

# 間欠型交流磁場印加による液体金属の加振

千野 靖正\*・外山 佳男\*<sup>2</sup>・岩井 一彦\*<sup>3</sup>・浅井 滋生\*<sup>3</sup>

Excitation of Waves on a Molten Metal by an Intermittent Alternating Magnetic Field

Yasumasa CHINO, Yoshio TOYAMA, Kazuhiko IWAI and Shigeo ASAI

**Synopsis :** A new process for wave generation on the free surface of a molten metal is proposed where an intermittent alternating magnetic field with the stepwise change of amplitude is adopted to induce the time variation of magnetic pressure generating a wave motion.

Based on a linear small-amplitude wave theory, a mathematical model has been developed, which describes the wave motion as a function of operating variables such as intermittent frequency, amplitude of magnetic pressure and vessel size. The function is indicated as combination of a free vibration determined by a vessel size and a forced vibration, in which the amplitude of the latter is in proportion to the magnetic pressure difference at the maximum and the minimum magnetic fields.

To confirm the validity of the mathematical model, an experiment with liquid gallium was performed. It was found from FFT analysis of the wave motion measured by a laser level sensor that the frequencies of the wave motion are composed of an intermittent frequency of the magnetic pressure and the intrinsic frequencies of a vessel. A resonance phenomenon was observed when the intermittent frequency coincided with the intrinsic frequency. Except the resonance case, the amplitude of the wave motion was in proportion to the amplitude of the magnetic pressure difference. These observed results are well predicted by the mathematical model.

**Key words :** intermittent alternating magnetic field ; electromagnetic processing of materials ; wave generation on molten metal ; linear small-amplitude wave theory ; application of electromagnetic force ; steel making.

## 1. 緒言

数多くの材料製造プロセスにおいて溶融金属の自由界面が製品の品質や操作効率を支配している。例えば、電磁鋳造や双ロールプロセスは自由表面が不安定になると表面品質の悪化を招く。また、メタル・スラグ間の反応速度を向上させるためには、自由界面において波動を積極的に生じさせ、反応界面積を増大させることが有効である。プロセス制御にとって重要となる自由界面の非接触制御を目的として電磁場を利用する数々の試みがこれまでなされてきた。自由表面の安定保持に関する研究としては、Chandrasekhar<sup>1)</sup>は微小攪乱が静磁場で抑制されることを理論的に明らかにし、小塚ら<sup>2)</sup>は静磁場の波動抑制効果を実験で確認した。Iwaiら<sup>3)</sup>は定在波に高周波磁場を印加することによりその振幅が減少することを見いだした。一方、自由表面の加振を目的として、大島ら<sup>4)</sup>は静磁場と交流電流を重畳印加するプロセスを提案している。Galpin, Fautrelleら<sup>5-7)</sup>は低周波磁場を印加して溶湯を加振し、生成される波動を分類すると共に、加振により物質移動が促進されることを明ら

かにしている。

本研究では交流磁場の周波数より十分低い、溶湯が追従できる周波数で磁場強度を変化させる間欠型交流磁場<sup>8)</sup>を用いて溶湯を加振するプロセスを提案する。間欠型交流磁場は容器サイズにかかわらず溶湯の加振と加熱を個別制御できる特徴を有している。また、溶湯への電極挿入が不必要であり高融点金属への応用が容易である。そこで、この間欠型交流磁場を用いて生成させた波動の特性を、理論と実験の両面から明らかにする。

## 2. 原理

連続鋳造プロセスにおける表面欠陥抑制の有効な手段として我々は先に間欠型交流磁場<sup>8)</sup>を提案した。その波形はFig. 1に示すように、小さな磁場振幅 $B_{min}$ の期間と大きな磁場振幅 $B_{max}$ の期間が周期 $\tau (=1/f_i)$  (以下 $\tau$ を間欠周期、 $f_i$ を間欠周波数と呼ぶ)で繰り返されるもので、振幅の大きな波の占める時間的割合をここでは印加時間比 $D$ と呼ぶことにする。したがって、 $D=0$ の時、磁場振幅は常に $B_{min}$ であり、

平成8年4月5日受付 平成8年9月9日受理 (Received on Apr. 5, 1996; Accepted on Sep. 9, 1996)

\* 名古屋大学大学院生 (Graduate Student, Nagoya University, Furo-cho Chikusa-ku Nagoya 464-01)

\* 2 三菱スペースソフトウェア (MITSUBISHI Space Software)

\* 3 名古屋大学工学部 (Faculty of Engineering, Nagoya University)

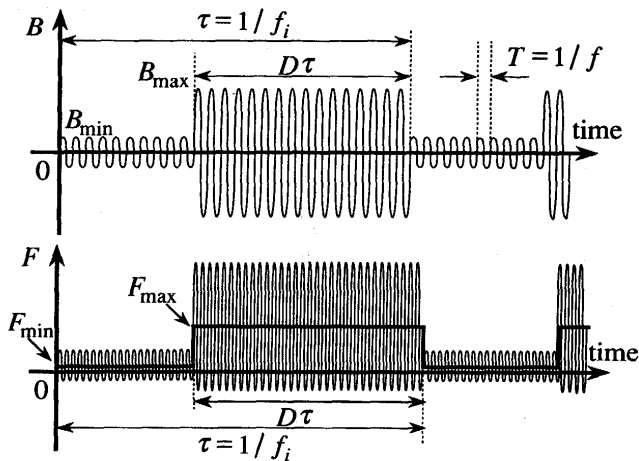


Fig. 1. Wave patterns of intermittent magnetic field and the induced electromagnetic force.

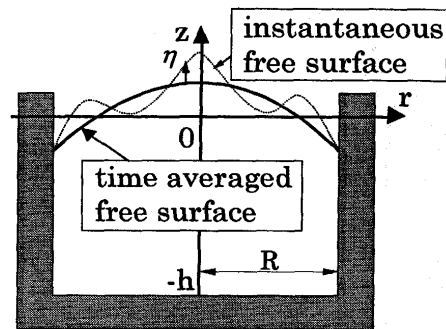


Fig. 2. The system coordinate for analysis.

$D=1$ の時、磁場振幅は常に $B_{max}$ となる。この磁場を溶湯に印加すると大きさは磁束密度の2乗に比例し磁場の周波数の2倍の周波数で変動する電磁体積力が生じる。溶湯には粘性と慣性が存在するため磁場の周波数 $f$ が十分高ければ溶湯の運動は体積力の時間変化に追従し得ず、磁場振幅の小さな期間と大きな期間のそれぞれの時間平均の力、 $F_{min}$ 、 $F_{max}$ が見かけ上溶湯に加わることになる。この $F_{min}$ と $F_{max}$ の切り換えの周波数が低ければ溶湯はこれに追従する。したがって、外部から溶湯に間欠型交流磁場を印加することで所定の周期の非接触加振が可能となる。また、磁場の周波数 $f$ から計算される磁場浸透厚みを容器サイズと同じオーダーかそれ以下とすれば溶湯の加熱も同時にできることになる。

### 3. 解析

Fig. 2 に示す座標系の下で、半径 $R$ 、深さ $h$ の円筒容器に満たした完全流体の表面波動を解析対象とする。溶湯が完全導体であるとすれば電磁気力は溶湯内部には発生せず、その表面で磁気圧として働く。この磁気圧により溶湯の自由表面は水平を保たなくなるが、その変位量は小さく近似的に $z=0$ と見なせるものとする。そして、間欠周期 $\tau$ にわたる時間平均の溶湯表面形状と任意時刻の形状との差を波の変位 $\eta$ とする。表面張力を無視すれば変位 $\eta$ は局所加速度、重力、そして磁気圧から決定される。磁気圧の時間変動 $P$ を間欠周期 $\tau$  (間欠角周波数 $\omega_i$ )、印加時間比 $D$ 、振幅 $P_B$  ( $= P_{max} - P_{min}$ )の矩形波とし、これをフーリエ級数展開すると次式となる。

$$P = \left[ \bar{P} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( -\frac{P_B}{n\pi} \right) \sin((1-2D)n\pi) \cos(n\omega_i t + (1-2D)n\pi) \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{P_B}{n\pi} \right) \left[ \cos((1-2D)n\pi) - (-1)^n \right] \sin[n\omega_i t + (1-2D)n\pi] \quad (1)$$

ただし、自由表面における磁気圧分布を $f(r, \phi)$ とした。ま

た、 $\bar{P}$  ( $\equiv P_{min} + P_B D$ ) は磁気圧の時間平均値である。

次に溶湯の運動を渦なしと仮定し、速度ポテンシャル $\Phi$ を導入する。速度ポテンシャル $\Phi$ は容器形状で定まる自由振動 (固有振動) の速度ポテンシャル $\Phi_1$ と磁気圧による強制振動の速度ポテンシャル $\Phi_2$ の重ね合わせとする。

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 \quad (2)$$

すると、 $\Phi_1$ 、 $\Phi_2$ のそれぞれがラプラスの式を満足する。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \Phi_i}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial z^2} = 0 \quad (3)$$

また、波の振幅が極めて小さいとすれば微小振幅波の理論<sup>9)</sup>が適用でき、境界条件は(4)式~(9)式となる。

$$\lim_{r \rightarrow 0} \Phi_i = \text{finite} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial r} \Big|_{r=R} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial z} \Big|_{z=-h} = 0 \quad (6)$$

$$\Phi_i(\phi) = \Phi_i(\phi + 2\pi) \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} = 0 \quad (\text{at } z=0) \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (\text{at } z=0) \quad (9)$$

但し、 $i=1, 2$

円筒容器内の自由振動の波数 $k_{lm}$ は離散値をとり、その値は(4)、(5)式の条件から決定される。具体的には $l$ 次の第1種ベッセル関数 $J_l$ の微分が零 ( $dJ_l(x)/dx=0$ ) となるように決めた第 $m$ 番目の正根 $\beta_{lm}$ と容器半径 $R$ との比となる。

$$k_{lm} = \beta_{lm} / R \quad (10)$$

また、容器の固有角振動数 $\omega_{lm}$ も容器サイズ、流体物性と境界条件 ((8)式) から次式のように得られる。

$$\omega_{lm} = \sqrt{g k_{lm} \tanh(k_{lm} h)} \quad (11)$$

境界条件(4)~(8)式を利用して(3)式を解くことにより、自由振動系の速度ポテンシャル $\Phi_1$ が決定できる。

$$\Phi_1 = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \cosh\{k_{lm}(z+h)\} J_l(k_{lm}r) \{E_{lm} \cos(l\phi) + G_{lm} \sin(l\phi)\} \cos(\omega_{lm}t) \dots (12)$$

ここで、 $E_{lm}$ ,  $G_{lm}$ は未定定数である。

一方、強制振動系の速度ポテンシャル $\Phi_2$ は(3)式を境界条件(4)~(7), (9)式を利用して解くことにより次式となる。

$$\begin{aligned} \Phi_2 = & \frac{P_B}{\rho\pi} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cosh\{k_{lm}(z+h)\}}{\cosh(k_{lm}h)} J_l(k_{lm}r) \{A_{lm} \cos(l\phi) \\ & + C_{lm} \sin(l\phi)\} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega_i}{(\omega_{lm}^2 - n^2 \omega_i^2)} \\ & \times \left[ (-1)^n \sin\{(1-2D)n\pi\} \sin(n\omega_i t) \right. \\ & \left. + [1 - (-1)^n \cos\{(1-2D)n\pi\}] \cos(n\omega_i t) \right] \dots (13) \end{aligned}$$

ここで、 $A_{lm}$ ,  $C_{lm}$ は以下の式で定義される定数である。

$$\begin{aligned} A_{0m} = & \frac{1}{\pi R^2 J_0^2(k_{0m}R)} \int_0^R \int_{-\pi}^{\pi} r f(r, \phi) J_0(k_{0m}r) d\phi dr \\ A_{lm} = & \frac{2k_{lm}^2}{\pi(R^2 k_{lm}^2 - l^2) J_l^2(k_{lm}R)} \int_0^R \int_{-\pi}^{\pi} r f(r, \phi) \cos(l\phi) J_l(k_{lm}r) d\phi dr \\ C_{lm} = & \frac{2k_{lm}^2}{\pi(R^2 k_{lm}^2 - l^2) J_l^2(k_{lm}R)} \int_0^R \int_{-\pi}^{\pi} r f(r, \phi) \sin(l\phi) J_l(k_{lm}r) d\phi dr \\ & \dots (14) \end{aligned}$$

一方、微小振幅波の理論では変位 $\eta$ と速度ポテンシャル $\Phi$ は次式で関連づけられる。

$$\eta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{z=0} \dots (15)$$

すなわち、(2)式から変位 $\eta$ についても重ねあわせが成立することになる。

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 \dots (16)$$

(12)式, (13)式を(15)式に代入し, (16)式を用いると波面変位式が次のように導出できる。

$$\begin{aligned} \eta = & \eta_1 + \eta_2 \\ = & \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\omega_{lm}}{g} \cosh(k_{lm}h) J_l(k_{lm}r) \{E_{lm} \cos(l\phi) \\ & + G_{lm} \sin(l\phi)\} \sin(\omega_{lm}t) + \frac{P_B}{g\rho\pi} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} J_l(k_{lm}r) \\ & \{A_{lm} \cos(l\phi) + C_{lm} \sin(l\phi)\} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\omega_i^2}{(\omega_{lm}^2 - n^2 \omega_i^2)} \\ & \times \left[ (-1)^{n+1} \sin\{(1-2D)n\pi\} \cos(n\omega_i t) \right. \\ & \left. + [1 - (-1)^n \cos\{(1-2D)n\pi\}] \sin(n\omega_i t) \right] \dots (17) \end{aligned}$$

自由振動は容器の固有角振動数 $\omega_{lm}$ で振動するのに対し、強制振動は間欠角周波数 $\omega_i$ の整数倍の角周波数で振動することが(17)式よりわかる。また間欠角周波数 $\omega_i$ の整数倍が容器の固有角振動数 $\omega_{lm}$ に等しいとき( $\omega_{lm} = n\omega_i$ ), (17)式で

表わされる変位は発散する。すなわち、このとき共振現象が生ずることになる。さらに、強制振動に伴う溶湯変位は磁気圧の振幅 $P_B$ に比例することも分かる。

## 4. 加振実験

### 4.1 実験装置

実験装置の概略図をFig. 3に示す。アクリル製容器(内径46mm, 深さ100mm)内の液深75mm(約0.75kg)の溶融ガリウムの液面が<sup>3</sup>, 内径80mmの4ターンコイルの上面に一致するように容器高さを調整し、間欠型交流磁場を印加した。容器中心から半径の1/3の位置における波面挙動をレーザー変位計を用いて計測し、FFT Analyzerで周波数解析した。なお、印加した交流磁場の周波数は約30kHzで最小磁場振幅を0.009Tと固定した上で最大磁場振幅を0.013Tから0.023Tまで変化させた。

### 4.2 間欠周波数が波面挙動に及ぼす効果

$B_{max} = 0.023T$ ,  $D = 0.5$ の条件下で、間欠周波数 $f_i$ を1Hzから30Hzまで変化させたときの波面変位の時間変化を測定した。代表的な結果をFig. 4に示す。間欠周波数が<sup>3</sup>1Hzのとき、急激に盛り上がった波面(図中の○)は減衰振動し、0.5秒後に波面が急に低下(図中の□)した。その0.5秒後再び急激な波面の盛り上がりが見られた(図中の△)。この一連の波動は1秒毎に繰り返されていた。図中の○は、磁気圧の増加に対応するものであり、その時に生成された波動は強い磁気圧のときの平衡界面上で振動を続け、磁気圧の減少時に再び波動が生成され(図中の□)、その波動は弱い磁気圧の時の平衡界面上で振動を続けたものと思われる。すなわち、磁場の強弱による平衡界面の変化が波動の生成原因と推察される。一方、間欠周波数が5Hzのときの波は減

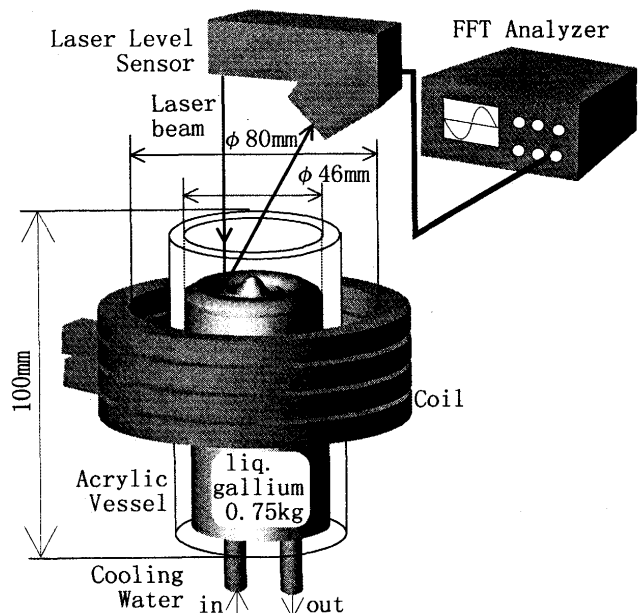


Fig. 3. Schematic experimental apparatus.

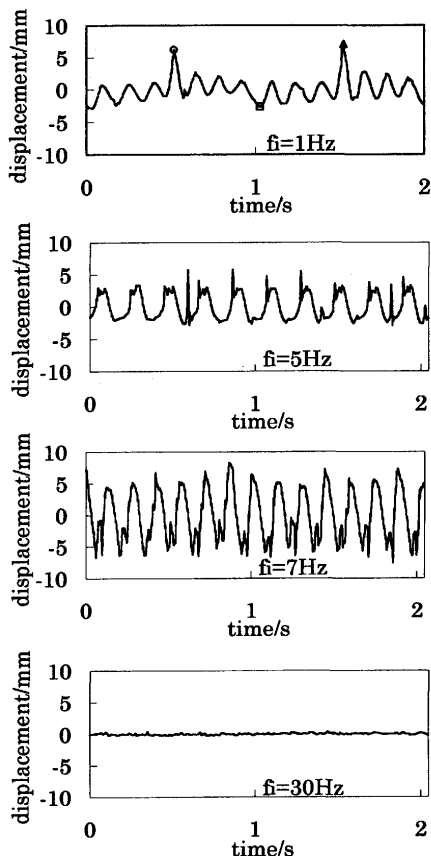


Fig. 4. Wave motions for various intermittent frequencies at  $D=0.5$ .

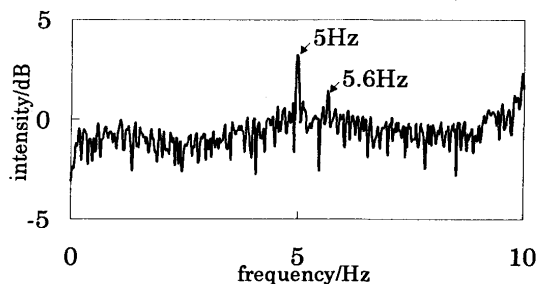


Fig. 5. Spectrum of the motion at  $f_i=5\text{Hz}$  and  $D=0.5$ .

衰せず、1秒間に5回の振動を繰り返した。また、溶湯表面には旋回流が目視で確認された。間欠周波数が7Hzのときには共振状態となり、大きな振幅で波面は揺れた。間欠周波数が7Hz以下では自由表面全体にわたる大きな振動が観察されたのに対し、20Hz以上ではさざ波のみが観察された。図には間欠周波数30Hzの波動を示したが、振幅は極めて小さいことがわかる。

間欠周波数5Hzのときの波形を周波数解析しFig. 5に示す。間欠周波数の5Hzのピーク以外に見られる5.6Hzのピークは間欠周波数の整数倍ではないので容器の固有振動数と考えられる。今回採用した実験系において周波数解析から求められた固有振動数は4.6Hz, 5.6Hz, 7.0Hz, 7.6Hzで

Table. 1 The calculated intrinsic frequencies of the vessel,  $f_{lm}(\equiv \omega_{lm}/2\pi)$  and the experimental data for various modes(Hz).

$m \setminus l$	0	1	2	3
1(cal.)	6.43	4.46	5.74	6.73
1(exp.)	7.0	4.6	5.6	7.6
2(cal.)	8.70	7.59	8.51	9.30
3(cal.)	10.5	9.60	10.4	11.1

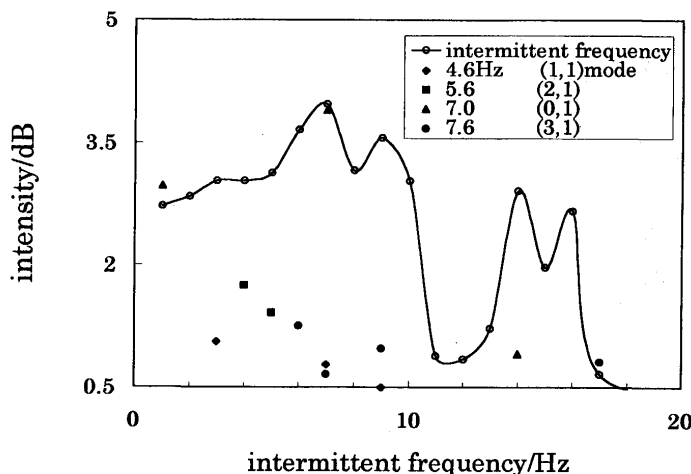


Fig. 6. Peak intensity at intermittent and intrinsic frequencies.

あった。一方、本実験系での各モードにおける固有振動数  $f_{lm} \equiv (\omega_{lm}/2\pi)$  を(11)式を用いて計算し、観測された固有振動数と共にTable 1に示した。なお、波のモード ( $l$ と $m$ ) の決定は目視によった。計算値は実験値より多少小さい値をとることが多く、両者はよい一致を示した。この差は解析において表面張力を考慮しなかったためと考えられる。

FFTの解析結果から実験で生じた波動は間欠型交流磁場による強制振動と容器形状によって定まる自由振動の合成波であることがわかった。この事実は理論での予測(16)式)とも符合するものである。次に、波面の振動モードを明らかにするために、各間欠周波数における周波数解析の結果から固有振動数の各ピーク強度を読みとりFig. 6に示した。ピーク強度は波動の各周波数成分の振幅に対応するので、間欠周波数2Hzから20Hzの間では、共振状態の7Hzを除いて、強制振動が支配的であったことがわかる。また、間欠周波数が16Hzを超えると、強制振動、固有振動数のいずれのピークも小さくなり、波動がさざなみ状態として観察された。

交流外力を印加したときの流体運動の振幅は周波数の2乗に反比例する<sup>10)</sup>。また微小振幅波の理論<sup>9)</sup>によると、波動の周波数が高くなるにつれて波数が増加する。すなわち波長は短くなる。そのため本実験においては周波数が高くなるとさざなみ状態になったものと考えられる。

#### 4・3 磁気圧の振幅が波動の振幅に与える影響

印加時間比 $D=0.5$ 及び最小磁場振幅 $B_{\min}=0.009\text{T}$ で一

定とし、 $P_B(B_{max})$ を変化させて得られた波動の振幅をFig. 7に示す。間欠周波数が1, 3, 5, 9Hzのときには、波動の振幅と磁気圧の振幅の間にほぼ比例関係が成立する。一方、解析においても(17)式から解るように磁気圧の振幅 $P_B$ と強制振動の振幅 $\eta_2$ は比例関係にある。よって、間欠周波数が1, 3, 5, 9Hzのときは自由振動より強制振動の方が支配的であり、微小振幅波の理論が成立していたと推察できる。一方、

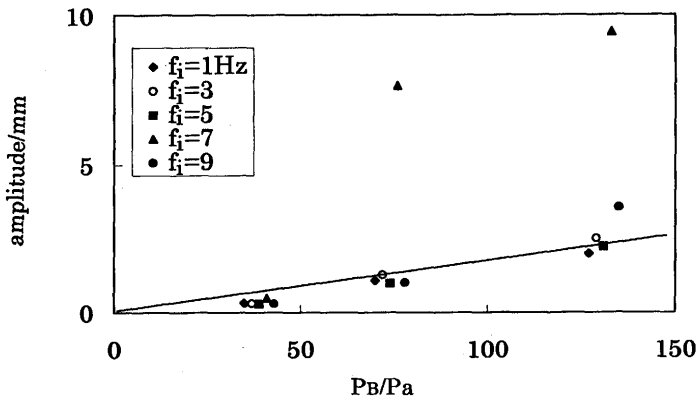


Fig. 7. Relations between amplitude of surface wave and magnetic pressure at various intermittent frequencies.

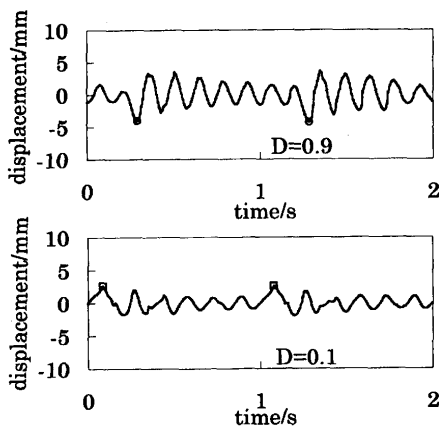


Fig. 8. Wave motions of  $D=0.1$  and  $0.9$  at  $f_i=1$ Hz.

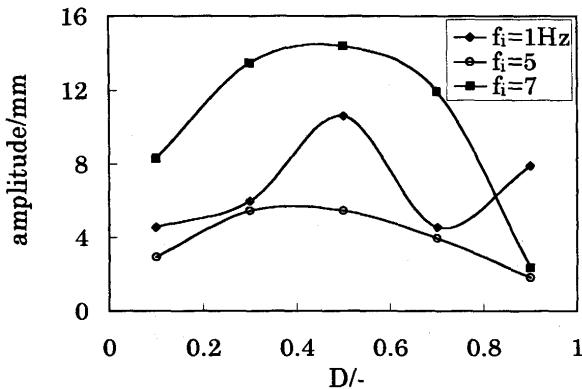


Fig. 9. Relations between  $D$  and amplitude of wave under various intermittent frequencies.

間欠周波数が7Hzのときは共振状態となったため、自由振動の影響が無視できず比例関係が成り立たなかったものと考えられる。

#### 4・4 印加時間比Dが波面挙動に与える影響

1Hzから7Hzまでの間欠周波数の範囲で印加時間比 $D$ を変えた実験を $B_{min}=0.009T$ ,  $B_{max}=0.023T$ の下で行った。間欠周波数が1Hzあるいは2Hzのときは $D$ の違いによる波面挙動の違いが目視できた。ここで間欠周波数が1Hz,  $D$ が0.9, 0.1の波面挙動をFig. 8に示す。 $D$ が0.9のとき、急激に低下した波面(図中の○)は減衰振動し、1秒後に再び急激に低下する。波動は磁気圧の高い状態の平衡界面上で起きているように目視観察された。よって、低い磁気圧となったときの溶湯の盛り上がりの崩れ(図中の○)が波動生成の原因と推察される。 $D$ が0.1のときは、低い磁気圧の時の液面上で振動が起きており、1秒毎に壁側から発生した波が容器中央に一気に集まるような形で溶湯の盛り上がり現象が観察された。よって、このときは磁気圧の増加に伴う溶湯の盛り上がり(図中の□)が波動生成の原因と思われる。なお、Fig. 4での $f_i=1$ Hzの図からわかるように $D$ が0.5のときは磁気圧の増加、減少のいずれもが波動生成の原因となったと思われる。

次に、間欠周波数1, 5, 7Hzにおける印加時間比 $D$ と波動の振幅との関係を実験で求めFig. 9に示す。印加時間比 $D$ を0.5にすると大きな振幅の波動が得られる。特に、共振条件を満たす7Hzの場合は印加時間比 $D$ による振幅の変化が大きい。よって、大きな波動を得るためには、間欠周波数を容器の固有振動数と一致させ、印加時間比 $D$ を0.5にするが良い。

## 5. 結言

間欠型交流磁場による溶湯加振プロセスを提案し、微小振幅波理論に基づいて間欠型交流磁場印加による波面の変位式を導出した。次に、ガリウムを用いた実験を行い操作変数が波面挙動に与える影響について調査した。得られた主要な知見は次のとおりである。

- (1) 容器の固有振動数と間欠周波数が一致したとき共振状態となり、大きな振幅の波動が得られる。
- (2) 波動は間欠型交流磁場による強制振動と容器形状に依存する自由振動の合成波であり、共振条件以外では強制振動が支配的である。
- (3) 強制振動の振幅は磁気圧の振幅に比例する。
- (4) 間欠周波数が20Hz以上になると波面はさざ波状態となり、振幅は小さくなる。
- (5) 印加時間比 $D$ が0.5近辺において波動の振幅は最大値を取る。

本研究費の一部は(社)日本鉄鋼協会 鉄鋼研究振興助成金によるものであることをここに記し、深謝致します。ま

た、新日本製鐵(株)プロセス技術研究所 梅沢一誠氏及び竹内栄一氏より有益な助言を受けたことに対し感謝致します。

### 記 号

$A$  : (14)式で与えられる定数(-)  
 $B$  : 磁束密度(T)  
 $B_{\max}$  : 間欠型交流磁場の最大磁束密度(T)  
 $B_{\min}$  : 間欠型交流磁場の最小磁束密度(T)  
 $C$  : (14)式で与えられる定数(-)  
 $D$  :  $B_{\max}$ の印加時間比(-)  
 $E$  : (12)式中の未定定数( $\text{m}^2/\text{s}$ )  
 $F_{\max}$  :  $B_{\max}$ 印加下における電磁気力の時間平均値( $\text{N}/\text{m}^3$ )  
 $F_{\min}$  :  $B_{\min}$ 印加下における電磁気力の時間平均値( $\text{N}/\text{m}^3$ )  
 $f$  : 交流磁場の周波数(1/s)  
 $f_i$  : 間欠周波数(1/s)  
 $f_{lm}$  : 固有振動数(1/s)  
 $G$  : (12)式中の未定定数( $\text{m}^2/\text{s}$ )  
 $g$  : 重力加速度( $\text{m}/\text{s}^2$ )  
 $h$  : 液深(m)  
 $J_l$  :  $l$ 次の第1種ベッセル関数  
 $k$  : 波数(1/m)  
 $P$  : 磁気圧(Pa)  
 $\bar{P}$  : 磁気圧の時間平均値(Pa)  
 $P_B$  : 磁気圧の振幅( $P_B = P_{\max} - P_{\min}$ ) (Pa)  
 $P_{\max}$  : 磁気圧の最大値(Pa)  
 $P_{\min}$  : 磁気圧の最小値(Pa)  
 $R$  : 容器の半径(m)  
 $r$  : 円筒系座標における半径方向距離(m)  
 $T$  : 交流磁場の周期(s)  
 $t$  : 時間(s)  
 $z$  : 円筒座標系における軸方向距離(m)  
 $\beta_{lm}$  :  $\partial J_l / \partial r = 0$ の第 $m$ 番目の正根(-)

$\eta$  : 波面変位(m)  
 $\rho$  : 流体密度( $\text{kg}/\text{m}^3$ )  
 $\tau$  : 間欠型交流磁場の振幅変化の周期(s)  
 $\Phi$  : 速度ポテンシャル( $\text{m}^2/\text{s}$ )  
 $\phi$  : 円筒座標系における方位角(rad)  
 $\omega_{lm}$  : 固有角振動数(rad/s)  
 $\omega_i$  : 間欠型磁場印加の角周波数(rad/s)

### 添え字

$i$  :  $i=1$ は自由振動系,  $i=2$ は強制振動系  
 $l$  : 方位角方向のモード  
 $m$  : 半径方向のモード  
 $1$  : 自由振動系  
 $2$  : 強制振動系

### 文 献

- 1) S.Chandrasekhar: Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, Oxford University Press, London, (1961), 464.
- 2) 小塚敏之, 鞭 巖, 浅井滋生: 鉄と鋼, **75** (1989), 470.
- 3) K.Iwai, M.Suda and S.Asai: Proc. of Int. Symposium on Electromagnetic Processing of Materials, ISIJ, Nagoya, (1994), 127.
- 4) 大島修造, 山根隆一郎: 電磁気力による新しいプロセッシングの可能性を求めて, 日本鉄鋼協会編, 東京, (1993), 171.
- 5) J.M.Galpin and Y.Fautrelle: J. Fluid Mech., **239** (1992), 383.
- 6) J.M.Galpin, Y.Fautrelle and A.D.Sneyd: J. Fluid Mech., **239** (1992), 409.
- 7) F.Debray, Y.Fautrelle, M.Burty and J.M.Galpin: Proc. of Int. Symposium on Electromagnetic Processing of Materials, ISIJ, Nagoya, (1994), 29.
- 8) T.Li, S.Nagaya, K.Sassa and S.Asai: Metal. Trans., **26B** (1995), 353.
- 9) 巽 友正: 流体力学, 培風館, 東京, (1982), 79.
- 10) M.Garnier and R.Moreau: J.Fluid Mech., **127** (1983), 365.