

高周波誘導加熱における 炭材単一円柱および充填層の伝熱解析

牛 明愷*・秋山 友宏*²・高橋 礼二郎*²・八木 順一郎*²

Heat Transfer Analysis of a Single Cylinder and a Packed Bed of Carbonaceous Material in a High-Frequency Induction Furnace

Ming kai NIU, Tomohiro AKIYAMA, Reijiro TAKAHASHI and Jun-ichiro YAGI

Synopsis : This paper presented experimental and theoretical study on heat transfer in a high-frequency induction furnace for scrap melting. Single cylinder located on the central axis and a packed bed of carbonaceous materials were heated to assess influence of kind and size of the samples, and induction current on both heating rate and distribution of temperature. A mathematical model based on electromagnetic theory was developed for predicting temperature, current density and electromagnetic fields, and was experimentally validated. The model included multi-layered thermal insulator as a computational area.

During induction heating, a single graphite cylinder was heated uniformly, while a single coke cylinder showed significant temperature gradient and minimum temperature at the center. Larger size, smaller electric resistivity and larger induction current enhanced the heating rate of the cylinder. Distribution of current density was almost concentric, and current gradient was more steep in a graphite than in a coke. A packed bed of spherical graphite was heated up to the melting point of scrap under 2.95kHz and 1330A. The temperature difference within the packed bed was less than 100K with the maximum temperature at the center point.

Key words : ironmaking ; high-frequency induction ; heat transfer ; coke ; graphite ; scrap ; packed bed ; mathematical model.

1. 緒言

最近、鋳物工場において安価な材料の大量使用による製造原価の低減のため、従来単独の誘導加熱、溶解は不可能とされていた銑ダライのような微細材料も使用できる炭材充填層型高周波連続誘導溶解炉¹⁾が新しい高品位鋳物銑製造プロセスとして開発され、すでに実機が運転されている。この溶解炉は鋳物用高級コークス充填層の上部に、銑ダライや鋼屑等のスクラップを連続的に投入し、スクラップ自体の発熱で加熱する。これを還元性雰囲気中に保たれているコークス充填層の発熱で、さらに加熱し溶解すると、極低N、O成分を有する良質の鋳物銑を製造することができる。したがって、従来のプロセスに比べ、このプロセスは品質ならびに生産性の観点からすぐれているといえる。

電磁誘導は溶解、精錬および凝固の分野においてすでに利用されており、電磁流体の挙動として、誘導炉内の溶融金属プールの流動解析²⁾³⁾や、電磁鋳造における流動解析⁴⁾⁵⁾等様々な応用が試みられている。しかし、充填層型高周波加熱炉における伝熱および流動など移動現象論的見地からの誘導加熱を目的とした研究はほとんど報告されていない現状である。このプロセスについては特に装置内の伝熱特

性が完全には解明されておらず、実機化はされているものの充填粒子のサイズや物性、充填構造および高周波誘導の周波数等が加熱特性に及ぼす影響の解明は操業改善や高効率化のための急務の課題となっている。

本研究においては炭材充填層型高周波加熱炉内の複雑な現象のうち最も重要な加熱のメカニズムを基礎的に解明し、定量的表現を得ることを目的として、単一円柱試料および炭材充填層の誘導加熱実験ならびに数値シミュレーションを試みた。単一試料についてはマクロには構造がほぼ均一で、電気伝導率、熱伝導率等の主要な物性値が実装入物と一致する試料を使用し誘導加熱昇温実験を行い、伝熱の基礎式の本プロセスへの適用性を確認した。次に、充填層の温度の分布に着目し、充填構造の効果を取り込んだ2次元非定常熱伝導に関する数学的モデルを作成し、数値解析と実験の比較を行った。その結果両者に良好な一致がみられた。

2. 理論

2・1 単一円柱

円柱型の黒鉛およびコークスはマクロには均一な構造を有すると考え、誘導加熱する場合、温度分布の推算には円

平成6年9月1日受付 平成6年11月4日受理 (Received on Sep. 1, 1994; Accepted on Nov. 4, 1994)

* 東北大学大学院生 (Graduate Student, Tohoku University, 2-1-1 Katahira Aoba-ku Sendai 980-77)

* 2 東北大学素材工学研究所 (Institute for Advanced Materials Processing, Tohoku University)

周方向分布を無視し2次元で考えると(1)式が適用できる。

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho CT) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{J^2}{\sigma} \quad \dots (1)$$

(1)式の最終項である誘導発熱項は電流密度Jを含んでいるが、このJはMaxwellの電磁場構成式とOhmの式を連立させて解くことにより得られた(2)式から算出される。

$$J = -j \frac{\omega \sigma \mu}{4\pi} \int_{\text{vol}} \frac{J'}{r'} dV' \quad \dots (2)$$

ここで、dV'は微小体積要素、J'は全ての位置における電流密度、r'は電流密度Jが流れている位置と電流密度J'が流れている位置との間の直線距離である。

さらに円筒座標系において、試料内の誘導電流およびコイル内の印加電流を円周方向成分のみと仮定する。また、試料を仮想コイルの集合体とみなし、その各仮想コイル内のJ(r, z)をそれぞれ一定と仮定すると(3)式が得られる²⁾。右辺第1項は被加熱試料、第2項はコイルに対応している。

$$J(r, z) = -j \omega \sigma \int_0^H \int_0^R J(r', z') M(r, r', z, z') dr' dz' - j \omega \sigma \sum_{n=1}^N IM(r, r_{\text{coil}}, z, z_{\text{coil}}) \quad \dots (3)$$

2・2 充填層

球状に整形された黒鉛あるいはコークスを充填した充填層を電磁誘導加熱した場合の充填層内の温度分布を推算するため、充填層を巨視的に連続体であると考えたと熱収支は単一試料の場合と同型になり、(1)式と(3)式で表される。しかし、電磁誘導や熱伝導に直接関連している電気および熱の伝導率等物性値は充填構造や充填物質の性質に依存するので、以下に示す方法で推算した。充填層の有効熱伝導率k_eは国井-Smithの式⁶⁾で評価した。ただし、充填層の壁近傍(厚さ1/2d_pの層内)においては空隙率が増大するため補正式⁷⁾を使用した。一方、充填層の有効電気伝導率σ_eは(4)式で与えられるEuckenの式⁸⁾により評価した。

$$\sigma_e = \sigma \frac{(1+2\epsilon)\sigma_1 + 2(1-\epsilon)\sigma}{(1-\epsilon)\sigma_1 + 2(2+\epsilon)\sigma} \quad \dots (4)$$

後述する実験に対応した数値シミュレーションにおいては、計算領域は黒鉛およびコークス球充填層、坩堝、スピネル、コイルセメントおよびセラミックファイバーを含んでおり、基礎式中のρ, C, k, J, σには各領域で対応する物質の(1-ε)ρ_i, C_i, k_i, J_i, σ_iを採用した。

2・3 数値解析法

(3)式で表されている誘導電流は複素数になっているので実数部と虚数部に分けて数値計算した。計算領域はM×N個のメッシュに分割した。(3)式を差分化すれば誘導電流の分布は次の数式に示すように2×M×N個の代数方程式で表現でき、対象内の任意の位置(m, n)における電流密度J(m, n)は(5a), (5b)式で求めることができる⁹⁾。

$$\omega \sigma \sum_{p=1}^M \sum_{q=1}^N M(m, n, p, q) \text{Re}[J(p, q)] S + \text{Im}[J(m, n)] 2\pi r = -\omega \sigma \sum_{tu=1}^M M(m, n, tu) \text{Re}[I] \quad \dots (5a)$$

$$\omega \sigma \sum_{p=1}^M \sum_{q=1}^N M(m, n, p, q) \text{Im}[J(p, q)] S - \text{Re}[J(m, n)] 2\pi r = -\omega \sigma \sum_{tu=1}^M M(m, n, tu) \text{Im}[I] \quad \dots (5b)$$

ここで、J(p, q)は任意の位置(p, q)における電流密度、M(m, n, p, q)は位置(m, n)と位置(p, q)の仮想リング間の相互インダクタンス、M(m, n, tu)は位置(m, n)の仮想リングと、第tu番のコイル間の相互インダクタンスである。各位置の間のMは(6)式⁹⁾で与えられる。

$$M(m, n, p, q) = \frac{2\mu}{\lambda} \sqrt{r(m, n)r(p, q)} \left[\left(1 - \frac{\lambda^2}{2} \right) K(\lambda) - E(\lambda) \right] \quad \dots (6)$$

ここで、K(λ), E(λ)はそれぞれ第1種および第2種完全楕円積分で、位置係数λは次式で与える。

$$\lambda = \sqrt{\frac{4r(m, n)r(p, q)}{[r(m, n) + r(p, q)]^2 + [z(m, n) - z(p, q)]^2}} \quad \dots (7)$$

m=p, n=qの場合にはMは自己インダクタンスとなり、(8)式⁹⁾となる。

$$M(m, n, p, q) = \mu r(p, q) \left(\log \frac{16r(p, q)}{b} + \frac{7}{4} \right) \quad \dots (8)$$

(6), (7)および(8)式を用い、全ての仮想リング間および任意位置と誘導コイル間のMを求めることができる。(1)式はPatankarとSpalding¹⁰⁾の方法に基づき離散化し、得られた線形代数方程式の数値計算を行った。

2・4 初期および境界条件

単一円柱試料における伝熱解析のための初期条件および境界条件を以下に示す。

$$\text{初期条件} \quad T = T_0 \quad \text{at } t=0 \quad \dots (9)$$

$$\text{境界条件} \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad \text{at } r=0 \quad \dots (10a)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial r} = e\sigma_0 F_1 (T_{w1}^4 - T^4) \quad \text{at } r=R_s \quad \dots (10b)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial z} = e\sigma_0 F_2 (T_{w2}^4 - T^4) \quad \text{at } z=0 \text{ or } H_s \quad (10c)$$

一方、黒鉛球充填層の伝熱解析のための初期および境界条件と使用したメッシュをFig. 1に示す。時間ステップは100秒とした。ここで、誘導炉の壁からの熱損失Q_{w1}はコイルセメント外表面とコイル内の冷却水間の対流伝熱によると仮定した。このとき、コイル内の冷却水の平均ヌッセルト数Nu_mは森ら¹¹⁾の(11)式を用いて計算した。

$$Nu_m = \frac{Pr^{0.4}}{41} Re^{5/6} \left(\frac{d}{D} \right)^{1/12} \left[1 + \frac{0.061}{\{Re(d/D)^{2.5}\}^{1/6}} \right] \quad \dots (11)$$

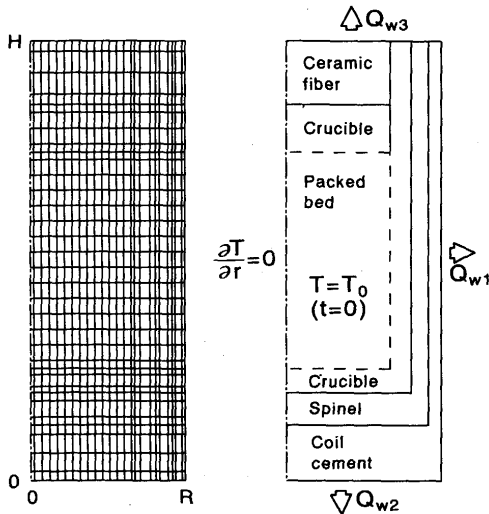


Fig. 1. Mesh structure, computation domain, initial and boundary conditions for the analysis of packed bed.

また、底部および上部からの熱損失 Q_{w2} , Q_{w3} の評価においてはミハイエフ¹²⁾の方法による Nu_m 推算式を使用した。

$$Gr_m \cdot Pr_m \leq 10^{-3} \text{の範囲で, } Nu_m = 0.5 \dots \dots \dots (12a)$$

$$Gr_m \cdot Pr_m > 10^{-3} \text{の範囲で, } Nu_m = A (Gr_m \cdot Pr_m)^B \dots \dots (12b)$$

ここで、定数A, Bは $Gr_m \cdot Pr_m$ の大きさ¹²⁾によって異なる値が与えられる。

3. 実験

実験装置の概略図をFig. 2に示す。この装置はサイリスタ式高周波誘導炉(直径250mm, 高さ400mm)で、迅速かつ高能率に最大100kgの鉄の溶解が行えるように設計されている。高周波の周波数は2.95kHz, 定格出力は100kWで、30~100%の範囲で連続可変できる。

単一円柱型炭材試料の誘導加熱実験では大きさの異なる多孔質のークスおよび黒鉛を使用した(Fig. 2左参照)。用いた試料のサイズはTable 1に示してある。これらの試料

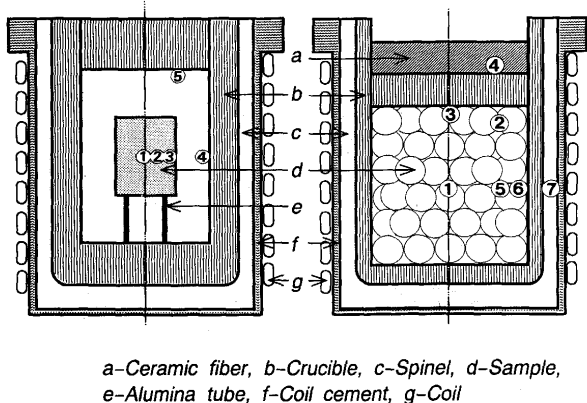


Fig. 2. Schematic diagram of experimental apparatus for induction-heating of a single cylinder and a packed bed of carbonaceous materials.

Table 1. Size and physical properties of the samples used.

	For single cylinder		For packed bed
	coke	graphite A	graphite B
$(d_p, H)(m)$	(0.10, 0.10) (0.13, 0.15)	(0.10, 0.10)	(0.54, -)
$\rho(kg/m^3)$	1400	1732	1695
$\mu(H/m)$	12.6×10^{-7}	12.6×10^{-7}	12.6×10^{-7}
$e(-)$	$0.96 - 8.6 \times 10^{-5}T$	$0.93 - 3.0 \times 10^{-5}T$	$0.93 - 3.0 \times 10^{-5}T$

はアルミナ管により炉の中央に設置された。試料の温度はシース型CA熱電対(直径3.2mm)を試料内部に埋め込んで測定した。埋め込み位置は $r=0$ (①), $r=R/3$ (②) および $r=2R/3$ (③) でいずれも試料半分の高さとした。試料には上部より中心軸と平行に孔を開け、熱電対を挿入した後、間隙には試料粉末を充填し固定した。さらに試料表面からの放射による熱損失を評価するために坩堝の壁 (④) および上蓋の内表面 (⑤) 温度を測定した。いずれの熱電対も磁場中におくことにより生じるEN(Ettingshausen Nernst)効果による誤差を低減するため軸と平行に設置した。

充填層の誘導加熱実験では、試料として黒鉛球(形状係数0.93)を作製し使用した。約100個をFig. 2の右に示すように炉内に充填した。アルミナ保護管(外径3.5mm)に入れた3本のPR熱電対(PtRh40%-PtRh20%, 直径0.5mm)を炉の高さ方向と半径方向の異なる位置にある黒鉛球の中心に埋め込み、4本を壁に接着した。同一周波数のもと、各種印加電流条件下で温度の経時変化を測定した。①は充填層の中心位置、②、⑤は壁に近傍の位置にある粒子で、⑤は①と同一の高さ、②は層上部から2層目に配置した。

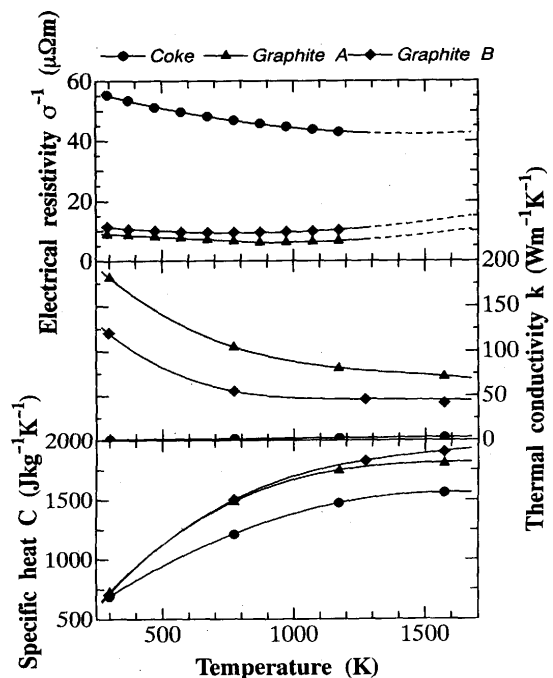


Fig. 3. Temperature dependencies of specific heat, thermal conductivity and electrical resistivity for coke and graphite used.

そのほか、誘導炉の壁 (⑥, ⑦) および上蓋 (③, ④) の温度も測定した。試料の物性値をTable 1 と Fig. 3 に示す。比熱, 熱伝導率および電気抵抗率は断熱型連続法, レーザーフラッシュ法および4端子法によってそれぞれ測定し, 物性値の温度依存性を明らかにした。

4. 結果および考察

4.1 単一円柱

はじめに, 100mmφ×100mmの単一のコークス円柱を印加電流960Aの条件下で加熱した。各位置における温度の経時変化をFig. 4 (左上図) に基準ケースとして示す。試料内部の温度を示す番号①, ②, ③ (Fig. 2 左図参照) の変化より, 周辺部から先に昇温し, 試料内の最大温度差は少なくとも120K以上あることが判明した。

次に各種条件の影響を調査するために, 試料の大きさ, 種類および印加電流を個別に変化させて実験した。ケースAではコークスの大きさを130mmφ×150mmとその体積を2.5倍大きくした。試料内の温度差は一時的には拡大したが, 周辺部にいくほど電流密度が大きくなるため昇温速度は増大した。ケースBでは基準ケースのコークスと同一の大きさの黒鉛を加熱した。黒鉛の電気抵抗率はコークスに比べ約1/5, 熱伝導率は20~120倍大きいため, 試料内の温度分布は均一になり, かつコークスに比べ急速に昇温した。印加電流を小さくしたケースCでは, 試料内に発生するジュール熱が小さくなるため, 昇温速度が小さくなった。

モデルの妥当性を検証するため, Fig. 4 には各ケースにおける計算結果も併示している。試料のサイズ, 種類およびコイルの印加電流を変えたが, いずれの条件においても温度変化に関する測定値と計算値はよく一致した。したがって, 単一円柱に関する上記の解析法は妥当であると結論した。次にこのモデルを使用して試料内の温度分布について

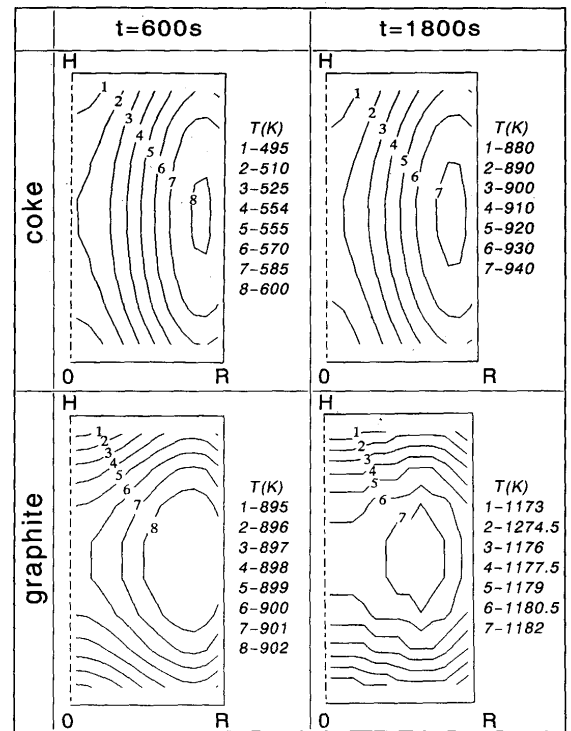


Fig. 5. Temperature distributions within coke and graphite cylinders at 600s and 1800s.

検討した。Fig. 5 には数値解析により得られたコークス (Reference case) および黒鉛試料 (Case B) の加熱開始600秒後および1800秒後の温度分布を示している。コークス試料は初期には約100K, 後期には約60Kの温度差を有するのに対し, 黒鉛試料内の温度分布はほとんど均一であった。1800秒後の温度分布に見られるように, 表面からの熱損失のため上下端でわずかに温度が低下しコークスの温度分布の傾向と異なっていた。

Fig. 6 は試料内における誘導加熱開始時 (t = 0) の電流場の計算値である。左図 (a) はコークスの場合 (Reference case) で, 右図 (b) は黒鉛の場合 (Case B) である。黒鉛の

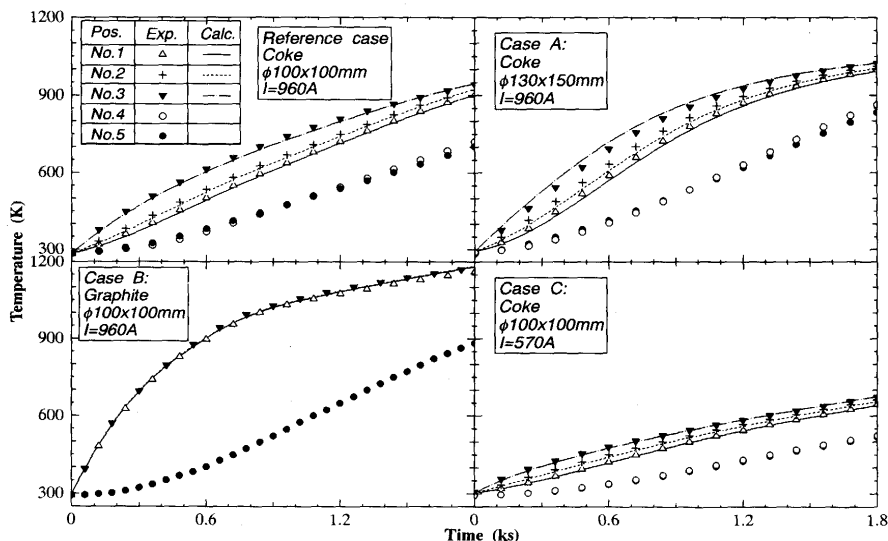


Fig. 4. Influences of size, material and supplied current on temperature histories of single cylinder and inner wall. (Position No:Refer to left figure of Fig. 2)

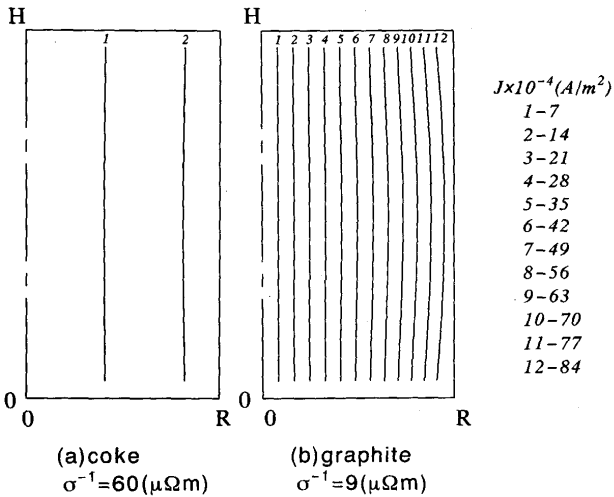


Fig. 6. Comparison of the current density contour between coke and graphite samples for the condition of $I=960A$.

電気伝導率 σ が大きいため周辺部では大電流が流れていることがわかる。試料の上部および下部では表皮効果のため、黒鉛円柱試料内にはわずかに外に凸の分布がみられた。

4・2 黒鉛球充填層

Fig. 7は誘導電流490Aで、黒鉛球充填層を加熱したときの誘導炉内の各位置における温度の経時変化を示している。同図中の番号はFig. 2の右に示す熱電対の位置と対応している。黒鉛球の温度を上図、壁の温度を下図に示している。2.5ksまでの加熱初期には周辺部の昇温速度は中心部の昇温速度より大きかったが、それ以降は加熱とともに壁からの熱損失が増大するため周辺部での温度は中心に比べ約70K低くなった。坩堝の壁および蓋の内、外表面の温度の経時変化から、約30ksではほぼ定常状態に到達していた。

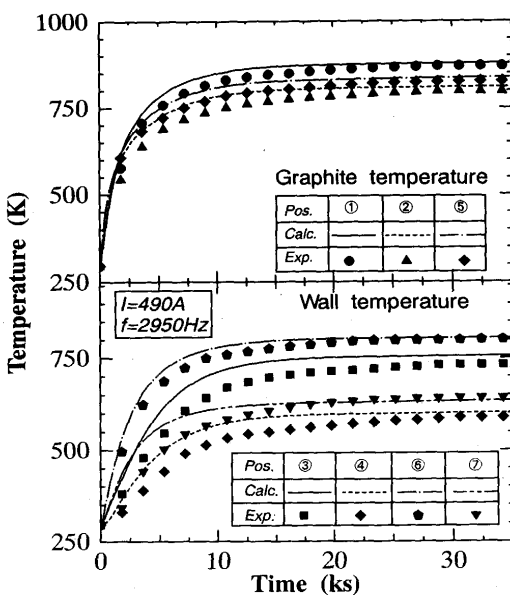


Fig. 7. Temperature changes of spherical graphite in the packed bed and the wall with time. (Position No: Refer to right figure of Fig.2)

コイルの印加電流を490Aから1000A以上に増大したときの黒鉛およびコークス球充填層内温度の経時変化をFig. 8に示す。充填層の昇温速度はいずれの場合もコイルの印加電流の増加とともに大きくなった。周波数2.95kHzの条件下でも、黒鉛球の場合には、1330Aの印加電流でスクラップを溶解可能な温度(約1673K)まで昇温できることが判明した。

Fig. 7には各位置における温度の経時変化の計算値も併示されている。各場所の温度の測定値と計算値は傾向的にはほぼ一致していた。また、印加電流を1140Aまたは1330Aとした場合の数値解析結果をFig. 8に示す。これらの場合にも、実測および数値計算で得られた昇温曲線はほぼ一致しているので、充填層の伝熱モデルは妥当であると判断した。しかし、測定値は計算値に比べ、昇温速度がやや遅く、定常状態での絶対値もわずかに低くなっているのは、熱電対のアルミナ保護管を介しての熱伝導による熱損失と伝熱の遅れが一因と推察される。

コークス充填層については、前述の単一円柱型試料の誘導加熱において試料内に温度分布が生じたので、充填層に同型の基礎式(1)を適用することの妥当性を検討した結果、約20Kの温度差が生じる程度であることがわかった。したがって、このモデルがコークス充填層の場合にも適用できると考えられる。Fig. 8には黒鉛球充填層と同一条件下でコークス粒子を加熱した場合の計算結果も併示した。黒鉛に比べコークスの電気伝導率が小さいため印加電流1330Aではコークスの温度は1400K以下にとどまり、この条件下では層内の温度はスクラップ融点以上に加熱できないことが判明した。そこで、印加電流を1600Aまで上昇させると、炉内温度はスクラップ融点を十分超える温度まで加熱できる結果になった。Fig. 9は黒鉛球で印加電流を1330Aとした場合の全

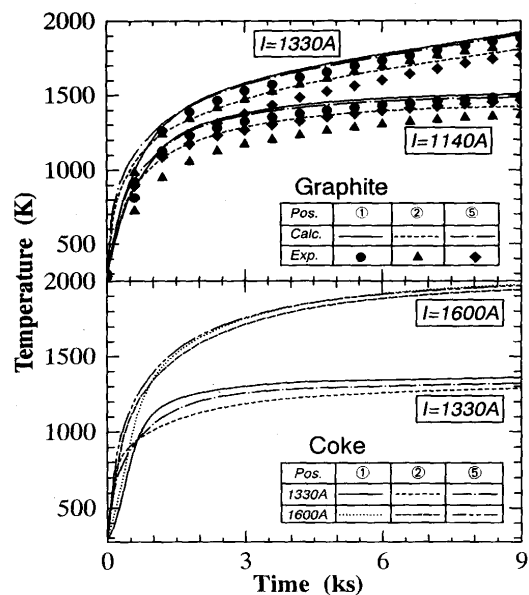


Fig. 8. Influences of supplied current on temperature histories in the packed bed for the frequency of 2950Hz. (Position No: Refer to right figure of Fig.2)

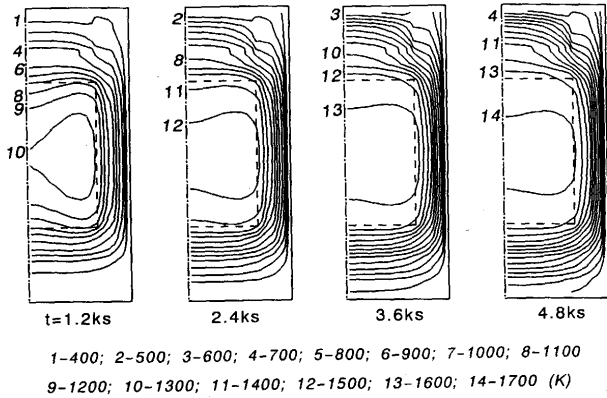


Fig. 9. Temperature distributions in the packed bed of graphite spheres at different times.

体の温度分布を示す。加熱時間の増加とともに、層内の最高温度点が周辺部より徐々に中心へ変化していく傾向を示した。また、コイル近傍においては急激な半径方向温度勾配がみられ、断熱材の断熱効果が確認できた。

5. 結言

炭材充填層型高周波連続誘導溶解炉に関する伝熱解析の基礎研究として、炭材を用いた単一円柱および球充填層を対象に誘導加熱実験を行い、その2次元非定常数学的モデルの開発を試みた。得られた結果は以下の通りである。

(1) 単一円柱試料の加熱実験では、大試料、小電気抵抗率および大印加電流は誘導を促進し、昇温速度を増大した。また、黒鉛のような熱伝導の良い物質に対して試料内の温度分布はほぼ均一であることがわかった。一方、コークス試料内の温度分布は無視できず周辺部で高温に、中心部で低温度になっていた。

(2) 黒鉛球充填層加熱実験においては、同一周波数のもとで、コイルの印加電流が大きいかほど層内全体の温度が高くなり、1330A, 2.95kHzの条件においては短時間でスクラップが溶解可能な温度に昇温された。充填層内の温度分布は水冷による熱損失が大きいため壁近傍で低温になり、中心部にいくに従い高温になっていた。

(3) 電磁誘導理論に基づき、物性値(比熱、有効熱伝導率、有効電気抵抗率、放射率)の温度依存性および多重断熱材の伝導効果を考慮した2次元非定常円筒座標系の数学的モデルを構築した。炭材を用いた単一円柱および充填層の加熱実験によりその妥当性が検証された。このモデルにより電流および温度の分布が推算できる。

最後に、本研究の遂行にあたり試料の御提供および有益な御助言を賜った(株)日立製作所リビング機器事業部に謝

意を表す。また御討論を頂いた当研究所塾上洋博士に感謝の意を表す。

記号

- b: 仮想コイル断面積の相当半径 [m]
- C: 比熱 [$Jkg^{-1}K^{-1}$]
- D: らせん状に巻かれたコイルの直径 [m]
- d: コイル断面の相当直径 [m]
- e: 放射率 [-]
- F: 形態係数 [-]
- f: 周波数 [Hz]
- Gr_m : グラスホフ数 ($=gl^3\beta\Delta T\gamma^{-2}$) [-]
- g: 重力加速度 [ms^{-2}]
- H, H_s : 誘導炉および単一円柱試料の高さ [m]
- h: 熱伝達係数 [$Wm^{-2}K^{-1}$]
- I: コイルの印加電流 [A]
- Im : 複素数虚部の値
- J: 電流密度 [Am^{-2}]
- j: 虚数単位 [-]
- k: 固体の熱伝導率 [$Wm^{-1}K^{-1}$]
- l: 長さ [m]
- M: 相互インダクタンス [H]
- Nu_m : ヌッセルト数 ($=h/k$) [-]
- Pr_m : プラントル数 ($=\rho\gamma Ck^{-1}$) [-]
- Q_w : 熱損失 [Wm^{-2}]
- R, R_s : 誘導炉および単一円柱試料の半径 [m]
- Re: 複素数実部の値
- Re_m : レイノルズ数 ($=lu\gamma^{-1}$) [-]
- r: 半径方向の距離 [m]
- S: 仮想コイルの断面積 [m^2]
- T, T_w : 固体および壁の温度 [K]
- t: 時間 [s]
- tu: コイルの巻き目 [-]
- u: 冷却水の流速 [ms^{-1}]
- z: 軸方向の距離 [m]
- β : 体積膨張係数 [K^{-1}]
- γ : 動粘度 [m^2s]
- e: 空隙率 [-]
- ρ : 見かけ密度 [kgm^{-3}]
- σ, σ_s : 固体および流体の電気伝導率 [$\Omega^{-1}m^{-1}$]
- σ_0 : ステファン・ボルツマン定数 [$Wm^{-2}K^{-4}$]
- μ : 透磁率 [Hm⁻¹]
- ω : 角速度 [$rads^{-1}$]

文献

- 1) 橋田榮夫: 工業加熱, 2 (1991), p.23
- 2) E.D.Tarapore and J.W.Evans: Metall Trans., 7B (1976), p.455
- 3) J.L.Meyer, N.El-Kaddah, J.Szekely, C.Vives and R.Ricou: Metall Trans., 18B (1987), p.529
- 4) C.Vives and R.Ricou: Metall Trans., 16B (1985), p.377
- 5) J.Sakane, B.B.Li and J.W.Evans: Metall Trans., 19B (1988), p.397
- 6) D.Kunii and J.M.Smith: AIChE J., 16 (1960), p.97
- 7) 国井大蔵: 熱的単位操作 (上), (1976), p.147 [丸善]
- 8) A.Eucken: VDI-Forschungsheft, B3,1 (1932), p.353
- 9) 高橋俊秀: 電磁気学, (1980), p.244 [裳華堂]
- 10) S.V.Patankar and D.B.Spalding: Int.J.Heat Mass Trans., 15 (1972), p.1787
- 11) 森 康夫, 中山 恒: 日本機械学会論文集, 31 (1965), p.1521
- 12) ミハイエフ著, 内田秀雄, 鎌田重夫訳: 基礎伝熱工学, (1966), p.56 [東京図書]