodynamics*, Kluwer Academic Pub., Dordrecht, (1990), 228.
- 18) R.Moreau: *Magnetohydrodynamics*, Kluwer Academic Pub., Dordrecht, (1990), 200.