

双ロール法における電磁気力を利用した 溶融金属パドル保持に関する安定性解析

古橋 誠治*・浅井 滋生*²

Stability Analysis for Confining Molten Metal Puddle by Electromagnetic Force in Twin Roll Process
Seiji FURUHASHI and Shigeo ASAI

Synopsis : In order to make use of the electromagnetic force replacing a solid side dam to confine molten metal at the side edges in a twin roll caster, the stability analysis of an electromagnetic dam, where the vertical free surface of molten metal is held without any contact with a solid wall, has been studied. The electromagnetic dam which makes use of the electromagnetic force induced by the static magnetic field and the direct electric current is expected to avoid the troubles caused by the solid side dams in conventional operations. By using the normal mode method developed in the perturbation theory, the effects of operational variables such as imposed electric current, imposed magnetic field, and the imposing direction of magnetic field to that of a wave vector on the stability of the free surface of molten metal have been studied. This stability analysis derives that the better stability are found in the conditions with the less electric current, the stronger magnetic field, and the magnetic field parallel to the direction of a wave vector.

Key words : stability analysis ; strip casting ; twin roll ; steel making ; confinement of molten metal ; electromagnetic processing of materials ; electromagnetic force ; electromagnetic dam.

1. 緒言

溶融金属から薄板を直接鋳造するストリップキャストイングプロセスでは、熱間圧延工程の省略による製造コストの低減、急速凝固による組織の改善が期待できる¹⁾。

上注ぎ双ロール法では二つのロール間に溶融金属を保持する必要があり、耐火物製のサイド堰の押さえつけによる方法が主流となっている。しかしロールとの直接接触のためサイド堰の摩耗、ロールの熱歪等に起因してロールと堰の間隙より溶湯の漏れが生ずる。また、この場合、三重点(溶融金属—ロール—耐火物)を形成するため拘束性シェルが発達するなど連続操業の点で問題が残されている²⁾。この問題に関して、河地ら³⁾は直流磁場と直流電流の相互作用により生ずる電磁気力を用いる電磁堰を提案した。そして水平方向磁場—鉛直方向電流、鉛直方向磁場—水平方向電流の2タイプについて小型モデル機を用いた低融点金属の鋳造実験を実施し、側端の非接触保持の可能性を示した。また、従来のサイド堰に磁性体を埋め込んだ構造の堰を用いて、堰とロールの間にわずかに間隙を設け摩耗を防止した上で、その間隙の部分に電磁気力を生じせしめる併用型電磁堰⁴⁾も提案している。しかし、高周波磁場印加の場合と

は異なり安定化機能⁵⁾を持ち合わせていないため自由表面の安定保持が大きな課題となる。

一方、直流磁場印加による溶融金属の自由表面波動抑制効果は古くから知られており⁷⁾、様々な基礎的研究がなされ、直流磁場の波動抑制効果は非等方的であることが確認されている^{8)~10)}。直流磁場下の電磁流体を対象とした安定性に関する研究ではChandrasekharら¹¹⁾により集大成され、交流磁場下ではGarnierら⁶⁾により線形理論を用いた詳細な理論研究がなされている。また実際のプロセスを対象とし、竹内ら¹²⁾は水平式電磁鋳造における浮揚溶融部を対象とした安定性解析を行った。そこでは臨界波長を算出することにより安定溶融部長さを推算し、安定化のための磁場印加方向の影響が非等方的であることを理論解析により示している。

双ロール法における電磁気力による非接触電磁堰の適用法として磁場印加方向の違いからみると、水平方向磁場と鉛直方向磁場の二つのタイプがある。実操業での安定操業や、効果的な適用を検討すべく、本報ではこれら二つのタイプの安定性解析を行い、保持された溶融金属自由表面に及ぼす操作因子の影響および効果的な磁場印加方向を検討した。

平成5年8月6日受付 平成6年2月4日受理 (Received on Aug. 6, 1993; Accepted on Feb. 4, 1994)

* 名古屋大学大学院生 (現:住友金属工業(株)鉄鋼技術研究所) (Graduate Student, Nagoya University, now Iron & Steel Research Laboratories, Sumitomo Metal Industries, Ltd., 16-1 Oaza-Sunayama Hasakimachi Kashima-gun Ibaraki-ken 314-02)

* 2名古屋大学工学部 (Faculty of Engineering, Nagoya University)

2. 理論解析

2.1 解析手法

Normal mode法¹⁾を用いて微小振幅波を対象とした線形安定性解析を行う。定常状態にある流体に微小な乱れが生じたときにその乱れの時間的変化を e^{ist} の関数(s :角振動数)とおき、基礎方程式や境界条件により求められる波数と角振動数の関係式(分散関係式)から、 s の関数形が決定される。 $s = s_r + is_i$ (s_r :実部, s_i :虚部)とおくと、乱れは $\cos(s_r t) \exp(-s_i t)$ と表される。したがって、 $s_i < 0$ のとき乱れは時間の経過と共に増大して不安定、 $s_i > 0$ のときは逆に、減衰して安定、 $s_i = 0$ のとき乱れは成長も減衰もせず中立安定となる。このように角振動数の虚数部 s_i は波の振幅の時間的な変化を与えるため、 s_i の関数形を求めることで任意の波長を有する波の安定性解析が可能となる。以下に磁場印加方向により分類して分散関係式を導出する。

2.2 分散関係式の導出

2.2.1 水平方向磁場

ロール間に保持されるべき溶湯の側端部の模式図(波動の生ずる自由表面を斜線部で示す。)と解析系をFig. 1(a), (b)に示す。解析に当たっては次の仮定を設ける。(1)溶湯は x, z 方向には無限に、 y 方向には半無限に広がりを持ち、ロールとの接触および凝固シェルによる溶湯の拘束条件は無視する。なお、第3章で後述するように、この仮定はロールおよび凝固シェルの存在そのものを無視するのではなく、臨界波長との関係でそれらの存在は考慮されている。

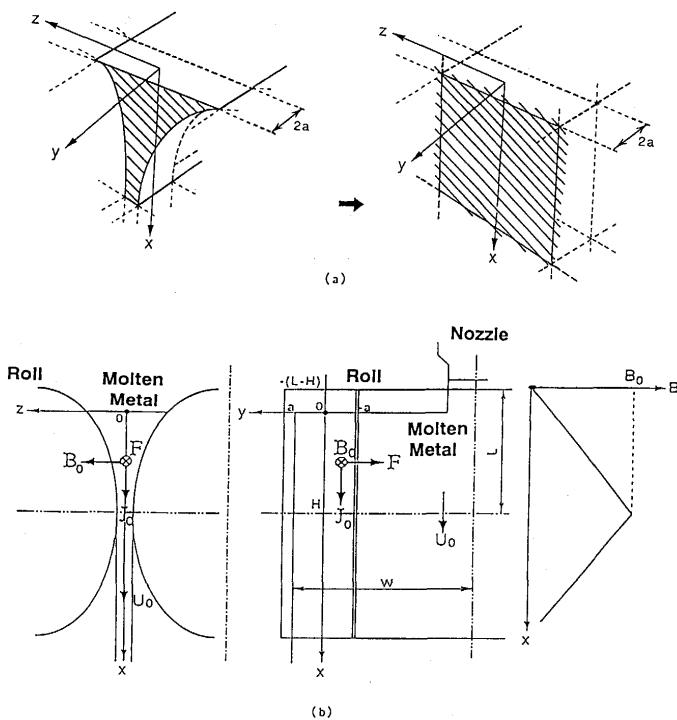


Fig. 1. Schematic view of a vertical edge surface of molten metal (a), the coordinate system in the horizontal magnetic field (b).

(2) 平衡状態では、鉛直端面は電磁気力と溶湯静圧で $y = a$ の面内に保持される。(3) 流体の密度は均一である。(4) 自由空間の電気伝導度 σ は零である。(5) 溶湯は完全流体とし、粘性項を無視する。

ロールは $y > -a$ の範囲のみ磁性体で作られているため、外部印加磁束密度は $B_0 = (0, 0, B_0)$ と表し、 $y > -a$ に存在する。ロールを利用した磁気回路を形成して磁場を発生させるためロールキス部で最も強くなり磁束密度には勾配が存在する。外部印加電流密度はロール側端のみに電流が印加されるとし、 $-a < y < a$ で均一で、 $J_0 = (J_0, 0, 0)$ とおき、流体移動速度は $U = (U_0, 0, 0)$ とする。磁束密度は外部印加電流により生じる誘導磁束も考慮すると次のようになる¹³⁾。

$$\begin{aligned} B_m &= (0, 0, B_0 + \mu_0 J_0 y) : -a < y < a, \\ B_m &= (0, 0, -\mu_0 J_0 a) : y < -a \end{aligned} \quad (1)$$

溶湯の進む方向は磁場の方向と直交し、溶湯は磁場勾配が増加する方向に進むため勾配を持った電場が誘導される。本解析においては流体は無限の大きさを仮定しているが、双ロール電磁堰においてはFig. 2のように溶湯をロールの両端で電磁気力により保持するため、左右対称に電場勾配が生じる。その結果、溶融金属流の幅方向($x-y$ 面)に2つの電流ループが生じる。したがって誘導電流は以下の関係式を満たす(導出は付録参照)。

$$\partial J_y / \partial x - \partial J_x / \partial y = -\sigma U_0 B_0 / L : -(L-H) \leq x \leq H \quad (2)$$

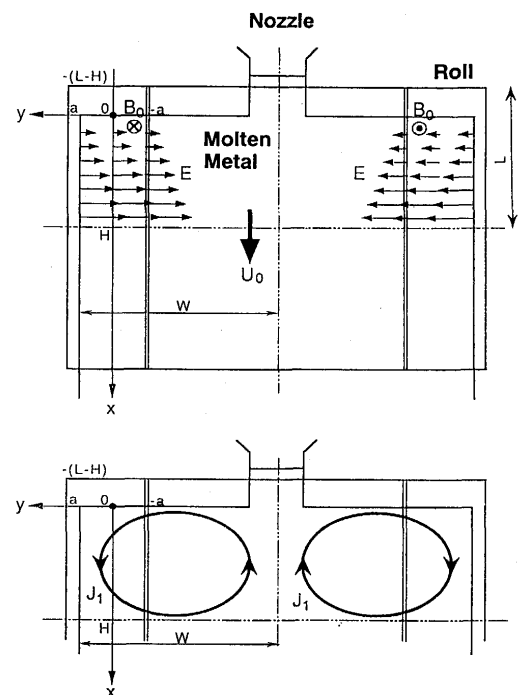


Fig. 2. Schematic view of the induced electric field and the induced eddy current loop.

また、この電流ループにおいて $-a$ から a においては x 成分が主であるため、計算を簡略化する目的で J_y を無視し、式(3)とする。

$$dJ_x/dy = \sigma U_0 B_0 / L \quad \dots\dots\dots (3)$$

ループ幅中心で誘導電流の x 成分が零となる条件式(4)に基づいて式(3)を解くと式(5)が得られる。

$$J_x = 0 : y = -\{(W/2) - a\} \dots\dots\dots (4)$$

$$J_x = (\sigma U_0 B_0 / L) \{y + (W/2) - a\} \dots\dots\dots (5)$$

誘導電流も含めて、電流密度は次のように求められる。

$$J_m = J_0 + J_1 = (J_0 + P_1 y + Q_1, 0, 0),$$

$$P_1 = (\sigma U_0 B_0 / L), \quad Q_1 = (\sigma U_0 B_0 / L) \{(W/2) - a\} \quad \dots\dots (6)$$

また y 方向の電磁気力は次式で与えられる。

$$F_y = (J_m \times B_m)_y = -(J_0 + P_1 y + Q_1)(B_0 + \mu_0 J_0 y) :$$

$$-a < y < a \dots\dots\dots (7)$$

これを電流と磁場の印加領域である y 方向に $-a$ から a まで積分したものが常に溶湯静圧と釣り合っているとすれば式(8)が得られる。ただし表面張力の影響は小さいため無視し、釣合の位置を溶湯保持が最も難しいロールキス部の位置 H とする。

$$\left| \int_{-a}^a F_y dy \right| = \rho g H \quad \dots\dots\dots (8)$$

したがって釣合条件として次式が得られ、 B_0 に関する2次方程式を解けば磁束密度 B_0 の値が求まる。

$$J_0 B_0 = (\rho g H / 2a) - (\mu_0 J_0 a^2 P_1 / 3) - Q_1 B_0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

表面に生ずる攪乱 δ は x, z 方向に周期的であると仮定し、さらに攪乱された表面の位置を $y = a + \delta y_s$ とすると、表面攪乱の形は次のようにおける。

$$\delta y_s = \varepsilon_0 \exp(ist) \exp(ik_x x + ik_z z) \dots\dots\dots (10)$$

$$k = (k_x, 0, k_z), \quad k^2 = k_x^2 + k_z^2 \quad \dots\dots\dots (11)$$

速度、圧力、密度の攪乱は、表面攪乱と同様に2次元周期波の基本モードを有するものと考え、攪乱を受けた Navier - Stokes 方程式から攪乱のない式を差し引くと、変動量を支配する攪乱の方程式(12)が得られる。ただし、攪乱の2次以上の微小項は無視して線形化している。

$$\rho(\partial \mathbf{u} / \partial t) + \mathbf{U} \cdot \nabla \rho \mathbf{u} = -\nabla p + \delta \rho \mathbf{g} + \mathbf{f} \quad \dots\dots\dots (12)$$

次に界面での攪乱の式を求める。境界面での微小振幅波動において、界面での境界条件に表面張力項を加えて、成分ごとにそれぞれ表すと

$$i(s + k_x U_0) \rho u_x = -ik_x p_0 + f_x + \delta \rho g \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$i(s + k_x U_0) \rho u_y = -\partial p_0 / \partial y + f_y - T_s k^2 \delta_a (y - y_s) \delta y_s \dots\dots (14)$$

$$i(s + k_x U_0) \rho u_z = -ik_z p_0 + f_z \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここで $\delta_a(y)$ は y に関する Dirac のデルタ関数である。

自由表面が攪乱された場合に生じる電磁気力の攪乱 f は溶融金属内の磁束密度の攪乱、電流密度の攪乱を見積もることにより求められる。空気中の磁束密度の攪乱 b_a は磁束密度の連続を表す式(16)と Ampere の法則の式(17)より、式(18)のようにおける。ここで、 ϕ を式(19)とおく。

$$\nabla \cdot \mathbf{b}_a = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\nabla \times \mathbf{b}_a = 0 \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\mathbf{b}_a = -\nabla \phi \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\phi = \hat{\phi}(y) \varepsilon_0 \exp(ist) \exp(ik_x x + ik_z z) \quad \dots\dots\dots (19)$$

式(16)、(18)、および空気中遠方で磁束密度の攪乱が存在しないという境界条件より、空気中の磁束密度の攪乱は次式となる。ただし B_1 は未知定数である。

$$\mathbf{b}_a = (-ik_x B_1, k B_1, -ik_z B_1) e^{-ky} \delta y_s \quad \dots\dots\dots (20)$$

溶融金属中の磁束密度の攪乱は磁場の誘導の式(21)より決定され、溶融金属中において式(20)と同形の解式(22)が得られると仮定する。

$$\mu_0 \sigma (\partial \mathbf{b}_m / \partial t) = \nabla^2 \mathbf{b}_m \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\mathbf{b}_m = (A_2 e^{\gamma y} + B_2 e^{-\gamma y}) \delta y_s \quad \dots\dots\dots (22)$$

ただし

$$A_2 = (A_{2x}, A_{2y}, A_{2z}), \quad B_2 = (B_{2x}, B_{2y}, B_{2z}) \quad \dots\dots\dots (23)$$

基礎式(21)に成分ごとに当てはめるとそれぞれからは同一の関係式(24)が得られる。

$$\gamma^2 = k^2 + is \mu_0 \sigma \quad \dots\dots\dots (24)$$

ここで溶融金属中と空気中の磁束密度の連続条件と、溶融金属中において界面から十分離れた位置では磁束密度の攪乱は存在しない条件および磁束密度の連続性より、結局溶融金属中の磁束密度の攪乱の式は次式となる。

$$\mathbf{b}_m = \mu_0 J_0 e^{-\gamma y} \left(\frac{k_x k_z}{k} \frac{1}{k + \gamma}, ik_z \frac{1}{k + \gamma}, \frac{k_z^2}{k} \frac{1}{k + \gamma} - 1 \right) \delta y_s$$

$$\dots\dots\dots (25)$$

ただし、変数間には式(24)の関係が成立する。

電流密度の攪乱は式(25)を Ampere の法則を表す式(26)に代入して式(27)のように決定される。

$$\nabla \times \mathbf{b}_m = \mu_0 \mathbf{j}_m \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$\mathbf{j}_m = J_0 e^{-\gamma y} \left(\frac{k_z^2}{k} - \gamma, ik_x, -\frac{k_x k_z}{k} \right) \delta y_s \quad \dots\dots\dots (27)$$

線形化された電磁気力の攪乱は式(28)のように求められる。

$$\mathbf{f} = \mathbf{J}_m \times \mathbf{b}_m + \mathbf{j}_m \times \mathbf{B}_m = (j_{my}B_m, -J_m b_{mz} - j_{mx}B_m, J_m b_{my}) \dots\dots\dots (28)$$

次に溶融金属内の速度の攪乱を求める。攪乱を支配する式において溶融金属内では重力項と表面張力項は考えない。よって溶融金属内の攪乱の式は次式となる。

$$\rho(\partial \mathbf{u} / \partial t) + \mathbf{U} \cdot \nabla \rho \mathbf{u} = -\nabla p + \mathbf{f} \dots\dots\dots (29)$$

連続の式(30)を用いると溶融金属中のy方向の運動方程式は式(31)となる。

$$ik_x u_x + \partial u_y / \partial y + ik_z u_z = 0 \dots\dots\dots (30)$$

$$\rho(s + k_x U_0)(\partial^2 / \partial y^2 - k^2)u_y = ik^2 f_y - \partial(\mathbf{k} \cdot \mathbf{f}) / \partial y \dots\dots (31)$$

先に求めた攪乱の式(25), (27), (28)を使って変形すると, u_y に関する方程式が得られる。

$$(\partial^2 / \partial y^2 - k^2)u_y = \frac{iJ_0(\mu_0 J_0 y + B_0)}{\rho(s + k_x U_0)}(-k_z^2) \dots\dots\dots (32)$$

$$(k - \gamma)e^{\gamma y} e^{-\gamma y} \delta y_s \dots\dots\dots (32)$$

ここで境界条件は境界面の移動速度がそこの流速のy方向成分に一致すること, および攪乱されている境界面から十分離れた場所においては速度の攪乱は存在しないと仮定すると, 一般解は式(33)となる。式(34)は特解である。

$$u_y = \{i(s + k_x U_0) - \hat{u}_0(a)\}e^{-kx} e^{ky} + \hat{u}_0(y) \dots\dots (33)$$

$$\hat{u}_0(y) = \frac{iJ_0 k_z^2}{\rho(s + k_x U_0)(k + \gamma)}(B_0 + \mu_0 J_0 y) \dots\dots\dots (34)$$

$$+ \frac{2\mu_0 J_0}{k^2 - \gamma^2} e^{-\gamma a} e^{\gamma y} \dots\dots\dots (34)$$

ただし $\hat{u}_0(a + \delta y_s) \approx \hat{u}_0(a)$ とした。

密度の攪乱は, 線形化された質量保存の式(35)から式(36)として得られる。

$$\partial(\delta \rho) / \partial t + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\delta \rho \mathbf{U}) = 0 \dots\dots\dots (35)$$

$$\delta \rho = i\{u_y / (s + k_x U_0)\}(\partial \rho / \partial y) : y = a + \delta y_s \dots\dots\dots (36)$$

以上, 得られた攪乱の値を式(13), (14), (15)に代入し, 界面を含む無限小区間で積分を行うことにより角振動数sと波数kとの関係を示す分散関係式が次のように求められる。

$$\rho(s + k_x U_0)^2 k = J_0(B_0 + \mu_0 J_0 a) \left(\frac{k - \gamma}{k + \gamma} k_z^2 - k_x^2 \right) \dots\dots\dots (37)$$

$$+ \frac{\mu_0 J_0}{(k + \gamma)^2} \left\{ 2J_0 k_z^2 \gamma + k_z^2 P_1 - \frac{2k_x^2 P_1}{k - \gamma} \gamma \right\}$$

$$- \frac{\mu_0 J_0}{k + \gamma} (2J_0 + P_1 a + Q_1) k_z^2 + \frac{\mu_0 J_0 k_x^2}{k^2 - \gamma^2} P_1 + T_s k^4 \dots\dots (37)$$

ただし γ は複素角振動数を $s = s_r + is_i$ とした場合, 式(38)で与えられるものである。

$$\gamma = \frac{C}{\sqrt{2}} + i \frac{\mu_0 \sigma s_i}{\sqrt{2} C}, \dots\dots\dots (38)$$

$$C = \sqrt{(k^2 - \mu_0 \sigma s_i) + \sqrt{(k^2 - \mu_0 \sigma s_i)^2 + (\mu_0 \sigma s_r)^2}} \dots\dots (38)$$

式(37)の分散関係式は釣合条件式(9)を満たしていなければならない。式(37)の分散関係式を印加磁場の方向と波動の伝播方向に分類して示す。

(I) 波動伝播方向と磁場印加方向が垂直の場合

$k_x = k, k_z = 0$ とおくと, 式(9), (37)は式(39)の近似を用いて式(40)のように簡略化できる。ただし, 式(39)は磁気レイノルズ数 ($R_m = \mu_0 \sigma s / k^2$) が1より十分小さいという条件と式(24)から得られる。

$$k / (k + \gamma) \approx \gamma / (k + \gamma) \approx 1/2 \dots\dots\dots (39)$$

$$(s + k U_0)^2 = - \left(\frac{gH}{2a} + \frac{\mu_0 J_0 a}{\rho} \left(J_0 - \frac{P_1 a}{3} \right) - \frac{Q_1 B_0}{\rho} \right) k \dots\dots\dots (40)$$

$$+ \frac{T_s k^3}{\rho} - \frac{\mu_0 J_0}{2\rho} (P_1 a + Q_1) \dots\dots\dots (40)$$

(II) 波動伝播方向と磁場印加方向が平行の場合

$k_x = 0, k_z = k$ とおき, 同様な操作で次式に簡略化できる。

$$s^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{gH}{a} + \frac{2\mu_0 J_0 a}{\rho} \left(J_0 - \frac{P_1 a}{3} \right) - \frac{2Q_1 B_0}{\rho} \right) (k - \gamma) \dots\dots\dots (41)$$

$$+ \frac{\mu_0 J_0 P_1}{4\rho k} - \frac{\mu_0 J_0}{2\rho} (J_0 + P_1 a + Q_1) + \frac{T_s k^3}{\rho} \dots\dots\dots (41)$$

2.2.2 鉛直方向磁場

解析系をFig. 3に示す。外部印加磁束密度は $\mathbf{B}_0 = (B_0, 0, 0)$: $y > -a$, 外部印加電流密度 $\mathbf{J}_0 = (0, 0, -J_0)$: $-a < y < a$ で均一, 流体移動速度 $\mathbf{U} = (U_0, 0, 0)$ とする。溶融金属内の磁束密度分布は式(42)となる。

$$\mathbf{B}_m = (B_0 + \mu_0 J_0 y, 0, 0) : -a < y < a, \dots\dots\dots (42)$$

$$\mathbf{B}_m = (-\mu_0 J_0 a, 0, 0) : y < -a \dots\dots\dots (42)$$

電磁気力を $-a$ から a まで積分して得られる磁気圧力が溶湯静圧と釣り合う条件より式(43)が得られる。

$$J_0 B_0 = \rho g H / 2a \dots\dots\dots (43)$$

水平方向磁場系と同様な導出方法に従うと分散関係式は最終的に式(44)となる。

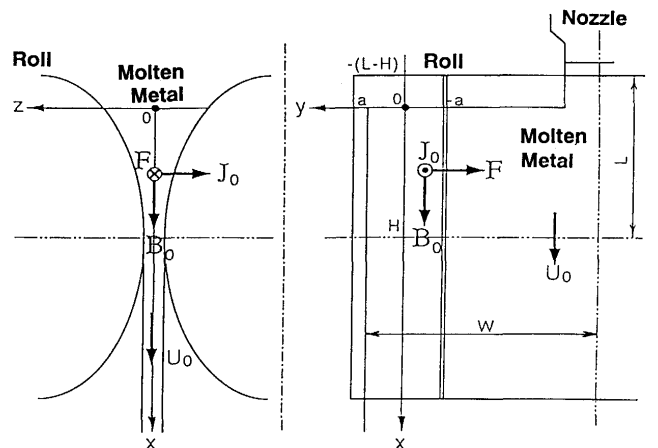


Fig. 3. The coordinate system in the vertical magnetic field.

$$\rho(s+k_x U_0)^2 k = (J_0 B_0 + \mu_0 J_0^2 a) \left(\frac{k-\gamma}{k+\gamma} k_x^2 - k_z^2 \right) + \frac{2\mu_0 J_0^2 k_x^2 \gamma}{(k+\gamma)^2} - \frac{2\mu_0 J_0^2 k_x^2}{k+\gamma} + T_s k^4 \dots\dots\dots (44)$$

ただし γ は式 (38) と同様に定義される。

(I) 波動伝播方向と磁場印加方向が垂直の場合

$$s^2 = -\{ (gH/2a) + (\mu_0 J_0^2 a / \rho) \} k + (T_s k^3 / \rho) \dots\dots\dots (45)$$

(II) 波動伝播方向と磁場印加方向が平行の場合

$$(s+kU_0)^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{gH}{a} + \frac{2\mu_0 J_0^2 a}{\rho} \right) (k-\gamma) - \frac{\mu_0 J_0^2}{2\rho} + \frac{T_s k^3}{\rho} \dots\dots\dots (46)$$

3. 解析結果および考察

3・1 水平方向磁場

計算で使用した溶鋼の物性値と双ロールの装置サイズ¹⁴⁾を Table 1 に示す。解析の妥当性は別報¹⁵⁾での実験値との比較により示す。

水平方向磁場系において磁場印加方向と波動伝播方向が直交関係で、印加電流密度を変化させ他の因子を一定とした場合の結果を Fig. 4 に示す。縦軸に複素角振動数 s の虚数部の負値 ($-s_i$) をとり波数 k を横軸に採って両者の関係を示した。 s_i の値が現れる波数の値が臨界波数 k_c であり、臨界波長 λ_c との関係は $\lambda_c = 2\pi/k_c$ となる。この長さ以上の波長の

Table 1. The physical properties and the system size adopted in calculation.

Steel	density ρ (kg/m ³)	:	7.0×10 ³
	surface tension T_s (N/m)	:	1.84
	conductivity σ (S/m)	:	0.7×10 ⁶
Size	roll diameter $2L$ (m)	:	1.2
	width of the cast steel $2W$ (m)	:	0.8

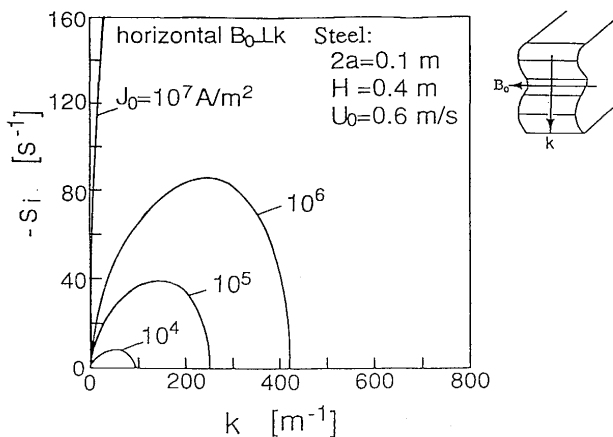


Fig. 4. The relations between the imaginary part of angular frequency and the wave number perpendicular to the horizontal magnetic field under different imposed electric current densities.

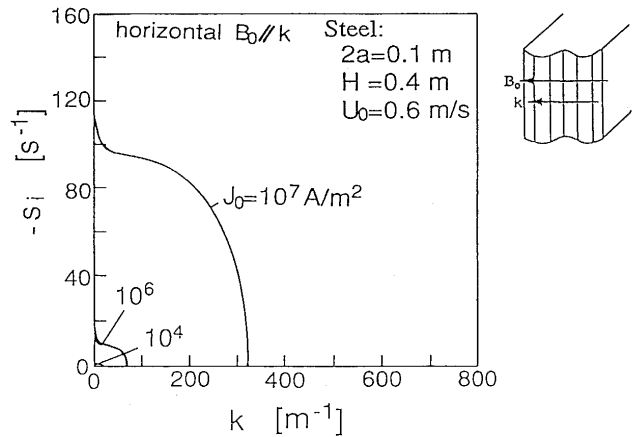


Fig. 5. The relations between the imaginary part of angular frequency and the wave number parallel to the horizontal magnetic field under different imposed electric current densities.

波が非接触保持された表面に存在すると、波の振幅は時間と共に増大するため、この界面の保持が不可能であると推測される。したがって実機において自由表面部を臨界波長の長さより小さく抑えれば非接触保持が達成されることになる。また安定効果を比較することで、プロセス操作因子や磁場印加方向が非接触保持に及ぼす程度を知ることができ、よりよい操業条件を選択することが可能となる。Fig. 4 の結果から印加電流密度が減少すると、臨界波数は減少し、臨界波長は大きくなり、より安定な状態へと移行することがわかる。また、このとき振幅の成長速度を示す s_i も減少し安定な領域が拡大する。解析においては釣合条件から電磁気力は一定のため、逆に印加磁束密度が増加すると臨界波長は大きくなり安定化されるとも解釈できる。次に磁場印加方向と波動伝播方向は平行で、印加電流密度を変化させた結果を Fig. 5 に示す。磁場印加方向と波動伝播方向が直交する場合 (Fig. 4) と同様に印加電流密度を小さく (印加磁束密度を大きく) とるにより安定化することが確認できる。

B と k が直交する場合 (Fig. 4) の結果と平行の場合 (Fig. 5) の結果を比較するとその傾向はほぼ同様であるが虚数部の大きさ (縦軸の目盛り) および臨界波長はかなり異なっており、波数ベクトルに対して平行に印加された磁場は直交方向に印加される磁場より安定化効果が大きいことがわかる。この結果は水平界面における波の波動抑制に及ぼす直流磁場の非等方的効果として知られるもの^{8)~10)}と一致している。すなわち鉛直界面に存在する波動に対しても、磁場が波動に平行に印加された場合に安定化効果がより大きくなることが示された。

3・2 鉛直方向磁場

鉛直方向磁場系の結果も水平方向磁場系と同様であるが多少の違いがみられる。例えば磁場印加方向と波動伝播方向が直交関係の場合において印加電流密度を変化さ

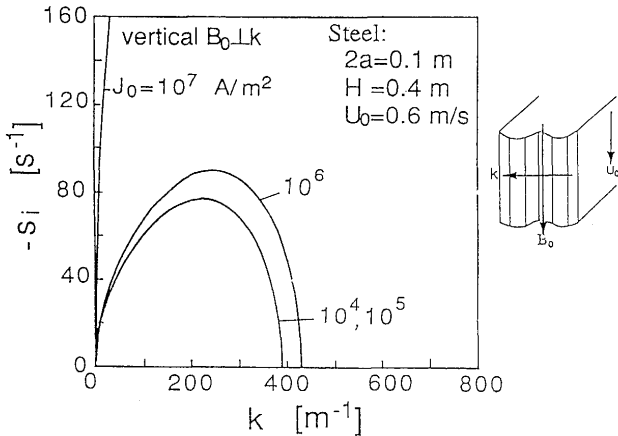


Fig. 6. The relations between the imaginary part of angular frequency and the wave number perpendicular to the vertical magnetic field under different imposed electric current densities.

せた結果をFig. 6に示す。水平方向磁場系における同様な条件下でのFig. 4と比較すると、印加電流密度が $J_0=10^5 \text{ A/m}^2$ 以下において差が現れ、水平方向磁場の系の方がより安定となっている。これは水平方向磁場系においては融体が磁場勾配中を移動することによって生ずる誘導電流の影響であると思われる。なお、本稿での誘導電流の取扱い方は付録に示した通り、近似的なものであり、今後のより詳細な検討が待たれる。

4. 結言

双ロール電磁堰における溶融金属の鉛直自由端面の安定保持の条件を検討することを目的として、安定性解析を行った。その結果を以下に示す。

- 1) 磁場印加方向と波動の伝播方向の組み合わせで取られる4つの場合について、それぞれ分散関係式(式(40), (41), (45), (46))を導出した。
- 2) 解析結果から同じ電磁気力でも印加磁束密度が大きいく、印加電流密度が小さい方がより大きな安定化効果を持つ。
- 3) 磁場と波動の方向が直交する場合よりも平行する場合がより安定となる。

記号

a : 電流印加領域の1/2長さ[m], B_m : 印加磁束密度と誘導磁束密度の合成ベクトル[T], B_0, B_0 : 印加磁束密度[T], b_a : 空気中の磁場の攪乱成分[T], b_m : 溶融金属中の磁場の攪乱成分[T], C : 定数, E : 誘導電場[V/m], F : 攪

乱のない状態下での電磁気力[N/m³], f, f_x, f_y, f_z : 電磁気力の攪乱成分[N/m³], g : 重力加速度[m/s²], H : 保持高さ, ノードル高さ[m], i : 虚数単位[-], J_0, J_0 : 印加電流密度[A/m²], J_1 : 誘導電流密度[A/m²], J_m : 溶融金属中の印加電流密度と誘導電流密度の合成ベクトル[A/m²], j_{mx}, j_{my}, j_{mz} : x, y, z 方向の電流密度の攪乱成分[A/m²], k, k_c, k_x, k_z : 波数ベクトル, 臨界波数, x, z 方向の波数[m⁻¹], L : ロール半径[m], p : 圧力の攪乱成分[Pa], P_1 : 定数, p_0 : 大気圧の攪乱成分[Pa], Q_1 : 定数, s, s_r, s_i : 角振動数[s⁻¹], R_m : 波の磁気レイノルズ数($\mu\sigma/k^2$)[-], T_s : 表面張力[N/m], U, U_0 : 溶融金属の移動速度[m/s], W : 鋳造される薄板の1/2幅(y 方向)[m], γ : (38)式で定義される定数[m⁻¹], δy_s : y 方向の表面攪乱長さ[m], λ, λ_c : 波長, 臨界波長($=2\pi/k_c$)[m], μ_0 : 真空の透磁率[H/m], $\rho, \delta\rho$: 密度およびその攪乱成分[kg/m³], σ : 電気伝導度[S/m]

文献

- 1) 草川隆次: 鉄と鋼, 71 (1985), A200
- 2) 川上公成: 鉄と鋼, 72 (1986), p.2153
- 3) 河地政行, 千代谷一幸, 浅井滋生: 鉄と鋼, 77 (1991), p.1434
- 4) 河地政行, 浅井滋生: 鉄と鋼, 78 (1992), p.455
- 5) 河地政行, 浅井滋生: 鉄と鋼, 78 (1992), p.1531
- 6) M.Garnier and R.Moreau: J.Fluid Mech., 127 (1983), p.365
- 7) J.A.Shercliff: J.Fluid Mech., 38 (1969), p.353
- 8) 小塚敏之, 浅井滋生, 鞭 巖: 鉄と鋼, 74 (1988), p.1793
- 9) 小塚敏之, 浅井滋生, 鞭 巖: 鉄と鋼, 75 (1989), p.470
- 10) 岸田 豊, 武田紘一: 材料とプロセス, 1 (1988), p.386
- 11) S.Chandrasekhar: Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, (1961), p.1 [Oxford Press]
- 12) 竹内秀次, J.Etay and M.Garnier: 鉄と鋼, 76 (1990), p.870
- 13) M.Zahn: Electromagnetic Field Theory, (1979), p.327 [Krieger]
- 14) 吉村裕二, 新井貴士, 下村健介, 中島啓之, 竹内英磨, 山上靖博, 柳 謙一, 佐々木邦政: 材料とプロセス, 4 (1991), p.993
- 15) 古橋誠治, 浅井滋生: 鉄と鋼, 80 (1994), p.377

付録

定常状態でのFaradayの式と磁場の連続の方程式は、

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (A-1) \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (A-2)$$

Ohmの式, 流体の連続の式より

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{U} \times \mathbf{B}) \quad (A-3) \quad \nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (A-4)$$

式(A-3)の電流の回転を求めると次式が得られる。

$$\nabla \times \mathbf{J} = \sigma\{(\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{U} - (\mathbf{U} \cdot \nabla)\mathbf{B}\} \quad (A-5)$$

印加磁束密度を $\mathbf{B} = \{0, 0, B_0(x)\}$, 速度を $\mathbf{U} = (U_0, 0, 0)$ とすると、

$$(\nabla \times \mathbf{J})_z = \partial J_y / \partial x - \partial J_x / \partial y = -\sigma U_0 \{dB_0(x) / dx\} \quad (A-6)$$

となる。ここで磁束密度分布を

$$B_0(x) = (B_0/L)\{x + (L-H)\} : -(L-H) \leq x \leq H \quad (A-7)$$

とおくと、式(2)が得られる。

$$\partial J_y / \partial x - \partial J_x / \partial y = -\sigma U_0 B_0 / L : -(L-H) \leq x \leq H \quad (2)$$