

低炭素鋼の延性脆性破壊遷移挙動を支配する 安定き裂伝播抵抗と脆性破壊起点

八木 毅*・伊藤 明洋*²・南雲 道彦*³

Resistance against the Stable Crack Growth and Brittle Fracture Initiation Site
Controlling the Ductile-Brittle Fracture Transition Behaviors of Low Carbon Steels

Tsuyoshi YAGI, Akihiro ITOH and Michihiko NAGUMO

Synopsis : The fracture process of low carbon steels have been investigated by means of a fracture mechanics test and microscopic observations. Three steels with characteristic differences in the ductile-brittle transition behaviors such as the transition temperature, R-curve and brittle fracture initiation stage are employed. A new microstructural parameter, the constraint factor, is defined to take into account the constraint of plastic deformation by grain boundary carbides. The constraint factor is successfully correlated with the resistance against the stable crack growth. The crack tip field is analyzed in terms of the elastic-plastic analyses in terms of J/σ_y and COD, and the elastic-plastic analyses are found to be applicable at the ductile-brittle transition region. The brittle fracture initiation is controlled either by the local stress or by the local strain for respective steels. The constraint factor is also correlated with the location of the brittle fracture initiation sites. The estimated local stress at the brittle fracture initiation site shows a unique temperature dependence irrespective of the microstructure of steels. It is suggested that the nucleation of an incipient crack at the brittle initiation site is microstructure dependent through a local deformation behaviors.

Key words : fracture ; toughness ; low carbon steel ; brittle-ductile transition ; J-integral ; constraint factor.

1. 緒言

鉄鋼材料の破壊の特徴は脆性延性遷移挙動にある。一般に鉄鋼材料の脆性延性遷移温度域は広く、実用温度域で遷移挙動が現れる場合が多い。従来の脆性破壊理論では、き裂先端での応力状態を考えて、局所的にへき開破壊応力を越えたときに破壊がおこるとされている¹⁾。しかしながら、遷移温度域では脆性破壊へ移行する前にかかなりの塑性変形が観察され、多くの場合安定き裂が進展した後に不安定破壊がおこる。塑性変形挙動は材料の降伏応力に関係するが、多くの場合遷移温度域では降伏応力の温度依存性が小さいので、遷移温度域の広さを破壊応力と降伏応力の競合から簡単に説明することはできない。

き裂先端に塑性域が生じた場合の靱性評価の方法としてはJ積分値やき裂先端開口変位COD(Crack Opening Displacement)などがある。破壊力学では通常等方的な連続体を前提としており、これから得られる靱性値からは、実材料中のき裂先端でミクロ的に何が起きているかは直接に知ることはできない²⁾。材料の限界値としての破壊靱性値は安定き裂発生時や不安定破壊移行時の値として定義されるの

が普通であり、それまでの破壊進行過程の影響を受けている。破壊靱性値は不安定破壊にいたるまでの安定き裂の伝播抵抗と、き裂成長の終点である脆性破壊発生の容易さで決まるが、き裂先端の鈍化、安定き裂の発生・成長そして脆性破壊への移行という破壊の各進行過程のどの段階が靱性値を決定しているかはそれらの限界値からではわからない。また、鋼の靱性は微視組織によって支配されるが、組織と破壊進行過程の関係についてもあまりよくわかっていない。

本研究では靱性遷移挙動に特徴的な差のある3鋼種の低炭素鋼を用いて、まず破面解析から破壊進行過程を分離し、安定き裂伝播抵抗と脆性破壊発生に対する組織因子からの考察を行い、脆性破壊起点の力学的状態の検討を行うことを目的とした。

2. 実験方法

供試材はTable 1に化学組成を示した3鋼種である。加熱1200°C、圧延終了時900°Cの条件の12mm厚熱間圧延鋼板から板厚10mmの3点曲げ試験片を採取し、疲労予き裂を導入

平成6年8月1日受付 平成7年1月13日受理 (Received on Aug. 1, 1994; Accepted on Jan. 13, 1995)

* 早稲田大学大学院生 (Graduate Student, Waseda University, 3-4-1 Okubo Shinjuku-ku Tokyo 169)

* 2 早稲田大学大学院生 (現: 中部電力(株)) (Graduate Student, Waseda University, now Chubu Electric Power Co., Inc.)

* 3 早稲田大学材料技術研究所 (Laboratory for Materials Science and Technology, Waseda University)

Table 1. Chemical compositions(mass%) of the steels.

Steel	C	Si	Mn	P	S	Ni	Al
A	0.077	0.52	<0.003	<0.003	0.003	2.06	0.048
B	0.078	0.47	1.04	0.004	0.004	0.98	0.044
C	0.076	0.50	2.06	0.006	0.006	0.01	0.072

した。疲労予き裂の導入条件は、BS5762³⁾に従った。組織観察は光学顕微鏡および走査型電子顕微鏡(SEM)で行った。

破壊靱性試験はBS5762³⁾に準拠したCOD試験を行い、同時にJSME S001⁴⁾に準拠したJ積分値も求めた。3点曲げ試験は一定のクロスヘッド速さ0.5mm/minで行い、COD測定のためのクリップゲージ出力を荷重に対して記録すると同時に、J積分値測定のための荷重の時間変化を記録して荷重—荷重点変位曲線を得た。

一般にJ積分値による靱性評価は安定き裂発生時の J_{Ic} 値で行うが、遷移温度域の高温域ではき裂の安定成長が不安定破壊するまで長く続く。本研究では不安定脆性破壊発生にいたるまでの破壊過程を調べることが目的であるので、荷重—荷重点変位曲線上で脆性破壊発生までの面積から求められるJ積分値を破壊靱性値とした。

限界COD値 δ_c は、J積分値との対応付けをするために脆性破壊伝播発生時のクリップゲージ出力から計算した⁵⁾。

破壊靱性試験において破断しなかった試験片は、破面観察のために液体窒素中で負荷し破断させた。破断させた試験片は破面形態をSEMで観察し、ストレッチゾーン幅(SZW)、安定き裂長さ(Δa)、脆性破壊起点距離(x)などを測定した。SZWと Δa は場所によって不規則であるので、脆性破壊起点直上で疲労予き裂に沿って1mmの幅をとり、その下の面積を測定し、その面積からSZWと Δa の値を平均化した。また脆性破壊起点距離は、ストレッチゾーンや安定き裂があるときにはその先端からの値である。

加えて、破壊靱性試験とは別に引張試験を行い、各試料の降伏応力(σ_y)を、種々の温度で求めた。

3. 実験結果

組織の光顕およびSEM写真をFig. 1に示す。組織はフェライト(α)+パーライト(P)で3鋼種とも類似しているが、C鋼については一部ベイナイトが混在している。またA鋼の特徴として粒界セメンタイト(θ)が存在している。

脆性破壊発生の温度依存性を表すJ積分値の遷移曲線をFig. 2に示す。3鋼種の遷移挙動に非常に特徴的な差が現れた。遷移挙動を特徴づけるものは遷移温度と靱性の絶対値である。遷移温度では $B < A < C$ 鋼の順に高くなっており、また上部シェルフ靱性値で評価すれば、B、C鋼にくらべA鋼が格段と低くなっているのがわかる。

破壊靱性値は全破壊進行過程にたいする評価であるから、その各過程の靱性への影響はわからない。そこで破壊の進

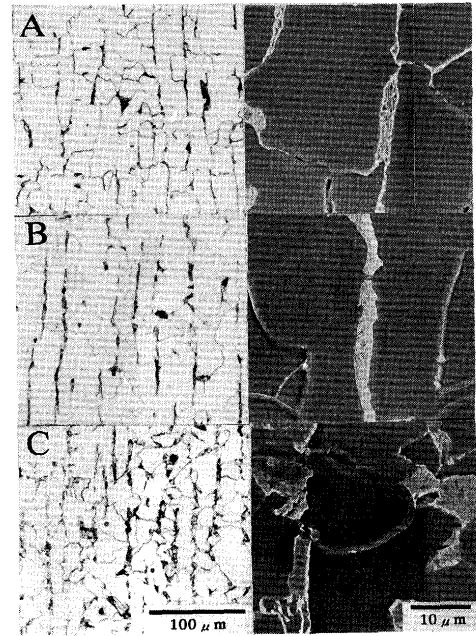


Fig. 1. Optical and SEM micrographs of the steels.

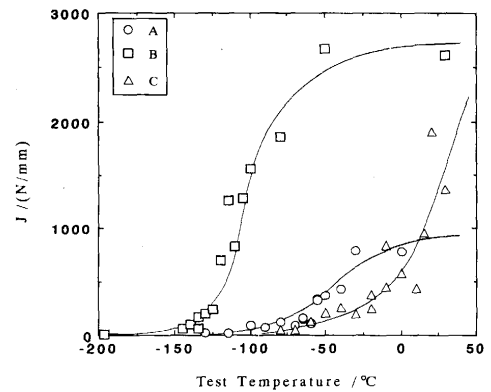


Fig. 2. Temperature dependence of the J-integrals at fracture.

行過程を破面解析から推定し、破面と靱性値との対応を調べた。

J積分値にたいして安定き裂長さ Δa (SZWを含む)の進展量の関係をとったものがFig. 3である。安定き裂成長特性であるR曲線にはほとんど温度依存性がないということが報告されている⁵⁾⁶⁾。Fig. 3ではいろいろな試験温度のプロットをまとめているが、これは一種のR曲線とみなしてよい。R曲線の傾きは安定き裂の伝播抵抗を表しており、鋼種による明瞭な差がある。すなわち、安定き裂の伝播抵抗は $A < C < B$ 鋼の順に高くなっており、特にA鋼の伝播抵抗が小さいことが特徴的である。安定き裂は延性破壊であるのでその生成機構としては一般にボイド機構が考えられ、伝播抵抗が小さいことはボイドの発生および成長が容易であることを示している。

脆性破壊起点は破面上で一つではないが、リバー模様および割れの全体の進行状況から脆性破壊への移行にもっと

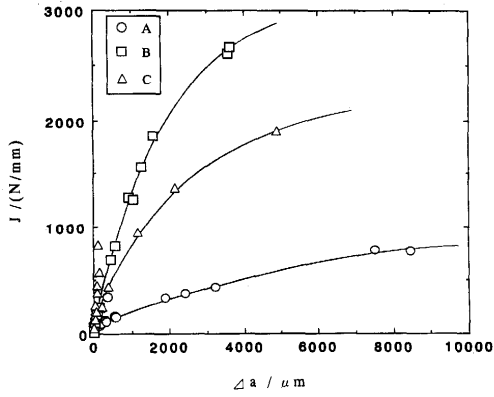


Fig. 3. Relationships between the J-integrals at fracture and the stable crack length Δa .

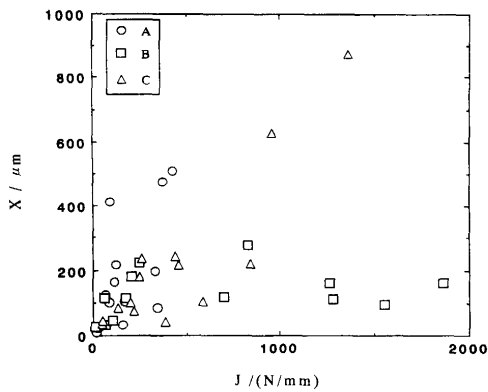


Fig. 4. Relationships between the J-integrals at fracture and distance x to the brittle fracture initiation site from the precrack front.

も寄与したと考えられるものを起点として扱った。起点距離 x と J 積分値との関係を Fig. 4 に示した。延性破壊挙動と靱性値の関係にくらべて、 x と J 積分値の間にはほとんど対応が認められない。J 積分値はき裂先端における塑性域の大きさに関係するから、引張応力が最大になる弾塑性境界位置も J 積分値の増加に伴って試料内部に移動する。すなわち、脆性破壊発生起点は最大引張応力が期待される弾塑性境界とは一致しない。このことは、潜在的な脆性破壊起点位置まで塑性域が拡大することによって脆性破壊が発生するという従来の考えは、脆性破壊発生の支配段階として一般的ではないことを意味している。

4. 考察

4.1 J 積分による靱性評価

本研究のように強度が比較的低い材料では安定き裂の成長が大きく、弾塑性解の結果をそのまま適用できるかどうかには注意が必要である。ASTM E813⁷⁾あるいはJSME S001で述べられているように、安定き裂発生点における J_{IC} が有効であるためには、試験片厚さ B 、リガメント長さ b にたいして安定き裂発生時の J_{in} と変形応力 σ_{fs} が

$$B, b \geq 25J_{in}/\sigma_{fs} \dots\dots\dots (1)$$

の条件がある。また R 曲線決定のための Δa の有効範囲は ATSM で 1.5mm、JSME で 1.0mm を上限としている。今回の実験ではデータの約 2/3 は $\Delta a \leq 1.5\text{mm}$ の範囲にあった。本実験では J_{IC} の有効な値を求めることが目的ではないが、安定き裂が数 mm 程度まで成長する段階の靱性を J 積分で評価しているので、その有効性が問題となる。

Hutchinson と Paris⁸⁾ によれば、き裂進展時に J 積分によってき裂近傍の応力・ひずみ場を表現できる条件は、

$$\omega = \frac{b}{J} \cdot \frac{dJ}{da} \gg 1 \dots\dots\dots (2)$$

で表される。 ω の値としては Shih⁹⁾ は曲げ試験片のときに $\omega \geq 2.5$ を条件としており、今回の場合、完全延性破壊を除く試験片 40 本中、37 本が条件をみたしている。

一方、安定き裂の成長は J 積分あるいは COD で表現されているが、これらの関係についての検討は、Shih¹⁰⁾ によって有限要素法計算で行われている。曲げ試験では、弾塑性変形的全範囲で

$$\delta = \lambda J / \sigma_y \dots\dots\dots (3)$$

が成り立ち、 λ の値が Hutchinson-Rice-Rosengren (HRR) 解¹¹⁾¹²⁾ から求められる値とほぼ一致しており、したがって J / σ_y と δ の比例係数を HRR 解と比較することは安定き裂先端領域の応力・ひずみ場の表現に J 積分を用いてよいかどうかの判断基準になると考える。

本実験における J / σ_y と δ の関係を Fig. 5 に示す。試験温度の異なるすべてのデータをプロットしたが、変形初期においては系列によらずほぼ同一の直線にのることがわかる。傾きは一定ではなく、J 積分値の増加に伴って若干減少の傾向がある。傾きが減少する理由としては、試料の回転中心の移動の影響や、き裂成長に伴うリガメントの減少などが考えられる。初期の直線の傾きは 0.55 であり、Rice¹¹⁾ の $n < 0.2$ の場合の計算値 0.58 にほぼ等しい。

したがって今回の実験では、安定き裂の全範囲において

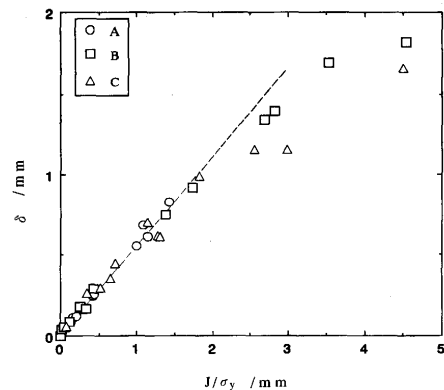


Fig. 5. Relationships between J / σ_y and δ .

荷重—荷重点変位曲線から求めたJ値はむしろ靱性パラメータ的な意味であるが、少なくともき裂長さの短い領域では応力・ひずみ場をJ積分で表すことが許されるであろう。

4・2 拘束率

α +P組織のような多相組織では、それぞれの構成相の塑性変形能が異なっている。多相組織におけるマイクロ組織に起因した不均一変形の定量化については友田の解説¹³⁾があり、相の強度比、体積率、ひずみ等の違いによるひずみ不均一度を理論的に計算している。本研究のように α +P組織の実材料を対象とするときには、 α のすべり変形が隣の粒に伝播しやすいかどうか、試料全体の塑性変形の進行にたいする組織の特徴になることが考えられる。 α と第二相粒子に分ければ、第二相は α より一般に塑性変形がしにくいので α の変形はそのまま第二相に伝達されない。変形の拘束が粒界でおきているときには、粒界で不均一変形すなわち変形の局所化がおきている。異相間の変形の伝達はその界面で行われるから、一つの α 結晶粒について、粒界全体の長さに対する第二相粒子(拘束相)によって拘束されている長さの割合を拘束率と定義すれば、拘束率の大小が塑性変形の伝達のおこりやすさを表すことになる。拘束率を数式で表せば、

$$\begin{aligned} \text{拘束率}(\%) &= \frac{\text{拘束されている長さ}}{\text{粒界全体の長さ}} \times 100 \\ &= \frac{L_c}{2L_f + L_c} \times 100 \dots\dots\dots (4) \\ L_f &: \alpha \text{粒と} \alpha \text{粒が隣合う長さ} \\ L_c &: \alpha \text{粒と拘束相が接している長さ} \end{aligned}$$

となる。本研究で用いた試料の二次元的拘束率の測定模式図をFig. 6に示し、求めた値をTable 2に示す。なお、第二相粒子としてP、粒界 θ 、ベイナイトの種類による拘束の強

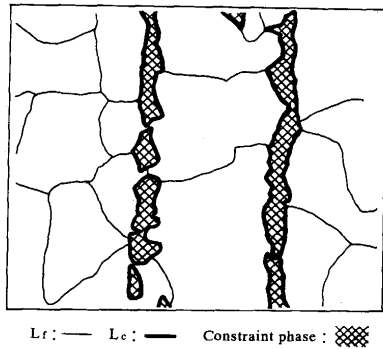


Fig. 6. Schematic illustration to measure the constraint factor.

Table 2. Constraint factors(%) and Parameters η and ξ in Eq. (5) for respective steels.

Steel	Constraint factor	η	ξ
A	58.1	205	0.63
B	33.2	1113	0.83
C	43.5	725	0.63

弱は区別せず、幾何学的にのみ取り扱った。

粒界で変形の拘束がおこれば変形の局所化により微小ポイドが発生し¹⁴⁾、多軸応力の発生によりポイドが成長することが予想される。変形拘束の程度を表すのが拘束率であり、その値の大きい材料の方がポイドの発生・成長がおこりやすいと考えることができる。ポイドの発生・成長は延性破壊の一般的素過程であり、安定き裂の伝播抵抗を決定している。したがって、拘束率が安定き裂の伝播抵抗を表すR曲線の傾きに影響することが予想される。

R曲線の傾きは必ずしも直線ではない。そこでR曲線の特徴づけるために、Fig. 3を各鋼種ごとに

$$J = \eta \Delta a^\xi \dots\dots\dots (5)$$

と仮定する。両辺の対数をとれば、

$$\ln J = \xi \ln \Delta a + \ln \eta \dots\dots\dots (6)$$

であり、実験値の $\ln J$ と $\ln \Delta a$ の関係はFig. 7となる。R曲線の傾きは安定き裂の伝播抵抗を表し、式(5)から

$$\frac{dJ}{da} = \eta \xi \Delta a^{\xi-1} \dots\dots\dots (7)$$

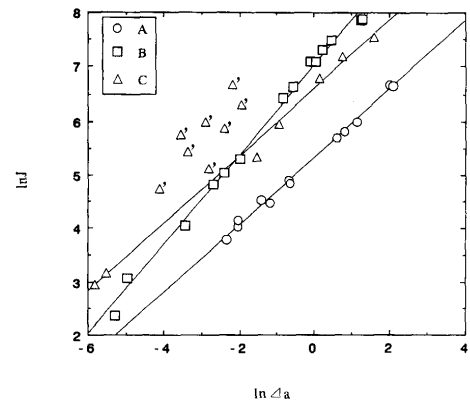


Fig. 7. Relationships between $\ln J$ and $\ln \Delta a$. Dashed symbol, Δ' , denotes the specimens with pop-in phenomenon.

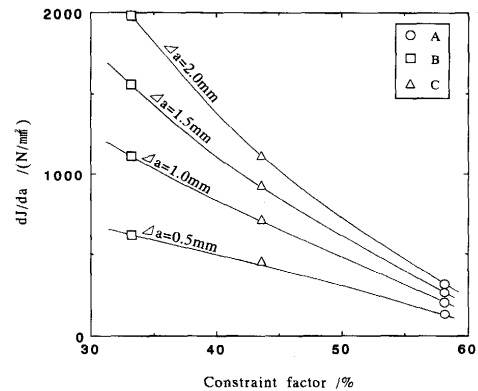


Fig. 8. Relationships between the constraint factor and the stable crack growth resistance at various stable crack length.

となる。Fig. 7よりポップインが現れているデータを除き、回帰分析によって求めた η と ξ をTable 2に示す。式(7)を用いていろいろな Δa における dJ/da と拘束率との関係を表したものがFig. 8である。今回の試料においては拘束率が大きいと安定き裂の伝播抵抗が低いことが示されている。

よって、拘束率は安定き裂の伝播抵抗をとおして破壊靱性値に影響を与える組織パラメータの一つであると考えることができる。

4.3 脆性破壊起点位置

破壊靱性は、延性脆性遷移温度域において予き裂先端の鈍化、安定き裂の発生・進展そして脆性破壊の発生という破壊の各進行過程全体への評価である。安定き裂の進展過程はR曲線で評価できるが、破壊靱性の温度依存性はR曲線の上で安定き裂から脆性破壊へ移行する点によってほとんど決定される。すなわち、靱性の遷移挙動は主に脆性破壊発生の容易さによって支配される。

脆性破壊起点の活性化機構について、限界応力・限界ひずみに到達したときに破壊が発生するという従来のモデル¹⁵⁾から考えれば、実試験片における脆性破壊起点位置の応力・ひずみの値が重要である。き裂先端における応力・ひずみ場は一般に初期き裂先端からの距離Rの関数として計算される。脆性破壊発生時には脆性破壊起点位置は $R = \Delta a + x$ で表されるので、脆性破壊発生時の J/σ_y とRの関係を求めれば脆性破壊起点での応力・ひずみが求められる。き裂先端における応力・ひずみ場はNeedlemanら¹⁶⁾による J_2 -corner理論に基づく有限要素法解析によって求められており、位置パラメータ $R/(J/\sigma_y)$ が約2のときに引張応力が最大となり、また変形度によって0.16~0.4のときにひずみが最大になることがわかっている。彼らの計算は降伏曲面にとがり点があるという仮定であり、変形初期におけるき裂先端の実際にみられる形状変化の様相と一致している。彼らの結果は安定き裂進展以前の初期き裂鈍化の段階までであり、実際に安定き裂の成長がおきればき裂先端の応力の距離依存性も異なってくる¹⁷⁾。しかし、Fig. 5で J/σ_y と δ との比例関係がHRR解との一致を保ちながら安定き裂のかなりの長さの部分まで成り立っている。そこで今回の解析ではより高いJ積分値に対して、安定き裂発生以前のNeedlemanらの解を用いることとした。

したがって、脆性破壊起点位置での応力・ひずみ状態を知るためには、まず位置パラメータ $R/(J/\sigma_y)$ の値を求めればよい¹⁶⁾。 $R = \Delta a + x$ として、Fig. 9の傾きが位置パラメータを与える。図中の実線は、傾きとしてそれぞれ2あるいは0.4、0.16を表し、傾き2は最大応力位置、0.16~0.4の範囲は最大ひずみ位置に対応する。ばらつきはあるものの、A鋼は最大応力位置付近で起点が活性化しており、B、C鋼は最大応力位置よりも内側の最大ひずみ位置付近で起点が活性化していることがわかる。最大応力位置や最大ひずみ位置を与える数値は材料を連続体として扱う仮定から導か

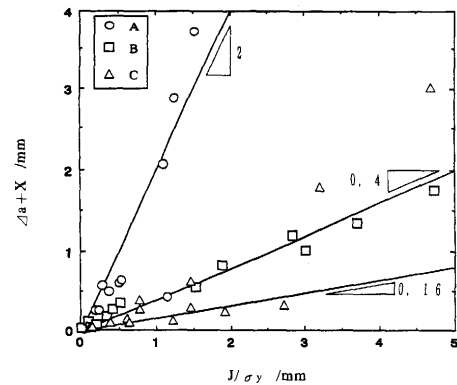


Fig. 9. J/σ_y at fracture against the distance R to the brittle fracture initiation point from the original crack tip. Numbers for each line correspond to $R/(J/\sigma_y)$ values.

れた、ある場所におけるいわば平均値である。鉄鋼材料のような微視的に不均一な組織では構成相と場所によって値が違ったり、さらに変形拘束などのために局所的に応力・ひずみが高くなっている場所が存在する可能性が大きい。また、き裂先端では一軸引張応力がかかるだけでなく、き裂の拘束による三軸応力が存在している。Hancock¹⁸⁾によれば、最大三軸応力位置はNeedlemanらによる一軸の最大応力位置よりもき裂先端に近い側にあり、塑性変形の進行に伴ってき裂先端に近づくことが示されている。いずれにしても、起点位置での応力・ひずみのような力学量から考えれば、起点の活性化は同一の条件でおこなうのではなく、鋼の組織によってその機構となる力学的状態が異なることが考えられる。

4.2節で述べた拘束率を用いれば、拘束率が脆性破壊発生にも影響を与えて、変形の拘束によってできる欠陥がポイドとして成長するだけでなく、脆性破壊起点として作用する可能性も考えられる。拘束率の大きいA鋼はわずかな変形で予き裂先端から遠い位置に起点を生成し、拘束率の小さいB、C鋼は起点生成までの変形が大きく、予き裂近傍で起点ができる。このことは拘束率が小さいとひずみの影響が大きく、脆性破壊発生に大きな塑性変形を必要とすることを意味している。実際の脆性破壊起点位置における応力は、実測された $R = \Delta a + x$ 、 J/σ_y を用いてNeedlemanら¹⁶⁾の計算結果から読みとれば、Fig. 10のような温度依存性を持つことになる。すなわち起点応力が温度にたいして各鋼種に共通した依存性を持つ。これが局所的な破壊応力であれば、起点位置はばらばらであっても破壊応力の温度依存性は鋼種によらないことになる。しかしFig. 2にみられるように同一温度における破壊靱性は鋼種によって異なり、破壊靱性は脆性破壊発生に必要な大きさの欠陥形成までの過程で消費されるエネルギーに対応するから、それが鋼種によって異なることになる。

一方、鋼種によって脆性破壊起点の応力・ひずみ状態は

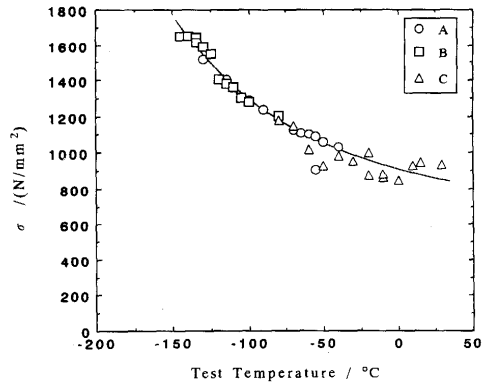


Fig. 10. Temperature dependence of the local fracture stress at the brittle fracture initiation site.

異なっていた。すなわち拘束率が大きいとき裂形成が容易であり、最大応力位置においてただちに破壊条件をみだすのに対して、拘束率が小さいとき裂形成に大きな塑性変形を必要とする。拘束率は延性き裂の伝播抵抗にも影響を与えているから、脆性破壊発生のためのき裂形成と延性き裂の伝播とは共通した機構が作用していることが考えられる。たとえば変形帯における微小空洞の形成¹⁴⁾を考えることは、その前提となる転位セルの形成としてすべり変形の寄与を示唆している。すべり変形で生成した微小欠陥はとくに三軸応力によって成長する。したがってき裂先端の塑性変形の進行に伴っておきる三軸応力最大位置の変化¹⁸⁾が微小欠陥の限界大きさまでの成長しやすい場所を変えている可能性がある。これらのことから靱性の温度依存性の鋼種による差は、破壊応力ではなく温度上昇による塑性変形のおこりやすさで理解することができる。ここで、一定温度では破壊応力は鋼種によらずに一定であることから、Griffith条件を適用すれば有効表面エネルギー γ と限界き裂大きさとの比が一定であることになる。き裂の起因となる微小欠陥の形成とき裂成長に必要な有効表面エネルギーはいずれも塑性変形の影響を受けることが考えられるが、この比が一定になることについてはさらに考察を必要とする。

5. 結論

延性脆性破壊遷移挙動に特徴的な差がある3鋼種を用いて、組織因子から安定き裂伝播抵抗と脆性破壊発生を考察し、遷移温度域における脆性破壊起点の力学的状態を検討

した。

(1) 不安定脆性破壊発生時の限界COD値とJ積分値の間にはHRR解から予測される、

$$\delta = \lambda J / \sigma_y$$

の関係が成立し、 $\lambda = 0.55$ であった。これは塑性変形が大きい遷移温度域においても弾塑性解析の結果が有効であることを意味する。

(2) 粒界でのすべり変形の拘束から拘束率を定義すると、安定き裂伝播抵抗とよい対応がある。

(3) 脆性破壊起点位置も拘束率と関係がある。拘束率が大きいときは脆性破壊の発生に局所応力の影響が、拘束率が小さいときはひずみの影響が大きい。

(4) 脆性破壊起点における引張応力は鋼種によらず一義的な温度依存性が見いだされた。

(5) 以上のことから、破壊遷移温度域においては安定き裂の成長と脆性破壊発生とは共通的な機構を持ち、き裂先端の塑性変形の影響を受けている可能性が考えられる。

文 献

- 1) J.F.Knott: Fundamentals of Fracture Mechanics, (1973), p.177 [Butterworth, London]
- 2) 宮本 博: 鉄と鋼, **71** (1985), p.1048
- 3) BS5762-1979, 'Methods for crack opening displacement (COD) testing', (1979), [BSI]
- 4) JSME S001-1981, 弾塑性破壊靱性 J_{IC} 試験方法, (1981), [日本機械学会]
- 5) 小出政俊, 南雲道彦: 材料とプロセス, **4** (1991), p.915
- 6) M.Koide, A.Kikuchi, T.Yagi and M.Nagumo: Mater. Sci. Eng., **A176** (1994), p.171
- 7) ASTM E813-81, Standard Test for J_{IC} , (1981), [ASTM]
- 8) J.W.Hutchinson and P.C.Paris: ASTM STP-668, (1979), p.37
- 9) C.F.Shih, W.R.Andrews, M.D.German, R.H.Dean and J.P.D. Wilkinson: G.E.Report, **601-2** (1979), p.1-1
- 10) C.F.Shih: J.Mech. Phys. Solids, **29** (1981), p.305
- 11) J.R.Rice and G.F.Rosengren: J.Mech.Phys. Solids, **16** (1968), p.1
- 12) J.W.Hutchinson: J.Mech.Phys. Solids, **16** (1968), p.13
- 13) 友田 陽: 第131・132回西山記念技術講座 (日本鉄鋼協会編), (1989), p.125
- 14) R.N.Gardner and H.G.F.Wilsdorf: Metall. Trans.A, **11** (1980), p.659
- 15) 大塚昭夫, 宮田隆司, 西村誠二, 大橋 真: 日本機械学会論文集, **47**, 415, (1981), p.286
- 16) A.Needleman and V.Tvergaard: ASTM STP-803, (1983), p. I-80
- 17) W.J.Drugan and Xing-Yu Chen: J.Mech. Phys. Solids, **37** (1989), p.1
- 18) J.W.Hancock: Topics in Fracture and Fatigue, ed. by A.S. Argon, (1992), p.99 [Springer Verlag]