

# 擬二元系化による低炭素鋼領域の 一次デンドライトアーム間隔および組織形態の予測

江阪 久雄\*・萩林 成章\*<sup>2</sup>

Estimation of Primary Dendrite Arm Spacing and Solidified Interface Morphology  
in Low Carbon Steel by Introducing Quasi Fe-C Binary Alloy

Hisao ESAKA and Shigeaki OGIBAYASHI

**Synopsis :** In order to characterize the solidified structure of low carbon steel, uni-directional solidification experiments have been performed using various commercial grade low carbon steels. Conditions of uni-directional solidification experiment carried out in this study are followings : Temperature gradient :  $3.4 \cdot 10^3 \text{K/m}$ , Growth velocity :  $1.67 \cdot 10^{-5} \text{m/s}$  and  $8.33 \cdot 10^{-5} \text{m/s}$ .

The solid/liquid interfacial morphologies (cellular or dendritic) have been observed on longitudinal and horizontal cross section of the specimens. The primary dendrite arm spacing ( or inter cellular spacing),  $\lambda_1$ , has been measured on the horizontal cross section. These experimental data have been compared with theoretical model, which is based on the marginal stability criteria.

It has been found that it is impossible to describe the solid/liquid interfacial morphology and  $\lambda_1$  using carbon content in steel when carbon content is low (e.g.  $C_0 < 0.1 \text{mass\%}$ ). Equivalent carbon content ( $C_0'$ ) for description of solidified structure is newly defined as follows :

$$C_0' = 1.066(\%C) - 0.202(\%C)^2 + 0.019(\%Si) + 0.0043(\%Mn) + 1.1775(\%P) + 1.6740(\%S)$$

The solidification range in quasi Fe-C binary system at  $C_0'$  equates with that in real steel. Using  $C_0'$  it is possible to characterize solid/liquid interfacial morphology and size in solidification of commercial grade steel when carbon content is less than 0.1mass%.

**Key words :** solidification ; primary dendrite arm spacing ; cell-to-dendrite transition ; carbon steel ; solidification range.

## 1. 緒言

近年、冷延鋼板や表面処理鋼板の加工性向上が求められており、極低炭素鋼の生産比率が増しつつある<sup>1)</sup>。

この鋼の製造には中心偏析の問題はなく、また割れ感受性は低い、また、鋳片縦割れ、表面横割れ、内部割れの問題もない。

しかし極低炭素鋼は一般のアルミキルド鋼に比較して清浄性に劣ること、凝固不均一が大きいため<sup>2,3)</sup>混入した介在物もしくは気泡の捕捉確率が高くなること、あるいはオシレーションマークの爪の発達<sup>3,4)</sup>が著しいために、製品の表面不良に至る欠陥の問題を有している。

安中らは、低炭素鋼に比べて極低炭素鋼は、不均一凝固が生じやすいことを述べている<sup>2)</sup>が、そのメカニズムまでは明らかにはしていない。一方梶谷らは、極低炭素鋼では鋳型表面における核生成頻度が低いことに起因して凝固シェ

ル厚の不均一が起こる可能性を示唆している<sup>5)</sup>。このように、極低炭素鋼の凝固現象について不明な点が残されているにもかかわらず、その検討が最近になってようやく始められたにすぎない。

ところで、鋼は多元系合金であり、合金元素の種類と量によって特性が異なる。凝固組織を記述する上で重要な特徴長さである一次デンドライトアーム間隔については古くから研究がなされているが、鋼種ごとに凝固条件の関数として実験式を提示している<sup>6-9)</sup>か、もしくは他の合金元素の存在を無視して炭素濃度のみによって整理している<sup>10-12)</sup>。多元系合金の取り扱いについての普遍的な解析はなされていないのが実情である。

そこで本研究では、極低炭素鋼を含む低炭素鋼の領域の凝固現象の特徴を明確にすることを目的とし、その記述手法の検討を一方向凝固実験と理論モデルによる解析により実施した。

平成9年7月2日受付 平成9年9月11日受理 (Received on July 2, 1997; Accepted on Sep. 11, 1997)

\* 新日本製鐵(株)プロセス技術研究所 (現:防衛大学校) (Process Technology Research Laboratories, Nippon Steel Corp., now National Defence Academy, 1-10-20 Hashirimizu Yokosuka 293)

\* 2 新日本製鐵(株)プロセス技術研究所 (現:千葉工業大学) (Process Technology Research Laboratories, Nippon Steel Corp., now Chiba Institute of Technology)

## 2. 実験方法

本研究では温度勾配と成長速度を独立に制御できるブリッジマンタイプの一方向凝固実験装置を用いた。その模式図をFig. 1に示す。実験はアルゴン気流中で行い、高周波により加熱した黒鉛ヒーターの間接加熱により、 $\phi 2.0 \cdot 10^{-2} \text{mOD} \times \phi 1.6 \cdot 10^{-2} \text{mID} \times 2.5 \cdot 10^{-1} \text{m}$ のアルミナ保護管内の試料を加熱溶解した。一方向凝固装置内の温度は黒鉛ヒーターの中央部に配したBタイプの熱電対で測定し、PID制御により実験中は一定とした。試料駆動機構により一定速度で所定の距離だけ試料を下方へ移動し、装置下方に設置した水冷槽に試料をホルダーごと落下させ、急冷し、凝固しつつあった固液界面形態を凍結した。

今回の実験条件での固液界面近傍での温度勾配は、熱電

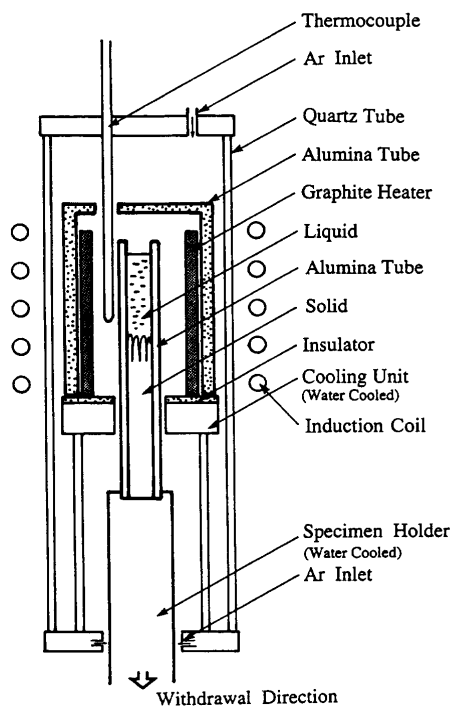


Fig. 1. A schematic view of unidirectional solidification apparatus.

対を試料内に設置して別途測定した結果、 $3.4 \cdot 10^3 \text{K/m}$ であった。また、成長速度は $1.67 \cdot 10^{-5} \text{m/s}$ および $8.33 \cdot 10^{-5} \text{m/s}$ とした。今回の試験では成長距離は定常に達するまでの距離を勘案し、 $5.0 \cdot 10^{-2} \text{m}$ とした。

用いた鋼はsteel-1~3の3水準であり、いずれもアルミキルド鋼で、スラブ連铸機で铸造された铸片の一部から採取した。鍛造後、化学分析した結果をTable 1に示す。Si, Mn, P, Sの濃度に変化はあるが、炭素濃度の変更を主眼として水準を設定した。

得られた試料の縦断面、横断面を界面活性剤を添加したピクリン酸飽和液により凝固組織を顕出し、固液界面の形態と、一次デンドライトアームもしくはセル間隔(以降 $\lambda_1$ )について評価した。 $\lambda_1$ の決定は横断面の組織から実施した。デンドライト等の配列によって求め方を変更するなどの例もあるが<sup>7)</sup>、ここではデンドライトもしくはセルが正方配置をとっているものとし、測定した面積(A)中のデンドライトもしくはセルの本数(n)から、(1)式によって求めた。

$$\lambda_1 = (A/n)^{0.5} \dots \dots \dots (1)$$

なお今回は、熱流方向と成長方向が完全に平行となる試料のほぼ中央部の、 $5 \cdot 10^{-3} \text{m} \times 5 \cdot 10^{-3} \text{m}$ の領域について測定した。

## 3. 実験結果

$1.67 \cdot 10^{-5} \text{m/s}$ で成長させた場合の固液界面近傍の縦断面をFig. 2に示す。 $1.67 \cdot 10^{-5} \text{m/s}$ で成長した部分と水冷槽中で急冷された部分で組織の粗さが異なるために、落下した時点で固液界面が明瞭に判定できる。図中の矢印で示した

Table 1. Chemical composition of steel used in this study.

	C	Si	Mn	P	S
steel-1	0.035	0.01	0.17	0.012	0.013
steel-2	0.034	0.02	0.28	0.013	0.013
steel-3	0.087	0.01	0.37	0.012	0.005

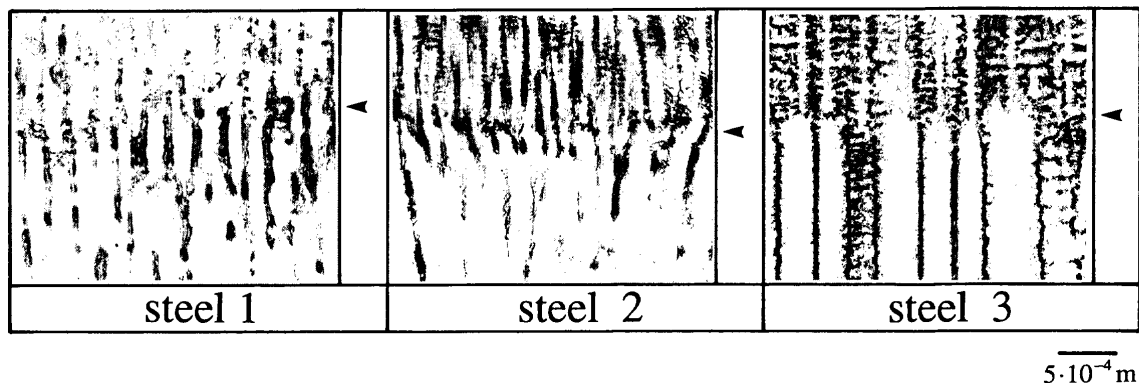


Fig. 2. Solidified structure of the specimens (longitudinal cross section). Temperature gradient (G) :  $3.4 \cdot 10^3 \text{K/m}$  and Growth velocity (V) :  $1.67 \cdot 10^{-5} \text{m/s}$  The arrows indicate the solid/liquid interface when the specimens were quenched.

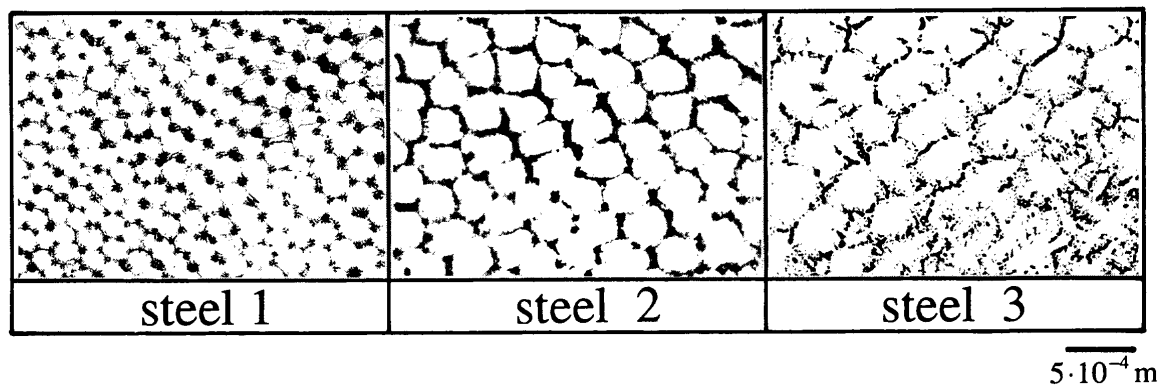


Fig. 3. Solidified structure of the specimens (transverse cross section). Observed section is  $3\text{--}5 \cdot 10^{-5}\text{m}$  below the solid/liquid interface. Temperature gradient ( $G$ ):  $3.4 \cdot 10^3\text{K/m}$  and Growth velocity ( $V$ ):  $1.67 \cdot 10^{-5}\text{m/s}$ .

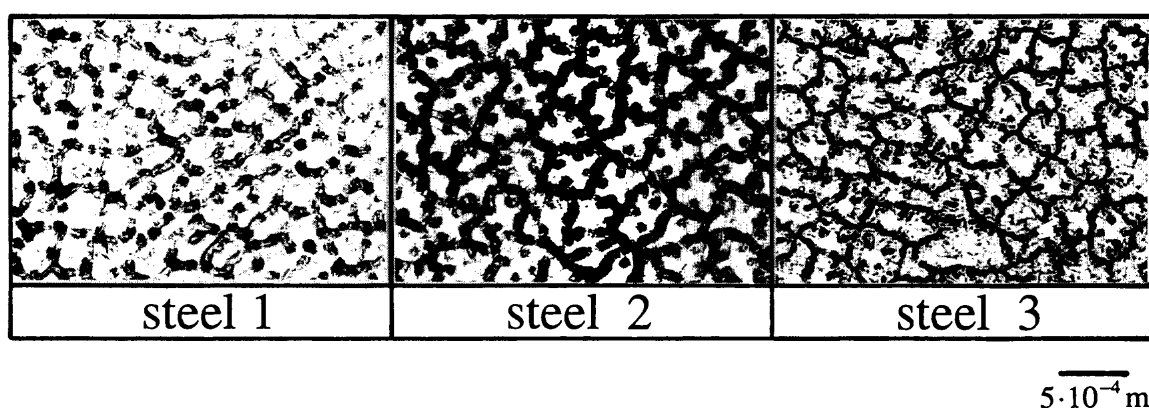


Fig. 4. Solidified structure of the specimens (transverse cross section). Observed section is  $3\text{--}5 \cdot 10^{-5}\text{m}$  below the solid/liquid interface. Temperature gradient ( $G$ ):  $3.4 \cdot 10^3\text{K/m}$  and Growth velocity ( $V$ ):  $8.33 \cdot 10^{-5}\text{m/s}$ .

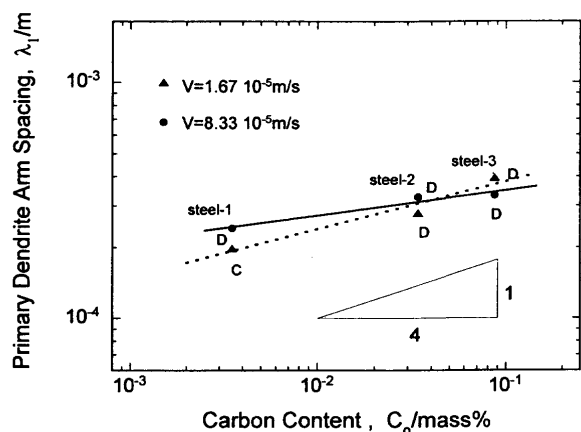


Fig. 5. Relation between primary dendrite arm spacing ( $\lambda_1$ ) and carbon content at a temperature gradient of  $3.4 \cdot 10^3\text{K/m}$ .

部分が急冷時の固液界面の先端部分である。固液界面から  $(4 \pm 1) \cdot 10^{-4}\text{m}$  下方の横断面を Fig. 3 に示す。Fig. 2 および Fig. 3 から判断すると、steel-1 はセル状であるのに対し、steel-2 はわずかではあるが幹に凹凸が認められ、steel-3 では明瞭な二次枝が見られ、steel-2、-3 共にデンドライト状と認められる。

また、 $8.33 \cdot 10^{-5}\text{m/s}$  で成長させた場合も同様に、固液界面

から  $(4 \pm 1) \cdot 10^{-4}\text{m}$  下方の横断面を Fig. 4 に示す。steel-1 ではわずかではあるが凹凸が認められ、steel-2、-3 は明瞭な二次枝が認められるため、全ての鋼で固液界面形態はデンドライト状と判断できる。

(1) 式により  $\lambda_1$  を求め、従来からの方式<sup>10-12)</sup> に従い、鋼中の炭素濃度に対して整理したものが Fig. 5 である。図中の添字 C および D は固液界面形態がそれぞれセル状、デンドライト状であったことを表す。今回の実験の範囲内では、 $\lambda_1$  は炭素濃度の  $0.1 \sim 0.25$  乗に比例し、炭素濃度の依存性は小さい。

## 4. 考察

### 4.1 $\lambda_1$ の理論モデルと実験結果との比較

孤立デンドライトの成長理論を合金の正の温度勾配下で成長する柱状晶のデンドライト成長に発展させたものに Kurz and Fisher のモデル<sup>13)</sup>、Trivedi のモデル<sup>14)</sup>、Miyata and Suzuki のモデル<sup>15)</sup> 等がある。サクシノニトリルアセトン合金<sup>16,17)</sup>、Al-Cu 系合金<sup>18)</sup> を用いた実験により、デンドライト先端曲率、先端温度等については marginal stability に基づく理論が適用できることが確認されている。

一方、 $\lambda_1$  については古くから種々の凝固条件を変更して

実験式を求める試みがなされているものの、理論的な検討は比較的最近のことである。

Hunt<sup>19)</sup>は、二次枝があってもスムーズな界面として扱い、 $\lambda_1$ を組成、凝固条件の関係式として導いた。ただし、デンドライトは先端での最小過冷条件で成長するものと考えたため、 $\lambda_1$ は実験値よりも過小評価されているだけでなく、セル/デンドライトの識別もできなかった。

Kurz and Fisher<sup>13)</sup>はmarginal stability条件に基づくデンドライト理論を発展させ、デンドライトを先端曲率と同一曲率をもつ回転楕円体と仮定し、モデル化を試みた。これにより、セル/デンドライト遷移条件についても検討が加えられるようになった。

さらに、Trivedi<sup>20)</sup>は正の温度勾配下でのデンドライト先端曲率を求めたモデルをHunt<sup>19)</sup>のモデルに適用し、最終的に(2)式を得ている。

$$\lambda_1^2 = 8\sqrt{2}\Gamma LD/GRV \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $\Gamma$ はGibbs-Thomson係数(= $\sigma/\Delta S_F$ :ただし、 $\sigma$ は固液界面エネルギー、 $\Delta S_F$ は溶融エントロピー)、 $L$ はデンドライト先端における摂動に伴う定数、 $D$ は液相中での溶質の拡散係数、 $G$ は固液界面における液相中の温度勾配、 $R$ はデンドライト先端の曲率半径、 $V$ はデンドライトの成長速度である。

サクシノニトリル-アセトン合金を用いた実験により、 $\lambda_1$ のセル領域とデンドライト領域の凝固条件依存性についてTrivediのモデルが最も実験結果に合致することが確認されている<sup>16)</sup>。そこで、本研究においてもTrivediのモデルを用いて解析した。

Fe-C二元系の物性値<sup>20,21)</sup>をTable 2に示す。これらの値は検討している温度、組成範囲内では一定とみなしてモデル計算を行い、 $\lambda_1$ の計算値を成長速度の関数としてFig. 6に示す。ここで、温度勾配は実験条件と同じ、 $3.4 \cdot 10^3 \text{K/m}$ とした。図中の3本の曲線はsteel-1~3の炭素濃度に対応する。それぞれの炭素濃度において、 $\lambda_1$ は成長速度の増加と共に次のように変化する。十分に成長速度が小さいときには平滑界面である。界面が不安定となる臨界の成長速度は $V_c$ で表され、次式のように示される<sup>22)</sup>。

$$V_c = GD/\Delta T_0 \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 $\Delta T_0$ は凝固温度範囲で、以降本文中でも $\Delta T_0$ と表記する。

この $V_c$ よりも成長速度が大きくなると、固液界面形態はセル状で、 $\lambda_1$ は成長速度の増加と共に大きくなる。その後

Table 2. Properties of Fe-C alloy used in this study.

$\Gamma$	$1.9 \cdot 10^{-7}$	(mK)
$D$	$2.0 \cdot 10^{-8}$	( $\text{m}^2/\text{s}$ )
$L$	10	(-)
$m$	-81	(K/mass%)
$k$	0.17	(mass%/mass%)

$\lambda_1$ が最大値をとった後、成長速度の増加と共に減少する。この領域の形態はデンドライト状であり、間隔が最大値をとる成長速度が遷移速度 $V_{tr}$ である。Kurz and Fisherによれば、 $V_{tr}$ は(4)式のように示される<sup>13)</sup>。

$$V_{tr} = GD/k\Delta T_0 \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $k$ は溶質の固液間での平衡分配係数である。Fig. 6には3種類の鋼について、 $V_c$ を $V_c^1 \sim V_c^3$ として、また $V_{tr}$ を $V_{tr}^1 \sim V_{tr}^3$ として示した。

炭素濃度だけで凝固形態および特徴長さが決まると考え、実験値をTrivediのモデルにより予想される $\lambda_1$ と比較したものをFig. 7, Fig. 8に示す。なお、(3)式または(4)式に基づいてこの凝固条件下での平滑/セル遷移炭素濃度、セル/デンドライト遷移炭素濃度をそれぞれ $C_c, C_{tr}$ として図中に示す。

Fig. 7の成長速度が $1.67 \cdot 10^{-5} \text{m/s}$ の場合、steel-1ではモデルは今回の実験条件では平滑界面を予想するが、実際にはセル状が得られ一致しない。また、steel-2はセル状を予想するが、実験ではデンドライト状が得られており一致しない。ただし、 $\lambda_1$ の値についてはほぼ一致している。一方steel-3は、形態、 $\lambda_1$ の値とも理論モデルは実験結果と一致した。また、理論モデルによる $\lambda_1$ の炭素濃度に対する勾配が実験結果と異なる。

次にFig. 8の成長速度が $8.33 \cdot 10^{-5} \text{m/s}$ の場合、steel-1ではモデルではセル状を予想するが、実験ではデンドライト状が得られており形態は一致しない。また、その $\lambda_1$ の予想値は実験値よりも小さい。一方、steel-2, steel-3の固液界面形状はデンドライト状であり、実験とモデルとは一致する。さらに、 $\lambda_1$ の値についても炭素濃度の低いsteel-2でわずかにずれはあるものの、良い一致を示していると言える。

以上のように、今回の実験の範囲内では炭素濃度の高いsteel-3では比較的良く合致するのに対し、炭素濃度の低い鋼種に対して固液界面形態、 $\lambda_1$ の値ともに実験とモデルとの対応性は悪く、炭素濃度のみでは凝固組織の記述がで

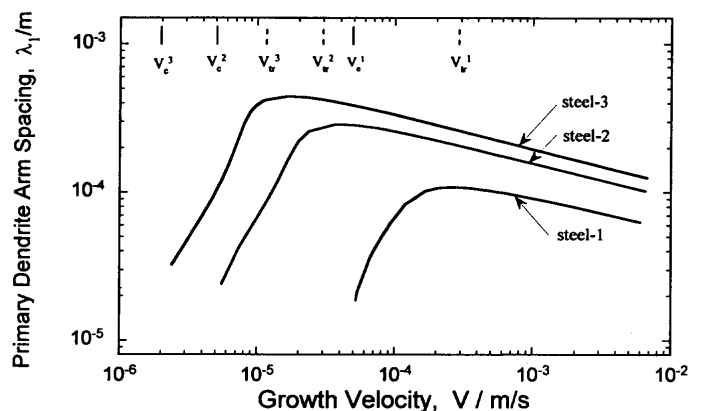


Fig. 6. Relation between growth velocity ( $V$ ) and primary dendrite arm spacing ( $\lambda_1$ ) calculated after Trivedi's theoretical model.

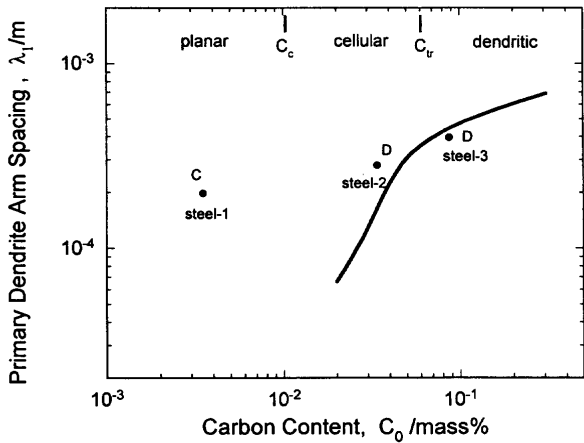


Fig. 7. Comparison between experimental results and theoretical model for primary dendrite arm spacing ( $\lambda_1$ ) at a growth velocity of  $1.67 \cdot 10^{-5}$  m/s. Experimental data are plotted using carbon content of specimen.

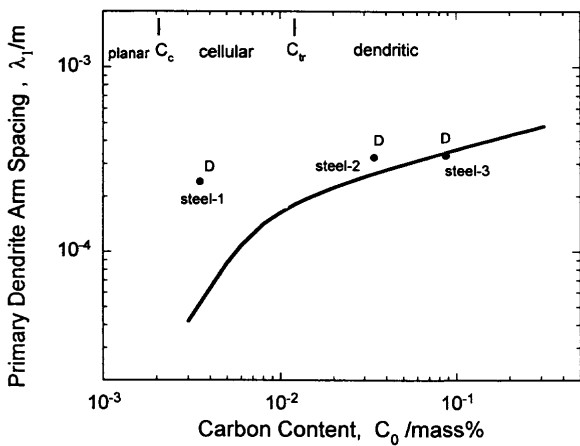


Fig. 8. Comparison between experimental results and theoretical model for primary dendrite arm spacing ( $\lambda_1$ ) at a growth velocity of  $8.33 \cdot 10^{-5}$  m/s. Experimental data are plotted using carbon content of specimen.

ないことを示している。

#### 4・2 凝固温度範囲の見積りと“相当炭素濃度”の導入

組成的過冷の臨界条件<sup>22)</sup>, デンドライト先端の曲率半径<sup>13-15)</sup>あるいは二次デンドライトアーム間隔<sup>23)</sup>等, 凝固組織の特徴を記述する重要な因子の一つとして $\Delta T_0$ がある。これは液相線温度(以下 $T_L$ )と固相線温度(以下 $T_S$ )との差として定義され, 二元系合金では合金組成を $C_0$ とした時に, (5)式で示される。

$$\Delta T_0 = T_L - T_S = mC_0(k-1)/k \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで $m$ は液相線の勾配である。

ところで, 多くの溶質元素を含む炭素鋼の $T_L$ ,  $T_S$ の決定に関しては古くから種々の研究が行われている。それらは, ①Fe-X系の二元系平衡状態図から係数を求め, 線形を仮定して求めたもの<sup>24)</sup>, ② $T_L$ ,  $T_S$ を実験的に決定し, 回帰式から各元素の影響を求めたもの<sup>25,26)</sup>, に大別することができる。

ここでは実験的に求められたもののうち比較的良好に用いられる平居の式<sup>25)</sup>に基づいた。ただし,  $T_L$ に対するPおよびSの寄与については明記されていないため, この部分については川和の式<sup>26)</sup>の値を用いた。また,  $T_S$ についてはFe-C系の $T_S$ からの各元素の寄与が示されている。二元系の固相線勾配は $m/k$ で与えられるため, Fe-C系ではTable 2に示した値を用いて算出した。ただし, これは0.1mass%以下の炭素濃度領域に限定される。これらをそれぞれ(6), (7)式に示す。

$$T_L = 1538 - 55(\%C) - 80(\%C)^2 - 13.0(\%Si) - 4.8(\%Mn) - 34.4(\%P) - 38(\%S) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$T_S = 1538 - 476.5(\%C) - 20.5(\%Si) - 6.5(\%Mn) - 500(\%P) - 700(\%S) \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここでは,  $T_L$ ,  $T_S$ の単位はともに $^{\circ}C$ であり, ( $\%X$ )により鋼中の溶質元素 : Xのmass%を示した。

したがって,  $\Delta T_0$ は次のようになる。

$$\Delta T_0 = 421.5(\%C) - 80(\%C)^2 + 7.5(\%Si) + 1.7(\%Mn) + 465.6(\%P) + 662(\%S) \quad \dots\dots\dots (8)$$

極低炭素鋼, 低炭素鋼において, 多くの元素が含まれるが, 凝固現象に対して大きな影響を及ぼす元素であり, 一方でりん, いおうのような不純物元素でもないものとして炭素が挙げられるため, 擬似的に二元系で取り扱うにはFe-C系とすることが妥当である。

そこで,  $\Delta T_0$ が考慮している鋼と等しいFe-C二元合金の炭素濃度(ここでは“相当炭素濃度”と定義する)を決定する。ここで, 炭素濃度は0.1mass%程度であり, 希薄合金とみなせるため,  $m, k$ は炭素および他元素の影響は受けず一定とした。(8)式により求めた多元系での $\Delta T_0$ と, (5)式で求められる二元系での $\Delta T_0$ とを等置して, “相当炭素濃度”(= $C_0'$ )は次のように求められる。

$$C_0' = 1.066(\%C) - 0.202(\%C)^2 + 0.019(\%Si) + 0.0043(\%Mn) + 1.178(\%P) + 1.674(\%S) \quad \dots\dots\dots (9)$$

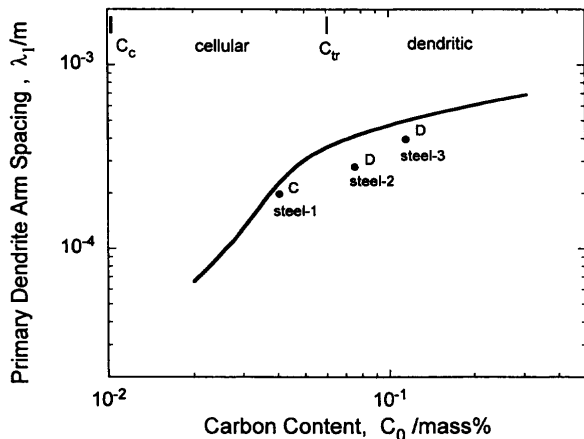
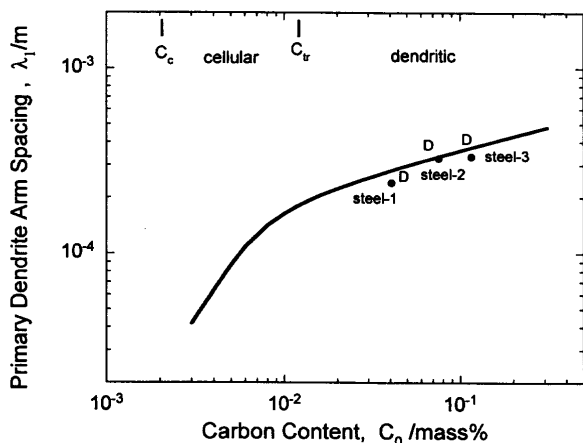
これは平居の式の $T_S$ に対して, 炭素濃度が0.1mass%以下に適用できる式を用いたため, 0.1mass%C以下の炭素鋼においてその $\Delta T_0$ が等価であるFe-C二元系の炭素濃度を求める式となる。 $\Delta T_0$ に対して各溶質元素の寄与がその係数として示される。分配係数の小さいPおよびSの寄与が大きい。

(9)式に基づいて, steel-1 ~ 3の“相当炭素濃度”を求めたものをTable 3に示す。“相当炭素濃度”を用いて $\lambda_1$ についての理論モデルと再度比較したものをFig. 9およびFig.10に示す。Fig. 9に示した, 成長速度が $1.67 \cdot 10^{-5}$  m/sの場合, 理論モデルによる計算結果は $\lambda_1$ の測定値に比べわずかに大きいが良い一致を示す。また, 得られた固液界面の形態についても, 理論モデルと良く一致している。

さらにFig.10に示した $8.33 \cdot 10^{-5}$  m/sの成長速度では, steel-1 ~ 3の全ての鋼がデンドライト領域で, 固液界面形態については良い一致を示す。さらに,  $\lambda_1$ の値についても, 極めて良く一致すると認められる。

Table 3. Calculated liquidus and solidus range and 'equivalent' carbon content.

	$\Delta T_0'$ (K)	$\Delta C_0'$ (mass%)
steel-1	16.03	0.0405
steel-2	29.81	0.0754
steel-3	45.67	0.115

Fig. 9. Comparison between experimental results and theoretical model for primary dendrite arm spacing ( $\lambda_1$ ) at a growth velocity of  $1.67 \cdot 10^{-5}$  m/s. Experimental data are plotted using 'equivalent' carbon content.Fig. 10. Comparison between experimental results and theoretical model for primary dendrite arm spacing ( $\lambda_1$ ) at a growth velocity of  $8.33 \cdot 10^{-5}$  m/s. Experimental data are plotted using 'equivalent' carbon content.

炭素鋼中の炭素濃度のみを用いて整理した、Fig. 7, Fig. 8では、炭素含有量の低いsteel-1において特にモデルとの乖離が大きかったが、(9)式に示したような、他元素の寄与を考慮した“相当炭素濃度”を用いることにより、モデルと良く一致した。逆にsteel-3のように、炭素鋼中の炭素濃度が、0.1mass%程度であれば、相対的に他元素の寄与が小さくなるため、炭素濃度のみを用いても、記述できる。

## 5. 結言

低炭素鋼以下の炭素含有量の炭素鋼を用いて一方向凝固を行い、Trivediの理論モデルと比較した。その結果、以下のことが明らかとなった。

①0.1mass%以下の炭素含有量の鋼については、鋼中の炭素濃度だけを用いて、凝固組織の形態およびサイズを記述することはできない。

②平居の式に基づいて、凝固温度範囲が等価となるように“相当炭素濃度”(C<sub>0</sub>')を次のように定義した。

$$C_0' = 1.066(\%C) - 0.202(\%C)^2 + 0.019(\%Si) + 0.0043(\%Mn) + 1.1775(\%P) + 1.6740(\%S)$$

これを用いることにより、凝固組織の形態およびサイズ( $\lambda_1$ )を定量的かつ精度良く記述することが可能である。

③このC<sub>0</sub>'の実効的な有効範囲は、炭素含有量が0.1mass%程度以下の炭素鋼である。これはこの濃度以上に炭素を含有する場合には、他元素の寄与が相対的に低下するためである。

## 文 献

- 1) 王寺睦隆：第153・154回西山記念技術講座，日本鉄鋼協会編，東京，(1995)，1.
- 2) 安中弘行，山中量一，井上 健，斎藤 忠：鉄と鋼，**81** (1995)，529.
- 3) 三澤健司，山村英明，水上義正：材料とプロセス，**7** (1994)，1147.
- 4) 飯屋和広，北野嘉久，浜上和久，山内 章，井戸川聡，糸山誓司：材料とプロセス，**7** (1994)，281.
- 5) 梶谷敏之，江阪久雄，荻林成章，若生昌光，三隅秀幸：鉄と鋼，**81** (1995)，1055.
- 6) K.Schwerdtfeger：Arch Eisenhüttenwes.，**41** (1970)，923.
- 7) H.Jacobi and K.Schwerdtfeger：Metall.Trans.A，**7A** (1976)，811.
- 8) T.Edvardsson，H.Fredriksson and I.Svensson：Met. Sci.，**10** (1976)，298.
- 9) M.A.Taha，H.Jacobi，M.Imagumbai and K.Schwerdtfeger：Metall.Trans.A，**13A** (1982)，2131.
- 10) 鈴木 真，北川 融，宮原 忍：鉄と鋼，**71** (1985)，S1034.
- 11) J.E.Gould：Weld J.，**73** (1994)，67-s.
- 12) J.E.Gould：Weld J.，**73** (1994)，91-s.
- 13) W.Kurz and D.J.Fisher：Acta Metall.，**29** (1981)，11.
- 14) R.Trivedi：J.Cryst. Growth，**49** (1980)，219.
- 15) Y.Miyata and T.Suzuki：Metall. Trans.A，**16A** (1985)，1807.
- 16) H.Esaka and W.Kurz：J.Cryst.Growth，**72** (1985)，578.
- 17) K.Somboonsuk，J.T.Mason and R.Trivedi：Metall. Trans.A，**15A** (1984)，967.
- 18) Y.Miyata and T.Suzuki：Metall.Trans.A，**16A** (1985)，1799.
- 19) J.D.Hunt：Solidification and Casting of Metals，The Metals Society，London (1979).
- 20) R.Trivedi：Metall.Trans.A，**15A** (1984)，977.
- 21) W.Kurz and D.J.Fisher：Fundamentals of solidification，Trans Tech Publications，Switzerland，(1992).
- 22) W.A.Tiller，K.A.Jackson，J.W.Rutter and B.Chalmers：Acta Metall.，**1** (1953)，428.
- 23) T.Z.Kattamis and M.C.Flemings：Trans. Metall. Soc. AIME，**233** (1965)，992.
- 24) 例えば J.Chipman：B.O.H.Steelmaking. AIME，(1964)，640.
- 25) 平居正純，金丸和男，森 久：第5回凝固現象協議会資料(凝固46)，日本学術振興会製鋼第19委員会，(1968).
- 26) 川和高穂，土田 裕：第21回凝固現象協議会資料(凝固156)，日本学術振興会製鋼第19委員，(1974).