

鉄鋼材料の組織から 機械的性質を予測する手法の現状と課題

梅本 実*

Relationships between Microstructure and Mechanical Properties in Steels

Minoru UMEMOTO

Key words : microstructure ; mechanical property ; steels ; ferrite ; pearlite ; bainite ; martensite ; stress-strain curve ; multi-phase steel ; strain partition.

1. はじめに

厚鋼板や熱延鋼板の製造においてコンピュータを用いて鉄鋼材料の材質を予測する研究が近年活発に行われている^{1)~4)}。1980年代に始まったこの“材質予測”の試みは、最終製品の機械的性質を単なるプロセスパラメーターで表現するのではなく、製造工程中の組織を刻々予想し、組織の理解を通して機械的性質を予測しようとするものである。

“材質予測”モデルは熱間圧延中のオーステナイト粒径や加工硬化状態を計算する圧延モデル、化学組成やプロセス等の製造条件から金属組織を計算する相変態モデル、金属組織から材質を計算する材質モデルから一般に構成される⁵⁾。圧延モデル、相変態モデルにおいては最終マイクロ組織をある程度定量的に予測することが可能な段階に来ている。しかし、組織—材質予測モデルにおいては比較的簡単な多重回帰式を用いることによって、予測した組織から材質を計算しているケースが多い。その結果、現状では組織から計算される機械的性質の精度はあまり良くなく、“材質予測”モデル全体の精度もこれにより決まってしまう。

化学組成と組織から計算される機械的性質の精度がよくない理由は、機械的性質に影響を与える組織因子の内容や影響の程度が十分に解明されていないからである。熱延鋼板等の“材質予測”は今後とも組織を基本にして発展すると考えられ、次の2つの課題で研究の一層の進展が期待される。1つは製造プロセスと組織の関係を明らかにすることである。具体的には機械的性質に影響の大きい各相の体積率と分散状態、粒径、固溶元素の種類と量、転位密度、析出物の種類・量・大きさなどと製造プロセスとの関係を定量的に明らかにすることである。この為には相変態理論について速度論のみならず、変態メカニズムそのものがよ

り明確にされる必要がある。第2点は組織と機械的性質の定量的関係を理論的、実験的に明らかにすることである。このような製造プロセスと材質を結ぶ研究は、熱間圧延鋼に限らずより広い材料製造プロセスにおいて求められている共通のテクノロジーである。

本解説では以上のような観点から鉄鋼材料の組織と機械的性質に関する研究の現状を室温での引張試験に焦点を合わせてまとめてみた。鉄鋼材料の組織をフェライト、パーライト、ベイナイト、マルテンサイトの単一組織とそれらを組み合わせた複合組織に分類し、それぞれの組織の機械的性質に影響を及ぼす因子について述べた。次に実用性を重視するという観点から、合金元素や組織因子と降伏応力や引張強度などの機械的諸性質または応力—歪曲線との関係を定量化した式をまとめた。さらに、組織から機械的性質を定量的に計算する際の現状の問題点について、組織の測定精度の点、組織因子を単独に変化させることが困難である点、組織の測定時間の点を中心に指摘した。最後に、材質予測の新しい方向の1つとして、相変態の熱力学的駆動力を利用して組織と機械的性質を予測する方法を紹介した。

2. 鉄鋼材料の組織と機械的性質

熱間圧延鋼の組織は大きく単一組織と複合組織に分けられる。単一組織としてはフェライト、パーライト、ベイナイトそしてマルテンサイトの4種類ある。(パーライト、ベイナイト、焼戻しマルテンサイトはフェライト相とセメントタイト相の2つの相からできているので厳密には2相鋼である。そこで、ここでは相と組織を区別してこれらを単一組織と呼ぶ。オーステナイトも単一組織の1つであるがこ

平成6年9月22日受付 平成6年12月2日受理 (Received on Sep. 22, 1994; Accepted on Dec. 2, 1994) (依頼解説)

* 豊橋技術科学大学 (Toyohashi University of Technology, 1-1 Hibarigaoka Tempaku-cho Toyohashi 441)

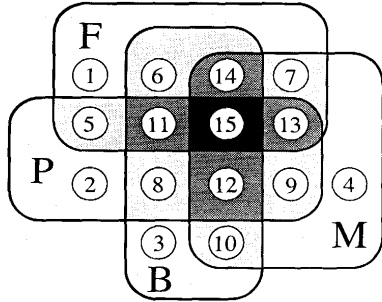


Fig. 1. Possible combinations of structures in steels. F: ferrite, P: pearlite, B: bainite, and M: martensite

こでは除外する。)さらに複合組織としてはこれらの2~4種類の組み合わせでFig. 1に示すように合計11種類あるので、鉄鋼材料全体としては15種類あることになる。

3. 単一組織鋼の機械的性質および応力-歪曲線と組織との関係

3.1 単一組織鋼の機械的性質に対する組織と合金元素の影響

各単一組織において組織因子が機械的性質に与える影響についてのこれまでの研究結果を簡単にまとめると次のようである。

フェライト組織では降伏強度と粒径の間にHall-Petchの関係⁶⁾⁷⁾が、降伏強度と転位密度との間にBailey-Hirschの関係が成立する⁸⁾⁹⁾。又固溶元素¹⁰⁾、炭化物^{11)~13)}の強度に対する効果についても検討されている。

パーライト組織では降伏応力に対するラメラ間隔の影響がよく研究されている¹⁴⁾¹⁵⁾。その他の因子としてセメンタ

Table 1. Numerical Expressions of tensile properties of single-microstructure steels.

Microstructure	Property vs structure + composition relation	Workers	Ref.
Ferrite	$YS = 15.4(3.5 + 2.1Mn + 5.4Si + 23Nr)^{1/2} + 1.13d(mm)^{1/2}$	Pickering (1971)	(33)
	$U.EI = 0.28 - 0.2C - 0.25Mn - 0.044Si - 0.039Sn - 1.2Nr$	Pickering (1971)	(33) (34)
	$n = 5 / \{10 + dF(mm)^{1/2}\}$	Morrison (1966)	(35)
Pearlite	$YS = 139 + 46.4S_0(\mu m)^{-1}$	Marder & Branfitt (1976)	(14)
	$YS = -85.9 + 262S_0(\mu m)^{-1/2}$	Heller (1978)	(15)
Bainite	$YS = 15.4\{-12.6 + 1.13db(mm)^{-1/2} + 0.98n_p(1/mm^2)^{1/4}\}$	Honeycombe & Pickering (1972)	(29)
	$YS = 30 + 1900(C + Nr)^{1/2} + 1.22 \times 10^{-4} \ell_t(m)^{-1}$	Brozzo et al (1977)	(21)
	$TS = 15.4(16 + 125C + 15(Mn + Cr) + 12Mo + 6W + 8Ni + 4Cu + 25(V + Ti))$	Pickering (1978)	(36)
Martensite (Tempered)	$YS = 158 + 3.51 \times 10^{-2} \lambda(cm)^{-1} + 1.68 \ell(cm)^{-1/2}$	Kunitake (1967)	(30)
	$YS = 550 + 1.23 \times 10^{-1} \bar{W}(mm)^{-1} + 4.13 \times 10^{-2} \lambda_p(mm)^{-1}$	Smith & Heheman (1971)	(32)

YS, TS(N/mm²), C, Mn, Si, Cr, Mo, W, Ni, Cu, V, Ti(wt%), Nr: nitrogen in solution(wt%), dF: ferrite grain diameter, S₀: interlamellar spacing, db: bainitic ferrite grain size, n_p: number of carbide particles, ℓ_t: transverse lath width, λ: inter carbide distance, ℓ: ferrite-mean-free path, \bar{W} : average cell size, λ_p: average planar interparticle spacing

Table 2. Numerical expressions of tensile properties of single microstructure steels.

	Mechanical properties	YS (N/mm ²), TS (N/mm ²), U.EI(%), T.EI(%)
F	$YS = -9246C + 10600Cs + 44.2Si - 130P + 1592Nb + 1128d_f(\mu m)^{-1/2} + 81.3$ $TS = -5718C + 8836Cs + 74.6Si + 521P + 961Nb + 558d_f(\mu m)^{-1/2} + 226$ $U.EI = 1743C - 4141Cs + 0.340Si + 53.3P - 218Nb - 91.0d_f(\mu m)^{-1/2} + 32.8$ $T.EI = 2627C - 5382Cs - 4.50Si + 39.6P - 149Nb - 137d_f(\mu m)^{-1/2} + 54.0$	
P	$YS = 251S_0(\mu m)^{-1/2} + 1730F_0 - 257$ $TS = 201S_0(\mu m)^{-1/2} + 3720F_0 + 19.3$ $U.EI = -2.36S_0(\mu m)^{-1/2} - 16.4F_0 + 17.5$ $T.EI = -5.10S_0(\mu m)^{-1/2} - 23.5F_0 + 32.8$	
B	$YS = -0.0226T_\gamma(^\circ C) - 1.90T_\tau(^\circ C) + 613C + 1.98Si + 15.8Mn - 113Nb + 308Ti + 149V + 1281$ $TS = -0.172T_\gamma(^\circ C) - 1.94T_\tau(^\circ C) + 929C + 61.1Si - 41.1Mn - 288Nb + 415Ti + 163V + 1668$ $U.EI = -2.16 \times 10^{-3} T_\gamma(^\circ C) + 0.0214T_\tau(^\circ C) - 2.02C + 0.945Si - 0.818Mn + 29.0Nb + 3.05Ti - 4.20V + 2.34$ $T.EI = -7.67 \times 10^{-3} T_\gamma(^\circ C) + 0.0455T_\tau(^\circ C) - 6.66C + 0.774Si - 0.995Mn + 58.5Nb - 22.8Ti - 14.5V + 7.50$	
M	$YS = 1288C - 476Cs - 38.5Mn + 1.83Ni - 0.107d_\gamma(\mu m) - 16.9I + 937$ $TS = 1301C + 1089Cs - 38.2Mn + 3.90Ni - 0.124d_\gamma(\mu m) - 17.5I + 1008$ $U.EI = -3.10C + 21.4Cs + 1.36Mn + 0.188Ni - 1.65 \times 10^{-3} d_\gamma(\mu m) + 0.318I + 0.0933$ $T.EI = -12.4C + 34.1Cs + 2.09Mn + 0.311Ni - 2.89 \times 10^{-3} d_\gamma(\mu m) + 0.471I + 2.89$	

d: ferrite grain diameter, Cs: carbon in solution, S₀: lamellar spacing, F₀: cementite volume fraction, T_γ: austenitization temperature, T_τ: transformation temperature, d_γ: prior austenite grain diameter, I: tempering parameter, C, Si, P, Nb, Ti, V in wt%

イト体積率¹⁶⁾, ブロックサイズ¹⁷⁾¹⁸⁾, コロニーサイズ, オーステナイト粒径, ラメラの配向性¹⁹⁾, 合金元素²⁰⁾等がある。

ベイナイト組織ではラスサイズ²¹⁾, パケットサイズ^{21)~25)}, 転位密度²⁶⁾, 侵入型固溶元素²⁶⁾²⁷⁾, 置換型固溶元素²⁸⁾, 炭化物²⁶⁾²⁹⁾等が重要な因子である。

マルテンサイトの強度に影響のある組織因子としてはラス幅^{30)~32)}, 炭化物間隔, 転位密度³⁰⁾, 侵入型固溶元素³⁰⁾³²⁾, 置換型固溶元素³⁰⁾³²⁾がある。

各単一組織鋼の降伏強度や伸びなどの機械的性質においてこれまで提案されている主な回帰式をTable 1^{14)15)21)29)30)32)~36)}にまとめて示す。これらの式はその導出にあたって測定した試料の組成範囲, 組織の範囲が限られており, 汎

用性や精度には限界がある。

最近本協会特基研究会「変形特性の予測と制御」部会の「材質予測ワーキンググループ(WG)」で広い組成と組織範囲に渡って引張試験が実施された。そのデータを重回帰分析して求めた各単一組織鋼の機械的性質をTable 2に示す。実測値との相関はYS, TSで高く決定係数はそれぞれ0.75, 0.85であるが, 伸びの決定係数は比較的lowく, U.El, T.Elでそれぞれ0.65, 0.60程度である。Fig. 2は上記グループで得られたデータを降伏比YRと引張強度TSのグラフにプロットしたものである。フェライトはTSが低く, YRは0.5から0.82の広い範囲に分している。パーライトは, YRの分布はフェライトに近いが, TSはフェライトの3倍程大きいところに分布している。ベイナイトはYRよりもTSに大きな幅をもって分布し, 一部パーライトおよびマルテンサイトと重なっている。マルテンサイトはTSもYRも大きい範囲で分布している。このように単一組織鋼の機械的性質を種々の角度から比較することにより, それぞれの単一組織鋼の特徴がより一層明らかになるものと期待される。

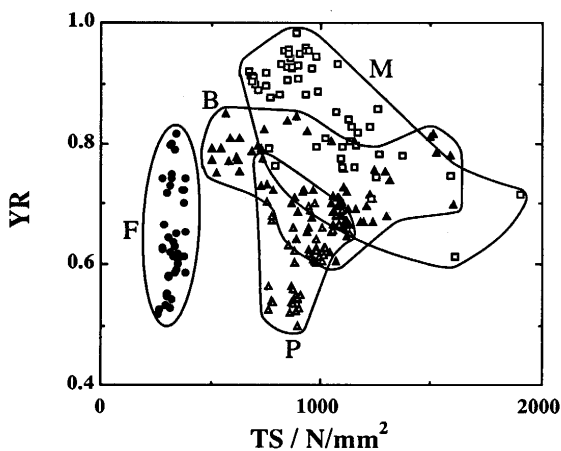


Fig. 2. YR vs. TS for various single structure steels. F: ferrite, P: pearlite, B: bainite, and M: martensite

Table 3. Relationship between the fundamental mechanical properties and the coefficients a, b, and N in Swift's equation.

Mechanical properties	Equations
Elastic limit	$\sigma_e = a \cdot b^N$
0.2% proof stress	$YS(\text{true}) = a (b + 0.002)^N$
Tensile strength	$TS(\text{true}) = a \cdot N^N$
Uniform elongation	$U.El(\text{true}) = N - b$
Vickers hardness	$Hv = \text{const.} \cdot \sigma_{0.08}$
Work hardening coefficient	$n \sim N - b$

Table 4. 'a', 'b' and 'N' for various single structure steels.

F	$a = 7.19 \times 10^3 C - 2.75 \times 10^4 Cs + 133Si + 2.1 \times 10^3 P - 1.01 \times 10^3 Nb + 230d_f(\mu m)^{-1/2} + 459$ (N/mm ²) $b = 0.002$ $N = 20.0C - 42.4Cs + 3.05 \times 10^3 Si + 1.24P - 2.54Nb - 0.934d_f(\mu m)^{-1/2} + 0.299$ $0.001 \leq C \leq 0.01, 0.02 \leq Si \leq 1.07, 0.04 \leq Mn \leq 0.08, 0.003 \leq P \leq 0.048, 0 < Nb \leq 0.02$
P	$a = 423 + 97.9S_0(\mu m)^{-1/2} + 7909F_0$ (N/mm ²) $b = 0.001$ $N = 0.260 - 5.71 \times 10^{-2} S_0(\mu m)^{-1/2} + 0.469F_0$ $0.39 \leq C \leq 0.79, 0.75 \leq Mn \leq 1.95$
B	$a = 1.37 \times 10^3 C + 143Si - 32.7Mn + 17.6Nb + 556Ti + 321V + 0.312T_r(\text{°C}) - 1.96Tr(\text{°C}) + 1.31 \times 10^3$ (N/mm ²) $b = 0.0005$ $N = -0.01C + 0.012Si - 0.008Mn - 0.021Nb - 0.076Ti - 0.111V - 8.69 \times 10^{-5} T_r(\text{°C}) - 2.85 \times 10^{-4} Tr(\text{°C}) + 0.087$ $0.009 \leq C \leq 0.62, 0.04 \leq Si \leq 0.26, 1.00 \leq Mn \leq 2.04, 0 < Ti \leq 0.053, 0 < Nb \leq 0.049, 0 < V \leq 0.101$
M	$a = 4.16 \times 10^3 Cs + 1.06 \times 10^3 (C-Cs) + 1.24 \times 10^3 Mn + 1.0Ni - 0.07d_f(\mu m) - 34.9I + 1.10 \times 10^3$ (N/mm ²) $b = 10^{-7}$ $N = 0.397Cs + 0.040(C-Cs) + 0.02Mn + 1.2 \times 10^{-3} Ni - 1.7 \times 10^{-5} d_f(\mu m) - 1.2 \times 10^{-4} I + 0.0181$ $0.039 \leq C \leq 0.40, 0.50 \leq Mn \leq 2.01, 0.20 \leq Si \leq 0.76, 2.94 \leq Ni \leq 3.06$

C, Si, P, Nb, Ti, V(wt%), d_f: ferrite grain diameter, Cs: carbon in solution, S₀: lamellar spacing, F₀: cementite volume fraction, T_r: austenitization temperature, Tr: transformation temperature, d_r: prior austenite grain diameter, I: tempering parameter

3・2 単一組織鋼の応力—歪曲線に対する組織と合金元素の影響

単一組織鋼の応力—歪曲線全体に対する組織因子の影響という観点からの研究は非常に少ない。Morrison³⁵⁾は多くの低炭素鋼の応力—歪曲線を測定し、それらを $\sigma = K\varepsilon^n$ のHollomonの式³⁷⁾で表し、係数Kと加工硬化指数nに対するフェライト粒径dの影響について報告している。

前述の材質予測WGでは多くの単一組織鋼について次のSwiftの式を使って応力—歪曲線を近似している。

$$\sigma = a(b + \varepsilon_p)^N \dots\dots\dots (1)$$

ここで σ は真応力、 ε_p は塑性真歪である。係数a, b, Nは材料定数で、降伏応力や引張強度などよく使われる機械的性質はTable 3に示す関係がある。実測した個々の応力—歪曲線から求めた係数a, b, Nを合金元素と組織の関数で重回帰分析をした結果をまとめてTable 4^{16)38)~41)}に示す(フェライト、マルテンサイトについては係数を一部改訂した)。bの値は各組織毎に一定としている。係数aとNについてはできる限り合金元素と組織因子の関数で表現することを試みているが、ベイナイトではオーステナイト化温度 T_γ 、変態温度 T_{tr} 、マルテンサイトでは焼き戻しパラメーター $I^{42)}$ というプロセス因子を含んでいる。a, Nの回帰式から求めた値と実測値との相関性をみると各組織において強度に関するaの決定係数は0.9前後と高いが、伸びに関係するNは0.7前後とaの場合より低い。

4. 複合組織鋼の機械的性質および応力—歪曲線と組織との関係

4・1 複合組織鋼の組織因子と機械的性質への影響

組織が複合化した材料の機械的性質は一般に複雑である。複合組織鋼に共通の組織因子と機械的性質に対するそれらの影響を2相鋼を例にとってまとめると次のようになる。

1) 第2相体積率 f

複合組織鋼の機械的性質に最も大きな影響を与えるのが第2相体積率である。各構成相における歪の大きさが同じであると仮定する歪一定モデルでは、2相鋼の応力 σ が体積率fにより次式で表される。

$$\sigma = \sigma_1(1-f) + \sigma_2f \dots\dots\dots (2)$$

ここで σ_1 , σ_2 はそれぞれ第1相, 第2相の応力である。一方各構成相にかかる応力が同じであると仮定する応力一定モデルでは、2相鋼の歪 ε が体積率fにより次式で表される。

$$\varepsilon = \varepsilon_1(1-f) + \varepsilon_2f \dots\dots\dots (3)$$

ここで ε_1 , ε_2 はそれぞれ第1相, 第2相の歪である。実際の複合組織鋼では歪一定モデルは応力の上限值を、応力一定モデルは応力の下限值を与える。

2) マトリックスと第2相の強度比 C*

第2相強度がマトリックスより大きい程、ひずみがマトリックスに集中し⁴³⁾、歪一定モデルから応力一定モデルに近づく。田村ら⁴⁴⁾は種々の鉄系2相合金において0.2%耐力に対する強度比C*の影響を調べ、C*が小さい場合は混合則に近いが、C*が大きくなると混合則よりも低応力側へ変倚する傾向があることを報告している。C*については友田と田村による解説⁴⁵⁾を見られたい。

3) 第2相の分布状態

① 連結性: ϕ

国尾と鈴木⁴⁶⁾は連結性 ϕ を次のように定義し、フェライト・マルテンサイト鋼の破断ひずみが ϕ により整理できることを示している。

$$\phi = \frac{L_g}{L_g + L_b} \dots\dots\dots (4)$$

ただし L_g : 第2相の境界の長さの総和

L_b : 母相の粒界 (ただし第2相との境界を除く) の長さの総和

② Contiguity: $C^{47)}$

LeeとGurland⁴⁸⁾は以下のように定義されるContiguityを使ってWC-Co焼結体の硬さがうまく整理されることを示している。

$$C = \frac{2N_{aa}}{2N_{aa} + N_{ab}} \dots\dots\dots (5)$$

ただし N_{aa} : 単位長さの線分を横切る第2相同士の粒界の数

N_{ab} : 単位長さの線分を横切るマトリックスと第2相との境界の数

③ Betti数⁴⁹⁾

組織の連結性を表す位相幾何学的概念としてBetti数がある。これは第2相に囲まれたマトリックス相の領域の数として測定される。金属—セラミックス複合溶射皮膜の熱拡散率とBetti数との間により対応があることが示されている⁵⁰⁾が、鉄鋼材料ではBetti数を使った組織分布の研究は見当たらない。

④ 第2相の分散状態

渡部ら⁵¹⁾は2次元のFEMにより2相鋼の応力—歪曲線を解析している。具体的にはフェライト・パーライト鋼の各組織の応力—歪曲線を使って、パーライトの体積率を一定とし、パーライトの分布形態を変化させたときの応力—歪曲線の計算を行い、パーライトの分布が応力—歪曲線に大きな影響のあることを示した。これは相界面での歪の連続性を保つために硬質相周辺に大きな不均一変形が生じるためと考えられている。Shikanaiら⁵²⁾は同様に2次元のFEMによりフェライト・ベイナイト (またはマルテンサイト) 鋼の降伏比が低くなる組織の分布を検討している。実際の

組織は彼らを取り扱ったものよりはるかに複雑で、組織の形態や分散状態をうまく定量的に表現する方法を確立する必要がある。

4・2 複合組織鋼の機械的性質に関する重回帰式

複合組織鋼の機械的性質に対していくつかの式が提案されている。それらをまとめてTable 5^{4)20)53)~55)}に示す。基本的には混合則もしくは混合則を修正したものである。各相の体積率、強度比は考慮されているが、組織の分布状態を取り入れた式は見当たらない。

4・3 複合組織鋼の応力-歪曲線の予測モデル

複合組織鋼の応力-歪曲線全体を、構成する各組織の応力-歪曲線から予測する試みはこれまで種々行われている。(これに関しては友田と田村による詳しい解説⁴⁵⁾がある。)複合組織鋼においてはすべての構成組織がある程度以上の延性を有するので、応力-歪曲線の予測には硬質組織の塑性変形を考慮に入れる必要がある⁴⁶⁾。現在までに提案されているモデルの主なものをあげると次のようである。

- 1) 応力一定モデル
- 2) 歪一定モデル⁵⁶⁾
- 3) 歪比一定モデル (Szewczyk and Gurland⁵⁷⁾)
- 4) 連続体モデル (Tomota et al⁵⁸⁾)
- 5) 有効塑性歪差一定モデル (Araki et al⁵⁹⁾)
- 6) Secantモデル (Weng⁶⁰⁾)

応力一定モデル、歪一定モデルは最も簡単でよく使われている。繊維強化型合金において歪一定の条件を想定したMileikoのモデル⁵⁶⁾を使って、Davies⁶¹⁾はDual Phase鋼の機械的性質がよく予想できることを示した。又BhadeshiaとEdmonds⁶²⁾も同様の結果を得たが、両相の強度比が大きいところでは、歪一定モデルからはずれることを指摘している。SzewczykとGurland⁵⁷⁾は2相鋼を構成している各組織の歪の比が一定であると仮定するモデルを提案した。Tomotaら⁵⁸⁾は連続体モデルを提案した。しかし、このモデルではマトリックス中の塑性歪の分布を考慮していないので、実際より高い応力値を与える。Arakiら⁵⁹⁾は連続体モデルの適用に当たって、変形中の各構成組織の間の歪の差 $\Delta\epsilon_{eff}$ (有効塑性歪差とよぶ)が一定であるという仮定をおくことにより、実測のデータとよい一致を示すことを報告している。また、Weng⁶⁰⁾により提案されたSecant法は各構成相の平均応力・平均歪で議論を進めるところは他のモデルと同じであるが、塑性変形開始後はマトリックスの弾性係数が見かけ上小さくなったとみなすところに特徴がある。このモデルではマトリックス中に第2相が点在するとして計算するが、2相鋼の場合それぞれの相をマトリックスに選ぶことにより、応力-歪曲線の上限と下限が計算できる⁶³⁾。

以上、複合組織鋼の応力-歪曲線の予測には上に示したモデルのどれかを使うことにより、ある程度可能である。

Table 5. Numerical expressions of tensile properties of multi structure steels.

Steel	Relation between property, microstructure and chemical composition.
Plain carbon steel Kouwenhoven Ref. (53)	$YS = 52.9f_F + (372.4 + 92.1Mn)f_P + 70.6Si + 25.5f_F d_F(mm)^{-1/2}$
Middle and high carbon ferrite pearlite steel Gladman et al Ref. (20)	$YS = 15.4[f_F^{1/3} \{2.3 + 3.8Mn + 1.13d_F(mm)^{-1/2}\} + (1 - f_F^{1/2}) \{11.6 + 0.25S_0(mm)^{1/2}\} + 4.1Si + 27.6N_F^{1/3}]$ $TS = 15.4[f_F^{1/3} \{16 + 74.2N_F^{1/2} + 1.18d_F(mm)^{-1/2}\} + (1 - f_F^{1/3}) \{46.7 + 0.23S_0(mm)^{-1/2}\} + 6.3Si]$
Carbon Manganese steel Esaka et al Ref. (54)	$YS = 9.8\{-7.96 + 0.104K + 11.9f_F^{1/2} + 8.45f_B^{1/2} + 2.60f_M^{1/2} + 1.99\bar{d}(\mu m)^{-1/2}\}$ $TS = 9.8\{4.65 + 0.157H_F f_F + 0.246H_P f_P + 0.222H_B f_B + 44.03f_M + 1.99\bar{d}(\mu m)^{-1/2}\}$ $U.EI = 35.6 - 0.057H_F f_F - 0.105H_P f_P - 0.115H_B f_B - 0.055H_M f_M - 0.351\bar{d}(\mu m)^{1/2} + 0.571h$ $T.EI = 68.4 - 0.112H_F f_F - 0.212H_P f_P - 0.072H_B f_B - 28.08f_M^{1/2} - 28.9f_F f_B - 1.13\bar{d}(\mu m)^{1/2} + 0.449h$
Carbon Manganese steel Suehiro et al Ref. (55)	$TS = 3.04H_v$ $H_v = f_F \{361 + 50Si + 2.55d_F(mm)^{-1/2} - 0.357T_F(^\circ C)\} + f_P H_P + f_B \{508 + 50Si - 0.588T_B(^\circ C)\}$
Plain carbon steel Campbell et al Ref. (4)	$(f_\alpha > 50\%)$ $YS = f_F \{132 + 11.8d_F(m)^{-1/2}\} + (1 - f_F) \{408 + 92.2Mn + 0.400S_0(m)^{-1/2}\} + 79.7Si$ $TS = f_F \{197 + 15.9d_F(m)^{-1/2}\} + (1 - f_F) \{592 + 0.791S_0(m)^{-1/2}\} + 500Si$ $(f_\alpha < 50\%)$ $YS = f_F^{-1/3} \{136 + 58.5Mn + 13.2d_F(m)^{-1/2}\} + (1 - f_F^{-1/3}) \{8.76 + 8.00S_0(m)^{-1/2}\} + 63.1Si$ $TS = f_F^{-1/3} \{197 + 19.7d_F(m)^{-1/2}\} + (1 - f_F^{-1/3}) \{421 + 9.19S_0(m)^{-1/2}\} + 150Si$

YS, TS(N/mm²), U.EI, T.EI(%), C, Si, Mn(wt%), N_F: free nitrogen(wt%),

d_F: ferrite grain diameter, S₀: interlamellar spacing

$K = (H_F H_P H_B H_M) / \{(f_F H_P H_B H_M) + (f_P H_F H_B H_M) + (f_B H_F H_P H_M) + (f_M H_F H_P H_B)\}$

$\bar{d} = (d_F f_F + d_P f_P + d_B f_B + d_M f_M) / (f_F + f_P + f_B + f_M)$

H: Vickers hardness, f: volume fraction, d: grain size, h: specimen thickness(mm)

F: ferrite, P: pearlite, B: bainite, M: martensite

T_F, T_B: average transformation temp. for ferrite and bainite respectively.

しかし、上記のモデル以上に正確に予測を行うには各構成相の歪量の比 (歪分配係数) や有効塑性歪差を歪量、第2相体積率、構成組織の強度比等の関数として理解することがぜひとも必要である。

4.4 複合組織鋼における歪分配係数と有効塑性歪差

複合組織鋼の応力-歪曲線を構成組織のそれらから正確に予想するには、変形中の各組織の歪の比 (歪分配係数) や各組織間の内部応力に起因した有効塑性歪差を理解する必要がある⁶⁴⁾。次にこれらの定義と現状でどの程度理解されているかについて、2相鋼の場合で紹介する。

複合組織鋼がある歪 (ϵ_{S+H}) まで変形したときの硬質相 (または軟質相) の平均歪が ϵ_H (または ϵ_S) であるとする。このときの硬質相 (または軟質相) の歪分配係数 M_H^* (または M_S^*) は以下のように定義される⁶⁴⁾。

$$M_H^* = \epsilon_H / \epsilon_{S+H} \text{ または } M_S^* = \epsilon_S / \epsilon_{S+H} \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{ただし, } M_S^* f_S + M_H^* f_H = 1.0 \dots\dots\dots (7)$$

この歪分配係を使うと2相鋼の応力-歪曲線は次式で表される。

$$\sigma = \sigma_H (M_H^* \cdot \epsilon) \cdot f_H + \sigma_S (M_S^* \cdot \epsilon) \cdot f_S \dots\dots\dots (8)$$

2相鋼を変形させると構成する硬質相と軟質相で塑性歪量に差 ($\epsilon_p^s - \epsilon_p^h$) ができる。この塑性歪差の一部は硬質相と軟質相の界面付近での局所的歪により緩和される。緩和されずに残った塑性歪が有効塑性歪差と定義される。

現実の2相鋼の変形中において歪分配係数や有効塑性歪差は歪量とともにどのように変化するであろうか。Fig. 3⁶⁵⁾ にフェライト・マルテンサイト鋼の実測の応力-歪曲線と推定した各構成相の応力-歪曲線の例を示す。各構成組織の応力-歪曲線の推定にあたっては、各構成組織の実測のマイクロ硬さとTable 3に示す係数a, b, Nを使用した。フェライト・マルテンサイト鋼の応力-歪曲線上の各点を通る

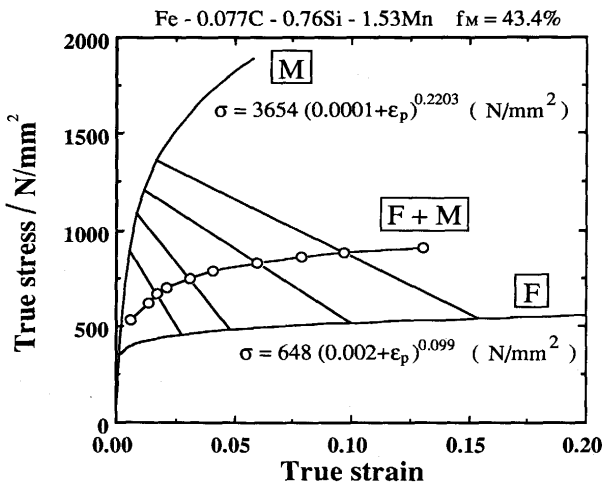


Fig. 3. Stress-strain curve of a ferrite-martensite steel and those of the component ferrite and martensite phases.

直線はそれぞれの点での各構成相の応力と歪を求めたものである。歪の増加とともに直線が傾き、応力一定から歪一定に近づく様子が分かる。

Fig. 4⁶⁵⁾にFig. 3から求めた歪分配係数の塑性歪量による変化を示す。フェライトとマルテンサイト両相が弾性変形の範囲では M^* の値は1.0である。変形が進むと、フェライト相の方が加工硬化率が小さいので、より大きな歪を受け、その結果 M_F^* は2相鋼の塑性歪量の増加とともに大きくなる。Fig. 4にその様子が示されている。歪量が均一伸び近くの0.15あたりで M_F^* は飽和値に近づく。Fig. 4に示す例では均一伸び付近のフェライト組織とマルテンサイト組織の歪の比は12:1と非常に大きいことがわかる。以上のように歪分配係数は2相鋼の歪量やまた第2相体積率、構成組織の強度比等の関数である。

Fig. 5⁶⁵⁾にFig. 3の応力-歪曲線から求めたフェライト・マルテンサイト鋼の有効塑性歪差を示す。 $\Delta \epsilon_{eff}$ は2相鋼の

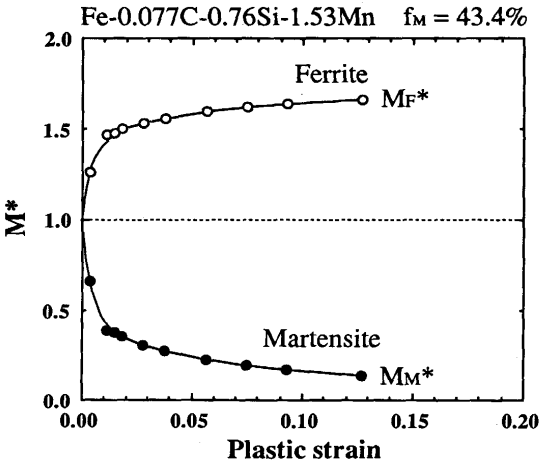


Fig. 4. Strain partition coefficient M^* for the component ferrite and martensite phases as a function of plastic strain.

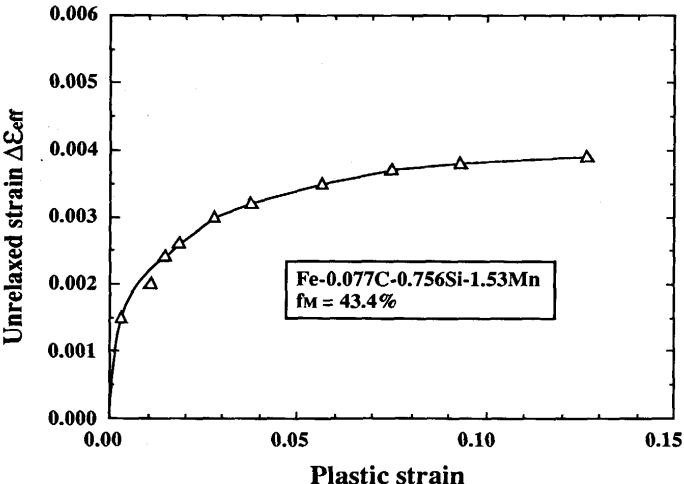


Fig. 5. Variation of unrelaxed strain of the ferrite-martensite steel with plastic strain.

歪量の増加とともに増加し、一定値に近づく。飽和値は試料により異なり、一般にマルテンサイト体積率が大きい程大きく、マルテンサイトとフェライトの硬さの比が大きい程大きい。Arakiら⁵⁹⁾はフェライト・マルテンサイト鋼において、 $\Delta\varepsilon_{\text{eff}}$ が2相鋼の歪やマルテンサイトの体積率に依らず一定と仮定し、その値が0.004のとき実測の応力-歪曲線と最も良い相関が得られたことを報告している。 $\Delta\varepsilon_{\text{eff}}$ は厳密には2相鋼の歪量、第2相の体積率、構成相の強度比などの関数であるが、今回測定した多くの $\Delta\varepsilon_{\text{eff}}$ の飽和値の平均は0.004付近にあり、彼らの仮定した値は第1次近似としては妥当であることを示している。

以上、複合組織鋼の応力-歪曲線をその構成組織の応力-歪曲線から精確に予測する際に必要な歪分配係数 M^* と有効塑性歪差 $\Delta\varepsilon_{\text{eff}}$ について、その定義と実測の例を示した。 M^* や $\Delta\varepsilon_{\text{eff}}$ についてはその研究が始まったばかりで、実験データや理論的に解析した研究は極めて乏しい。 M^* や $\Delta\varepsilon_{\text{eff}}$ が歪量や第2相の体積率、各相の強度比、組織の分布形態などによってどのように変化するかについてはほとんどあきらかになっていない。今後この方向での研究の進展が期待される。

5. 組織から機械的性質を予測する場合の問題点

以上の議論では鉄鋼材料の組織から機械的性質を予測することができるという前提に立って話を進めてきた。ここでもう一度基本的な問いかけをしてみたい。はたして鉄鋼材料の機械的性質は組織から予測できるのであろうか。これについて3つの問題を提起したい。

1つ目は組織の測定精度についてである。Table 6はフェライト・パーライト鋼の共通試料を使って鉄鋼メーカー6社で測定した機械的性質と組織の測定結果⁶⁶⁾である。同一インゴットから作成したJIS5号試験片を熱処理し、同じ引張条件で各社2本ずつ引張テストを実施した。組織の定量化

にあたっては2通りの方法を行った。1つは同一試験片から切り出した光学顕微鏡用観察試料を各社で研磨、腐食し観察する方法、もう1つは同じネガから焼き付けた光学顕微鏡組織写真を使って、画像解析装置により組織の定量化をおこなう方法である。Table 6には降伏応力(YS)、引張強さ(TS)と破断伸び(T.EL)の機械的性質と、パーライト体積率(f_p)とフェライト粒径(d_f)の組織因子の平均値(A)と標準偏差(B)および標準偏差(B)/平均値(A)の値が示されている。B/Aの値を比較するとYS、TSでは2%と小さく、破断伸びでは少しばらつきが大きくなるものの5%以下である。一方組織のほうはパーライト体積率は試料そのものを使った場合が8.8%、写真を使った場合の方が多少ばらつきが小さくなるが、それでもB/Aは7.6%と大きな値である。またフェライト粒径のばらつきはこれより大きく、試料から測定した場合で15.8%、写真から測定した場合でも12.1%と大きい。組織の測定におけるばらつきは、機械的性質の測定におけるばらつきよりも大きいのである。この結果はまったく意外であった。パーライト体積率やフェライト粒径といった、鉄鋼材料の組織としては最も一般的で馴染みの深い組織の定量化において、測定者間でこのように大きなばらつきが認められることは、これまでほとんど認識されていなかった。この事実は、測定のばらつきの大きな組織のデータを使って予測される機械的性質の精度に限界があることを意味している。

次に組織の因子を純粹に取り出す事の困難さである。例としてフェライト相に対するMn元素添加の効果を考えてみる。Mnの添加により次のような現象が同時に起こることが予想される。(1)Mn元素の固溶による固溶強化、(2)Mn元素の粒径への偏析による粒界の性質の変化、(3)Mn元素とC元素との相互作用(ダンベルの形成)、(4) γ 粒径エネルギー、 γ 粒径、 α の核生成速度、 α/γ 界面の移動速度などの変化にともなう α 粒径の変化、(5)固溶C量の変化、(6)セメントイトの析出の変化などである。合金元素の添加という比較的簡単そうに思えるものでもその作用は多岐に渡り、1つの組織因子への影響として表現することには無理があるであろう。

3つ目として現実的な測定作業のしやすさの問題がある。機械的性質は測定のための労力をあまり要せずまた測定時間も短い。一方組織の方はその対称の大きさに逆比例して測定に長い時間を要する。Fig. 6はこの状況を模式的に表したものである。組織としては、光学顕微鏡で測定できる粒径や各相の体積率を初めとして、透過電子顕微鏡で測定する転位密度や析出物等がある。また測定精度は対象が小さくなるほど悪くなることが予想される。このような事から組織の測定に長い時間を要するのであれば、引張試験をした方がよいという結論になる。組織が予測されるのであればよいが、組織を実測して機械的特性を予測するという考えかたは成立しない。

Table 6. Standard deviation in the results of tensile test and microstructural measurements done by 6 major Japanese companies.

Ferrite · pearlite structure Fe - 0.25C - 0.04Si - 1.50Mn 1000°C×10min→650°C×30min			
	Average(A)	Standard deviation(B)	B / A (%)
YS N/mm ²	339	7.0	2.1
TS N/mm ²	532	9.0	1.7
T.El %	31.8	1.46	4.6
f_p % (spe.)	44.3	3.9	8.8
〃 (photo.)	44.8	3.4	7.6
d_f μ m (spe.)	12.0	1.9	15.8
〃 (photo.)	11.6	1.4	12.1

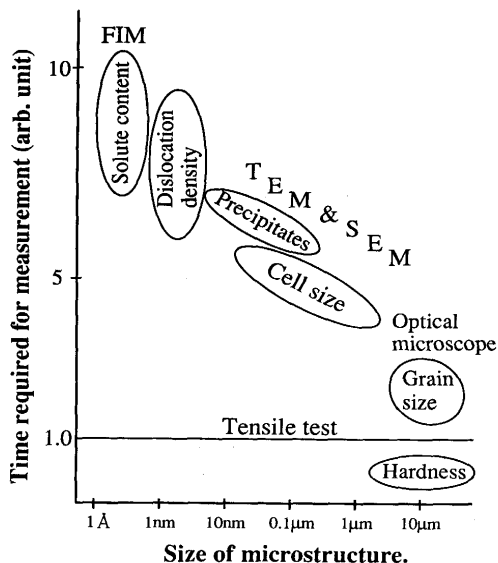


Fig. 6. Schematic diagram showing the size of microstructure vs. time required for measurement.

以上組織から機械的性質を予測することに対する3つの大きな問題を述べたが、これら以外にも粒径の大きさの分布、異相界面の強度、第2相の分布状態などほとんど手のつけられていない多くの難問が残っている。

6. 材質予測の新しい試み

1980年代にその研究が始まったコンピュータを使った新しい“材質予測”モデルの特徴は、製造ライン上の材料の組織の変化を刻々追いかける所にあった。材料内部の組織の変化を考慮せずに、圧延圧力や温度などのプロセス因子だけで材質の制御を行おうとした従来のモデルとは大きく異なっている。“材質予測”モデルでは熱間圧延における回復と再結晶、加工硬化と相変態など多くの点で進歩が見られたが、機械的性質が分かる程には組織は予想し得ないのみならず、予測する方法すら見つかっていないのが現実である。

ここで組織と機械的性質を予測する1つの試みを紹介する。“材質予測”モデルの中の相変態モデルにおいては熱力学を使って相変態の駆動力を計算している。一般に相変態の駆動力は変態後の組織と密接に関係している。その最もわかりやすい例がパーライトである。Fig. 7にパーライト変態に伴う自由エネルギーの変化を模式的に示す。過冷却されたオーステナイトからフェライトとセメンタイトが生成する場合の自由エネルギーの変化(変態の駆動力)は図中の ΔG_{ch} で与えられる。この ΔG_{ch} の一部は拡散のエネルギーとして消費され、最終的には熱となって系外に出るが、一部はフェライト/セメンタイトの界面エネルギーとして材料に蓄えられる。Zener⁶⁷⁾によると、観察されるラメラ間隔は成長速度が最大となる場合で、その時変態後の界面エネ

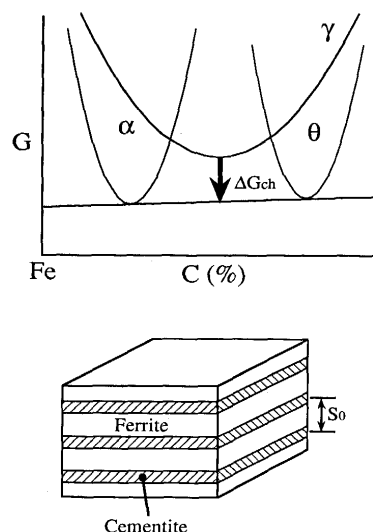


Fig. 7. Relation between chemical driving force for pearlite transformation and interlamellar spacing.

ルギーは変態の駆動力の丁度1/2になる。従ってパーライトの界面エネルギーを単位面積当たり σ とすると、パーライトのラメラ間隔 S_0 は変態の駆動力 ΔG_{ch} を使って(9)式のように求められる。

$$S_0 = (\sigma V_m) / \Delta G_{ch} \dots\dots\dots (9)$$

以上のことは変態の駆動力が組織を決めるという極めて重要なことを示している。つまり変態の駆動力が与えられれば組織を定量的に予測できるのである。

次に組織と強度の関係で最も良く知られているHall-Petchの関係⁶⁷⁾とBailey-Hirsch⁶⁸⁾の関係について、エネルギーの立場から考えてみる。これらの関係は次式で表される。

$$\sigma_y = \sigma_0 + k_y d^{-1/2} \dots\dots\dots (10)$$

$$\sigma_y = \sigma_0 + k_d \rho^{1/2} \dots\dots\dots (11)$$

試料の単位体積中の粒界のエネルギー ΔG_b は粒径 d に逆比例する。(10)式のように $d^{-1/2}$ に比例することは $\Delta G_b^{1/2}$ に比例することになる。一方試料の単位体積中の転位の持つエネルギーは転位密度に比例するので、 $\rho^{1/2}$ に比例することは $\Delta G_{dis}^{1/2}$ に比例することになる。つまりHall-Petchの関係もBailey-Hirschの関係もエネルギーの観点から見ると、組織の持つエネルギーの平方根に比例することになる。従って両者を合わせて考えると次のように表せる。

$$\sigma = \sigma_0 + K_1 \sqrt{\Delta G_b} \dots\dots\dots (12)$$

$$\sigma = \sigma_0 + K_2 \sqrt{\Delta G_{dis}} \dots\dots\dots (13)$$

K_1 と K_2 の値が粒界と転位の場合で等しいとすると(これは計算してみると結構近い)、平方根の中は両者の合計したものを使えばよい。これを組織の自由エネルギーと呼ぶことにする。組織の自由エネルギーには粒界エネルギー、転位の

エネルギーの他に、弾性歪エネルギーや析出物の界面エネルギー、析出物とマトリックスの間の弾性歪エネルギーなどが入る。以上まとめると次のようになる。

1. 材料の強度は組織の自由エネルギー ΔG_{st} の平方根に比例する。

$$\sigma = \sigma_0 + k\sqrt{\Delta G_{st}} \dots\dots\dots (14)$$

2. 組織の自由エネルギーは粒界(ΔG_b)、転位(ΔG_{dis})、弾性歪(ΔG_{el})、析出物(ΔG_p)の合計である。

$$\Delta G_{st} = \Delta G_b + \Delta G_{dis} + \Delta G_{el} + \Delta G_p \dots\dots\dots (15)$$

3. 相変態で組織が形成される場合、相変態の駆動力と組織の自由エネルギーの間には一定の関係がある。

$$\Delta G_{st} = \alpha \Delta G_{ch} \dots\dots\dots (16)$$

ただし α は1以下の定数である。

以上の考え方が正しければ、相変態の駆動力を精確に把握することによって材料の強度が予測できるかもしれない。この方法は単一組織鋼に対して適用できると考えられ、今後この方向での研究が進むことが期待される。

7. おわりに

熱延鋼板等で盛んに試みられている“材質予測”において、今後の最も大きな課題と思われる鉄鋼材料の組織と機械的性質の関係を取り上げた。Hall-Petchの関係が見い出されて以来、組織と機械的性質の関係を定量的に表現する試みが数多くなされ、現在組織が機械的特性に与える影響について定性的にはほぼ理解できる段階にある。しかし、組織から機械的性質を定量的に求めるにはほど遠いというのが実感である。その理由として、第1に実際に使用されている鉄鋼材料の組織が非常に複雑であること、第2に結晶粒径や第2相の体積率と言った比較的簡単と思われる組織因子についてすら、その測定結果には大きなバラツキが見られること、第3に組織の分布や連結性のよう数値化して表現する方法すら未だにわからない組織因子があることである。さらに、機械的性質の測定そのものが組織の測定より簡便であり、その傾向は組織の対象が細くなる程顕著である。このような状況では組織から機械的性質をある程度の精度で定量的に予測することは極めて難しい。“材質予測”の当初の目的を達成させるためには、組織と機械的性質の関係を別の方向から探る必要がある。ここでは相変態の駆動力から組織の自由エネルギーを見積り、それを利用して機械的性質を予測する試みを紹介したが、もっといろいろなアプローチがあってよいように思える。

最後に本解説を書くにあたって、茨城大学の友田先生より多くに示唆に富んだ助言を戴いたことに対して深くお礼申し上げます。また、鉄鋼協会の特基研究会「変形特性の

予測と制御」部会の材質予測WGの皆様に対して、御討論していただいた事および未公表のデータを使わせてもらったことを深く感謝します。

文 献

- 1) 材質の制御と予測, 熱延プロセス冶金研究委員会最終報告書(日本鉄鋼協会編), (1988)
- 2) 第131・132回西山記念技術講座, 鉄鋼材料の材質予測・制御技術の現状と将来(日本鉄鋼協会編), (1989)
- 3) P.D.Hodgson and R.K.Gibbs: ISIJ Int., **32** (1992), p.1329
- 4) P.C.Campbell, E.B.Hawbolt and J.K.Brimacombe: Metall. Trans., **22A** (1991), p.2769, p.2779, p.2791
- 5) 小松原望: 日本鉄鋼協会 特基研究会, 変形特性の予測と制御, 部会報告書(1994), p.239
- 6) E.O.Hall: Proc. Phys. Soc. **B64** (1951), p.747
- 7) N.J.Petch: J.Iron. Steel Inst., **174** (1953), p.25
- 8) J.E.Bailey and P.B.Hirsch: Phil. Mag., **5** (1960), p.485
- 9) A.S.Keh and S.Weissmann: Electron Microscopy and Strength of Crystal, (1963), p.231, Interscience Publishers.
- 10) F.B.Pickering and T.Gladman: Iron and Steel Inst. Spec. Rep., No81 (1963), p.10
- 11) T.Gladman, D.Dulieu and I.D.McIvor: Microalloying '75, Union Carbide Corp., New York (1976), p.32
- 12) M.F.Ashby: Acta Metall., **14** (1966), p.679
- 13) E.Orowan: Internal Stresses in Metals and Alloys, Institute of Metals, London, (1948), p.451
- 14) A.R.Marder and B.L.Bramfitt: The Effect of Morphology on the Strength of Pearlite, Metall. Trans., **7A** (1976), p.365
- 15) W.Heller: Rail Steels, STP, 644, ASTM, Philadelphia, (1978), p.162
- 16) 古川直宏, 阿南吾朗, 難波茂信: 日本鉄鋼協会 特基研究会, 変形特性の予測と制御, 部会報告書, (1994), p.269
- 17) 高橋稔彦, 南雲道彦, 浅野巖之: 日本金属学会誌, **42** (1978), p.708
- 18) 高橋稔彦, 南雲道彦, 浅野巖之: 日本金属学会誌, **42** (1978), p.716
- 19) J.M.Hyzak and I.M.Bernstein: Metall. Trans., **7A** (1976), p.1217
- 20) T.Gladman, I.D.McIvor and B.Pickering: J. Iron Steel Inst., **210** (1972), p.916
- 21) P.Brozzo, G.Buzzichelli, A.Mascanzoni and M.Mirabile: Met. Sci., **11** (1977), p.123
- 22) M.J.Roberts: Metall. Trans., **1** (1970), p.3287
- 23) L.A.Norstorm: Scand J.Metall., **5** (1976), p.159
- 24) D.Lonsdale and P.E.J.Flewitt: Metall. Trans., **9A** (1978), p.1619
- 25) J.P.Naylor and R.Blondeau: Metall. Trans., **7A** (1976), p.891
- 26) D.V.Edmonds and R.C.Cochrane: Metall. Trans., **21A** (1990), p.1527
- 27) H.K.D.H.Bhadeshia and A.R.Waugh: Acta Metall., **30** (1982), p.775
- 28) C.E.Lacy and M.Gensamer: Trans. ASM, **32** (1944), p.88
- 29) R.W.K.Honeycombe and F.B.Pickering: Metall. Trans., **3** (1972), p.1099
- 30) T.Kunitake: Trans. Iron Steel Inst. Jpn., **7** (1967), p.254
- 31) G.Langford and M.Cohen: Trans. ASM, **62** (1969), p.623
- 32) D.W.Smith and R.F.Hehemann: J.Iron Steel Inst., **209** (1971), p.476
- 33) F.B.Pickering: Towards improved toughness and ductility, Climax Molybdenum Co. Symp., Kyoto, (1971), p.9
- 34) T.Gladman, B.Holmes and F.B.Pickering: J. Iron Steel Inst., **208** (1970), p.172
- 35) W.B.Morrison: Trans. ASM, **59** (1966), p.824
- 36) F.B.Pickering: Physical Metallurgy and the Design of Steels, Appl. Sci. Publ. Ltd., (1978)
- 37) J.H.Hollomon: Trans. AIME, **162** (1945), p.268
- 38) 平松昭史, 山田利郎: 日本鉄鋼協会 特基研究会, 変形特性の予測と制御部会, 報告書, (1994), p.263
- 39) 塩谷和彦, 齊藤良行: 日本鉄鋼協会 特基研究会, 変形特性の予測と制御部会, 報告書, (1994), p.280
- 40) 藤岡政昭, 吉江淳彦, 岡本健太郎: 日本鉄鋼協会 特基研究会,

- 変形特性の予測と制御部会, 報告書, (1994), p.287
- 41) 梅本 実, 友田 陽: 日本鉄鋼協会 特基研究会, 変形特性の予測と制御部会, 報告書, (1994), p.313
 - 42) 井上 毅: 鉄と鋼, **66** (1980), p.74
 - 43) 友田 陽, 谷本一郎, 黒木剛司郎: 日本機械学会論文集 (A編), **48** (1982), p.528
 - 44) 田村今男, 友田 陽, 山岡幸男, 金谷三郎, 小沢正俊, 赤尾 明: 鉄と鋼, **59** (1973), p.454
 - 45) 友田 陽, 田村今男: 鉄と鋼, **67** (1981), p.439
 - 46) 国尾 武, 鈴木秀人: 総合技術資料集, 金属の割れと破壊, 経営開発センター出版部, **7** (1980), p.864
 - 47) E.E.Underwood: Quantitative stereology, Addison-Wesley Publishing Com.
 - 48) H.C.Lee and J.Gurland: Mater. Sci. and Eng., **33** (1978), p.125
 - 49) R.T.Dehoff and F.N.Rhines: Quantitative Microscopy, (1968), McGraw-Hill
 - 50) 福本昌宏, 外山順敏, 山崎隆典, 梅本 実, 岡根 功, 西林景仁, 太田弘道, 友田 陽: 溶射, **28** (1991), p.183
 - 51) 渡部義之, 西岡 潔, 為広 博: 材料とプロセス, **2** (1989), p.886
 - 52) N.Shikanai, H.Kagawa and M.Kurihara: ISIJ. Int., **32** (1992), p.335
 - 53) H.J.Kouwenhoven: Trans. ASM **62** (1969), p.437
 - 54) 江坂一杉, 脇田淳一, 高橋 学, 河野 治, 原田慎三: 製鉄研究, **321** (1986), p.92
 - 55) M.Suehiro, K.Sato, H.Yada, T.Senuma, H.Shigefuji and Y. Yamashita: Proc. of Thermec-88, **2** (1988), p.791
 - 56) S.T.Mileiko: J.Mat. Sci., **4** (1969), p.974
 - 57) A.F.Szewczyk and J.Gurland: Metall. Trans., **13A** (1982), p.1821
 - 58) Y.Tomota, T.Mori, G.Kuroki and I.Tamura: Mater. Sci. Eng., **24** (1976), p.85
 - 59) K.Araki, Y.Takada and N.Nakaoka: Trans.ISIJ, **17** (1977), p.710
 - 60) G.J.Weng: J.Mech. Phys. Solids, **38** (1990), p.419
 - 61) R.G.Davies: Metall. Trans., **9A** (1978), p.451
 - 62) H.K.D.H.Bhadeshia and D.V.Edmonds: Met. Sci., **14** (1980), p.41
 - 63) 友田 陽, 梅本 実: 日本鉄鋼協会 特基研究会, 変形特性の予測と制御部会, 報告書, (1994), p.320
 - 64) Y.Tomota, M.Umemoto, N.Komatsubara, A.Hiramatsu, N. Nakajima, A.Moriya, T.Watanabe, S.Nanba, G.Anan, K. Kumishige, Y.Higo, and M.Miyahara: ISIJ. Int., **32** (1992), p.343
 - 65) 梅本 実, 牛田 剛, 木村 浩, 小倉隆彦: 日本鉄鋼協会 特基研究会, 変形特性の予測と制御部会, 報告書, (1994), p.305
 - 66) 友田 陽, 梅本 実, 古川直宏: 日本鉄鋼協会 特基研究会, 変形特性の予測と制御部会, 報告書, (1994), p.258
 - 67) C.Zener: Trans. AIME, **167** (1946), p.550