

ラージエディシミュレーションによるストリップ キャスター溶鋼プール内流動の数値解析

梶原 伸治*・大西 邦彦*

Numerical Analysis on Fluid Dynamic Phenomena in a Strip Caster Mold by L.E.S.

Shinji KAJIWARA and Kunihiko ONISHI

Synopsis : This report presents the simulation results of flow patterns of liquid metal in a twin roll strip caster. To analyze the velocity field in liquid pool, the influence of the nozzle flow and free surface were considered. The large eddy simulation—L.E.S.—model was applied to handle the turbulence of flow. The fluctuation of the fluid was measured using the full size water model test apparatus as well. The influence of nozzle flow on the flow pattern was clarified. In the pool the fluctuation of flow depends on casting speed, submerged nozzle type, and so on. The fluctuation of flow changes with the hole type of submerged nozzle.

Key words : strip caster; numerical analysis; large eddy simulation; flow pattern; liquid pool; water model; free surface; twin roll.

1. 緒言

近年、Near Net Shapeプロセスの研究開発が活発に行われている。その中のひとつに双ロール式ストリップキャスターがある¹⁾。ここに、ストリップキャスターの模式図をFig. 1に示す。このストリップキャスターは、溶鋼より直接5mm厚以下の薄板材を連続的に铸造するプロセスであり、鑄片は熱間圧延されることなく冷間圧延され、製品となる。この装置が実用化されれば、現在の大型スラブ連続鑄造機および熱間圧延機が不要となり、工程を大幅に短縮・簡略化でき、単に、製造コストを低減できるばかりでなく、より多くの効果が期待されている²⁾。しかしながら、このプロセスでは最終製品までの圧延比が小さいため、最終製品の光沢むらの防止や板厚偏差の防止などの問題から、凝固シェルを均一にすることが重要である。この凝固シェルの均一化のためには、ロール面上の流れのむらを防止する必要がある。これまで、著者らは水モデル実験等の実験的手法によって明らかにされた溶鋼プール内流動について報告³⁾した。この現象は、ストリップキャスター実機では、周期的な湯面レベル変動となって現れている。また、従来型の連続鑄造機のモールド内において、鑄型内の流れは非対称流れになり易く、周期的に循環流が移動し、流動の変動が生じていることも報告されている⁴⁻⁶⁾。この流動の変動は、実機サイズの水モデル実験機でも観察され、浸漬ノズル形状に起因するもの⁷⁻¹⁰⁾、流量調整のためのスライディングノズルによるものなどが考えられている¹¹⁾。しかし、これまで、流れの変動を解析的に取り上げた例は少

ない^{12,13)}。

一方、ハードウェア・ソフトウェアの進歩によって、数値流体解析はめざましい進歩をとげ、材料プロセッシングにおいても様々に利用されており、ストリップキャスター溶鋼プール内流れについて、鑄型内流動の解析例の報告は多い¹⁴⁻¹⁷⁾。しかし、これらの解析ではレイノルズ平均をとったものはある¹⁸⁾が、ストリップキャスターのモールド内で生じるような乱流の非定常計算について検討したものはない。

そこで本報では、Large Eddy Simulation¹⁹⁾ (以下L.E.S.と略す)によりストリップキャスター実験機のプール内について、水モデル実験における乱流の非定常計算を行った。また、実機サイズの水モデル実験を行い、ストリップキャスター実機における流れの特性を調査し、実験結果と比較することにより、その精度の検討も行った。

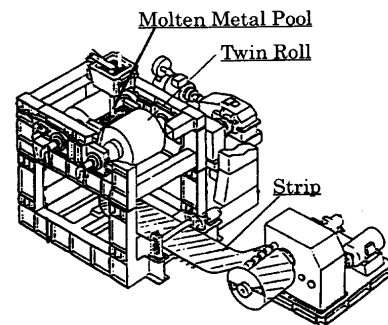


Fig. 1. Schematic view of strip caster.

2. 数値解析手法

2.1 基礎式¹⁹⁾

乱流はさまざまな大きさの渦が重ね合わされたものと考えられる。ある場所 \mathbf{x} のある時刻 t の速度 $f(\mathbf{x}, t)$ は空間的に変動のある分布になる。そこで、速度を次式のように時間平均成分 $\bar{f}(\mathbf{x})$ と変動成分 $f'(\mathbf{x}, t)$ の和として表せる。

$$f(\mathbf{x}, t) = \bar{f}(\mathbf{x}) + f'(\mathbf{x}, t) \quad \dots\dots\dots (1)$$

この変動成分 $f'(\mathbf{x}, t)$ について、小スケール渦はモデルを使い、大スケール渦のみを数値シミュレーションによって解析する方法が L.E.S. である。そこで、大スケール渦と小スケール渦を分けるために次のようにフィルタリングを行う。そこで、時間と場の関数 $f(\mathbf{x}, t)$ の局所的な空間平均 $\bar{f}(\mathbf{x}, t)$ はフィルタリング関数 $G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ を用いると次式のように表される。

$$\bar{f}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \cdot f(\mathbf{x}', t) d\mathbf{x}' \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$G(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}'_i) = \frac{1}{\Delta_i}, \quad \mathbf{x}_i - \frac{\Delta_i}{2} < \mathbf{x}'_i < \mathbf{x}_i + \frac{\Delta_i}{2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

= 0, otherwise

式(3)は今回用いた Top Hat Filter を示しているが、このフィルタはボックスフィルタとも呼ばれ、区間 Δ_i での単純平均を用いるものである。 Δ_i はフィルタ幅で格子幅に選ばれる。これらを $i=1, 2, 3$ 方向に適用して三次元フィルタとした。

この式(2)であらわされるフィルタリングの操作を連続の式および非圧縮性 Navier-Stokes 式に施したものを次式に示す。

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}} + \mathbf{R}) = -\nabla \frac{\bar{p}}{\rho} + \nu \nabla^2 \bar{\mathbf{u}} \quad \dots\dots\dots (5)$$

この式(5)にフィルタリングによって生ずる大スケール渦の場に対する見かけの応力テンソル \mathbf{R} が現れるが、スマゴリンスキーモデル²⁰⁾を用いることにより、Reynolds 応力項 $\overline{u'_i u'_j}$ 以外を小さいものとして無視した。これらによって得られた式(6)~(11)¹⁹⁾を解いた。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_j} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$R_{ij} = -\nu_T \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\nu_T = (C \cdot \Delta)^2 \cdot (2 \cdot \bar{D}_{ij} \cdot \bar{D}_{ij})^{1/2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\bar{D}_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\Delta = (\Delta_1 \cdot \Delta_2 \cdot \Delta_3)^{1/3} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで、

- ρ : 密度
- ν : 動粘性係数
- C : Smagorinsky 定数 (=0.1)
- R_{ij} : Reynolds 応力項
- ν_T : 渦粘性係数
- \bar{D}_{ij} : 大スケールの流れ場のひずみテンソル
- Δ : フィルタ幅の代表値

である。

2.2 境界条件

境界条件としては次のものを用いた。

- 上部 (流入口) : $\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{u}}_{in}$
- 液面 (メニスカス) : Free Surface
- ロール面 : $\frac{\partial \bar{p}}{\partial \mathbf{x}_{ij}} = 0$

- 下部 (流出口) : $\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{u}}_{out}$

ただし、速度に関しては、1/7乗則²¹⁾および二層モデル²²⁾を用いた。また、流入流量と流出流量は同じとした。

3. 計算条件

3.1 計算対象および計算条件

ストリップキャスターの水モデル実験機を対象にした。ロール直径は 1200 mm, ロール胴長は 1100 mm, ロール間隔 (鋳片厚さ) は 5 mm, 液面高さは 400 mm とした。流量は、ロール速度を 50 m/min として、 $4.583 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{sec}$ とした。また、重力加速度は 9.8 m/sec^2 , 計算の時間ステップは、0.00025 秒である。計算開始の 10 秒間を非定常時間として除外し、開始 10 秒後を解析時間の 0 秒とした。プログラムは、SEA 社製の Flow-3D の内部サブルーチンを改造したものを用いた。

3.2 解析領域および計算メッシュ

解析領域は、ストリップキャスターの浸漬ノズルおよび溶鋼プールを対象とし、溶鋼プール内流れに注目した。

3.2.1 一般座標系による解析

一般座標系による解析メッシュを Fig. 2 に示す。メッシュ数は、51 (短辺方向) × 56 (ロール胴長方向) × 21 (深さ方向) = 59976 である。また、ノズル部分はノズル形状が十分に表現できるように配慮した。

3.2.2 極座標系による解析

ロールの回転の影響を確認するため、軸対称、1/4 断面における解析も行った。軸対称解析の解析メッシュを Fig. 3 に示す。Fig. 3 の奥側がノズルであり、手前側が短辺堰

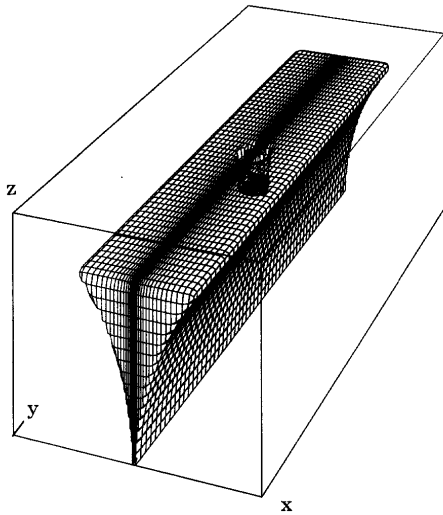


Fig. 2. Mesh arrangement. (General axis)

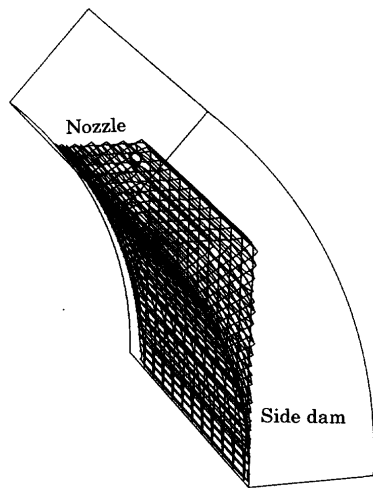


Fig. 3. Mesh arrangement. (Cylindrical axis)

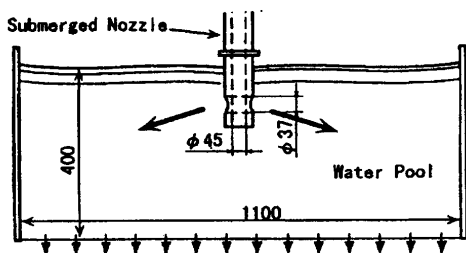


Fig. 4. Schematic diagram of water model apparatus.

である。メッシュ数は、20 (径方向)×36 (回転方向)×12 (ロール軸方向)である。この解析では、ロールに接している流体の流速をロール回転速度とすることによってロール回転が全体流れにおよぼす影響を調べた。ただし、浸漬ノズルについては、形状を簡略化し、対称面から短辺部に流入させるものにした。

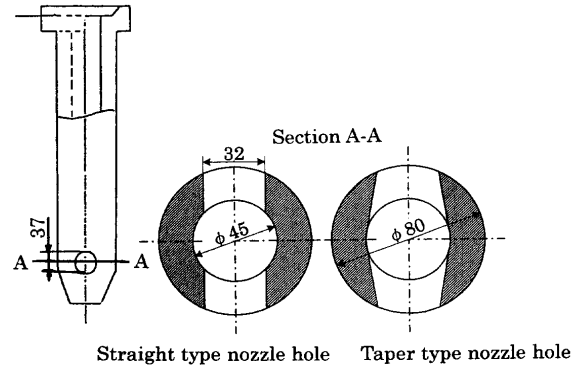


Fig. 5. Schematic view of submerged nozzle.

4. 水モデル実験条件³⁾

Fig. 4に示す実機スケールの水モデル実験機を用い、直径5mmのプロペラ式流速計によってロール面上の流速をサンプリング周波数50Hzで計測を行った。ただし、この実験装置のロールはアクリル製で固定されている。実験条件としては、Fig. 5に示すノズル穴形状がストレートのものと同径のテーパつきのもの2種類、スループットについては、実機での30 m/min、40 m/min、50 m/minに対応した流量の3種類について行った。ただし、水モデル実験での実際の流量はそれぞれ 1.65×10^{-3} 、 2.20×10^{-3} 、 2.75×10^{-3} m³/secである。また、短辺側よりレーザースリットをあて、直径数十ミクロンの密度1060 kg/m³のポリスチレン粒子をトレーサとして流れの様子を観察も行った。このレーザースリット観察の際は、流量およびその他の条件は解析の条件と同様とした。

5. 結果

5.1 一般座標系での計算結果

液面から深さ100mmの位置での水平断面における流動の様子をFig. 6に示す。ただし、0秒における流速ベクトルをFig. 6(a)に、10秒における流速ベクトルをFig. 6(b)にそれぞれ示す。Fig. 6の中央部には円形のノズル底部があり、2本のロール間でノズル流が生じている。Fig. 6から水平方向断面において左右非対称流れが起こっていることがわかる。

また、ロール間中央部での流動挙動の時間変化をFig. 7に示す。この図から、垂直断面においても同様に、流動は非対称な振動挙動を示していることがわかる。

ノズル中心から幅方向に450mm、液面から深さ100mmにおけるロール表面付近の流速の経時変化をFig. 8に示す。この図から、ロール方向、短片方向、深さ方向、それぞれの流速が約0.8~1秒周期で変動していることがわかる。また、10秒間に流れは短辺方向には約1/4周期、ロール方向および深さ方向には約1/2周期の流れの変動が見ら

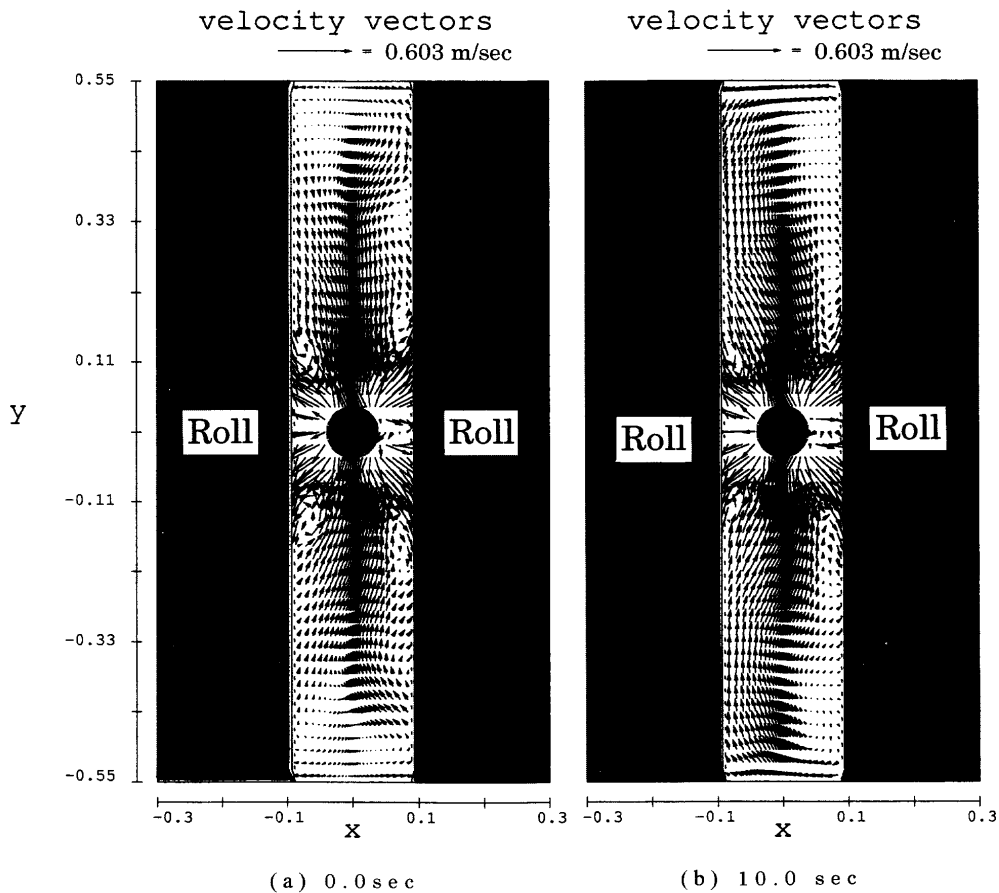


Fig. 6. Calculated fluid velocities on surface of roll at 100 mm in depth by general axis.

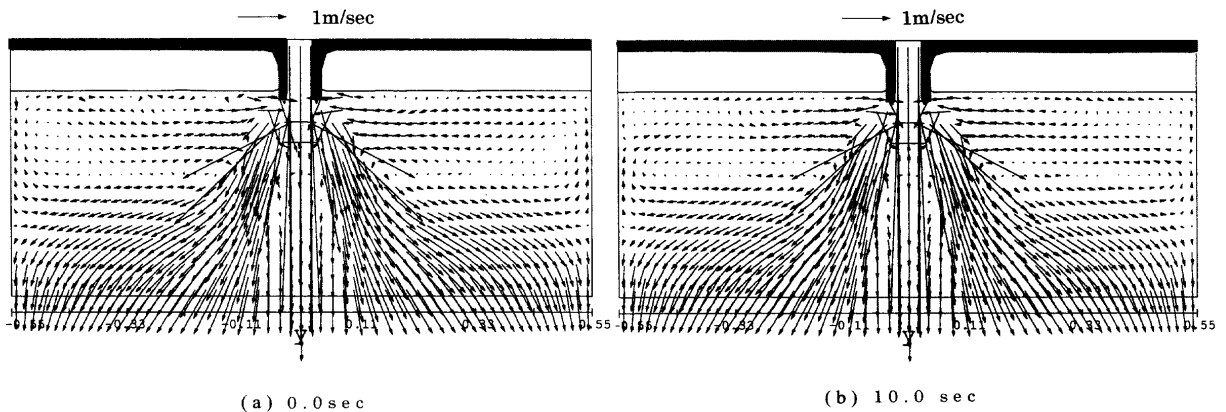


Fig. 7. Calculated time evolution of fluid velocities at center of twin rolls.

れる。

5・2 円筒座標系での計算結果

円筒座標系での計算結果を Fig. 9 から Fig.11 に示す。0 秒におけるノズル中心より幅方向に 450 mm, 短辺堰より 100 mm の断面での流速分布を Fig. 9 に示す。Fig. 9 より, ロール面上の鑄片に相当する場所の流れによってロール間隔中央対称面において大きな逆流が生じていることがわかる。これら円筒座標系の結果では, 流体の流入の方向をロール胴長方向としているため, 液面部での流速が大きくなっている。0 秒における速度ベクトルの透視図を Fig.10 に示す。この図より, 一本ノズルでの鑄造ではノズル流は

短辺堰に当たり, 降下し, ノズル方向に流れるというような大きな流れが生じているがわかる。ノズル中心から 450 mm, 液面からの深さ 100 mm でのロール表面付近の短辺方向流速の経時変化を Fig.11 に示す。この図より, ロール表面流速は, 約 11 秒周期で周期的な変動をしていることがわかる。

5・3 実験結果

プロペラ式流速計で計測された流速の計測結果の例を Fig.12 に示す。Fig.12 は, ノズル中心から 450 mm, 液面から深さ 100 mm におけるロール面付近の流速の経時変化である。この図より, 約 0.8~1.0 秒周期の比較的周期の短い

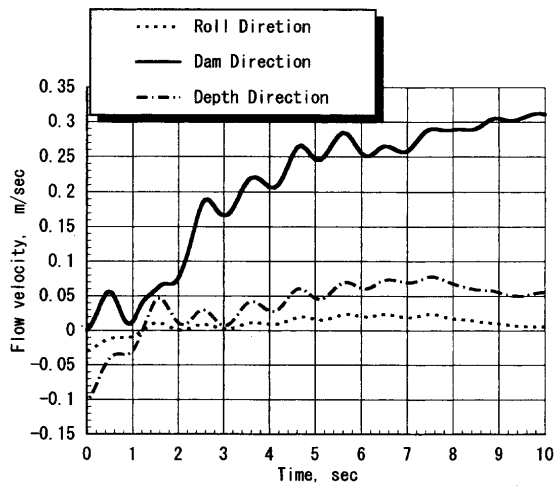


Fig. 8. Fluid velocity of time evolution at 450 mm from center of nozzle, 100 mm in depth.

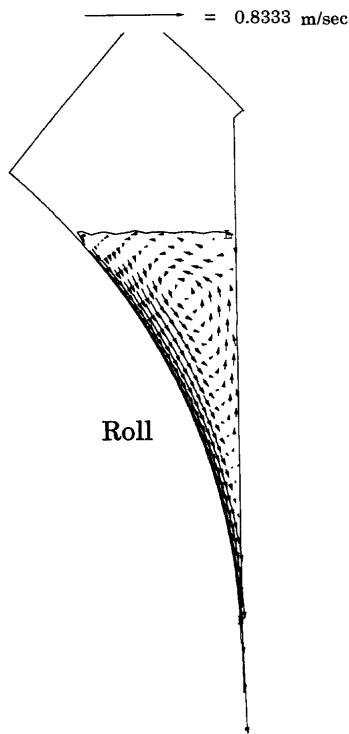


Fig. 9. Fluid velocity vectors at 450 mm from nozzle.

振動と約10秒周期の比較的周期の長い振動の2種類の振動が見られる。ストレートタイプのノズルで計測されたノズル中心からの距離と流速の変動幅の関係をFig.13に示す。ただし、Fig.13(a)は液面からの深さ100mm、Fig.13(b)は液面からの深さ150mmの計測結果を表している。これらの図より、ロール表面付近の流速の変動幅は、深さ100mmにおいてノズルからの距離400mm、深さ150mmにおいてノズルからの距離350mmで最大となっていることがわかる。

次に、ストレートタイプノズルおよびテーパタイプノズルにおけるスループットと流速の変動幅の関係をFig.14に示す。Fig.14のスループットとはストリップキャスター実

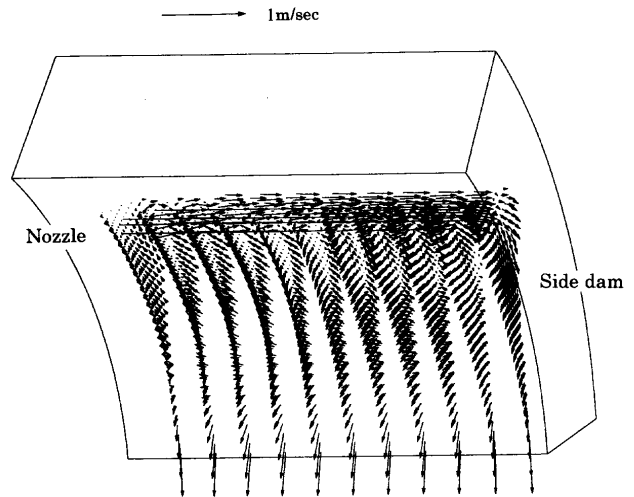


Fig. 10. Perspective fluid velocity vectors of cylindrical axis analysis.

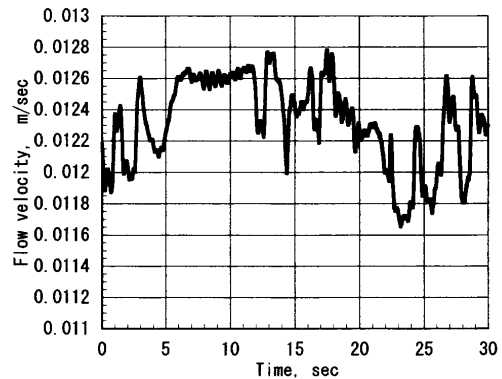


Fig. 11. Calculated fluid velocities on surface of roll at 450 mm from center of nozzle, 100 mm in depth by cylindrical axis analysis.

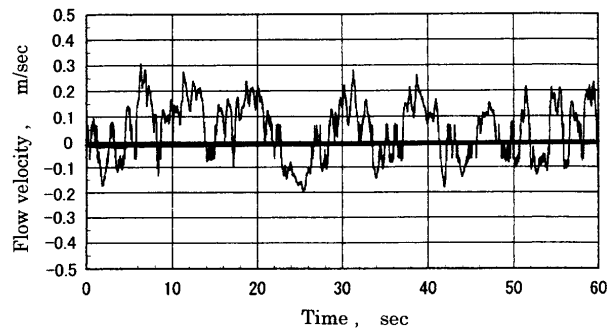


Fig. 12. Measured flow velocity on roll surface at 450 mm from center of nozzle, 100 mm in depth.

機における相当 casting 速度であり、実際の注水流量は、例えば 50 m/min の場合は、 $50/60 \text{ m/sec}$ (casting 速度) $\times 1.1 \text{ m}$ (铸片幅) $\times 0.003 \text{ m}$ (铸片厚み) $= 2.75 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{sec}$ である。Fig.14より casting 速度が速いほど流動の変動幅も大きいことがわかる。また、30~50 m/min の casting 速度においてテーパタイプのノズルはストレートタイプのノズルよりも流動の変動幅は小さい。

流れの振動の模式図をFig.15に示す。レーザスリットによる流れの変動の様子をFig.16に示す。ただし、Fig.16(a)

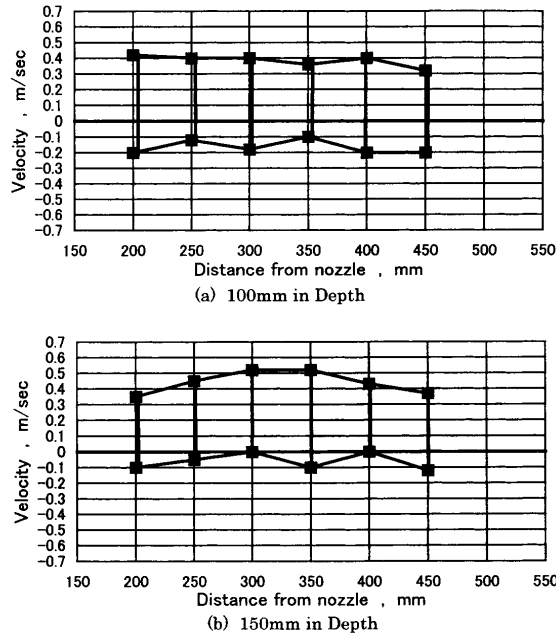


Fig. 13. Relation between distance from nozzle and fluctuation of velocity.

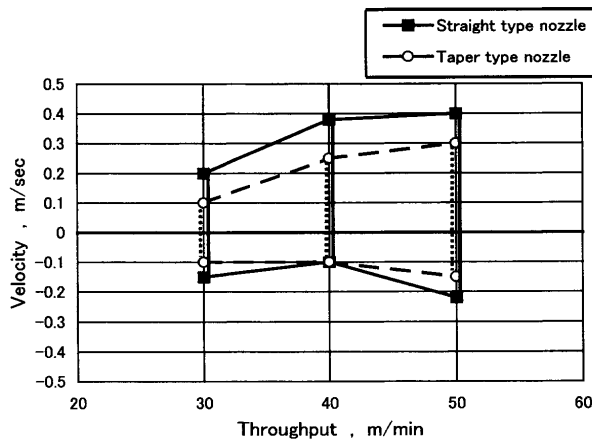


Fig. 14. Relation between throughput and fluctuation of velocity.

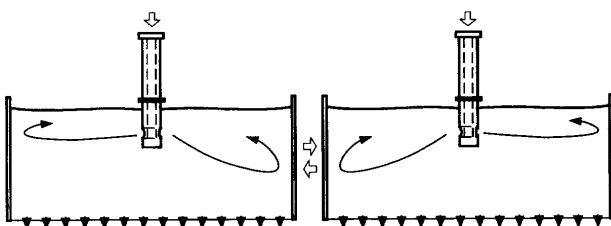


Fig. 15. Schematic view of the main flow pattern in the water model.

はレーザスリットを垂直方向に照射しロール間中央部のものであり、Fig.16(b)はレーザスリットを水平にあて、液面より100mmの深さのものである。また、Fig.16(c)にはFig.16(b)の0.125 sec毎の連続写真を示す。0 secにおいて短辺堰近傍のロール間中央部にトレーサの密集した渦の中心がみられる。これが、0.125 secで左右に分割し、再び0.5 secで1つに合併し、0.75 secで渦が上下に分裂し、

0.875秒後には合併していることがわかる。これらの観察によっても流体の振動は、約1~1.5Hzで起こっていることがわかった。

6. 考察

L.E.S.を用いストリップキャスター溶鋼プール内について非定常流れの解析を行った結果、プール内は非対称流れであり、ロール表面流速は約1~1.5Hzおよび約10秒周期の振動が存在することがわかった。解析は、ロールを固定させた直交デカルト座標を用いたものとロールの回転を考慮した極座標系の二種類について行った。その結果の比較を行ったが、短辺方向のロール表面流速の振動周期には変化が見られなかった。つまり、短辺方向の流動の振動周期には、ロールの回転の影響がないことがわかった。

流れの振動は、渦の中心がノズルより短辺堰方向に移動するようなアンバランスな流れによるものである。この流れの変動は水モデル実験機によるロール表面流速の計測においても観察された。渦の中心の移動についても、ポリスチレンを用いたレーザスリット観察で確認された。これら数値解析および水モデル計測ともに液面を自由表面としているため、流動の変動は重力影響が大きいと考えられる。

ストリップキャスターのプールの固有振動数をFig.17に示す。Fig.17は、次式で示される波動方程式²³⁾をストリップキャスター溶鋼プールについて長手方向および短辺方向の2方向について解いた結果である。溶鋼プールの短辺方向幅は、ロール直径1.2m、湯面高さ0.4mであるので、 $\{(1.2/2) - ((1.2/2)^2 - 0.4^2)\} = 0.305$ mである。

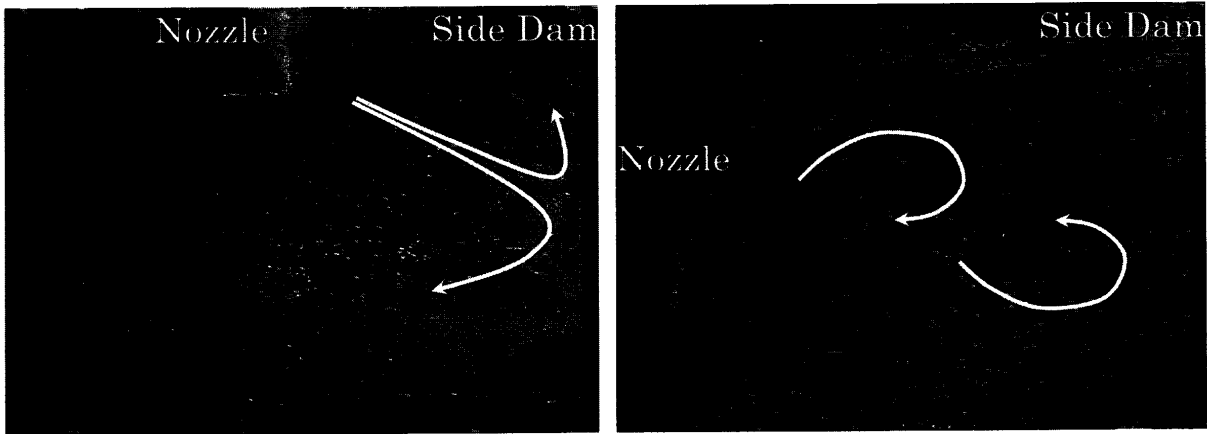
$$f = \frac{\sqrt{g \cdot k \cdot \tanh k \cdot H}}{2 \cdot \pi} \left(\frac{\pi \cdot n}{l}, n=1, 2, \dots \right) \dots \dots \dots (12)$$

ここに、

- f : スロッシング周波数
- g : 重力加速度 (9.8 m/sec²)
- H : 溶鋼プール深さ (0.4 m)
- l : 溶鋼プール幅 (1.1 m, 0.352 m)
- n : 振動モード

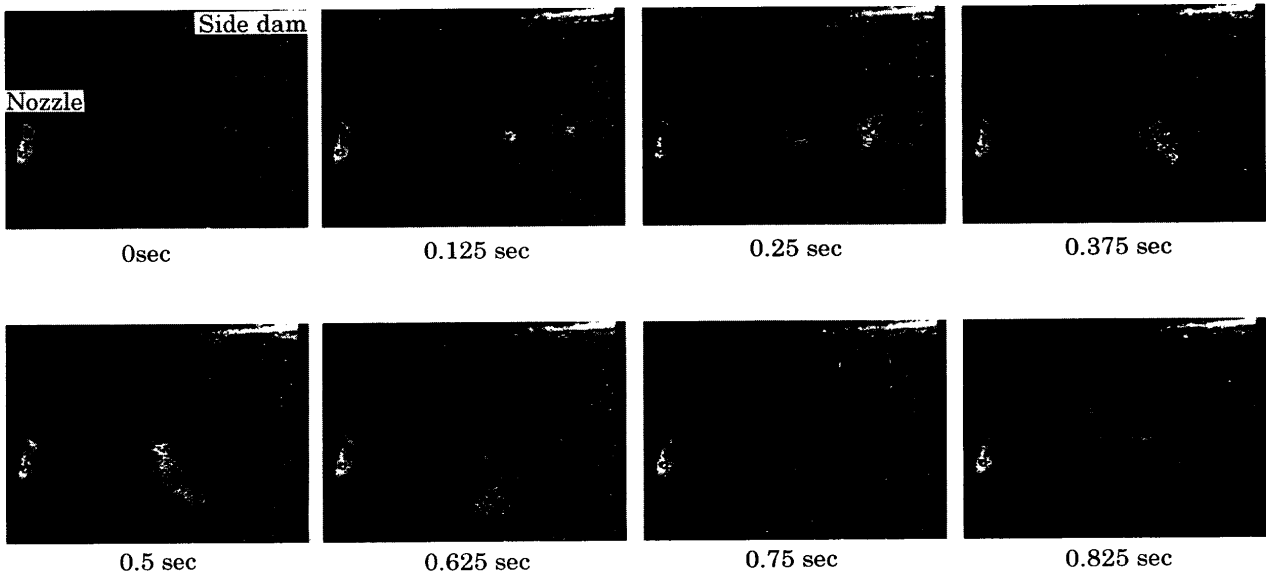
である。ただし、Fig.17における括弧の前の数字は長手方向のモードであり、後ろの数字は短辺方向のモードである。この結果から、1.5Hzの振動は、長手方向のモードが4、短辺方向のモードが0であることがわかる。この振動モードについては、水モデル実験の結果でも確認された。

次に、流動の振動の大きさについて検討を行う。水モデル実験の結果では左右交互の流れの変動はスループットが少ないほど小さい。これは、Reynolds数の減少により、乱流度が小さくなった影響であると考えられる。同様に、ノズル吐出口形状の比較で、ストレートタイプよりもテーパタイプが流動の変動が小さい。これは、ストレートタイプ



(a) Vertical view

(b) Horizontal view



(c) Sequence photographs at every 0.125 seconds

Fig. 16. Laser slit observation of water flow.

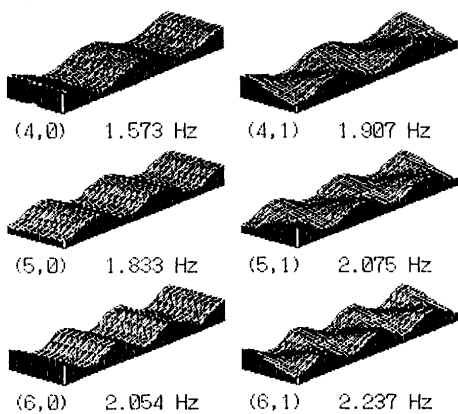


Fig. 17. Natural frequency of strip caster pool.

では降下流が吐出口へ向かうときの段差で乱流が促進されることによると予想される。一本ノズルでの casting の場合はノズル吐出流による定常 casting 中の凝固シェルの再溶解を抑制するため、ノズル開口部は左右幅よりも上下幅を大きく開口させるとよいことがわかった。ただし、ノズル開口部

が十分に浸漬させるような上下幅である必要がある。

7. 結言

(1) L.E.S.を用いたストリップキャスター水モデル実験機のプール内流れの非定常流れ解析を行った。解析は、一般座標系および極座標系について行った。その結果、短辺方向の流れの変動周期にはロール回転の影響がないことがわかった。

(2) 従来型連続 casting 機で観察された変動の流れがストリップキャスターにおいても起こっていることが数値解析および水モデル実験機において観察された。水モデル実験機の流れの実測と解析で求められた流れの変動とは、1.0~1.5 Hzの振動と約10秒周期の振動が見られ、よく一致した。

(3) メニスカスを自由表面として取り扱うことにより、表面波の影響も取り扱った。溶鋼プールについて波動方程式を解いたモード解析の結果、長手方向のモードが4

の場合に1.57Hzの固有振動数を持ち、これが水モデル実験の観察結果およびロール表面流速計測結果とよく一致した。

(4) 解析結果および水モデル実験の結果より、流れの振動は渦の中心がノズルより短辺堰方向に移動するようなアンバランスな流れによるものであることがわかった。

記号

\mathbf{u}	: 速度ベクトル
ρ	: 流体の密度
\mathbf{x}	: 場所
t	: 時間
\bar{D}_{ij}	: 大スケールの流れ場のテンソル
$G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$: フィルタリング関数
Δ	: フィルタ幅の代表値
Δ_i	: フィルタ幅
$\bar{\mathbf{u}}$: 平均速度ベクトル
\mathbf{R}_{ij}	: Reynolds 応力項
ν	: 動粘性係数
ν_T	: 渦粘性係数
C	: Smagorinsky 定数
p	: 平均圧力
f	: スロッシング周波数
g	: 重力加速度 (9.8 m/sec ²)
H	: 溶鋼プール深さ (0.4 m)
l	: 溶鋼プール幅 (1.1 m, 0.352 m)
n	: 振動モード

文献

1) 大西邦彦: 薄板エコプロセスの現状と課題, 創形創質工学部

- 会編, 日本鉄鋼協会, 東京, (1998), 29.
- 2) C.Hendricks: *MPT Int.*, **3** (1995), 42.
 - 3) S.Kajiwara, K.Onishi, M.Haitani, T.Kawasaki and K.Nomura: *CAMP-ISIJ*, **10** (1997), 250.
 - 4) K.Kawakami: *Tetsu-to-Hagané*, **67** (1981), 40.
 - 5) A.R.Bucher: *Stahl Eisen*, **117** (1997), 47.
 - 6) H.Tozawa, S.Idogawa, S.Nakato and K.Sorimachi: *CAMP-ISIJ*, **9** (1996), 604.
 - 7) T.A.Honeyands and J.Herberson: *CAMP-ISIJ*, **7** (1994), 317.
 - 8) T.A.Honeyands and J.Herberson: *Steel Res.*, **66** (1995), 287.
 - 9) J.Kubota, H.Ozawa, Y.Yamaoka and M.Suzuki: *CAMP-ISIJ*, **5** (1992), 1245.
 - 10) D.Gupta and A.K.Lahiri: *Metall. Mater. Trans. B*, **27B** (1996), 757.
 - 11) K.Sasai, H.Yamamura, N.Tsutsumi, Y.Mizukami and H.Esaka: *CAMP-ISIJ*, **5** (1992), 223.
 - 12) I.Sawada, K.Shigematsu, Y.Hori and M.Yamazawa: *CAMP-ISIJ*, **5** (1992), 1247.
 - 13) I.Sawada, Y.Kishida, K.Okazawa and H.Tanaka: *Tetsu-to-Hagané*, **79** (1992), 160.
 - 14) T.Saito and H.Hojo: *Metall. Mater. Trans. B*, **20B** (1989), 381.
 - 15) M.Shiomi, K.Mori and K.Osakada: *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, **61C** (1995), 1796.
 - 16) H.Sanari and T.Inoue: *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, **56A** (1990), 591.
 - 17) H.Sanari and T.Inoue: *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, **56A** (1990), 684.
 - 18) H.Murakami, M.Hansen and R.I.L.Guthrie: *CAMP-ISIJ*, **6** (1993), 1135.
 - 19) 保原 充, 大宮司久明: 数値流体力学—基礎と応用, 東京大学出版会, 東京, (1992), 213.
 - 20) J.Smagorinsky: *Mon. Weather Rev.*, **91** (1963), 99.
 - 21) S.Murakami, S.Kato and Y.Kondo: *Seisan-Kenkyu*, **43** (1992) 37.
 - 22) Y.Morinishi and T.Kobayashi: *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, **55B** (1989), 615.
 - 23) 海老原熊雄: 流体力学ハンドブック, 日本流体力学会編, 丸善, 東京, (1987), 720.