

# 初期凝固シェルの数学モデル解析

溝口 利明\*・萩林 成章\*・梶谷 敏之\*

Mathematical Model Analysis on the Growth of Initially Solidified Shell

Toshiaki MIZOGUCHI, Shigeaki OGIBAYASHI and Toshiyuki KAJITANI

**Synopsis** : Irregular growth of initially solidified shell in continuous casting is analyzed quantitatively, taking account of the shell deflection. Temperature, thermal stress, and shell deformation are calculated simultaneously in cross section of the initially solidifying shell. Shell irregularity obtained from this calculation is in agreement with the experimental results. This means the model can simulate the phenomena in the mould. Heat resistance at the interface between mould and metal is dominant only for a few seconds from meniscus. After that, heat resistance in the initially solidified shell becomes dominant. This means the careful control of initial solidification for a few seconds from meniscus is important to decrease the irregular shell growth. Calculated results shows that more even thermal resistance between mould and metal, higher speed casting and milder cooling rate will be preferable in decreasing the irregularity.

**Key words** : initial solidification ; continuous casting ; mathematical model ; irregular growth ; thermal transport ; deformation ; transformation ; longitudinal crack.

## 1. 緒言

連続鋳造法やニアネットシェイプ連鋳法では、表面欠陥の無い良好な表面品質の鋳片を得ることが求められる。このうち、表面割れはメナス近傍の不均一凝固によって生じた凝固遅れ部に歪が集中して、シェルの溶鋼側すなわち固液界面側に内部割れの形態で割れの芽が発生し、その後割れが表面に開口したものと考えられている<sup>1)~9)</sup>。

これまで、不均一凝固の発生するメナス近傍の初期凝固に関して、多くのモデル解析が行われている<sup>1)~9)</sup>。その結果、表面割れの発生しやすい中炭素鋼では、 $\delta/\gamma$ 変態により凝固シェルの溶鋼側が収縮するので、一旦凝固が不均一になると凝固遅れ部のシェルが鋳型から浮き上がるように変形し、ますます不均一凝固を助長することが示されている<sup>1)</sup>。しかしながら、従来報告<sup>1)</sup>はシェルの浮き上がりを定量的に試算してはいるものの、浮き上がりによる不均一助長に関しては定性的な説明に留まっている。そこで本研究では、浮き上がりが不均一凝固に与える影響を定量的に解明する目的で、シェル内の応力計算、浮き上がり、さらに伝熱を連成した解析を行った。

## 2. モデルの構成

### 2.1 モデルの概念

鋳造中のシェル変形挙動を模式的にFig. 1に示す。幅方向2次元断面において、伝熱抵抗部での凝固遅れ部の形成、

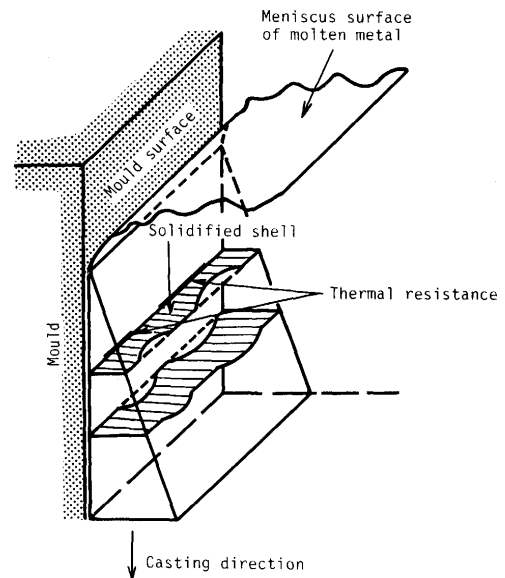


Fig. 1. Schematic diagram of the growth behavior of solidified shell during casting.

およびシェルの浮き上がりによるギャップの形成とそれに伴う凝固遅れの助長がシミュレートできるようにモデル化した。

モデルのフローチャートをFig. 2に示す。特長は温度計算、応力計算、およびシェル変形計算を連成し、シェルのモールドからの浮き上がり高さを、タイムステップ毎に温度計算の境界条件であるメタル表面の総括熱伝達係数に反映させたことである。浮き上がりによって形成されるギャップ

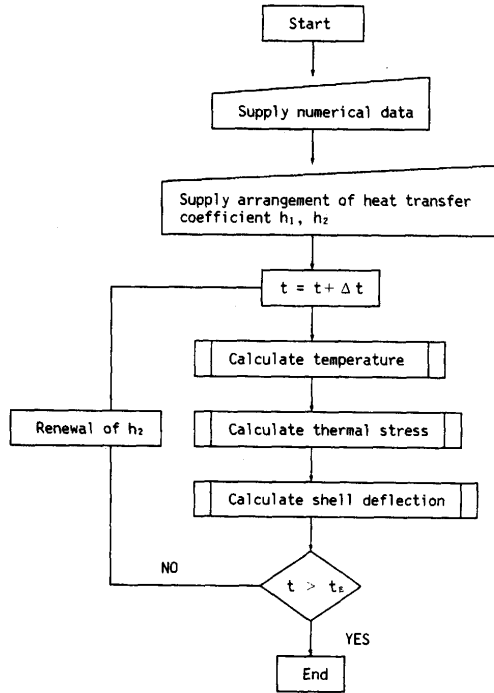


Fig. 2. Simplified flow chart of calculations.

への充填物の熱伝導率をパウダーやガスの値を使用することで、連続鋳造法やニアネットシェイブ連鋳法へ適用することができる。今回はシェルの浮き上がりによってエアギャップが生成すると仮定した。計算のタイムステップは0.03~0.1秒である。

2.2 計算方法

2.2.1 温度計算

温度場は、2次元方向の微小領域において、潜熱の放出を考慮した熱エネルギー保存則(1)式を内接点法によって直接差分法<sup>10)</sup>し、陰解法で計算した。モールドに接触している面のメッシュでは(2)式を使用し、溶鋼側の面では完全断熱条件とした。

$$\rho C_p V (T^{t+\Delta t} - T^t)_i = \sum_a \bar{\lambda}_{ia} S_a (T_a - T_i) \Delta t / l_{ia} \dots (1)$$

$$\rho C_p V (T^{t+\Delta t} - T^t)_i = \sum_a \bar{\lambda}_{ia} S_a (T_a - T_i) \Delta t / l_{ia} + \sum_b S_b (T_b - T_i) \Delta t / (1/h_b + l_{ib}/\lambda_i) \dots (2)$$

潜熱の取扱いは等価比熱法<sup>10)</sup>を採用し、固相率と温度の関係を線形と仮定した(3)式を用いた。

$$C_{pE} = C_p + L / (T_L - T_S) \dots (3)$$

計算領域は幅50mm,厚さ4あるいは8mmの長方形であり、領域を幅および厚さ方向で各々100および50メッシュに等分割した。モールド面では正常部と伝熱抵抗部の総括熱伝達係数 $h_1$ と $h_2$ の初期分布を予め設定し、凝固開始以降は各メッシュ位置の総括熱伝達係数を後述するシェル浮き上がり量解析結果に基づき各タイムステップ毎に算出し、伝熱

解析の境界条件として使用した。メタルの物性値のうち、比熱は温度に依らず一定とし、密度と熱伝導率は温度、相依存性を考慮した。

2.2.2 シェル内応力およびシェル変形計算

Fig. 3に示すように、伝熱計算で初期に設定した伝熱抵抗部毎に凝固シェルの1次元の弾性梁に分割し、それぞれの弾性梁に対して、シェルの浮き上がり量を計算した。なお、シェルの浮き上がりは、初期に設定した伝熱抵抗部(Fig. 3における $R_1, R_2$ の位置)のみで起こると仮定した。

1次元弾性梁の浮き上がり量は、以下に示す松宮らの方法<sup>11)</sup>により計算した。

Fig. 4に示すように座標系をとると、正常部( $a \leq |z| \leq b$ )、凝固遅れ部( $-a < z < a$ )における梁の方程式は、(4)、(5)式で表される。

$$D_1 \cdot d^2 y_1 / dz^2 = M_1 + (M_0 - pz^2 / 2) \dots (4)$$

$$D_2 \cdot d^2 y_2 / dz^2 = M_2 + (M_0 - pz^2 / 2) \dots (5)$$

変形は $z = 0$ で対称であるので、 $z \geq 0$ の部分について、(4)、(5)式を以下の条件の下で解き、浮き上がり量を計算した。

$$dy_2 / dz = 0 \quad (\text{at } z = 0) \dots (6)$$

$$dy_1 / dz = dy_2 / dz, \quad y_1 = y_2 \quad (\text{at } z = a) \dots (7)$$

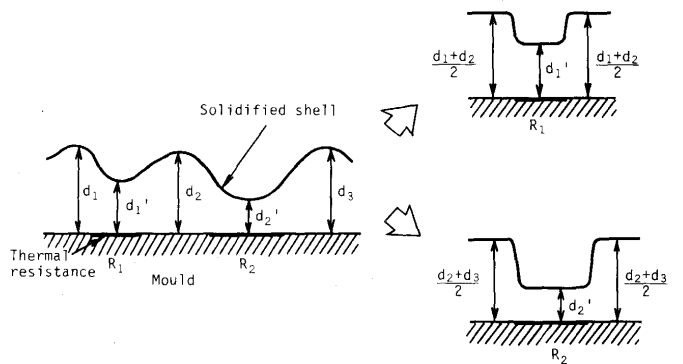


Fig. 3. Schematic diagrams of the simplification of solidified shell for the calculation of shell deflection.

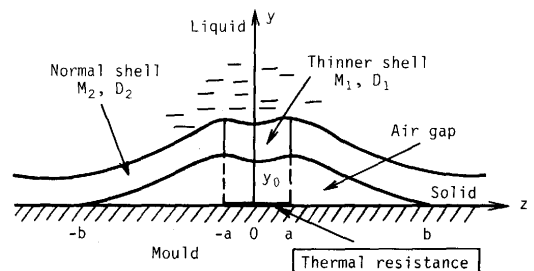


Fig. 4. Schematic diagram of the solidified shell deflection caused by thermal stress and ferrostatic pressure. (Matsumiya et al.<sup>11)</sup>)

$$d^2y_1/dz^2=0, dy_1/dz=0, y_1=0 \quad (\text{at } z=b) \quad \dots\dots(8)$$

$D_1, D_2$ は、温度依存性を考慮した水上らのヤング率を用いて、(9)式により計算した。

$$D_{1,2} = \int_0^{\delta_{1,2}} E(x-x_0)^2 dx \quad \dots\dots(9)$$

$M_1, M_2$ は以下の応力計算により求めた。即ち、シェルラの総歪速度(シェル厚全体の平均歪速度)とシェル厚方向における各部位の塑性歪速度の関係が(10)式で表され、鋼の高温強度が歪み速度と温度のみで決まると近似すれば、応力は(11)式で計算される。

$$\bar{\dot{\epsilon}} = \alpha_e (dT/dt) + \dot{\epsilon}_p \quad \dots\dots(10)$$

$$\sigma = f(\dot{\epsilon}_p, T) = f(-\alpha_e (dT/dt) + \bar{\dot{\epsilon}}, T) \quad \dots\dots(11)$$

ここで、関数 $f$ には松宮らの式<sup>3)</sup>を使用した。シェル内温度 $T$ 、および温度の時間微分 $dT/dt$ は前述の温度計算から求めた。 $\alpha_e$ には熱膨張・変態に伴う体積変化の双方を考慮した。

### 2.3 計算条件

計算条件をTable 1に示す。メタル表面の初期の総括熱伝達係数は、正常部 $h_1$ で $0.103\text{cal/cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}$ 、伝熱抵抗部 $h_2$ で $0.027\text{cal/cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}$ とした。この伝熱抵抗部の総括熱伝達係数は、正常部に対し、 $50\mu\text{m}$ のエアーギャップが存在したことに相当する。正常部と伝熱抵抗部の総括熱伝達係数の初期配置は、不規則と規則の2種類とした。不規則配置の場合、モールド/メタル間の境界条件の各メッシュ毎に、コンピュータに発生させた乱数によって、 $h_1$ あるいは $h_2$ を決定させ不規則な分布を与えた。この場合、伝熱抵抗の幅は $0.5\sim 1.5\text{mm}$ であった。一方、規則配置では、伝熱抵抗の幅と間隔を各々 $0.5\text{mm}$ および $1.5\text{mm}$ とした。対象とした鋼種は $0.05\%C$ 鋼、および $0.12\%C$ 鋼である。 $C$ 濃度によって、 $\delta/\gamma$ 変態開始終了温度および $\delta/\gamma$ の割合が変化することで応力分布さらには浮き上がり量が変化する。 casting速度は $1.2\sim 35\text{m/min}$ とし、モールド緩冷却化条件として、上記総括熱伝達係数の80%および60%の値を用いた。

Table 1. Calculation condition.

object of analysis	only metal (width 50mm×thickness 4 or 8mm)															
number of elements	width 100×thickness 50, equally devided															
overall heat transfer coefficient $h_1, h_2$	normal thermal resistance: $h_1=0.103\text{cal/cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}$ large thermal resistance: $h_2=0.027\text{cal/cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}$															
arrangement of $h_1$ and $h_2$	random (width of $h_2$ : $0.5\sim 3\text{mm}$ ) regular (width and interval of $h_2$ : 0.5 and 1.5mm)															
moderate cooling condition	$h \times 1.0, \times 0.8, \times 0.6$															
carbon content of steel	<table border="1"> <tr> <td>C</td> <td><math>T_L</math></td> <td><math>T_S</math></td> <td><math>T_A</math></td> <td><math>T_B</math></td> </tr> <tr> <td>0.05%C</td> <td>1534°C</td> <td>1514°C</td> <td>1450°C</td> <td>1424°C</td> </tr> <tr> <td>0.12%C</td> <td>1528°C</td> <td>1495°C</td> <td>1495°C</td> <td>1465°C</td> </tr> </table>	C	$T_L$	$T_S$	$T_A$	$T_B$	0.05%C	1534°C	1514°C	1450°C	1424°C	0.12%C	1528°C	1495°C	1495°C	1465°C
C	$T_L$	$T_S$	$T_A$	$T_B$												
0.05%C	1534°C	1514°C	1450°C	1424°C												
0.12%C	1528°C	1495°C	1495°C	1465°C												
thermal expansion coefficient	$1.967 \times 10^{-5}(\delta \text{ phase})$ $5.296 \times 10^{-5}(\delta/\gamma \text{ phase})$ $2.292 \times 10^{-5}(\gamma \text{ phase})$															
shell deflection	with, without															
casting velocity	1.2~35m/min															

$T_L$ : liquidus temperature  $T_S$ : solidus temperature  
 $T_A$ : temperature at which  $\delta/\gamma$  transformation starts  
 $T_B$ : temperature at which  $\delta/\gamma$  transformation finishes

### 3. 計算結果と考察

casting速度 $1.2\text{mpm}$ で、 $0.12\%C$ 鋼における凝固シェルラの成長挙動をFig. 5 (a), (b)に示す。これは、初期の総括熱伝達係数を不規則配置した場合の例である。シェルラ浮き上がり考慮の有無にかかわらず、シェルラの凹凸は時間の経過に伴って小さくなり、隣合う凝固遅れ部との間隔は増大する。これはシェル横方向の伝熱によるものである。しかし、シェルラの浮き上りを考慮した場合、浮き上がり無しの場合と比較して、シェル厚の薄い部分の成長が大きく遅れていることが分かる。

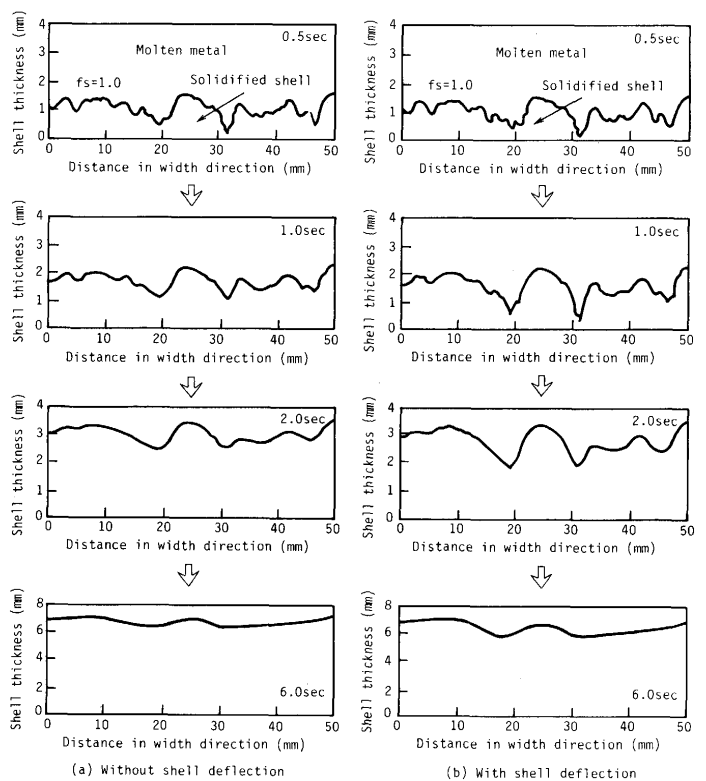


Fig. 5. Growth behavior of solidified shell with and without shell deflection. ( $0.12\%C$  steel, casting velocity  $1.2\text{mpm}$ , random arrangement of  $h_1$  and  $h_2$ )

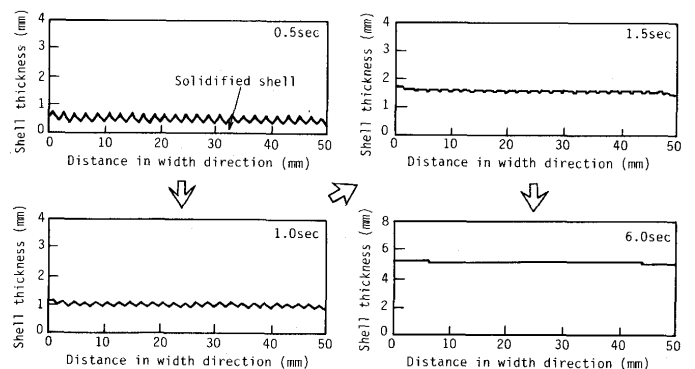


Fig. 6. Growth behavior of solidified shell. ( $0.12\%C$  steel, casting velocity  $1.2\text{mpm}$ , regular arrangement of  $h_1$  and  $h_2$ )

一方, Fig. 6 は伝熱抵抗を規則的に配置した場合であるが, 不規則の場合より, シェル厚は短時間で均一化する。したがって, 初期凝固シェルの均一化にとって, 伝熱抵抗の規則化が有効であることが分かる。

不規則配置と規則配置におけるシェル浮き上がり高さの時間変化を Fig. 7 (a), (b) に示す。不規則配置における浮き上がり高さは, 凝固遅れの最も大きかった幅方向距離19mm位置での値を用いた。不規則配置の場合, シェル浮き上がり高さは, 2秒以内で大きく, その高さは数100 $\mu$ mである。

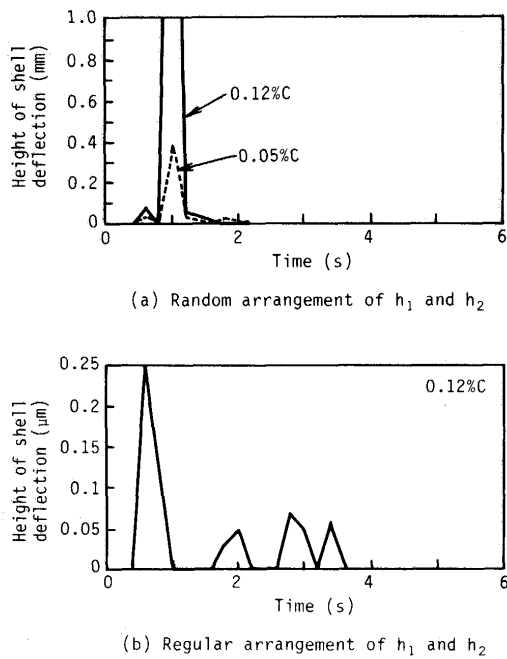


Fig. 7. Change in height of shell deflection with time.

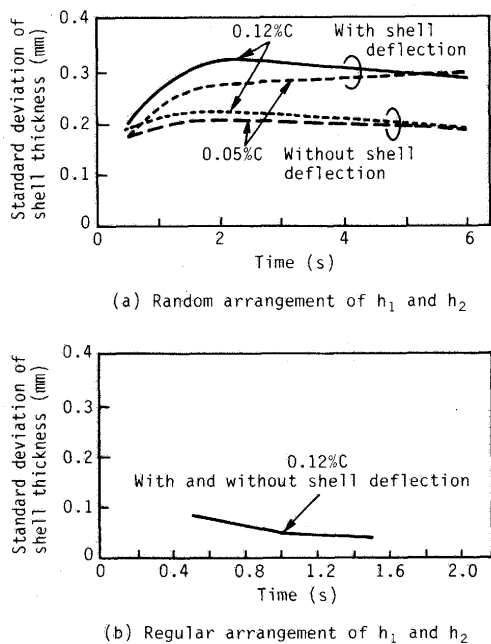


Fig. 8. Change in standard deviation of shell thickness with time.

2秒以降は時間の増加に伴って単調に減少し, 数 $\mu$ mのオーダーとなる。浮き上がり高さの急激な減少は, 溶鋼静圧の増加によるモールドへのシェルの押し戻しと考えられる。規則配置の場合, シェルの浮き上がり高さは1 $\mu$ m未満であり, 不規則配置の場合の1/1000程度となっている。

不規則配置でのシェル厚標準偏差の時間変化を Fig. 8 (a) に示す。なお, シェル厚は2.5mm間隔に測定した。シェル厚標準偏差は, どの条件においても, 時間の経過と共に一旦極大値をとり減少する。シェル厚標準偏差は0.05%C鋼よりも0.12%C鋼の方が, また, 浮き上がり無しよりも浮き上りを考慮した場合の方が大きい。一方, 規則配置では (Fig. 8 (b)), シェル厚標準偏差は浮き上がりの有無で変わらない。この場合, シェル厚標準偏差の絶対値は不規則配置の場合より小さく, 時間変化に伴って減少し, 2秒以内に0.05 mm以下となる。

村上ら<sup>11)</sup>の鋳型浸漬実験の結果を Fig. 9 に示す。時間の増加に伴って, 標準偏差に相当する $\Delta \bar{d}$ は一旦極大値をとるか, あるいは増加後に一定となっており, また隣合う凝固遅れ部の間隔に相当する $\bar{l}$ は, 時間の増加に伴って増加している。この傾向は, Fig. 5 および Fig. 8 で示した不規則配置での計算結果と良く一致している。計算結果と実験結果の比較で, シェル厚標準偏差が一定値になるまでの時間が計算のほうが短い理由は, 本計算では①塑性変形を無視, ②シェルの浮き上がり高さは, 伝熱計算において, 初期に設定された伝熱抵抗部 ( $h_2$  の位置) のみに反映されると仮定, ③境界条件の  $h_1$  と  $h_2$ , あるいは  $\Delta h (=h_1 - h_2)$  の値が実験と異なる, 等によるものと考えられる。

Fig.10に示した平均のシェル厚と, シェル厚標準偏差 $\sigma$ の比をシェル不均一度と定義し, その時間変化を Fig.11 (a), (b) に示す。シェル不均一度は, どの条件においても, 時間の増加に伴って単調に減少するが, 0.12%C鋼の方が0.05%C鋼の場合より不均一度は大きい。これは亜包晶鋼では $\delta/\gamma$ 変態により凝固シェルの溶鋼側が収縮するため, シェルの

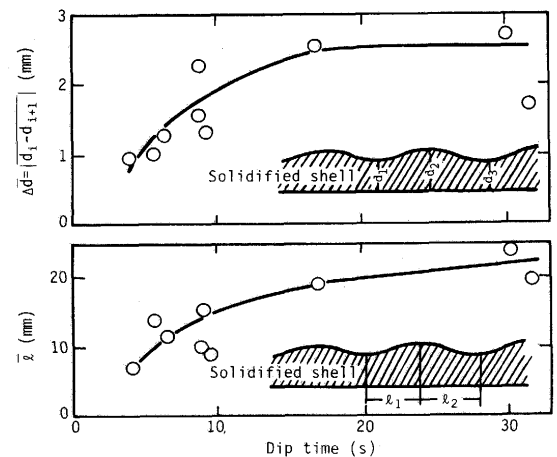


Fig. 9. Change in  $\Delta \bar{d}$  and  $\bar{l}$  with time. (H. Murakami et al.<sup>11)</sup>, Cu chill block, [%C]=0.13~0.153)

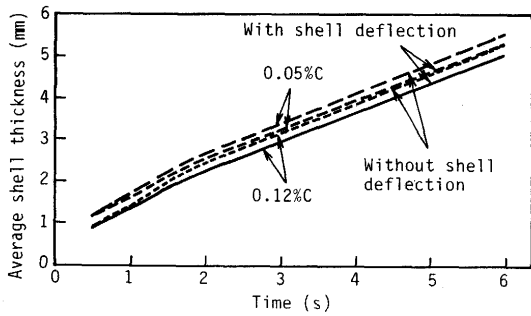
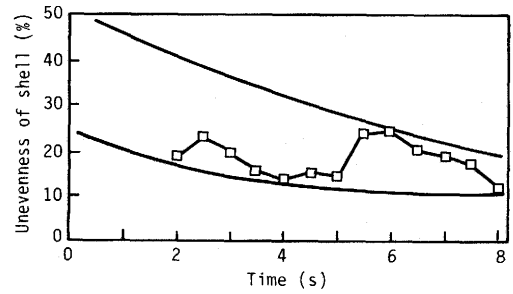


Fig. 10. Change in average shell thickness with time.

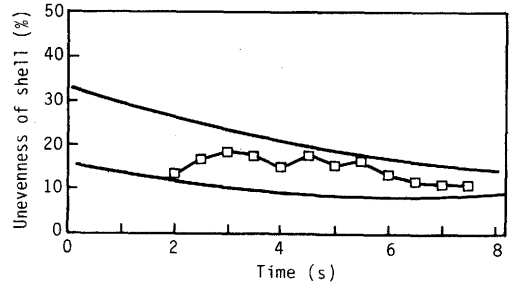
浮き上がりが大きくなるためである (Fig. 7 (a))。また、同様の理由により、浮き上がりを考慮した場合としない場合の不均一度の差は、0.05% C鋼よりも0.12% C鋼の方が大きい。

Fig. 11において、浮き上がりを考慮した場合と考慮しない場合の不均一度の差は、どちらの鋼種においても約2秒までは増大し、それ以降は減少する。これは、熱移動の律速が、約2秒まではモールド/メタル界面であったのに対し、それ以降はシェル内の熱伝導が支配的となったためであり、不均一凝固の低減にとって、メニスカスから2~3秒以内の制御が非常に重要であることを示している。

鋳型浸漬実験<sup>12)</sup>で得られた0.12% C鋼におけるシェル不均一度の時間変化を Fig. 12 (a), (b) に示す。Fig. 12 (a) は鋳型表面平坦機械加工仕上げ、Fig. 12 (b) は意図的に表面加工を施した鋳型である。シェル不均一度は、どちらの鋳型にお



(a) Smooth surface



(b) Rough surface

Fig. 12. Unevenness of the solidified shell obtained by the dip experiments with using chill block<sup>12)</sup> (0.12% C)

いても単調に減少し、計算結果と傾向が良く一致する。表面加工を施した鋳型の方が、シェル不均一度は小さく、鋳型表面形状が伝熱抵抗の配置を制御する一つの方法であることを示唆している。

平均シェル厚さ 1 mm におけるシェル不均一度と鋳造速度との関係を Fig. 13 に、シェル不均一度と平均シェル厚との関係を Fig. 14 に示す。Fig. 14 には総括熱伝達係数を 0.8 倍、0.6 倍とした場合の結果も合わせて示した。鋳造速度の増加、およびモールド緩冷却化によって、シェル不均一度は減少

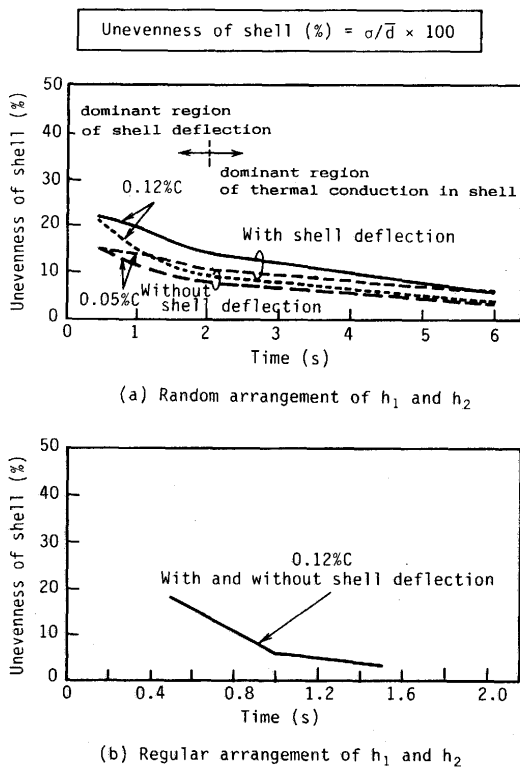


Fig. 11. Change in unevenness of shell with time.

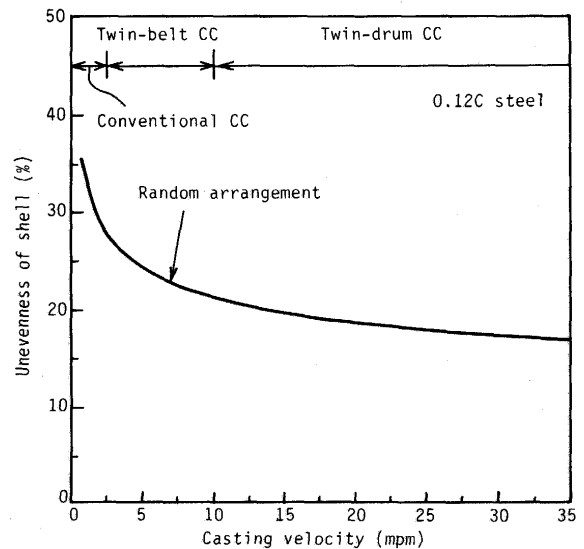


Fig. 13. Relation between unevenness of shell and casting velocity. (average shell thickness: 1mm)

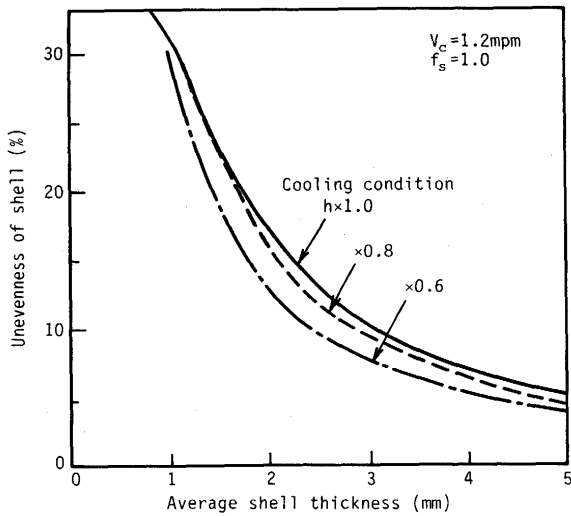


Fig. 14. Relation between unevenness of shell and average shell thickness for various cooling rates in the case of random arrangement.

する。この効果は、鑄造速度が大きく、緩冷却化の場合ほど、同一シェル厚さにおける溶鋼静圧が大きくなるため、シェルの浮き上がりを抑制する効果が大きくなったことによるものと考えられる。

#### 4. 結言

不均一凝固生成機構の定量的解明を目的に、シェルの伝熱計算、応力計算、浮き上がり計算を連成したモデルを開発し、シェル浮き上がりによるシェル不均一生成挙動とそれにおよぼす諸要因の影響を解析した結果、以下の結論を得た。

(1) 鑄型浸漬実験と従来知見との対比により、本モデルが実現象を充分シミュレートできることを確認した。

(2) 熱移動律速は、メニスカスから2~3秒まではモールド/メタル界面であるのに対し、それ以降はシェル内の熱伝導となる。したがって、不均一凝固の低減にとって、メニスカスから数秒以内の制御が重要である。

(3) シェル不均一度の低減にとって、モールド/メタル間の伝熱抵抗規則化、鑄造速度の増加、およびモールド緩冷却化が有効である。

#### 記号

- $T^t$  : 時刻  $t$  における温度
- $\rho$  : 密度
- $C_p$  : 比熱
- $V$  : 微小領域の体積
- $\lambda_{ia}$  : 節点  $i$ ,  $a$  間の平均熱伝導率
- $S_a$  : 隣接節点領域  $a$  と熱抵抗なしで接触している面
- $S_b$  : 鑄型と熱抵抗  $1/h_b$  で接触している面
- $T_a$  : 隣接節点領域  $a$  の温度
- $T_b$  : モールドの表面温度
- $h_b$  : メタル表面の総括熱伝達係数
- $l_{ib}$  : 節点  $i$ ,  $b$  間の距離
- $C_{pE}$  : 等価比熱
- $L$  : 凝固潜熱
- $T_L$  : 鋼の液相線温度
- $T_S$  : 鋼の固相線温度
- $D_1, D_2$  : 正常部, 凝固遅れ部でのシェル剛性
- $Y_1, Y_2$  : 正常部, 凝固遅れ部のシェルの浮き上がり量
- $z$  : スラブ幅方向座標
- $M_1$  : 正常部で熱応力により発生する内部モーメント
- $M_2$  : 凝固遅れ部で熱応力により発生する内部モーメント
- $M_0$  :  $z = 0$  における静鉄圧による曲げモーメント
- $p$  : 静鉄圧
- $E$  : ヤング率
- $\delta_{1,2}$  : 正常部, 凝固遅れ部のシェル厚
- $x_0$  : 曲げの中立軸
- $\dot{\epsilon}$  : 総歪速度
- $\dot{\epsilon}_p$  : 塑性歪速度
- $\sigma$  : 応力
- $\alpha_e$  : 線熱膨張係数
- $T$  : シェル内温度

#### 文献

- 1) 松宮 徹, 佐伯 毅, 田中 純, 有吉敏彦: 鉄と鋼, 68 (1982), p.1782
- 2) S.N.Singh and K.E.Blazek: J.Metals, 26 (1974) 10, p.17
- 3) 杉谷泰夫, 中村正宣: 鉄と鋼, 65 (1979), p.1702
- 4) 中井 健, 坂下 勉, 橋尾守規, 川崎守夫, 中島敬治, 杉谷泰夫: 鉄と鋼, 73 (1987), p.496
- 5) 永井 潤, 大西正之, 山本武美, 平山勝久, 大関秀志, 藤山寿郎: 鉄と鋼, 69 (1983), p.S158
- 6) 田中俊一, 塗 嘉夫, 江頭武二, 有馬良二, 大橋徹郎: 鉄と鋼, 68 (1982), p.S159
- 7) E. Takeuchi and J.K.Brimacombe: Metall. Trans. B, 15 (1984), p.493
- 8) 中戸 参, 鞭 巖: 鉄と鋼, 66 (1980), p.33
- 9) 高輪武志, 高本 勉, 友野 宏, 多田健一: 鉄と鋼, 74 (1988), p.70
- 10) 大中逸雄: コンピュータ伝熱・凝固解析入門, (1985), p.43 [丸善]
- 11) 村上 洋, 鈴木幹雄, 北川 融, 宮原 忍: 鉄と鋼, 78 (1992), p.105
- 12) 白神孝之, 溝口利明, 江阪久雄, 荻林成章: 材料とプロセス, 7 (1994), p.286