

スクラップ溶解用コークス充填層型高周波誘導炉の 数学的モデルの開発

牛 明愷*・秋山 友宏*²・高橋 礼二郎*²・八木 順一郎*²

Development of Mathematical Model of High-Frequency Induction Furnace
with Coke Packed-Beds for Scrap Melting

Ming kai NIU, Tomohiro AKIYAMA, Reijiro TAKAHASHI and Jun-ichiro YAGI

Synopsis : The high-frequency induction melting furnace with packed beds of coke has been recently developed from many advantages. However, overall transport phenomena of the furnace is still not clear in spite of its importance for optimizing/designing the furnace. In this study, by summarizing the results obtained in the previous studies, a total mathematical model was proposed for simulating heat transfer and material flow in the furnace. Three experiments at different conditions were also conducted by using low-melting-temperature metal in the laboratory scale furnace with graphite packed beds. The results showed that agreement between observed and predicted data in any experiments is good enough for verification of the model. In addition, the experimental data revealed that the decrease of electric current and the reduction of scrap layer influence significantly productivity and temperature of liquid metal at the outlet, respectively. Finally, the model was applied to an industrial furnace, with both temperature and flow fields of scrap, coke and hot metal simulated for the first time. The major findings due to this analysis were that a thermally-inactive region at the center of the scrap layer and predominant channelling of hot metal near the wall exist.

Key words : ironmaking ; coke packed-beds ; high-frequency induction ; liquid flow ; heat transfer ; mathematical model ; scrap ; electromagnetic.

1. 緒言

高品質鋳物鉄を製造する新プロセスとしてコークス充填層型高周波溶解炉 (Fig. 1 参照) が種々の利点から注目を集めている¹⁻³⁾。このプロセスではコークス充填層を発熱体のみならず、溶銑濾過器、還元剤として用いることから次世代型キュポラとも称され、現在日産15~25トンの機能を有する炉として稼働するに至っている。この装置の特徴としては、1) 連続出銑可、2) 生産柔軟性、3) 良好な鋳物鉄性状、4) 極低コークス消費量、5) 低スラグ発生量、6) 容易な溶銑温度の制御等が挙げられている。加えて、原料として一部鉄鉱石の直接使用や銅の溶解の可能性も示唆されている¹⁾。

しかしながら、その歴史は浅く炉内の伝熱および流動現象が未解明のままであることが問題となっている。そのため著者らはこれまでに、1) 電磁誘導による充填層加熱機構^{7,8)}、2) 充填層内のチャネリング現象⁹⁾、3) 難濡れ系の固液間の相互作用¹⁰⁾、および4) 滲液充填層における液ホールドアップと電気抵抗の関係¹¹⁾等を研究対象として取り扱ってきた。今後はこれらの知見から炉内現象を総合的に高精度に予測する必要に迫られている。

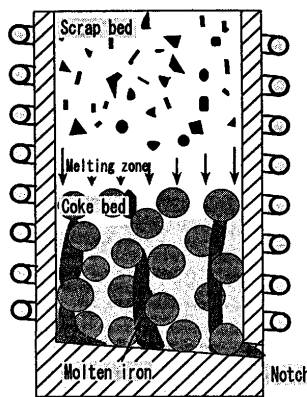


Fig. 1. Conceptual diagram of a high-frequency induction furnace with coke beds for scrap melting, regarded as a next-generation cupola.

そこで本研究の目的は得られた一連の基礎的知見を集約、総合的な数学的モデルとして体系化することにより、コークス充填層型高周波誘導炉内の現象を具現化することとした。そのため、はじめに炉内現象を理論的に数式化し、ついで実験室規模の小型溶解炉により低融点合金を使用し擬熱間実験を行い、理論に基づく予測値と比較することによりモデルの妥当性を検証した。同時に実験的に印加電流および層高が炉内現象に及ぼす影響を調査した。最後に、開発したモデルを工業炉に適用し、スクラップの溶解、銑鉄の

平成8年5月8日受付 平成8年7月15日受理 (Received on May 8, 1996; Accepted on July 15, 1996)

* 東北大学大学院生 (Graduate Student, Tohoku University)

* 2 東北大学素材工学研究所 (Institute for Advanced Materials Processing, Tohoku University, 2-1-1 Katahira Aoba-ku Sendai 980-77)

流れを含む熱流動現象を再現し炉内現象について考察した。

2. 数学的モデル

炉内上部の装入物は電磁誘導による自分自身の発熱により溶解後、コークス層を流下し高品位鋳物鉄として排出される。また、実操業においてはコークスの消費は溶銑トンあたり約3kgと極端に少ないので、その形状は不変であると仮定できる。装入物は銑ダライ、電磁鋼板屑、戻り材等の配合材料が使用され、炉内の移動現象をモデル化するためには、1) 装入スクラップの降下運動、2) 溶銑のコークス充填層内流動、3) 溶銑およびコークス間の伝熱の三つの現象を数式化し、それらを連成して解析する必要がある。個々のモデルの基礎的原理は既報⁴⁻⁷⁾に詳細が述べられているので、ここでは以下にその定式化の概要を述べる。

2.1 スクラップ降下モデル

ここでは装入物の降下現象をkinematicモデルにより記述した。このモデルでは水平速度 v_{s1} は垂直速度 u_{s1} の速度勾配に比例するという次式により記述される。

$$v_{s1} = -B \frac{\partial u_{s1}}{\partial r}, \quad B = 2.5 d_{s1} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、Bは比例定数で、その値は平均粒子径の2.5倍¹²⁾とした。一方、装入物の溶解を考慮すると、固体の連続の式は(2)式で表される。

$$\frac{\partial}{\partial z} (\epsilon_{s1} \rho_{s1} u_{s1}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\epsilon_{s1} \rho_{s1} r v_{s1}) = -R_m \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、溶融が進行している間固体温度は一定で保持されると仮定すると、固体の溶解速度 R_m は熱収支から与えられる。原料スクラップは予め炭素を含んでおり、炉内での浸炭の影響は小さいことから、状態図より融点を推定できる。

2.2 液流れモデル

前報^{10,11)}では濡れ面積、液ホールドアップの直接測定を行った他、充填層内を流動する液体の連続性が成立する条件を明らかにした。得られた操作地図¹¹⁾に基づくと、実炉の操業条件は連続流体領域であることから、ここでは溶銑流れは連続流体の式で記述した。

$$\text{連続の式} \quad \frac{\partial}{\partial z} (\epsilon_l \rho_l u_l) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\epsilon_l \rho_l r v_l) = R_m \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{運動の方程式} \quad \frac{\partial}{\partial z} (\epsilon_l \rho_l u_l^2) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \epsilon_l \rho_l v_l u_l) = \epsilon_l \rho_l g - \epsilon_l \frac{\partial p}{\partial z} - F_{z,l-s2} + \bar{F}_{z,l} \quad \dots\dots\dots (4 a)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\epsilon_l \rho_l u_l v_l) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \epsilon_l \rho_l v_l^2) = -\epsilon_l \frac{\partial p}{\partial z} - F_{r,l-s2} + \bar{F}_{r,l} \quad \dots\dots\dots (4 b)$$

(4 a), (4 b)式で右辺は液体に作用する力を表しており、慣性力項、液体—充填粒子間の相互作用力項および電磁気力項から構成されている。ここで、液体の慣性力はガスの影

響(浮力)は無視できるとして、質量と重力加速度の積とした。液体と充填粒子との相互作用力については、液体が充填層の隙間を完全に満たした場合はKozeny-Carmanの式¹³⁾で記述できる。しかし、本研究で対象とする充填層の隙間は完全に液体で満たされていないので、修正を要した。すなわち、充填層の固液間の摩擦抵抗は固液間の接触面積比(a_w/a_t)に比例するとして、次の(5)式のように F_{l-s2} を与えた。

$$F_{l-s2} = 180 \times \frac{a_w}{a_t} \times \frac{\mu_l u_l \epsilon_{s2}^2}{\epsilon_l [(1 - \epsilon_{s2}) d_p \phi]^2} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、固液間の濡れ面積¹⁰⁾および液のホールドアップ¹¹⁾はそれぞれ別報でまとめた推算式を適用して評価できる。

一方、充填層内の液体が受ける時間平均の電磁気力は(6)式より推算できる。式中の誘導電流密度および磁束密度は次の(7)式と(8)式で与えられる。

$$\bar{F}_{z,l} = -\frac{1}{2} Re (J_\theta \times B_r^*), \quad \bar{F}_{r,l} = \frac{1}{2} Re (J_\theta \times B_z^*) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$B_z = j \frac{\rho_R}{\omega} \frac{\partial}{\partial r} (r J_\theta), \quad B_r = -j \frac{\rho_R}{\omega} \frac{\partial J_\theta}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\bar{j} = -j \frac{\omega \mu}{\pi \rho_R} \int_{V_{oi}} \frac{\bar{j}'}{|\bar{r}'|} dV' \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、渣液充填層の有効電気抵抗率(ρ_R)は別報で得られた実験式¹¹⁾から評価できる。

2.3 伝熱モデル

充填層内における液体(溶銑)および固体(コークスおよびスクラップ)の温度分布を求めるために、定常状態における各相の熱収支をとると、基礎式として以下の式を得る。

スクラップ

$$u_{s1} \frac{\partial}{\partial z} (\epsilon_{s1} \rho_{s1} C_{p,s1} T_{s1}) + v_{s1} \frac{\partial}{\partial r} (\epsilon_{s1} \rho_{s1} C_{p,s1} T_{s1}) = \frac{\partial}{\partial z} (k_{s1} \frac{\partial T_{s1}}{\partial z}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (k_{s1} r \frac{\partial T_{s1}}{\partial r}) - L_n R_m + J_{s1}^2 \rho_{R,s1} \quad (9)$$

コークス

$$\frac{\partial}{\partial z} (k_{s2} \frac{\partial T_{s2}}{\partial z}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (k_{s2} r \frac{\partial T_{s2}}{\partial r}) + J_{s2}^2 \frac{\rho_{R,s2}}{\epsilon_{s2}} + a_w h_{l-s2} (T_l - T_{s2}) = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

溶銑

$$u_l \frac{\partial}{\partial z} (\epsilon_l \rho_l C_{p,l} T_l) + v_l \frac{\partial}{\partial r} (\epsilon_l \rho_l C_{p,l} T_l) = \frac{\partial}{\partial z} (k_l \frac{\partial T_l}{\partial z}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (k_l r \frac{\partial T_l}{\partial r}) + L_n R_m + J_{s2}^2 \frac{\rho_{R,l}}{\epsilon_l} + a_w h_{l-s2} (T_{s2} - T_l) \quad \dots\dots\dots (11)$$

スクラップの溶解領域では固液間で、(9)式および(11)式中に示す潜熱($L_n R_m$)の移動が生じる。さらに固液間の熱交換は対流伝熱により生じるので、次に示す相関式¹⁴⁾から、熱伝達係数を評価できる。

$$Nu_{l-s2} = 0.664 Re_{p,l}^{1/2} Pr^{1/3} \quad \dots\dots\dots (12)$$

液体および固体の有効熱伝導率は静止充填層の有効熱伝

導率¹⁵⁾に基づき、充填層内の液の存在率を考慮して求めた^{5,12)}。

2・4 数値解析

上述した連続の式、運動方程式および熱収支式中の速度や温度などの物理量をφで表すと、以下の形式で記述できる。

$$\frac{\partial}{\partial z}(\epsilon_i \rho_i u_i \phi_i) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \epsilon_i \rho_i v_i \phi_i) = \frac{\partial}{\partial z}(\epsilon_i \Gamma_{\phi_i} \frac{\partial \phi_i}{\partial z}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \epsilon_i \Gamma_{\phi_i} \frac{\partial \phi_i}{\partial r}) + \epsilon_i S_{\phi_i} + \Sigma F_{ji}$$

.....(13)

式中のφは連続の式で1、運動方程式では速度、エネルギー収支式ではエンタルピを代入する。ΓφおよびSφは各拡散係数と生成項、Fは異相間の相互作用力または電磁気力である。

計算に使用した境界条件については以下の通り。1) 炉内状況は軸対称円筒二次元で記述できる。2) 装入物投入口における温度は室温で一定である。3) 壁側からの熱損失は固体粒子の顕熱移動に起因する。4) 壁面上では固体および液体の流動はNon-slip条件である。これらの条件のもと基礎式を有限体積法¹⁶⁾により離散化し数値解を得た。対象とする充填層形状に合わせてBFC法によりメッシュを作成し、計算した。

3. 実験

最大100kgの鉄の溶解が可能なサイリスタ式高周波誘導溶解炉を実験装置^{7,8)}として使用した。充填容器はアルミナ製の坩堝(内径9.6cm、高さ18cm)で、その回りに銅コイルを8巻きしてある。坩堝底面には排出口として直径2mmの穴を10mm間隔で均一にあげた。高周波の定格出力は100kW、3kHz、出力電圧は30~100%の範囲で連続可変できる。

充填粒子は黒鉛(粒径2.3mm)およびウッド合金†(粒径2.2mm、成分Bi50%-Sn12.5%-Pb25%-Cd12.5%、融点346K(73°C))を使用した。黒鉛を使用した理由は、実炉に使用されているコークスは鑄物用高級コークスで不純物が少なく、黒鉛に近い性質を持っているためである。これらの粒子を用いて基準ケースでは上層が高さ10cmのウッド合金、下層が高さ8cmの黒鉛となるように二層に充填した。充填時にはシース熱電対を数個の黒鉛粒子内に埋め込み炉内の異なる位置に配置した。実験では定常状態到達時の各位置の温

度を記録し、同時に坩堝底面から排出される液体ウッド合金の温度および流量も測定した。さらに、壁からの熱損失を見積るため、炉壁の表面温度も観測した。

実験においてはTable 1に示す異なる3条件、ケースA、B、Cを設定した。ウッド合金層の高さと印加電流の値を変化させそれらが炉内状況におよぼす影響を調査した。従って計算に用いたメッシュ構成はケースA、BとケースCでは異なっている(Fig. 2参照)。

4. 実験結果および考察

4・1 リファレンスケース

基準として設定したケースAの解析結果をFig. 3に示す。図中実線は開発した数学的モデルを使用した計算値で、左から、A)液体ウッド合金の温度分布、B)固体ウッド合金(上部)および黒鉛(下部)の温度分布、C)ウッド合金の溶解速度、D)液体ウッド合金の流速ベクトル、およびE)固体ウッド合金の流速ベクトルを示している。同時に図中に記してある星印は各位置における測定温度である。従って、計算による温度分布図と各位置の測定値を比較することにより開発したモデルの妥当性を検証できる。本実験条件の場合、計算による温度分布は各位置における測定温度を合理的に説明できた。溶解量は測定値8.35g/sに対して計算値7.91g/sで約5.3%過小評価であった。この誤差は許容範囲内であると判断し、次に計算結果に基づき炉内現象を考察した。

誘導電流は壁面近傍で大きくなることから、液体が存在しないコークス充填層の加熱実験から明らかになっている^{7,8)}。その結果に対応してウッド合金層の溶解速度は壁近傍、かつ黒鉛層と接触しているところで最大値を示し、その周りに溶解領域が広がっていた。生成した液体ウッド合金は黒鉛層に流入し、黒鉛とともに誘導加熱され、約6度昇温し排出された。固体ウッド合金の流速ベクトルは、壁近傍で溶解量が多いため壁方向に降下し、溶解速度に対応して壁

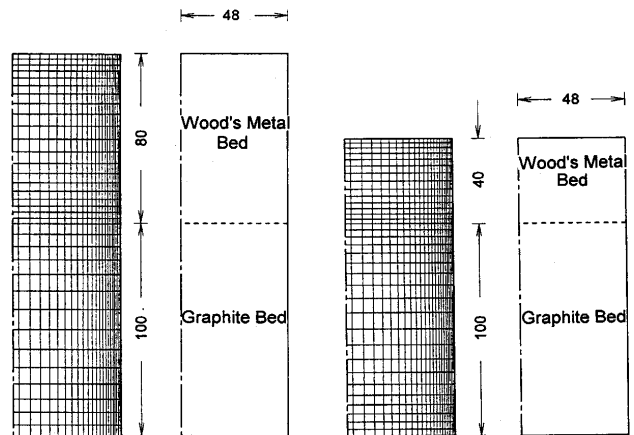


Fig. 2. Packing structure in the laboratory scale furnace, together with mesh used for calculation (left : case A and case B, right : case C).

Table 1. Experimental conditions of the laboratory scale induction melting furnace.

	Case A	Case B	Case C	Unit
Current	1600	1300	1600	A
Height of Wood's metal	80	80	40	mm
Height of graphite bed	100	100	100	mm

† 各物性値は加成性を仮定して推定した。

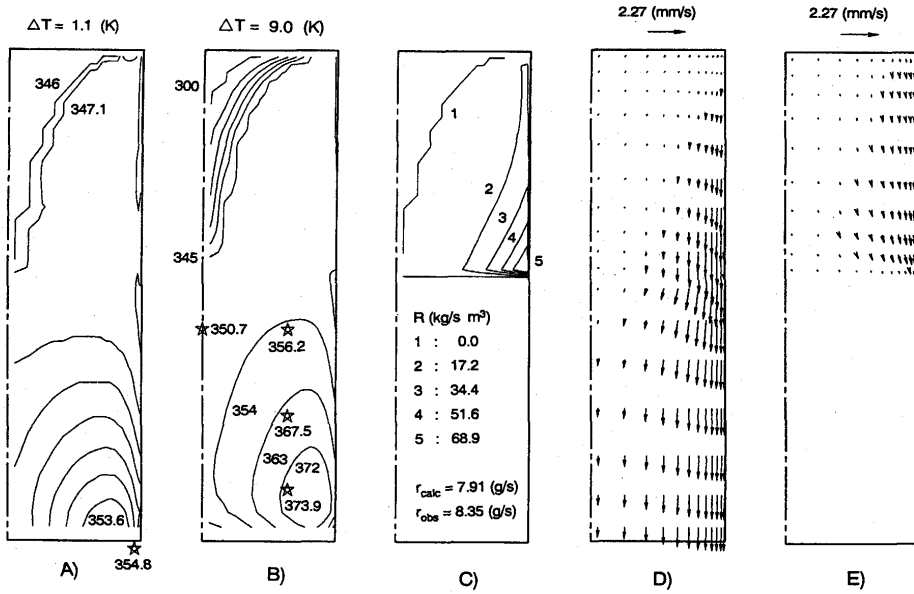


Fig. 3. Calculated fields of temperature, melting rate and velocity for case A. Figures from left to right are liquid temperature, solid temperature, melting rate, liquid velocity and solid velocity.

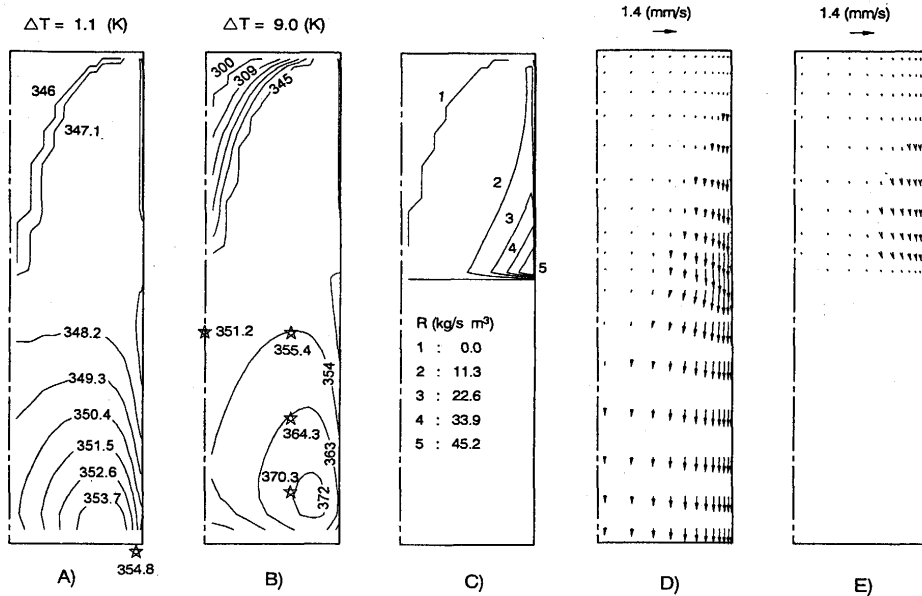


Fig. 4. Calculated fields of temperature, melting rate and velocity for case B. Figures from left to right are liquid temperature, solid temperature, melting rate, liquid velocity and solid velocity.

近傍で流速が大きくなることを示した。その後、充填層内の液体ウッド合金は幾分中心方向へ寄り戻り流動方向を変化させるものの、依然として周辺流が大きくなりかなりの不均一流動分布が生じていた。炉底近傍では中心流速は周辺のそれに比べ約30%程度しかなく、3次元的に判断すると壁近傍の周辺流が支配的であったと判断できる。

4・2 印加電流の影響

電力、周波数一定条件下で、印加電流を1600Aから1300Aに19%減少させた場合の解析結果をFig. 4に示す。ケースAと比較して充填層内の温度分布の傾向は大きく変化しないものの、実測した溶解速度は8.35から5.25g/sに37%も激減した。この時計算による予想溶解速度は5.15g/sであり2%以内の精度で測定値と良好に一致した。この溶解速度の低下は(9)から(11)式中に示すJoule発熱量が電流値の平方に比例することに起因している。溶解速度の減少に対応して、固体ウッド合金の降下速度と液流れ速度も低下していたの

が確認できる。これらの知見は、印加電流の制御により溶解速度を大きく制御し、生産弾力性を保持することが可能であることを示唆した。

4・3 ウッド合金層高の影響

黒鉛層高一定の条件下でウッド合金の層高を低下させると、被加熱物の熱容量が低下するので電磁気力が集中して溶解現象に影響を及ぼすことが予想される。ウッド合金の層高を半分にしそれ以外の条件をすべてケースAと同じにしたケースCの解析結果をFig. 5に示す。ケースAと比較して下部の黒鉛充填層内で温度勾配がきつくなり顕著な温度上昇が見られ、出口において測定された液体ウッド合金の温度も354.8Kから356.9Kに上昇した。一方、実測した溶解速度(8.35g/s)はケースAと顕著な差は見られなかった。この時高速に溶解する領域、たとえばFig. 5の図中C)の実線5で囲まれる領域(68.9kg/sm³以上に相当)はケースAに比べて約30%拡大したものの、逆に実線1で囲まれる全溶解領

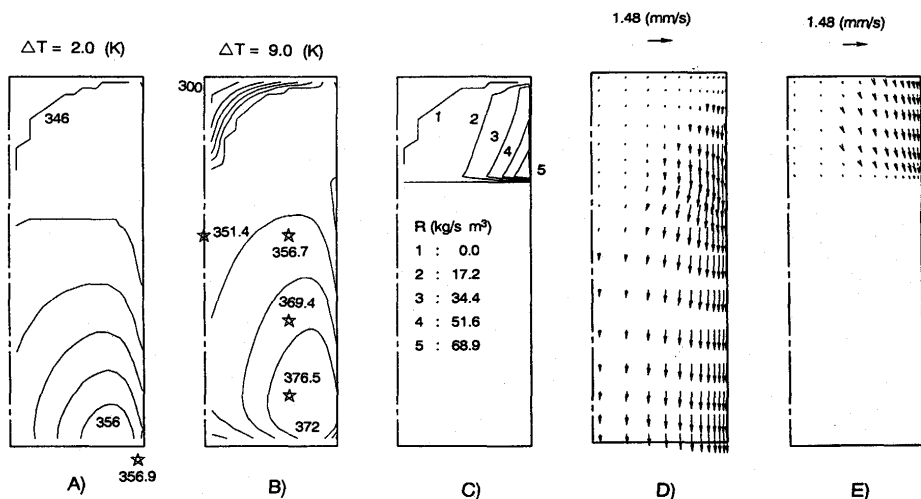


Fig. 5. Calculated fields of temperature, melting rate and velocity for case C. Figures from left to right are liquid temperature, solid temperature, melting rate, liquid velocity and solid velocity.

域は約半分に縮小した。この両者の効果が相殺したことが溶解速度に有意差が見られなかった原因であろう。

以上、測定値は計算値と合理的な一致を示し、開発した数学的モデルは実用に耐えうると判断した。

5. 実炉内熱流動解析

前節で使用した実験炉と工業的規模の誘導炉との大きな相違点は、炉底の傾斜と、出鉄口の数と位置であった (Fig. 1 参照)。対象とした誘導炉の出鉄口は側壁の口径40mmの一つで、その位置が最も低くなるように底面は一方向に約10度傾斜している。そのため厳密には2次元円筒座標系の記述は困難であるが、解析では簡略化し円周方向に均一に傾斜し出鉄していると仮定した。数値計算において、この傾斜底面はBFC法を用いてメッシュを生成した (Fig. 6 参照)。

計算に使用したコークス充填層型高周波誘導炉の電気的な操作条件と製品の組成をTable 2に示す。コークスおよびスクラップの物性値は別報^{7,8)}と同じもので、温度の関数形となっている。スクラップ溶解温度はスクラップ原料の化学組成から判断して1573Kと仮定した。

これらの条件で行った計算の結果をFig. 7に示す。溶解領域は図(A)と図(C)から予測することができ、実験炉の場合と同様に壁から加熱され中心に向かって広がっていた。ただし、実験炉ほど壁面近傍には集中しておらず、半径方向に広がりを持っていた。溶解開始位置は壁面近傍で装入物上面より約21cm下、中心近傍で約125cm下と推察された。特に中心部のスクラップはコークス層近くでもほとんど溶解していない、いわゆる「熱的不活性領域」を形成していたことは注目に値する。

溶鉄とコークスの温度分布を比較すると、コークス充填層の上部では溶鉄温度の方がコークス温度よりもいくぶん高いが、下部ではコークス温度の方がかなり高い。そのため、上部で溶け流下するスクラップはコークス層全領域で

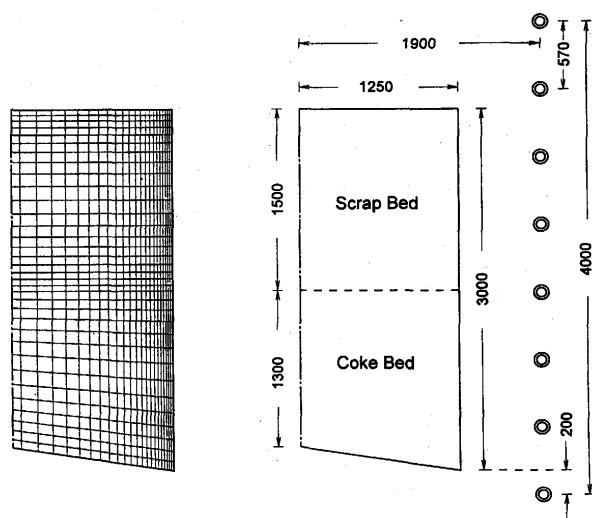


Fig. 6. Packing structure of scrap and coke in an industrial induction furnace with mesh used for calculation.

Table 2. Electric conditions and product compositions in an industrial induction furnace for scrap melting.

	Condition	Unit
Power	1244	kW
Current	8893	A
Frequency	497	Hz
Product composition		
C/Si/Mn/P/S	3.3/2.5/0.7/0.2/0.11	mass%
N ¹⁾ /O ¹⁾	41-53/17-21	mass ppm

加熱される訳ではなく、出鉄口近傍を含めた下部の領域でのみコークスから加熱されていた。出鉄口の近傍でコークス温度は最高温度を示した。

スクラップの降下および溶鉄の流動現象に注目すると、スクラップはこの条件下ではそれほど壁に向かって移動せずほぼ均一に降下していた。ただし、前述したように中心部では溶解がほとんど進行していないので、そこでの流速は極めて小さい。そのため流動現象は周辺流が支配的で実

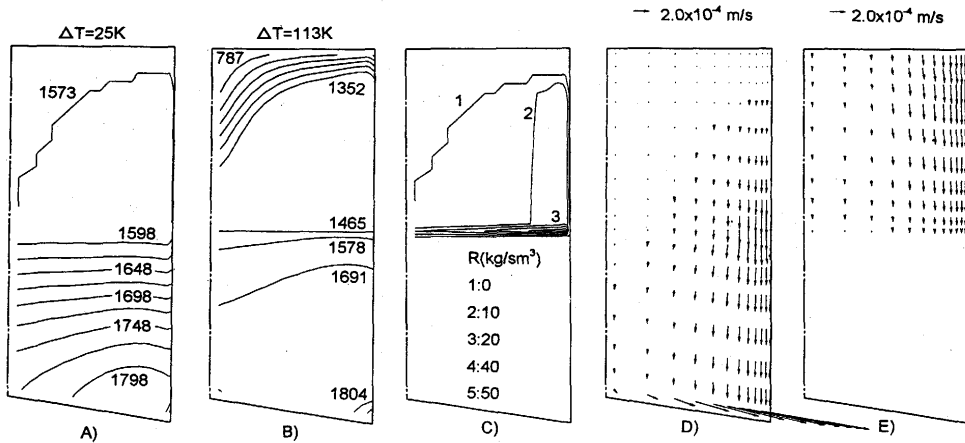


Fig. 7. Calculated fields of temperature, melting rate and velocity for the industrial induction furnace. Figures from left to right are liquid temperature, solid temperature, melting rate, liquid velocity and solid velocity.

験炉と全く同様であった。実炉内の溶銑流れの状況は操業前後の個々のコークスの重量のばらつきが極めて大きい事実から編流が予想されていた。(一例として同一形状のコークス72個を装入し一定期間操業後、コークスは最小0.7kgから最大5.9kgと大きな重量幅を持った。)数値シミュレーション結果は壁面編流がこの不均一なコークス消費の主因であったことを裏付けた。本プロセスは他のプロセスに比べ耐火物の消費は少ないものの、今後さらに損傷を減らし、発生する廃棄物(スラグ)を減じ耐火物寿命を延ばすためには壁面流を抑制する操作を考察することが肝要と考えられる。

6. 結言

スクラップ溶解を目的としたコークス充填層型高周波誘導溶解炉における流動と伝熱現象を解明するため、総合的な数学的モデルを開発した。本数学的モデルはこれまでに著者が報告してきた伝熱機構、流動機構、灌液充填層の電気抵抗等の基礎的実験結果に基づいて構成されている点が最大の特徴である。異なる3条件で行った検証実験ではいずれも開発したモデルの妥当性を立証する結果となった。同時に実験結果は印加電流および装入物の層高が炉内の熱流動現象に及ぼす影響を明らかにした。印加電流の減少、スクラップ層の低下はそれぞれ溶解速度、出湯温度に影響を与えた。実炉の数値シミュレーション結果は炉内の熱流動現象をはじめて具現化し、スクラップ層の中心部に熱的不活性領域が存在すること、溶銑の周辺流が顕著であること等操業上意義深い結果を明らかにした。今後は本モデルを使用し最適操作のための数値実験を行う予定である。

最後に、本研究の一部は文部省科学研究費(試験研究B, 07555536)により逐行された。記して謝意を表す。また、実炉の操業データは(株)日立製作所栃木工場より賜り、その際橋田榮夫氏より数多くのご助言を頂いた。紙面を借り

て厚くお礼申し上げたい。

記号

a_w : 固体と液体の濡れ比表面積 (m^{-1}), B : kinematic定数 (m), B_r, B_r : 磁束密度 (Wb/m^2), C : 比熱 ($J/kg \cdot K$), d_p : 粒子径 (m), e : 充填層の空隙率 (-), F : 気液間の相互作用力または電磁気力 (N/m^3), g : 重力加速度 (m/s^2), $h_{l,s}$: 固液間の伝熱係数 ($W/m^2 \cdot K$), Im : 虚数部, J : 電流密度 (A/m^2), k : 熱伝導率 ($W/m \cdot K$), L_n : 溶融熱 (J/kg), Nu : ヌッセルト数 ($=hd_p/k$) (-), p : 圧力 (Pa), Pr : プラントル数 ($=\mu_r C_p/k$) (-), r : 半径方向距離 (m), Re : 実数部, Re_p : 粒子に関するレイノルズ数 ($=\rho_l U_i d_p/\mu_l$) (-), R_m : 溶解速度 (kg/m^3s), T : 温度 (K), u, v : 高さおよび半径軸上空塔速度 (m/s), z : 軸座標 (m), ギリシャ文字
 ϵ : 空隙率 (-), μ : 透磁率 (H/m), μ_l : 粘度 ($kg/m \cdot s$), ρ : 密度 (kg/m^3), ρ_R : 電気抵抗率 ($\Omega \cdot m$), σ : 表面張力 (N/m), ϕ : 従属変数, ω : 角頻度 ($rads^{-1}$)
下付き
 s_1 : ウッドメタル層, s_2 : 黒鉛層, l : 浴湯

文献

- 1) 橋田榮夫: 工業加熱, 2 (1991), 23.
- 2) 埜上 洋, 高橋礼二郎, 八木順一郎: 金属, 66 (1996), 109.
- 3) 牛 明愷, 秋山友宏, 高橋礼二郎, 八木順一郎: 材料とプロセス, 8 (1995), 1083.
- 4) J. Yagi: Trans. ISIJ, 19 (1979), 76.
- 5) 八木順一郎, 秋山友宏, 王家兵: ケミカル・エンジニアリング, 37 (1992), 206.
- 6) 八木順一郎, 秋山友宏, 埜上 洋: ケミカル・エンジニアリング, 37 (1992), 769.
- 7) 牛 明愷, 秋山友宏, 高橋礼二郎, 八木順一郎: 鉄と鋼, 81 (1995), 111.
- 8) 牛 明愷, 秋山友宏, 高橋礼二郎, 八木順一郎: 鉄と鋼, 82 (1996), 105.
- 9) M.K.Niu, T.Akiyama, R.Takahashi and J.Yagi: AIChE J., 42 (1996), 1181.
- 10) 牛 明愷, 秋山友宏, 高橋礼二郎, 八木順一郎: 材料とプロセス, 8 (1995), 331; 鉄と鋼, 82 (1996), 647.
- 11) 牛 明愷, 秋山友宏, 高橋礼二郎, 八木順一郎: 材料とプロセス, 8 (1995), 134; 鉄と鋼, 82 (1996), 737.
- 12) 王家兵, 高橋礼二郎, 八木順一郎: 化学工学論文集, 17 (1991), 179.
- 13) P.C.Carman: Trans. Inst. Chem. Eng., 32 (1954), 35.
- 14) W.H.Giedt: 基礎伝熱工学, 丸善, (1957), 146.
- 15) D.Kunii and J.Yagi: AIChE J., 6 (1960), 71.
- 16) S.V.Patankar: Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, 30, Hemisphere, (1980).