

ピンチ力による矩形管内溶鋼流からの介在物除去の数値解析

谷口 尚司*・J.Keith Brimacombe*²

Numerical Analysis on the Separation of Inclusion Particles by Pinch Force from Liquid Steel Flowing in a Rectangular Pipe

Shoji TANIGUCHI and J.Keith BRIMACOMBE

Synopsis : Application of the pinch force to the separation of inclusion particles from liquid steel flowing in a rectangular pipe was investigated theoretically. By impressing an electrical current in a liquid metal along the axis of the pipe, the metal will receive a pinch force and electrically nonconductive particles suspended in the metal will be squeezed out by this force. In the case of rectangular pipe, the pinch force is concentrated near the corner of the pipe at high frequencies, and as a result secondary flows may be generated in the cross section of the pipe. These flows will affect the particle-separation efficiency.

Numerical calculations were made to obtain the pinch force, fluid flow and particle concentration. In the quarter section of the pipe, two recirculating flows were generated and their maximum velocity increased with increasing x_1/δ . Pipe Reynolds number, $Re(=2x_1\bar{w}/\nu)$, decreased rapidly after x_1/δ exceeded a critical value which changed with $C_1(=\mu_e I_{rms}^2/\rho\nu^2)$. The particle-separation efficiency, η , was a function of $(C_1 D_R^2/Re)Z$ while the secondary flows are negligible. The value of η was found to increase with increasing x_1/δ because of the development of the secondary flows. This result is a contrast to the case of circular pipe investigated in the previous study.

Key words : electromagnetic force ; pinch force ; nonmetallic inclusion ; separation of inclusion ; liquid steel ; pipe flow ; secondary flow.

1. 緒言

溶鋼中には金属酸化物を主成分とする無数の非金属介在物が懸濁している。近年、鋼材の清浄化への要求が厳しくなるとともに、様々な介在物除去法が提案されてきたが^{1)~4)}、さらに積極的な除去法の出現が求められている。このような現状をふまえ、前報⁵⁾では交流ピンチ力を利用した円管内溶鋼流からの介在物除去法を提案し、その除去効率を理論的に検討した。

本報では前報に引続き、矩形管内の溶鋼流からの介在物除去効率について理論的に検討する。

矩形管の場合には、周波数が高くなるとピンチ力が管のコーナー部に集中する結果、管断面内に二次流が形成される。このとき介在物はピンチ力の場で壁に向かう泳動力を受けながら、二次流と管軸方向の強制流れによって管内を移動する。この場合の介在物除去効率を知ることは実用上重要と考えられる。

また、これまで電磁力には溶鋼流動の駆動力としての側面に注目が集まり、流動する溶融金属中の粒子に対する電磁力の作用については殆ど顧みられなかった。したがって、電磁力により流動する溶融金属中の粒子挙動についての詳

細な解析はいまだ為されていない。そこで本研究では介在物粒子に対する電磁力起因の流れと泳動力との複合作用に特に注目して検討することにした。

2. 理論

2.1 仮定

本研究では溶融金属容器として、Fig. 1に示すような断面が矩形で無限に長い管状容器を対象とした。この容器内の管軸方向に交流電流を流すと、誘導磁界と電流との相互作用で溶融金属を圧縮する向きにピンチ力が発生する。このような力の場で非導電性粒子にはピンチ力と反対方向の泳動力が働く⁶⁾⁷⁾。管内に介在物を含む溶融金属を平均速度 \bar{w} [m/s]で供給すると、非導電性の介在物は壁方向に泳動し、最終的に壁に付着して除去されるものと考えられる。この現象を以下の仮定のもとで理論的に解析する。

(1) 電流、磁束密度、液流速などの物理量はz方向に一定である。

(2) 系内の電磁場は液の流れによって変化しない。

(3) 液の流れは層流で定常である。

(4) 液温度は一定である。

平成5年8月20日受付 平成5年12月3日受理 (Received on Aug. 20, 1993; Accepted on Dec. 3, 1993)

* 東北大学工学部 (Faculty of Engineering, Tohoku University, Aza-Aoba Aramaki Aoba-ku Sendai 980)

* 2 The University of British Columbia

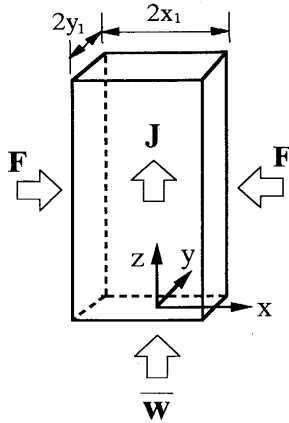


Fig. 1. Rectangular tube.

(5) 介在物粒子は球形固体で一定の粒径を持ち、粒子間の相互作用（凝集など）はない。

(6) 粒子には時間平均の電磁力のみが作用する[†]。

(7) 壁面に到達した粒子は直ちに壁面上に固定される。

2・2 粒子の泳動速度とピンチ力

液体金属に電磁力 F [N/m³] を加えると、液体金属中の直径 d_p [m] の非導電性の固体球には電磁力と反対方向に(1)式で表される力 F_p [N] が作用する⁶⁾。

$$F_p = -\frac{3}{4} \frac{\pi d_p^3}{6} F \dots\dots\dots (1)$$

この F_p をストークスの粘性抗力と等置すれば粒子の泳動速度 v_{pr} [m/s] を(2)式によって求めることができる。

$$v_{pr} = -d_p^2 F / (24\mu) \dots\dots\dots (2)$$

ここに μ は液体金属の粘度 [Pa·s] である。

本研究では電磁力（ピンチ力） F を以下のような数値計算によって求めた。

電磁場に関する基礎式は(3)および(4)式で表される⁸⁾。

$$(1/\mu_e) \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \sigma(-j\omega \mathbf{A} - \nabla \phi) + \mathbf{J}_{ext} \dots\dots\dots (3)$$

$$\nabla \cdot [\sigma(-j\omega \mathbf{A} - \nabla \phi)] = 0 \dots\dots\dots (4)$$

ここに \mathbf{A} [T·m] は磁束密度 \mathbf{B} [T] のベクトルポテンシャル ($\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$)、 ϕ はスカラーポテンシャル [T·m²/s] であり、 \mathbf{J}_{ext} は印加された強制電流密度 [A/m²] である。また μ_e 、 σ および ω はそれぞれ透磁率 [H/m]、導電率 [$\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$] および角周波数 [rad/s] を表す。上記の式中の電磁気量の時間依存性を $e^{j\omega t}$ で表現し、Fig. 1の直角座標系に書き改めることにより電磁気量の実効値に関する(5)および(6)式が得られる。

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = \mu_e \sigma (j\omega A + \frac{d\phi}{dz}) - \mu_e J_{ext} \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{d\phi}{dz} = -\frac{j\omega}{S} \int_S A dS \dots\dots\dots (6)$$

ここに S は管の断面積 [m²] である。また、強制電流密度 J_{ext} は管内に印加した電流の実効値 I_{rms} [A] より $J_{ext} = I_{rms} / 4 x_1 y_1$ で与えられる。計算は管中心を原点とする1/4断面の領域で行った。

境界条件には(7)式を用いた。

$$\begin{aligned} x=0, \quad 0 < y < y_1 : \partial A / \partial x &= 0 \\ y=0, \quad 0 < x < x_1 : \partial A / \partial y &= 0 \\ x=x_1, \quad 0 < y < y_1 : \partial A / \partial x |_{x_1-} &= \partial A / \partial x |_{x_1+} \\ y=y_1, \quad 0 < x < x_1 : \partial A / \partial y |_{y_1-} &= \partial A / \partial y |_{y_1+} \\ x=nx_1 \text{ or } y=ny_1 : A &= 0 \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

本研究では計算領域を x および y 方向にそれぞれ nx_1 [m] および ny_1 [m] の範囲に限定し、 $n=4$ とした。また断面は正方形 ($x_1=y_1$) の場合のみを扱った。

(5)~(7)式は中心差分法で差分化し、SOR法で数値的に解いた。格子点数は x および y 方向に 41×41 (等分割) とし、収束条件には $|\Delta A/A|_{max} < 10^{-10}$ を用いた。

得られた A および $d\phi/dz$ の解より、 J および B_x 、 B_y を次式で算出した。

$$J = -j\omega \sigma A - \sigma (d\phi/dz) + J_{ext} \dots\dots\dots (8)$$

$$B_x = \partial A / \partial y, \quad B_y = -\partial A / \partial x \dots\dots\dots (9)$$

ピンチ力の実効値は次式で求めた。

$$F_x = -Re \{ J \cdot B_y^* \}, \quad F_y = Re \{ J \cdot B_x^* \} \dots\dots\dots (10)$$

ここに B_x^* および B_y^* はそれぞれ B_x および B_y の共役複素数で、 Re は実数部を表す。(10)式のピンチ力を(2)式に代入すれば粒子の x および y 方向の泳動速度を求めることができる。

なお、以上の計算法を円管の場合に適用し、電流密度と磁束密度の数値解が前報⁹⁾の解析解と一致することを確認した。

2・3 粒子の除去効率

矩形管の場合には、高周波数領域においてピンチ力が管のコーナー部に集中し、管断面内に二次流が生成すると考えられる。この流れは z 方向の強制流れと重畳して粒子の泳動に複雑に関与するはずである。そのため、前報⁹⁾で円管の場合に適用した軌道法を用いることは困難である。そこで以下のような流れの計算を行った後、濃度法を用いて粒子泳動を解析した。

2・3・1 流れの計算

無次元表示した流れの式を(11)~(14)式に示した。

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \dots\dots\dots (11)$$

[†] 周波数がきわめて低い条件では、粒子および流体は電磁力の時間変動に追随するようになると思われるが、本報ではそのことを考慮しなかった。また前報⁹⁾で粒子除去効率 η に対する粒子浮上速度の影響が小さいことが示されたので、本報では粒子と流体との密度差による浮力を考慮しなかった。

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + F_x \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + F_y \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} \quad \dots\dots\dots (14)$$

式中の無次元諸量は以下の通りである。

$$\begin{aligned} X &= x/x_1, \quad Y = y/x_1, \quad Z = z/x_1 \\ U &= x_1 u/\nu, \quad V = x_1 v/\nu, \quad W = x_1 w/\nu \\ P &= x_1^2 p/\rho\nu^2, \\ F_x &= x_1^3 F_x/\rho\nu^2, \quad F_y = x_1^3 F_y/\rho\nu^2 \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

ここにU, V, WはそれぞれX, Y, Z方向の液流速, Pは圧力で, ρ および ν はそれぞれ液体金属の密度 [kg/m³] および動粘度 [m²/s] である。また前述の仮定(1)により, 以上の式におけるZ方向の微分項は圧力項以外は省略した。

境界条件には(16)式を用いた。

$$\begin{aligned} X=0, \quad 0 < Y < 1 : U = \partial V/\partial X = \partial W/\partial X = 0 \\ Y=0, \quad 0 < X < 1 : \partial U/\partial Y = V = \partial W/\partial Y = 0 \\ X=1, \quad 0 < Y < 1 : U = V = W = 0 \\ Y=1, \quad 0 < X < 1 : U = V = W = 0 \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

(11)~(13)式は(14)式と独立に2次元問題として解くことができる。その計算は以下のように行った。

まず, (11)~(13)式に渦度 ξ および流れ関数 ψ を導入して ξ および ψ を未知量とする2つの式に変換し, その式をupwind法で差分化後, SOR法で数値的に解いた。次に(14)式をupwind法で差分化しSOR法で解いてWの数値解を求めた。その際, (14)式中の $(-\partial P/\partial Z)$ をパラメータとして計算を行った。数値計算には11×11の等間隔格子を用いた。また収束条件には $|\Delta\xi/\xi|_{\max} < 10^{-5}$, $|\Delta W/W|_{\max} < 10^{-5}$ を用いた。

2.3.2 粒子濃度の計算

粒子の輸送方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial U_P C}{\partial X} + \frac{\partial V_P C}{\partial Y} + \frac{\partial W_P C}{\partial Z} = 0 \quad \dots\dots\dots (17)$$

式中の無次元量は次の通りである。

$$\begin{aligned} U_P &= x_1 u_P/\nu, \quad V_P = x_1 v_P/\nu, \quad W_P = x_1 w_P/\nu \\ C &= c/c_0 \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

ここに c_0 は管入口における粒子濃度[m⁻³]で, u_P, v_P, w_P は次式で示される粒子の速度 [m/s] である。

$$\begin{aligned} u_P &= u - (d_p^2/24\mu)F_x \\ v_P &= v - (d_p^2/24\mu)F_y \\ w_P &= w \quad \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

境界条件は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} Z=0 & & : C=1 \\ X=0 \text{ or } 1, \quad 0 < Y < 1 : \partial C/\partial X = 0 \\ Y=0 \text{ or } 1, \quad 0 < X < 1 : \partial C/\partial Y = 0 \quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

計算は以下のようにして行った。(17)式のXおよびY方向の微分項をupwind法により差分化した。その式をZ=0を始点として各 ΔZ のステップ毎にCrank-Nicolson法を用いて積分し, SOR法によってCの数値解を得た。計算に用いた格子は, 壁に近づくにつれて間隔が狭くなるような15×15の不等間隔格子を用いた。その際, 11×11の等間隔格子で求めた ψ およびWの数値解を3次スプライン関数で補間して新しい格子点上の値を得た。また ΔZ は後述(2.3.3)の理由から $\Delta Z = Re/(C_1 D_R^2)$ とした。

以上のようにして得られたCの解より, 次式を用いて粒子の除去効率 η を算出した。

$$\eta = 1 - \int_0^1 \int_0^1 C(W/\bar{W}) dX dY \quad \dots\dots\dots (21)$$

なお, 以上の濃度法を円管の場合に適用して η を求め, その結果が前報⁵⁾の軌道法による結果と一致することを確認した。

2.3.3 η に関与する無次元量

本報の計算条件下では以下の5個の無次元量が η に関与すると考えられる。

$$\begin{aligned} Z, \quad C_1 (= \mu_e I_{\text{rms}}^2/\rho\nu^2), \quad (-\partial P/\partial Z), \\ D_R (= d_p/2x_1), \quad x_1/\delta \quad \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

ここに δ は表皮の厚さ ($\delta = \sqrt{2/\mu_e \sigma \omega}$ [m]) である。これらの無次元量の中で, $(-\partial P/\partial Z)$ は次式で定義される管レイノルズ数Reで置き替えることができる。

$$Re = 2x_1 \bar{w}/\nu = 2\bar{W} \quad \dots\dots\dots (23)$$

η の計算においては $(-\partial P/\partial Z)$ の代わりにReを無次元パラメータとして用いた。

二次流が無視できる条件では, η と上記の無次元量との間の関係は円管の場合と同様に次式で与えられる。

$$\eta = f [(C_1 D_R^2/Re)Z, \quad x_1/\delta] \quad \dots\dots\dots (24)$$

一方, 二次流が無視できない条件では, 二次流に直接関与する無次元量が η にも間接的に関与するため, η は次式で表されると考えられる。

$$\eta = f [(C_1 D_R^2/Re)Z, \quad x_1/\delta, \quad C_1, \quad D_R, \quad Re] \quad \dots\dots\dots (25)$$

3. 計算結果および考察

3.1 流速分布

Fig. 2に1/4断面内の二次流の流速分布を種々の x_1/δ について示した。図よりいずれの x_1/δ においても1/4断面内に2

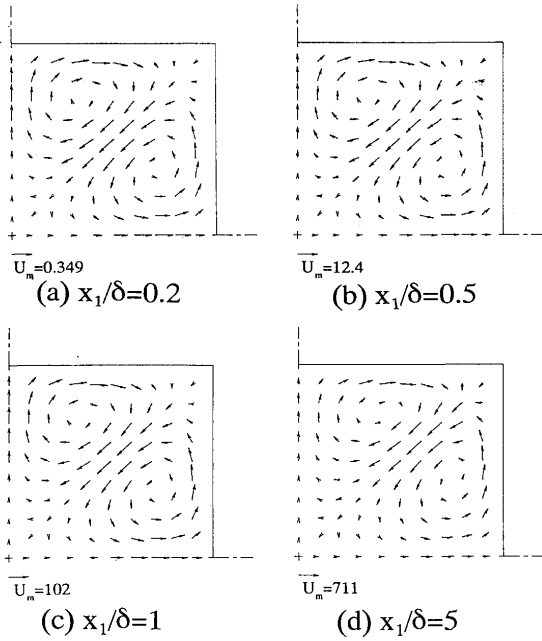


Fig. 2. Velocity profiles in the x-y plane. ($C_1=10^8$)

つの循環流が形成されている。また x_1/δ の変化に伴うフローパターンの変化は顕著ではないが、循環流の最大流速 U_m は x_1/δ の増加とともに急激に大きくなっている。この循環流は断面内でピンチ力が不均一であるために発生するが、 x_1/δ の増加につれてピンチ力が管のコーナー部に集中するため流速が大きくなる。

Fig. 3 にピンチ力の最大値 F_m および最大流速 U_m と x_1/δ との関係を示した。図より F_m は $x_1/\delta \leq 1$ ではほぼ一定値を示し、その後 x_1/δ の増加とともに大きくなっている（表皮効果）。また U_m は x_1/δ の増加とともに急激に大きくなり、 x_1/δ が5付近で U_m の増加の割合が小さくなっている。なお、表皮効果が無視できると考えられる $x_1/\delta < 1$ の領域におい

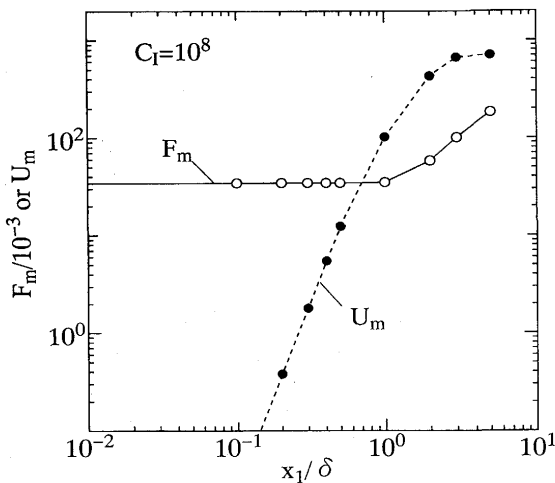


Fig. 3. Maximum pinch force and velocity as a function of x_1/δ . ($C_1=10^8$)

ても U_m は比較的大きな値を示している。

Fig. 4 には $-\partial P/\partial Z=10^3, C_1=10^8$ の場合のZ方向流速Wの分布を示した。 $x_1/\delta=0$ の場合にはWの分布は放物線状であるが、 $x_1/\delta \geq 0.5$ になると二次流の影響が現れて流速分布は変形し、 x_1/δ の増加とともに分布が平坦になっている。また x_1/δ の増加とともに流速の絶対値が小さくなっているが、これは二次流の発達によって流通抵抗が増大するためである。

Z方向の平均流速に対する x_1/δ の影響をFig. 5 に示した。図には $-\partial P/\partial Z=10^3$ の場合の $Re(=2\bar{W})$ と x_1/δ との関係を C_1 をパラメータとして示したが、いずれの C_1 の場合も Re は x_1/δ が小さい領域で $C_1=0$ の場合の値に漸近している。 x_1/δ が大きくなると Re は減少し始め、 $x_1/\delta=5$ に近づくとき減少の割合が小さくなっている。 Re が減少し始める x_1/δ の値は C_1 が大きいほど小さく、 Re の減少の程度は C_1 が大きい

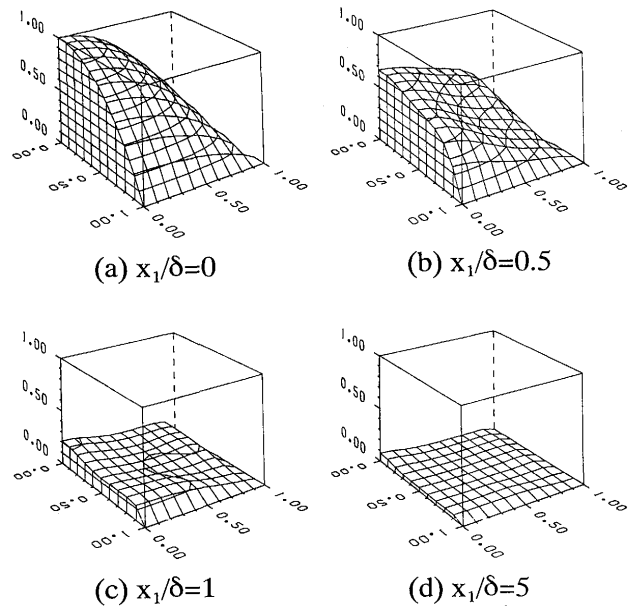


Fig. 4. Axial velocity profiles. ($C_1=10^8, -\partial P/\partial Z=10^3$)

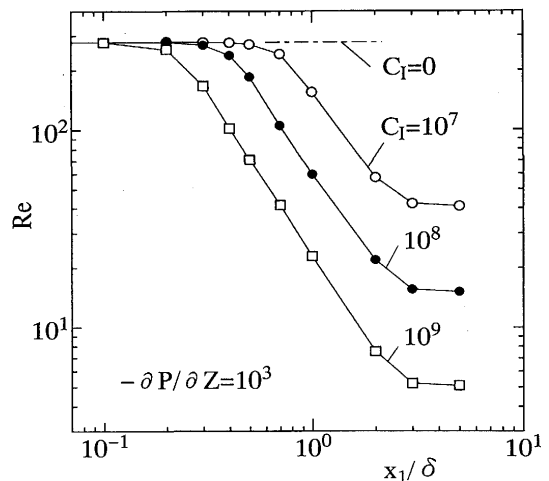


Fig. 5. Relation between Re and x_1/δ for various C_1 .

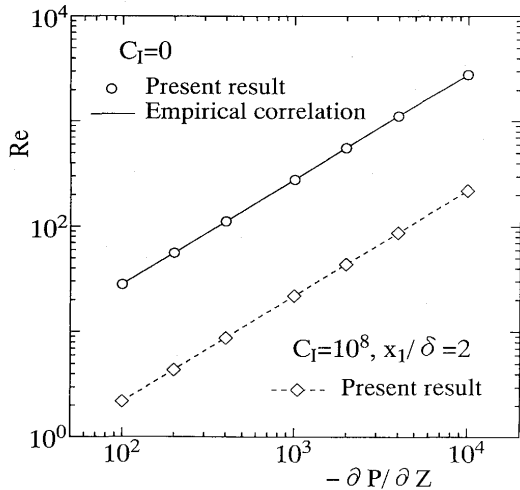


Fig. 6. Relation between Re and $-\partial P/\partial Z$ for different C_1 .

ほど著しい。

次にFig. 6に $C_1 = 0$ および 10^8 の2条件について、 Re と $-\partial P/\partial Z$ との関係を示した。 $C_1 = 0$ の場合には矩形管の摩擦係数の経験式⁹⁾があるのでその結果もあわせて示した。図より $C_1 = 0$ の場合には既往の結果と本数値解とはよく一致している。一方、 $C_1 = 10^8$ の場合には Re は全体的に小さくなっている。しかしいずれの場合も Re と $-\partial P/\partial Z$ とは比例関係にある。

3・2 η に及ぼす諸因子の影響

Fig. 7に二次流がない場合 ($x_1/\delta = 0$) について、矩形管における η と $(C_1 D_R^2/Re) Z$ との関係を前報⁹⁾の円管の結果と比較して示した。図より矩形管の η は円管よりも小さな値を示している。図中に円管の断面積および液流量を矩形管のそれと一致させた場合の η も示したが、その値は矩形管の η とかなり近くなっている。

Fig. 8に η と $(C_1 D_R^2/Re) Z$ との関係を x_1/δ をパラメー

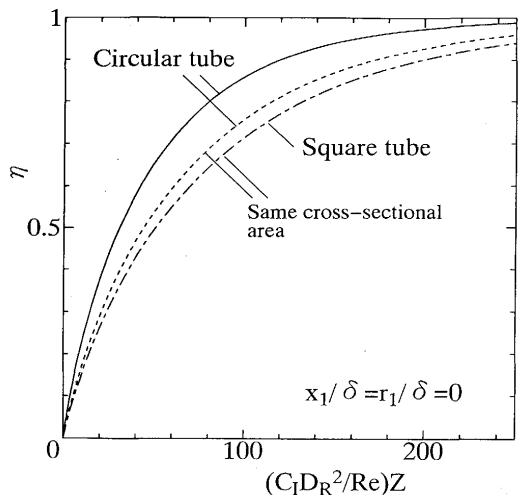


Fig. 7. Comparison of η between circular and square tube.

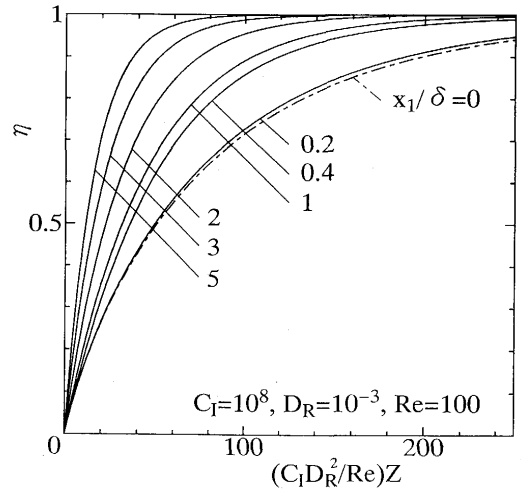


Fig. 8. Effect of x_1/δ on the value of η .

タとして示した。この場合には(25)式に示したように η には種々の無次元量に関与すると考えられるので、 $C_1 = 10^8$, $D_R = 10^{-3}$, $Re = 100$ の場合の計算値を示した。図より η は x_1/δ の増加につれて大きくなっており、前報⁹⁾の円管の場合とは逆の傾向を示している。これは、矩形管の場合には二次流によってピンチ力の小さい内部の粒子がピンチ力の大きい壁近傍に輸送されるためである。Fig. 3に示したように、二次流の流速は $x_1/\delta < 1$ でも大きな値を有するので、 η は $x_1/\delta \geq 0.2$ の領域で x_1/δ の増加とともに大きくなっている。

次に、二次流存在下での η と諸無次元量との関係を検討する。二次流が最も強い $x_1/\delta = 5$ の条件で、 C_1 および D_R を一定にして Re を10~1000の範囲で変化させたところ、 η と $(C_1 D_R^2/Re) Z$ との関係に変化は認められなかった。これより(25)式から Re を除外できることがわかった。Fig. 9 (a), (b)に、 $x_1/\delta = 5$ の場合について C_1 および D_R をそれぞれ変化させて得た η と $(C_1 D_R^2/Re) Z$ との関係を示した。図より、 η は C_1 および D_R の増加とともに減少している。しかし、その減少

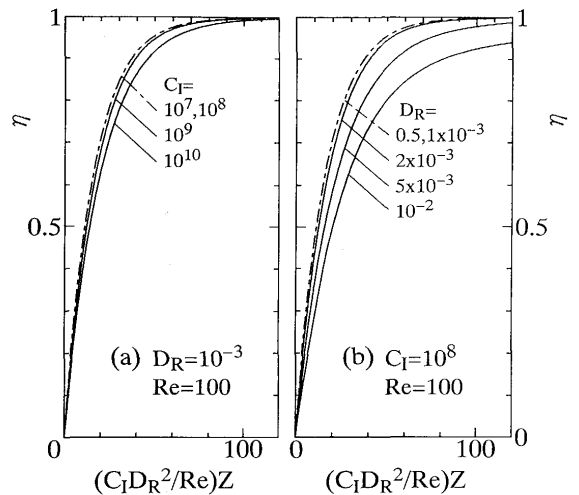


Fig. 9. Effects of C_1 and D_R on the relationship between η and $(C_1 D_R^2/Re) Z$ at $x_1/\delta = 5$.

の程度は小さく、 $C_1 \leq 10^0$, $D_R \leq 2 \times 10^{-3}$ では η の変化は3%以下であった。

以上、本報では無限の長さを有する矩形管内のピンチ力による介在物除去特性を理論的に検討した。管長が短い場合にはピンチ力と流れの端効果が考慮されるべきであり、今後端効果に関する研究を引続き展開する必要があると考えている。

4. 結言

前報⁵⁾に引続き、矩形管内を流れる溶融金属中の介在物をピンチ力を用いて除去する方法について、介在物除去効率に及ぼす諸因子の影響を理論的に検討した。得られた結果は以下のように要約される。

(1) ピンチ力により管の1/4断面内に2つの循環流(二次流)が生成することが示された。ピンチ力の最大値は $x_1/\delta \leq 1$ では一定で、 $x_1/\delta > 1$ で x_1/δ の増加とともに大きくなるのに対し、流速の最大値は x_1/δ の増加とともに単調に増加した。

(2) 管軸方向の平均液流速を表す Re は、 $-\partial P/\partial Z$ が一定の条件でも x_1/δ および C_1 の増加すなわち二次流の発達とともに減少した。

(3) Re は $-\partial P/\partial Z$ に比例した。この比例関係は x_1/δ が変化しても保たれた。

(4) 矩形管の η は円管の η よりも小さい値を示した。

(5) η は $x_1/\delta \geq 0.2$ の領域で x_1/δ の増加とともに増大し、前報⁵⁾の円管の場合とは逆の傾向を示した。これは二次流による粒子移動が粒子除去を助長したためである。

(6) 二次流の影響が無い場合の η には $(C_1 D_R^2/Re)Z$ と x_1/δ の2つの無次元量関与することが示された。二次流の影響がある場合には、さらに C_1 と D_R とを加える必要があるが、その影響は小さい。

文 献

- 1) 第126・127回西山記念技術講座(日本鉄鋼協会編), (1988)
- 2) 市橋弘行, 川島康弘, 池田隆果: 鉄と鋼, **71** (1985), p.705
- 3) A.Aleman, J.P.Argous, J.Barbet, M.Ivan, R.Moreau and S. Poinsot: French patent No.804004430, (1980)
- 4) 朴 俊杓, 佐々健介, 浅井滋生: 材料とプロセス, **6** (1993), p.2
- 5) 谷口尚司, J.K.Brimacombe: 鉄と鋼, **80** (1994), p.24
- 6) D.Leenov and A.Kolin: J.Chem. Phys., **22** (1954), p.683
- 7) P.Marty and A.Aleman: Proc. Symp. Int.Union, Metallurgical Applications of Magnetohydrodynamics, Cambridge, UK, (1982), p.245
- 8) 河瀬順洋, 山口 忠, 林 典史: 電磁気力による新しいプロセスの可能性を求めて(日本鉄鋼協会編), (1993), p.283
- 9) 化学工学便覧(化学工学協会編), (1968), p.111 [丸善]