

移動磁場を用いた溶融金属中非金属介在物の除去

田中 佳子*・佐々 健介*²・岩井 一彦*²・浅井 滋生*²

Separation of Non-metallic Inclusions from Molten Metal Using Traveling Magnetic Field
Yoshiko TANAKA, Kensuke SASSA, Kazuhiko IWAI and Shigeo ASAI

Synopsis : A new method for separating inclusions from a molten metal by using a traveling magnetic field is proposed. A bundle of thin tubes for flowing molten metal is set between two linear induction motors which generates a transverse magnetic field traveling in the direction perpendicular to the molten melt flow. As the flow driven by the electromagnetic force which is induced to the traveling direction of magnetic field is constrained by the tube wall, inclusions move toward the tube wall opposite to the direction of the electromagnetic force.

Two mathematical models to evaluate the electromagnetic force acting on inclusions were developed. The analytical formulations of the electromagnetic force in both the models were derived as a function of the design parameters of induction motors and the operating variables.

The elimination principle of inclusions proposed here was confirmed in the experiment in a Al-Al₂O₃ system.

A feasibility study on the application of the method to the elimination of inclusions from molten steel was performed.

Key words : inclusion ; separation ; traveling magnetic field ; electromagnetic processing of materials ; application of electromagnetic force ; molten metal.

1. 緒言

近年、製鋼プロセスにおいては電磁気力が多用されるようになっている。その代表例が電磁攪拌や電磁ブレーキで、介在物除去に対して有効な手段であることが明らかとなってきた¹⁾。電磁攪拌は介在物間の衝突を介して介在物径の肥大をもたらし、浮上速度を増加させ、一方、電磁ブレーキによる流動抑制は介在物のプール深部への侵入を抑え、凝固界面での介在物の捕捉の機会を減ずる、と考えられている。また、磁場により溶融金属を回転させ、そこから生じる遠心力をを利用して比重差によって介在物を中心部に移動させる新しい介在物分離法も提案されている²⁾。

最近、電気伝導度差によって溶融金属と介在物を分離する方法が検討されるようになってきた。これに関する研究は、1954年にLeenovとKolinの論文³⁾に端を発する。そこでは一様の電磁気力印加下では球形の介在物粒子に電磁分離力の生ずることが明らかにされた。また、Bepme⁴⁾等は電磁気力を印加することによって介在物が移動することを実験によって確認した。さらに、1980年代に入るとMartyとAlemanyは2種類の形状の粒子について電磁分離力を表す式を導出した⁵⁾。

電磁気力により介在物分離を行う場合、磁場勾配による電磁気力の不均一性が存在すると、溶融金属は流動するた

め、介在物の混合が生じ、介在物の電磁分離効果は失われる。そのため、この流動の抑制は介在物の電磁分離を実現する上では極めて重要である。著者らは、多数の細管束やフィルターに溶融金属を流通させる方法でこの流動を抑制すれば、介在物の電磁分離の効果が顕在化できることを実験によって実証した⁶⁾。この実験では、電極を介して直流電流を供給すると共に、直流磁場を細管中の溶融金属に印加した。この介在物電磁分離法は印加電磁エネルギー効率の点から優れているものの、高融点金属へ適用する際には電極浸漬が課題となる。この他に、高周波磁場の印加によって発生するピンチ力を利用する方法が、谷口ら⁷⁾によって進められている。この場合、電極は必要としないものの、商用周波数の電流から高周波電流への変換効率に問題を残す。

本研究では、移動磁場を用いて溶融金属に電磁気力を印加する新たな介在物電磁分離法を提案する。本法では電極挿入が回避できるのみならず、商用周波数の電流が使用できるという特徴を持つ。

2. 介在物分離の原理

処理装置の想定図をFig.1に示す。移動磁場発生装置内部に磁場進行方向(*z*方向)と垂直な方向(*y*方向)に溶融金属を流通させる多数の細管あるいはフィルターを設置して、

平成7年5月18日受付 平成7年9月25日受理 (Received on May 18, 1995; Accepted on Sep. 25, 1995)

* アルモニコス (ARMONICOS)

* 2 名古屋大学工学部 (Faculty of Engineering, Nagoya University, Furo-cho Chikusa-ku Nagoya 464-01)

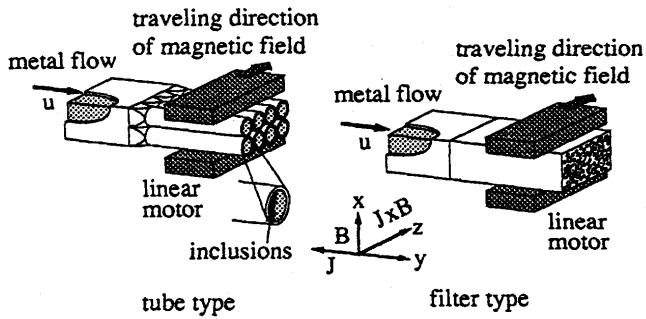


Fig. 1. Imaginary concept of the industrial application.

連続的に介在物分離処理を行う。このようにすると、溶融金属は電磁気力方向（磁場の移動方向）には細管壁で拘束されて動けないことになる。その際、電気伝導度の小さい介在物には電磁気力が生じないため、介在物は周囲の金属から力を受け、電磁気力の方向すなわち磁場の進行する方向とは逆の方向に移動する。介在物を電磁気力の反対方向に移動させる力を電磁アルキメデス力と呼ぶことにする。この場合、細管は次の3つの機能を有する。（1）不均一電磁気力がもたらす溶融金属の攪乱を抑制し、（2）電磁気力方向への溶融金属の移動を抑え、（3）介在物の移動距離を短くして、その処理時間を短縮する。さらに幸いなことに z 方向に移動する x 方向の磁場を印加する場合には、誘導電流は y 方向に生ずるため、ここに配した細管によってこの電流路が妨げられることはない。

3. 理論解析

3.1 解析系

両側リニアモータのギャップ間に溶融金属で満された細管を多数配する場合、ギャップ間には金属層と非金属層が混在することになる。そこで介在物に作用する電磁気力の解析解を得ることを目的として次の二つの両極端のモデル化を行った。1)ギャップ間に有限厚みを持つ板状の溶融金属層が存在する場合と2)ギャップ間は非金属層のみで断面積が無限小の溶融金属線が所定本数存在する場合である。前者は各細管内金属に生ずる磁場の相互作用を過大に評価するものであり、後者はそれを過小に評価するものである。なお、便宜上、前者を板モデル、後者を線モデルと称することにする。

3・2 板モデル

電磁場の支配方程式 ($\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$, $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$, $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$) と構成方程式 ($\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$), および, (1) 式で定義する磁気ベクトルポテンシャル \mathbf{A} を用いると, 電磁場を決定する基礎方程式として (2) 式を得る。

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \sigma \mu (\partial \mathbf{A} / \partial t) \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

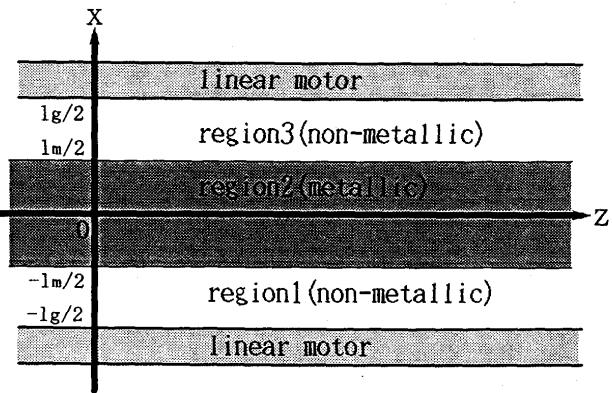


Fig. 2. The system for analyzing electromagnetic field in the "plate" model.

A は時間に関して正弦波であると仮定すると、(2)式は(3)式となる。

$$\nabla^2 \mathbf{A} = j\omega\sigma\mu \mathbf{A} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

解析系をFig. 2に示す。領域1, 3は非金属層、領域2は金属層である。この場合、誘導電流は主に y 方向に生ずるので、これを y 方向成分に限定するとAは y 方向成分のみとなる。それぞれの領域における基礎式を以下に示す。

境界条件は(7)式となる。

$$\begin{aligned} A_{1y} &= A_{2y} \text{ at } x = -\frac{l_m}{2}, \quad A_{2y} = A_{3y} \text{ at } x = \frac{l_m}{2}, \quad \frac{\partial A_{1y}}{\partial x} = \frac{\partial A_{2y}}{\partial x} \text{ at } x \\ &= -\frac{l_m}{2}, \quad \frac{\partial A_{2y}}{\partial x} = \frac{\partial A_{3y}}{\partial x} \text{ at } x = \frac{l_m}{2}, \quad \frac{\partial A_{1y}}{\partial x} = B_0 \exp[j(\omega t - kz)] \text{ at } x \\ &= -\frac{l_g}{2}, \quad \frac{\partial A_{3y}}{\partial x} = B_0 \exp[j(\omega t + \pi - kz)] \text{ at } x = \frac{l_g}{2} \quad \dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここで、 B_0 はリニアモータ表面での磁場移動方向(z)の成分である磁束密度 B_z の振幅である。

基礎式の(4)式～(6)式をそれぞれ境界条件(7)式の下で解き、得られる A_{ly} ($i = 1, 2, 3$) を(1)式に代入して \mathbf{B} を求める。次に、この \mathbf{B} をアンペールの法則 ($\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$) に代入して、領域 2 における誘導電流 \mathbf{J} を計算する。溶融金属に作用する時間平均の電磁体積力は \mathbf{B} と \mathbf{J} から次式を用いて求める。

$$\langle \mathbf{F} \rangle = \text{Re}[\mathbf{J} \times \mathbf{B}^*]/2 \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

これ以後 $\langle \rangle$ は、時間平均値を、*の添字は共役複素数を表す。

得られた解を(9), (10)式に示す。

$$\langle F_{x_2} \rangle = \frac{\omega \sigma B_0^2 k \left\{ \sinh^2(\gamma_r x) + \cos^2(\gamma_i x) \right\}}{C |\gamma|^2 \cosh^2(p/2) + C k^2 \sinh^2(p/2) - k \gamma_i \sinh(p) \sin(\gamma_i l_m)} \quad (9)$$

$$\langle F_{2x} \rangle = \frac{\omega \sigma B_0^2 k \left\{ \sinh^2(\gamma_r x) + \cos^2(\gamma_r x) \right\}}{C |\gamma|^2 \cosh^2(p/2) + C k^2 \sinh^2(p/2) - k \gamma \sinh(p) \sin(\gamma_r l_m)} \quad (10)$$

但し、

$$\begin{aligned} \gamma^2 &= k^2 + j\omega\sigma\mu, \quad \gamma = \gamma_r + j\gamma_i, \quad |\gamma|^2 = \sqrt{k^4 + (\omega\sigma\mu)^2}, \\ k &= \pi/l_p, p = k(l_g - l_m)/2, \quad C = \cosh(\gamma_r l_m) - \cos(\gamma_r l_m) \end{aligned} \quad (11)$$

である。

3・3 線モデル

解析系をFig. 3に示す。両側リニアモータはx方向横断磁場を形成し、y, z方向には無限に広がっているものとする。磁場は時間的には正弦波であり、かつ空間的にもz方向に波数kにて進行する正弦波であると仮定する。また、金属線は、z方向には等間隔 l_z で N_z 本、x方向には N_x 本配置し、y方向の両無限遠方において、すべての金属線が短絡しているものとする。金属線間に磁場の相互作用がないとすればギャップ間がすべて非金属層であるので、磁気ベクトルルポテンシャル \mathbf{A} の基礎式は(12)式となる。

$$\nabla^2 \mathbf{A} = 0 \quad (12)$$

キルヒホッフの電流則より、x方向に n_x 番目、z方向に n_z 番目の金属線を流れる誘導電流 J_{y,n_x,n_z} の総和は0となる。

$$\sum_{n_x=1}^{N_x} \sum_{n_z=1}^{N_z} J_{y,n_x,n_z} = 0 \quad (13)$$

また、キルヒホッフの電圧則の(14)式とファラデーの電磁誘導則の(15)式より、(16)式、(17)式が得られる。

$$iR = \text{EMF} \quad (14)$$

$$\text{EMF} = -\frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (15)$$

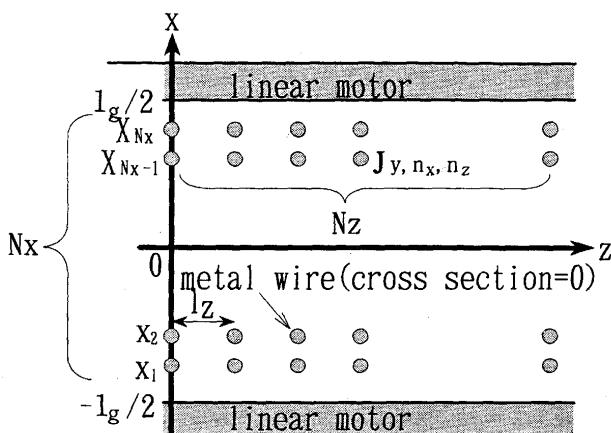


Fig. 3. The system for analyzing electromagnetic field in the "wire" model.

$$-J_{y,n_x,N_z} + J_{y,n_x+1,N_z} = -\sigma \frac{d}{dt} \int_{n_x}^{n_x+1} B_{z,z=(N_z-1)l_z} dx, \quad (16)$$

$$J_{y,n_x,n_z} - J_{y,n_x,n_z+1} = -\sigma \frac{d}{dt} \int_{(n_z-1)l_z}^{n_z l_z} B_{x,x=x_{n_x}} dz, \quad (17)$$

(13), (16), (17)式を連立して解くと、各金属線に流れる誘導電流は次式となる。

$$J_{y,n_x,n_z} = -\frac{j\sigma\omega B_0^2}{ksinh(kl_g/2)} \left[\begin{aligned} & -cosh(kx_{n_x}) \exp\{-jk(n_z-1)l_z\} \\ & + \frac{\sum_{i_x=1}^{N_x} cosh(kx_{i_x}) \sum_{i_z=1}^{N_z} exp\{-jk(i_z-1)l_z\}}{N_x N_z} \end{aligned} \right] \exp(j\omega t) \quad (18)$$

次に、(12)式を解いて得られる \mathbf{A} を(1)式に代入して求めた各金属線位置の磁束密度を、(19), (20)式に示す。

$$B_{x,n_x,n_z} = \frac{jB_0 \cosh(kx_{n_x})}{\sinh(kl_g/2)} \exp\{-jk(n_z-1)l_z\} \exp(j\omega t) \quad (19)$$

$$B_{z,n_x,n_z} = \frac{B_0 \sinh(kx_{n_x})}{\sinh(kl_g/2)} \exp\{-jk(n_z-1)l_z\} \exp(j\omega t) \quad (20)$$

(18), (19), (20)式を(8)式に代入すると時間平均の電磁体積力は(21)式、(22)式となる。

$$\begin{aligned} \langle F_{x,n_x,n_z} \rangle &= -\frac{\sigma\omega B_0^2}{2ksinh^2(kl_g/2)} \frac{\sinh(kx_{n_x})}{N_x N_z} \left\{ \sum_{i_x=1}^{N_x} \cosh(kx_{i_x}) \right. \\ &\quad \left. \left[\sum_{i_z=1}^{N_z} \sin\{-(n_z+i_z-2)kl_z\} \right] \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

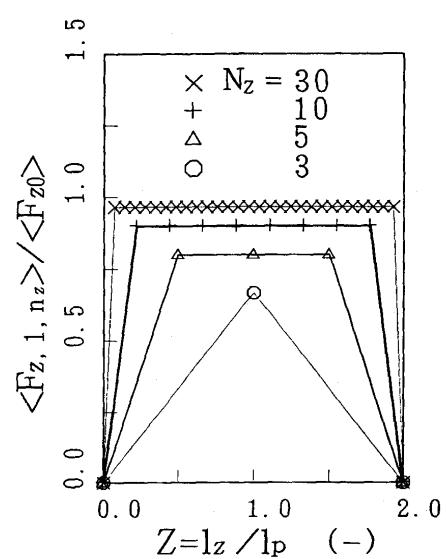


Fig. 4. Calculated electromagnetic force acting on a metal wire by use of the "wire" model.

$$\langle F_{z,n_x,n_z} \rangle = \frac{\sigma\omega B_0^2}{2k\sinh^2(kl_g/2)} \left(\cosh^2(kx_{n_x}) - \frac{\cosh(kx_{n_x})}{N_x N_z} \right) \left(\sum_{i_z=1}^{N_x} \cosh(kx_{i_z}) \right) \left(\sum_{i_z=1}^{N_z} \cos(-(n_z + i_z - 2)kl_z) \right) \dots \dots \dots (22)$$

金属線の間隔 l_z をポールピッチ l_p で除した無次元数 ($Z = l_z/l_p$) を用いて、 $N_x = 1$ のときのギャップ中央部 ($x = 0$) における z 方向の電磁気力を求めるとき (23) 式となる。

$$\langle F_{z,1,n_z} \rangle = \frac{\sigma\omega B_0^2}{2k\sinh^2(kl_g/2)} \left(1 - \sum_{i_z=1}^{N_z} \cos(-(n_z + i_z - 2)\pi Z) / N_z \right) \dots \dots \dots (23)$$

(23) 式で回路の z 方向距離を 2 ポールピッチとしたときの計算結果を Fig. 4 に示す。横軸は Z 、縦軸は電磁体積力を $\langle F_{z,0} \rangle \equiv \sigma\omega B_0^2 / \{2k\sinh^2(kl_g/2)\}$ で除した無次元数で整理してある。ギャップ間に金属線を多数配すれば、その各々の金属線に作用する電磁体積力は一定値 $\langle F_{z,0} \rangle$ に近づくことがわかる。

4. 実験

4.1 解析系との比較

実験に用いた幅 150mm、ポールピッチ 240mm の横断磁場型三相交流両側リニアモータの縦断面図を Fig. 5 (a) に示す。空間的磁場分布は磁場の進行方向に正弦波であることが望ましいが、実際には磁束はコア部に集中しがちであり、ギャップ間内部にはこの磁束集中に伴う磁場勾配が生ずる。

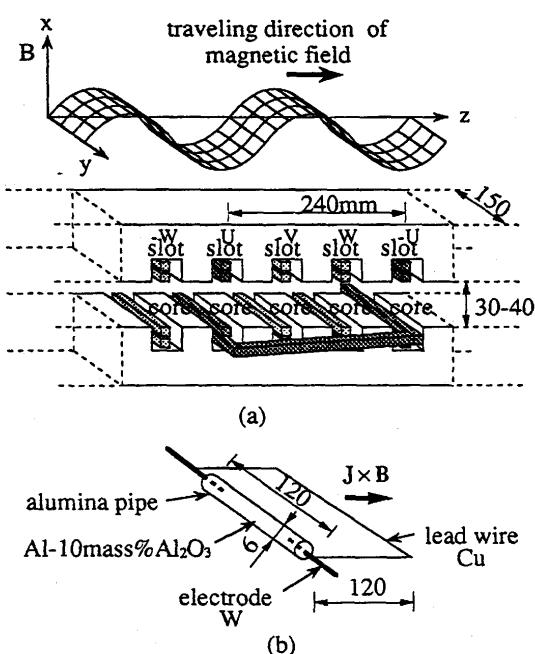


Fig. 5. Experimental apparatus
(a) linear motor
(b) circuit of molten aluminum and a lead wire

この勾配による高調波成分は電磁気力を弱める。そこで、まずガウスマーターを用いて鉛直方向 (x 方向)、幅方向 (y 方向) とも中央位置での磁場分布の測定を行った。時間平均の測定値は、磁束集中が起こらなければ磁場進行方向には一様な値となるはずである。リニアモータに 200A 通電したところ、ギャップ長が 30mm の場合、コア上で 0.12T、スロット上で 0.08T の磁束密度となった。またギャップ長を 40mm とすると、それぞれ 0.08T と 0.065T であった。次に、ギャップ長が 30mm の場合のコア上における装置幅方向の磁場分布を Fig. 6 に示す。磁場進行方向 (z 方向) にはコア、スロット毎に強い磁場勾配が存在したが、幅方向 (y 方向) には約 90mm の均一磁場帯が得られた。

次に、細管を多数配する本プロセス系では、線モデルと板モデルのどちらが実験系の記述に適しているかを判定する実験を行った。Fig. 7 に示すように、1 ポールピッチ分にあたる 240mm の間隔にわたって直径 10mm の Al 棒を所定本数の N_z 本並べて両端部を短絡させた。リニアモータに通電し、それぞれの Al 棒に流れる誘導電流とその位置でギャップ間を横断する方向 (x 方向) の磁場との位相差を、オシロスコープを用いて測定した。Fig. 8 には、板モデルと線モデル

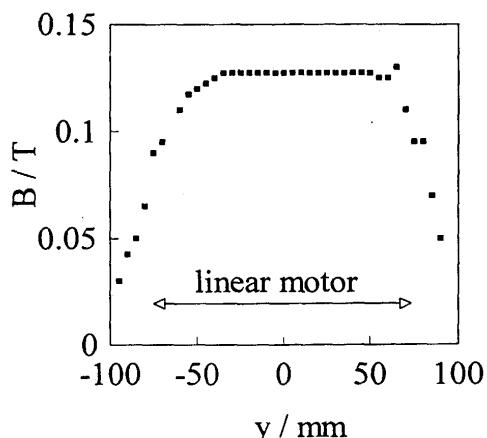


Fig. 6. Distribution of the magnetic flux density along the y -axis.

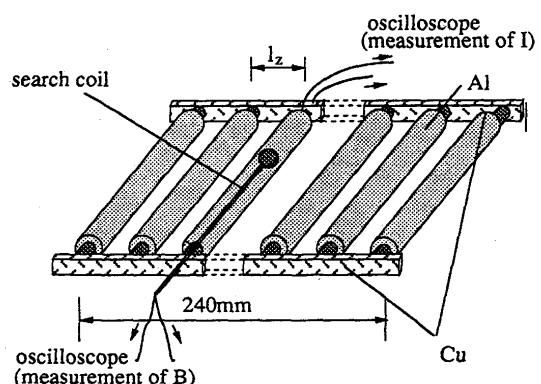


Fig. 7. Schematic diagram of the measurement of the phase difference between magnetic field and eddy current.

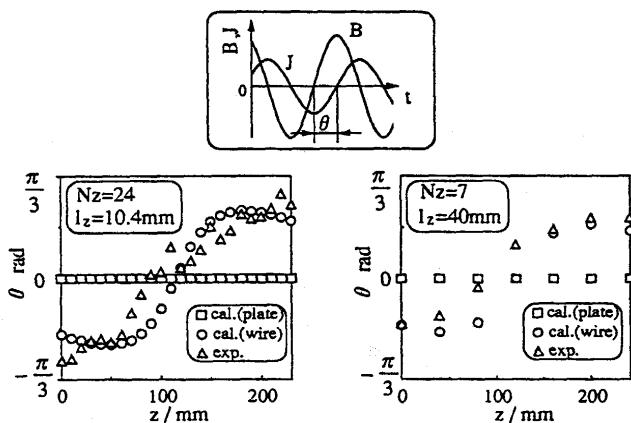


Fig. 8. Comparison of the observed phase difference between magnetic flux density and eddy current with the differences evaluated by the "plate" and the "wire" models.

ルにより得られる位相差と実測値を示した。本実験系においては配置本数に関わらず線モデルが実験系をより的確に表していることがわかる。

4・2 介在物分離の実証実験

実際の処理プロセスとしては、Fig. 1 に示したように多数の細管に溶湯を流通させ、移動磁場を印加する装置を想定してはいるが、ここでは原理の確認のみを目的として溶湯は静止状態とした。細管は 1 本で溶融金属の両端を他の細管の模擬体である Cu 線と結線した。実験に用いた細管および Cu 線の概略図を Fig. 5 (b) に示した。

10mass% Al_2O_3 を含有させたアルミニウムの母材を溶解し、内径 6 mm、長さ 120 mm のアルミナ管に注入した。試料と Cu 線の模擬体の長さは 120 mm として、ギャップ長 40 mm の両側リニアモータ間に認置した。リニアモータにより z 方向に進行する磁場を、1003 K に保持した試料に 180 秒間、さらに炉冷しながら 180 秒間印加した。印加磁束密度はコア上のギャップ間中央部で 0.08 T であった。なお、磁場を印加しない場合についても同様の温度経過の下で参考試料を作成した。

断面観察結果を Fig. 9 に示す。磁場を印加しなかった (a) では Al_2O_3 は Al との比重差のため、重力方向 ($-x$ 方向) に沈降している。一方、磁場を印加した (b) では、 Al_2O_3 は電磁気力作用方向 (z 方向) と逆側の管壁に移動していることが確認できる。このことから、移動磁場印加により介在物分離が可能であることが実証された。

5. 溶鋼系への適用の可能性

前章の実験で、移動磁場の印加によって介在物の除去が可能であることが確認できたので、ここでは溶鋼系を対象に本プロセスの実現の可能性について検討する。

Fig. 10 に示すように、ポールピッチ 240 mm、両側リニアモータ間のギャップ長を 400 mm と定め、溶鋼処理能力を見

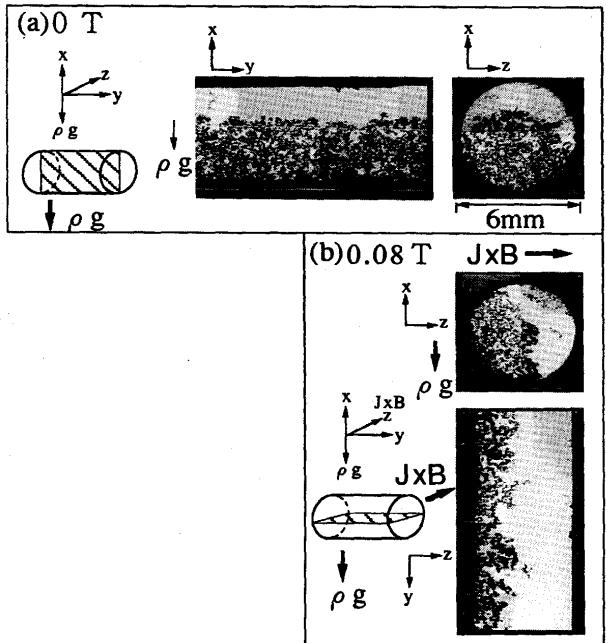


Fig. 9. The distribution of non-metallic inclusions with and without application of traveling magnetic field.

(a) without magnetic field
(b) with magnetic field traveling to z direction

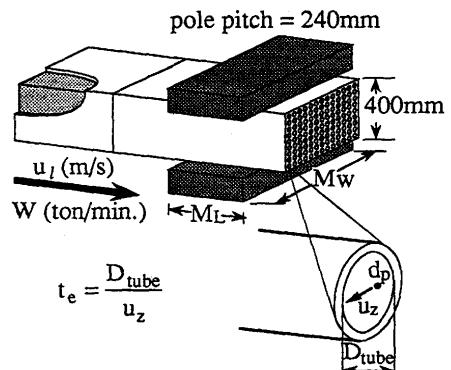


Fig. 10. A system for the feasibility study.

積もった。計算方法は以下の通りである。直径 D_p の球形介在物は電磁気力の反力により、細管内を溶鋼流とは直角方向に一定速度 u_z で移動するものとする。介在物に加わる電磁気力は線モデルで評価し、その値を用いてストークスの法則から介在物の線速度 u_z を求めた。細管径 D_{tube} が与えられれば、細管を横断するのに必要な時間 t_e ($= D_{tube}/u_z$) が計算できる。ただし、細管内の溶鋼流は介在物の移動に影響を及ぼさないものとした。一方、溶鋼流速 u_1 ($= M_L/t_L$) は細管長 M_L と溶鋼処理時間 t_L の比から決定されるが、細管の入り口から入った介在物が細管の出口に到達するまでに管壁に捕捉されると仮定すれば、介在物を除去するための最小溶鋼処理時間は介在物移動時間となる ($t_L = t_e$)。細管を形成する耐火物の厚みを無視すればリニアモータの断面積はその長さ (M_w) とギャップ長 (0.4 m) の積で表されるの

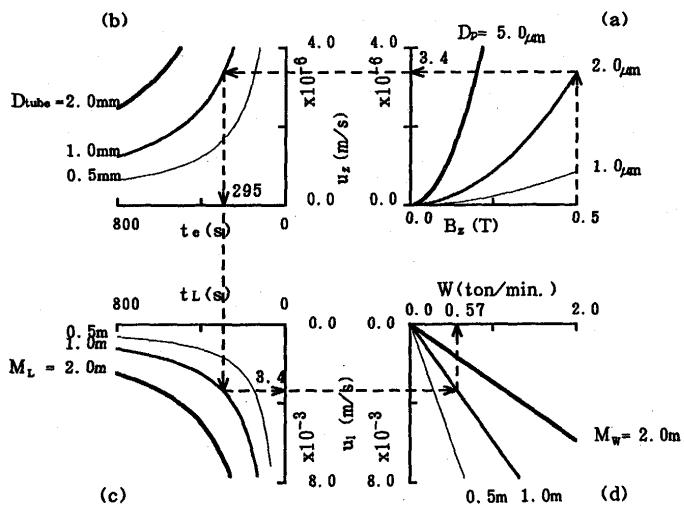


Fig. 11. Feasibility study on the separation of inclusions from molten steel.
 (a) relation between intensity of magnetic field and velocity of inclusion
 (b) relation between velocity of inclusion and its traveling time
 (c) relation between time for separation of inclusion and velocity of melt
 (d) relation between velocity of melt and mass flow rate of treated molten steel

で1分(60秒)あたりの溶鋼処理速度 W (ton/min.)は断面積($M_w \times 0.4$)に溶鋼流速(u_i)と溶鋼の密度($7000\text{kg}/\text{m}^3 = 7\text{ton}/\text{m}^3$)を掛けた値となる($W = u_i \times M_w \times 0.4 \times 60 \times 7$)。以上の計算結果をFig.11に示す。(a)はリニアモータ内壁面での磁束密度 B_z と介在物の線速度 u_z の関係を介在物径 D_p をパラメータにして描いている。 $B_z = 0.5\text{T}$ のとき $2\mu\text{m}$ の介在物の線速度は $u_z = 3.4\mu\text{m}/\text{s}$ である。(b)は u_z と介在物が細管径 D_{tube} を横断するのに要する時間 t_e の関係($t_e = D_{tube}/u_z$)を細管径 D_{tube} をパラメータとして示している。 $D_{tube} = 1\text{mm}$ のとき、 $u_z = 3.4\mu\text{m}/\text{s}$ とすれば、 $t_e = 295\text{s}$ となる。(c)は細管長 M_L をパラメータにして溶鋼が細管に流入してから流出するまでの時間 t_L と介在物が細管壁に到達するための溶鋼の線速度 u_i の関係($u_i = M_L/t_L$)を示している。 $M_L = 1.0\text{m}$ とすると、 $t_L = 295\text{s}$ としたとき $u_i = 3.4\text{mm}/\text{s}$ となる。(d)は u_i と溶鋼処理速度 W の関係を細管束幅 M_w をパラメータとして示している。 $M_w = 1\text{m}$ 、 $u_i = 3.4\text{mm}/\text{s}$ とすれば、 $W = 0.57\text{ton}/\text{min.}$ となる。ここに示した実操業の想定(長さ 1m 、内径 1mm の細管を厚み 0.4m 、幅 1m にわたって充填する)が妥当な数値とすれば、 $2\mu\text{m}$ の介在物を毎分 0.57ton の処理速度で除去できることになる。

6. 結言

移動磁場を用いて、溶融金属中の介在物を除去する新たな介在物電磁分離法を提案し、理論解析および実験の両面から本法の有効性を検討した。その結果、以下の知見を得た。

(1)リニアモータギャップ間に細管を多数配する介在物電磁分離法の解析モデルとして、板モデルと線モデルを提案し、各々のモデルにおいて溶融金属に作用する電磁体積力の解析解を導出した。

(2)Al₂O₃を含有させた溶融アルミニウムを用いてAl₂O₃分離実験を行い、本法の原理の妥当性を確認した。

(3)溶鋼からの介在物分離に本法を適用することの可能性について理論的検討を行った。

記号

A	: 磁気ベクトルポテンシャル ($\text{T} \cdot \text{m}$)
B	: 磁束密度 (T)
B_0	: リニアモータのコア表面での B_z の振幅 (T)
D_{tube}	: 細管径 (m)
E	: 電場 (V/m)
EMF	: 起電力 (V)
$\langle F \rangle$: 電磁体積力の時間平均値 (N/m^3)
H	: 磁場 (A/m)
i	: 電流 (A)
j	: 虚数単位 ($-$)
J	: 電流密度 (A/m^2)
k	: 波数 ($1/\text{m}$)
l_g	: リニアモータのギャップ幅 (m)
l_m	: 金属層の厚さ (m)
l_p	: ピッチ間隔 (m)
M_L	: 細管長 (m)
M_w	: 細管束幅 (m)
N_x	: x 方向の金属線の本数
N_z	: z 方向の金属線の本数
R	: 抵抗 (Ω)
t	: 時間 (s)
t_e	: 介在物除去時間 (s)
t_L	: 溶鋼処理時間 (s)
u_z	: 介在物の線速度 (m/s)
u_i	: 細管中の溶鋼の線速度 (m/s)
W	: 溶鋼処理速度 (ton/min.)
x	: リニアモータのギャップ方向距離 (m)
y	: リニアモータの奥行き方向距離 (m)
z	: リニアモータの磁場進行方向距離 (m)
γ	: (11)式で定義する変数
μ	: 透磁率 (H/m)
σ	: 電気伝導度 (S/m)
ω	: 角周波数 (rad/s)
添字	
1	: 領域 1
2	: 領域 2
3	: 領域 3
j	: 虚数部
n_x , n_z	: x 方向に n_x 番目、 z 方向に n_z 番目の金属線の位置
r	: 実数部
x	: x 方向
y	: y 方向
z	: z 方向

文 献

- 竹内栄一, 藤井博務, 大橋徹郎, 円野仁, 高尾滋良, 古垣一成, 喜多村治雄: 鉄と鋼, 69 (1983), p.1615
- 三木祐司, 北岡英就, 桜谷俊和, 藤井徹也: 鉄と鋼, 78 (1992), p.431
- D.Leanov and A.Kolin: J.Chem. Phys., 22 (1954) 4, p.683
- Д.Е.Бернм: 溶融金属の電磁誘導と電磁処理, (1968), p.113[日ソ通信社]
- Ph.Marty and A.Alemany: J.Mech., 2 (1983) 2, p.227
- 朴煥均, 森平淳志, 佐々健介, 浅井滋生: 鉄と鋼, 80 (1994), p.389
- 谷口尚司, J.K.Brimacombe: 鉄と鋼, 80 (1994), p.24