

# 底吹き円筒浴の低浴深時に現れる 旋回の過渡特性と波動振幅

井口 学\*・伊藤 陽一\*<sup>2</sup>・森田 善一郎\*

Transient Phenomena and Amplitude of Swirl Motion Appearing  
in a Bottom Blown Cylindrical Bath with Low Depth

Manabu IGUCHI, Yohichi ITOH and Zen-ichiro MORITA

**Synopsis :** Two kinds of swirl motions are observed in a cylindrical bath with centric bottom gas injection. One is induced by approximately periodical generation of bubbles at the nozzle exit. The other is caused by hydrodynamic instability of a large scale ring vortex enclosing the bubbling jet. The two swirl motions occur for  $H_L/D \lesssim 1$  and  $H_L/D \gtrsim 2$ , respectively, where  $H_L$  is the bath depth and  $D$  is the bath diameter. Air-water, mercury-nitrogen and Wood's metal-nitrogen systems are used in the present cold model experiments. The following three subjects for the former type of swirl motion are treated.

- (1) Time from the start of gas injection to the initiation of swirl motion, being called the starting time of swirl motion.
- (2) Time required by the swirl motion to damp out after the stoppage of gas injection, being termed the damping time of swirl motion.
- (3) Amplitude of swirl motion at the side wall of the vessel.

Empirical correlations of the starting time and damping time are derived. The amplitude of swirl motion exhibits a peak value at  $H_L/D$  between 0.4 and 0.5.

**Key words :** steelmaking ; injection ; swirl motion ; transient phenomena ; converter ; sloshing.

## 1. 緒言

転炉やRH脱ガス操業などでは現在高速化が進み、ガス吹込みから流動が定常状態に達するまでの過渡時間の評価やガス吹込みに起因する浴や炉体の振動が問題となっているが、従来の研究は流動が定常状態に達した後を対象とするものがほとんどであり、過渡時間や浴振動などの非定常現象の詳細はまだよく分かっていない<sup>1)2)</sup>。

とくに浴振動は浴内の攪拌効率、炉体の溶損、スピittingやスロッシングの発生などに大きな影響を及ぼすことが知られており、その特性の解明がもたれている。加藤ら<sup>1)</sup>は転炉の水モデルを対象として、羽口の個数と配列を変えた実験を行い、浴振動パターンを分類をはじめとして、浴振動の発生条件がガス流量、浴深により決定されることを示した。Xieら<sup>3)~5)</sup>は加藤らと同様に複数のノズルからの底吹きが可能な円筒容器を用いて浴振動の実験を行っている。

筆者らは最も基本的なモデルとして、円筒浴の底部中央に設けた単孔ノズルからガスを吹込んだ場合の旋回現象に着目し、発生機構の相違に基づいて2種類に分類した<sup>6)</sup>。一

つはスロッシング<sup>7)~9)</sup>に似た挙動を示し、他の一つは気泡上昇部を取り巻くリング渦の流体力学的不安定に起因して起こる。

浴振動の発生条件と浴振動時の輸送現象<sup>10)</sup>については明らかにされつつあるが、ガス吹込みを開始してから振動が定常状態に達するまでの時間 $T_{s,s}$ 、吹込みを止めてから旋回が停止するまでの時間 $T_{s,d}$ 、旋回時の波動の振幅 $A$ などの定量的評価は加藤らも言及しているが、まだ十分とは言えない。

本研究では浴深が浴径にほぼ等しい高さまでの比較的浅い場合に現れる前者の旋回現象(便宜的に第1種旋回現象と呼ぶ)に着目し、水モデルならびに種々の溶融金属モデルを用いて $T_{s,s}$ 、 $T_{s,d}$ 、 $A$ を測定し、加藤ら<sup>1)</sup>、Xieら<sup>3)~5)</sup>の実験結果とあわせて整理方法を検討した。

## 2. 実験装置および方法

### 2.1 第1種旋回の開始時間

実験装置の概要をFig. 1, 2に示す。容器の底部中央に設置したノズル出口の中心を原点として、軸方向座標 $z$ (鉛直上向きを正)、半径方向座標 $r$ 、周方向座標 $\theta$ (反時計回りを

平成5年7月26日受付 平成5年11月12日受理 (Received on July 26, 1993; Accepted on Nov. 12, 1993)

\* 大阪大学工学部 (Faculty of Engineering, Osaka University, 2-1 Yamadaoka Suita 565)

\* 2大阪大学大学院生 (現:川崎製鉄(株)) (Graduate Student, Osaka University, now Kawasaki Steel Corp.)

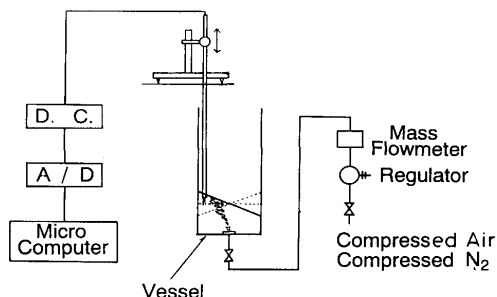


Fig. 1. Experimental apparatus used for water and mercury models.

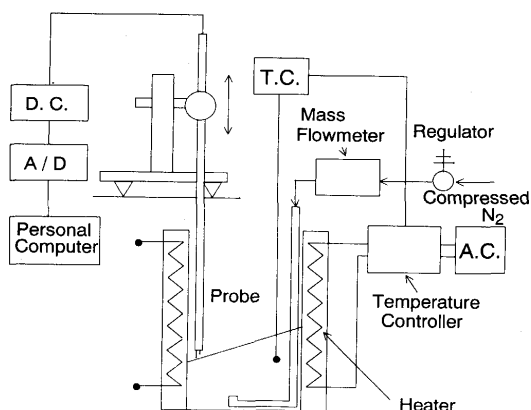


Fig. 2. Experimental apparatus used for Wood's metal model.

正)をとる。水モデルには内径 $D=80, 123, 200\text{mm}$ の3種類のアクリル製の円筒容器を、水銀モデルには表面に塗装を施した内径 $D=123\text{mm}$ のステンレス製の円筒容器を用い、それぞれ内径 $d_n=2\text{mm}$ のノズルから水モデルの場合には空気を、水銀モデルの場合には窒素ガスを質量流量計で制御して流量 $Q_g=20\sim 300\text{cm}^3/\text{s}$ の範囲で吹込んだ。ウッドメタルのモデル実験には内径 $D=123\text{mm}$ のステンレス製の円筒容器を用い、L型ランスの先端に取り付けた内径 $d_n=1\text{mm}$ のノズルから窒素を流量 $Q_g=20\sim 300\text{cm}^3/\text{s}$ で吹込んだ。なおL型ランスが旋回の開始時間などに及ぼす影響は無視できることを水モデル実験で確認した。ウッドメタルは融点が $70^\circ\text{C}$ のもの(Uアロイ70)を使用し、電気炉で浴内の温度を $100\pm 1^\circ\text{C}$ に制御して測定を行った。ガス吹込み前の浴静止時の浴深 $H_L$ は容器径 $D$ との比が $H_L/D=0.5$ となるように設定した。

旋回現象が現れるかどうかの判定は主に目視観察により行い、ガス吹込み後10min以上経過しても旋回現象が観察されない場合は旋回が起こらないものと判断した。旋回開始時間 $T_{s,s}$ は、ガス吹込み開始後浴全体が一定周期、一定振幅の振動を開始するまでに要する時間と定義し、測定回数は一条件につき最低10回とした。水モデルにおける開始時間は目視観察以外に物質移動係数の経時変化ならびに高速ビデオカメラで観察した振動振幅の経時変化にも着目して求めたが、いずれの方法を用いても結果にはほとんど差がみられなかった。

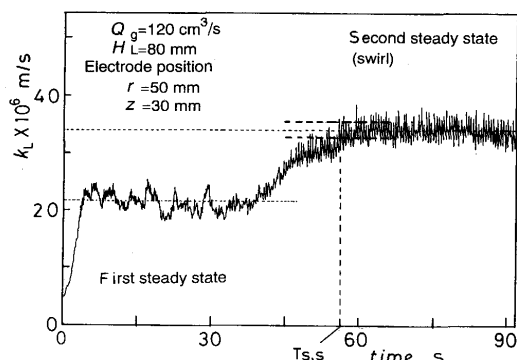


Fig. 3. Example of variation in  $k_L$  after gas injection.

物質移動係数測定用の実験装置、測定方法は前報<sup>11)</sup>と同様であり、A/D変換器とパーソナルコンピュータを併用して限界電流 $I$ を求めた。AD変換のサンプリング周波数は $100\text{Hz}$ とした。測定は、吹込み窒素ガス流量 $Q_g=20\sim 300\text{cm}^3/\text{s}$ 、内径 $D=200\text{mm}$ 、ノズル径 $d_n=2\text{mm}$ 、浴深 $H_L=80\text{mm}$ 、電極設置位置 $(r, z)=(50\text{mm}, 30\text{mm}), (90\text{mm}, 30\text{mm})$ について行った。

Fig. 3に示すように、旋回が起こる条件での物質移動係数 $k_L$ のガス吹込み開始後の経時変化には二段階の安定期がみられた。初めのものが旋回が起こるまでの定常値を、後のものが旋回の起こる場合の値を示している。旋回の開始時間はガス吹込みから物質移動係数の変動成分が点線で示した最終値の $\pm 5\%$ の幅を表す2本の破線の両方を横切るまでの時間と定義した。

### 2・2 第1種旋回の減衰時間

旋回の減衰時間 $T_{s,d}$ は、旋回現象が定常状態に達したのちガス吹込みを停止してから、浴全体の振動が観察されなくなるまでの時間と定義した。この測定は目視観察ではばらつきが大きくなるため、Fig. 1, 2の実験装置と電気探針を用いて行った。すなわち、容器側壁から5mm内側の静止浴面の上方0.5mmの位置に設置した単針の電気探針の出力信号をペンレコーダーで記録した。探針先端の電極は周期的に液体に浸され、そのとき出力電圧は5Vになるが、旋回が治まると出力電圧は一周にわたって0Vとなる。そこで出力電圧が0となるまでに要する時間を $T_{s,d}$ とした。

### 2・3 第1種旋回の振幅

高温の鉄浴あるいは鋼浴での測定を目標としているため、気泡特性測定用の電気探針<sup>12)13)</sup>により、第1種旋回の振幅測定を試みた。結果の妥当性は水モデルでの高速ビデオ撮影の結果と比較して確認した。

電気探針による振幅測定には二つの方法が考えられる。一つは単針の電気探針を側壁近傍で鉛直方向に移動させることにより、ガスホールドアップ $\alpha$ を測定する。探針先端の電極が一周にわたって液体に浸されていれば、 $\alpha$ は0%、電極が液面から離れて液体に浸されることがなくなれば100%となる。したがって、 $\alpha$ が0%をすぎて100%になるまで

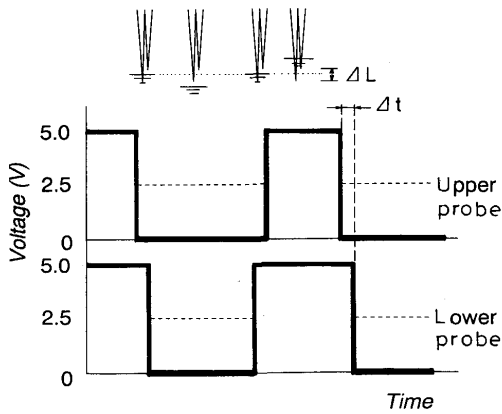


Fig. 4. Schematic representation of output signals from a two contact electro-resistivity probe.

の距離が液面波動の振幅の2倍となる。なおガスホールドアップとは厳密には電極を単位時間に占める気泡通過時間割合であるが、ここでは電極が気泡ではなく液面上方の空気中にある場合も含んでいる。この方法は電気探針を小刻みに移動させねばならないので測定に時間がかかる。他の方法では2針の電気探針を用いて、2針間を通過する液体の速度から後掲の式(7)に基づき振幅を求める。

まず初めに内径200mmの水モデルについて、単針の電気探針を半径方向位置 $r=95\text{mm}$ の鉛直方向に移動させ、第1種旋回が定常状態に達した後の出力信号をサンプリング周波数 $f_s = 2\text{kHz}$ でA/D変換し、パーソナルコンピュータで気泡特性測定用ソフト(敷居値0.5)を用いて $\alpha$ を求め、前述の方法にしたがって振幅を導いた。敷居値とは気泡の到達を判断する設定値であり、この値が0.5では探針の出力信号が液体レベルの5Vから気泡レベルである0Vの半分の2.5Vになったとき、気泡が到達したと判断する。

つぎに、浴深と容器径の比が $H_L/D=0.5$ の場合に対して旋回の振幅、振動周期ならびに液表面の揺動速度を2針電気探針を用いて測定した。Fig. 4に出力信号の概略図を示す。液体の振動速度は針間距離 $\Delta L$ を液体が通過するのに要した時間 $\Delta t$ で除して算出した。電気探針は容器側壁から5mm内側の静止浴表面の少し上方に設置し、ガス吹込み開始後第1種旋回現象が定常状態に達した後の出力信号を単針の場

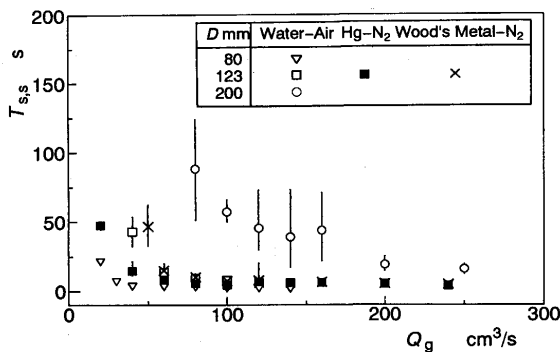


Fig. 5. Relation between starting time of swirl motion and gas flow rate.

合と同様にして処理した。

浴深の経時変化は、容器径 $D=200\text{mm}$ の水モデルに対して、ガス吹込み開始後第1種旋回現象が定常状態になるまでの時間にわたって、毎秒200コマの高速ビデオカメラを用いて観察した。すなわち半径方向からの全体像の撮影と浴表面の揺動に着目したズーム撮影を行い、ガス吹込み開始から第1種旋回現象が現れるまでの間は浴深の変動を0.05s間隔で、定常状態に到達後は0.01s間隔で読みとり浴深の経時変化を求めた。

### 3. 結果と考察

#### 3.1 旋回開始時間 $T_{ss}$ の評価

Fig. 5に吹込みガス流量 $Q_g$ に対する $T_{ss}$ の測定結果を示す。容器径が小さいほど、またガス流量が大きいほど $T_{ss}$ は短くなっている。さらに同じ容器径における水-空気系と水銀-窒素系の結果をみると水銀-窒素系の方が開始時間がやや短い。

次元解析で求めた無次元数 $Re^{1/2} \cdot (H_L Q_g / D^{7/2} g^{1/2})$ を横軸に、 $T_{ss} / (D/g)^{1/2}$ を縦軸にとってFig. 6に示す。ここで $Re [= (Q_g^2/g)^{2/5} (g/D)^{1/2} / \nu_L]$ は気泡の半径方向への広がりの尺度である $(Q_g^2/g)^{1/5}$ を代表長さ、 $(Q_g^2/g)^{1/5} (g/D)^{1/2}$ を代表速度とするレイノルズ数であり、気泡噴流に連れられて旋回している液体の運動を記述する無次元数である。なお $(D/g)^{1/2}$ は旋回周期の尺度、 $g$ は重力加速度、 $\nu_L$ は液体の動粘度である。 $H_L Q_g / D^{7/2} g^{1/2}$ は次式の単位時間当りの投入エネルギーを考慮して導かれており、気泡噴流部を除く液体の運動を記述する無次元数である。

$$\dot{\epsilon} = (\rho_L - \rho_g) \cdot g \cdot H_L \cdot Q_g \dots\dots\dots (1)$$

ここにはXieらの旋回実験の結果<sup>4)</sup>( $H_L/D=0.5$ )と加藤ら<sup>1)</sup>の浴振動現象の結果( $H_L/D=0.27$ )も示している。加藤らの観察した振動現象は旋回ではなく、いわゆるside-to-side

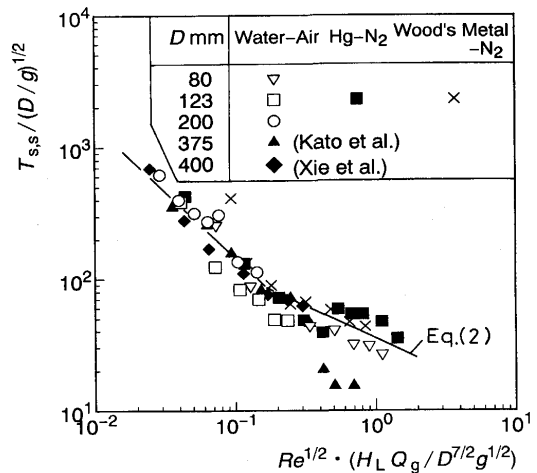


Fig. 6. Dimensionless description of starting time of swirl motion.

sloshingと呼ばれるU字管内液柱の振動に似た振動であり、Aタイプ振動と呼ばれている。

測定値はこの整理法で比較的よくまとめられるので、 $T_{s,s}$  に対して便宜的に次式を提案した。

$$T_{s,s}/(D/g)^{1/2} = 15 [Re^{1/2} \cdot (H_L Q_g / D^{7/2} g^{1/2})]^{-1}$$

$$0.02 < Re^{1/2} \cdot (H_L Q_g / D^{7/2} g^{1/2}) < 0.174 \quad \dots\dots\dots (2a)$$

$$T_{s,s}/(D/g)^{1/2} = 36 [Re^{1/2} \cdot (H_L Q_g / D^{7/2} g^{1/2})]^{-1/2}$$

$$0.174 \leq Re^{1/2} \cdot (H_L Q_g / D^{7/2} g^{1/2}) < 2 \quad \dots\dots\dots (2b)$$

旋回開始時間はガス流量すなわち投入エネルギーの大きいほど短い。

加藤らの測定値は横軸の値が0.174よりも大きいところでも式(2a)で比較的よく近似できる。この点については今後検討したい。

3・2 旋回の減衰時間  $T_{s,d}$  の評価

Fig. 7 に  $T_{s,d}$  の測定結果を吹込みガス流量  $Q_g$  に対して示す。水-空気系モデルの容器径  $D=80, 123\text{mm}$  の測定値については高ガス流量域で吹抜けが起こるためやや傾向が異なってくるが、旋回の減衰時間はガス流量が大きいほど長くなっている。これはガス流量が大きいほどガスから与えら

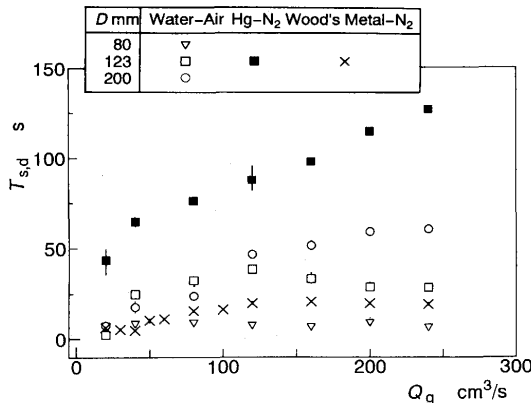


Fig. 7. Relation between damping time of swirl motion and gas flow rate.

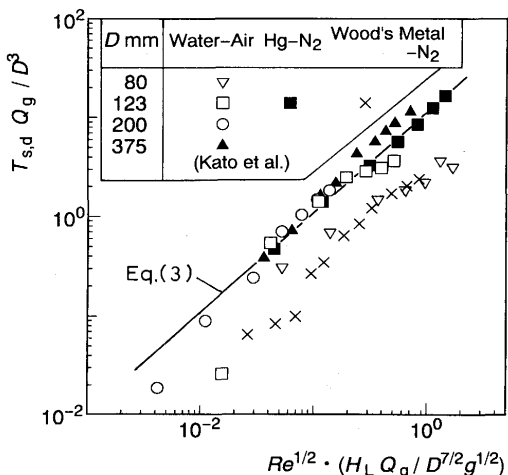


Fig. 8. Dimensionless description of damping time of swirl motion.

れる浴内の液体の運動エネルギーが大きく、減衰に時間がかかることによる。

減衰時間についても横軸に開始時間の場合と同じ無次元数  $Re^{1/2} \cdot (H_L Q_g / D^{7/2} g^{1/2})$ 、縦軸に  $T_{s,d} Q_g / D^3$  なる無次元数をとって整理した結果をFig. 8に示す。ここで  $T_{s,d} Q_g / D^3$  は空塔速度を代表速度とするストローハル数の逆数となっている。測定値は容器径が80mmの水-空気系とウッドメタルの場合を除くと、加藤らのAタイプ振動の結果も含めて、比較的よく整理できる。そこで次の実験式を提案した。

$$T_{s,d} Q_g / D^3 = 11 Re^{1/2} \cdot (H_L Q_g / D^{7/2} g^{1/2})$$

$$0.02 < Re^{1/2} \cdot (H_L Q_g / D^{7/2} g^{1/2}) < 2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

式(3)は吹込みガス流量すなわち投入エネルギーが大きくて液体の運動が激しいほど  $T_{s,d}$  は大きいことを意味している。

ウッドメタルの場合については減衰時間がかなり短くなっている。この理由としてはウッドメタルの上層に不可避免的に酸化膜ができ、これがガス吹込み停止後の表面を覆って波動現象が強く抑えられるためである。したがって転炉などでスラグがある場合は別に研究が必要である。ただし前節で示したように開始時間に対する酸化膜の影響は問題とならない。また  $D=80\text{mm}$  の水-空気系モデルでは旋回が定常状態に達したあと  $Q_g$  の大きいところで吹抜けが起こっており、ガスのエネルギーが液体に十分伝わっていないことが考えられる。

3・3 第1種旋回の振幅 A

Fig. 9 にガス流量  $Q_g=300\text{cm}^3/\text{s}$  における容器側壁近傍  $r=95\text{mm}$  での各瞬間の浴深  $H_{L,t}$  の経時変化(0.05s間隔)を示す。波動の振幅が時間によらず一定になる時間が旋回開始時間である。Fig.10に旋回が定常状態に到達した後の浴深の経時変化を時間軸を拡大して(0.01s間隔)示す。浴深はほぼ正弦波的な上下運動を繰り返している。振動の中心の軸位置を  $H_L'$  とすると各瞬間の浴深  $H_{L,t}$  は次式で近似できる。

$$H_{L,t} = H_L' + A \sin(2\pi t / T_s) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで  $A$  は振幅、 $T_s$  は旋回周期である。

単針の電気探針を用いて容器側壁より5mm内側の半径位

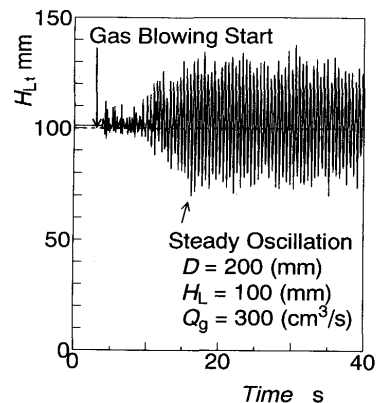


Fig. 9. Variation in bath depth by the side wall.

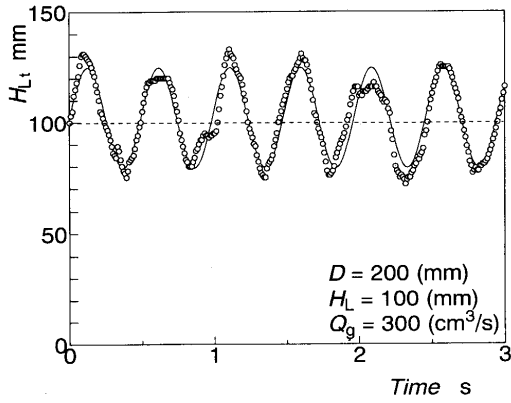


Fig.10. Variation in bath depth by the side wall.

置で探針の空气中にさらされている時間割合 $\alpha$  (ガスホールドアップ) を容器径 $D=80, 123, 200\text{mm}$ の水-空気系のモデルに対して測定した結果の1例をFig.11に示す。 $H_L'$ すなわち $\alpha=50\%$ となる $z$ の値はガス流量が大きいほど大きくなっていく。静止時の浴深からの増加量は浴内に滞在しているガスの体積を容器断面積で除した値 $Q_g H_L / (\pi D^2 \bar{u}_B / 4)$ にはほぼ一致した。ここで $\bar{u}_B$ は気泡の平均上昇速度であり、次式で与えられる<sup>14)</sup>。

$$\bar{u}_B = 0.44 \cdot (Q_g \cdot g^2)^{1/5} / \{0.26 \cdot (\rho_L / \rho_g)^{0.07}\}^2 \dots \dots \dots (5)$$

$H_L'$ は次式で表される。

$$H_L' = H_L + Q_g H_L / (\pi D^2 \bar{u}_B / 4) \dots \dots \dots (6)$$

Fig.11で $\alpha = 0\%$ となる軸位置と $\alpha = 100\%$ となる軸位置との間の距離の1/2が振幅 $A$ となる。Fig.12に単針の電気探針を用いて得られた振幅 $A$ とガス流量 $Q_g$ との関係を示す。旋回が発生すると液面の振動振幅が急激に大きくなり、吹込みガス流量と旋回の振幅の2乗はほぼ比例関係にある。

式(4)から、旋回は軸方向(上下方向)には単振動とみなすことができるので、振幅 $A$ は次式で与えられる。

$$A = T_s U_{osc} / (2\pi) \dots \dots \dots (7)$$

ここで $U_{osc}$ は $H_{Lt} = H_L'$ における液面の振動速度であり、式

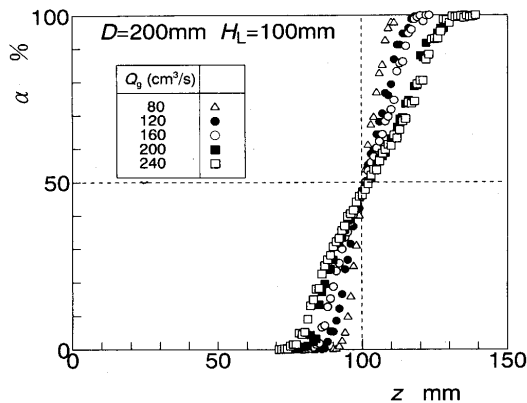


Fig.11. Axial distribution of  $\alpha$  for  $D=200\text{ mm}$  during swirl motion.

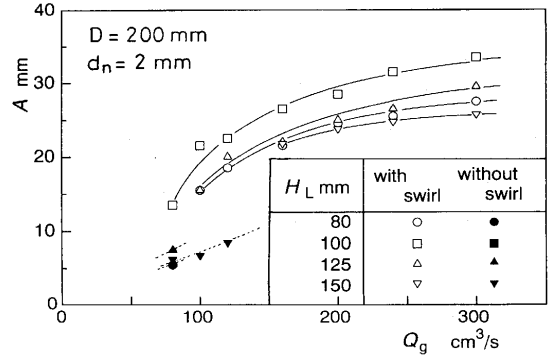


Fig.12. Relation between amplitude of swirl motion and gas flow rate.

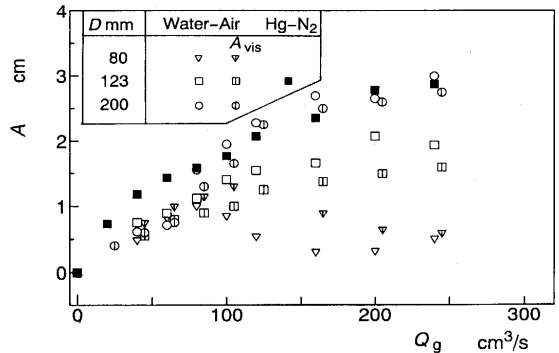


Fig.13. Relation between amplitude of swirl motion and gas flow rate.

(7)は式(4)を微分して求められる。 $z = H_L'$ に設置した2針探針により測定された $T_s$ と $U_{osc}$ の測定値を式(7)に代入して求めた振幅 $A$ をFig.13に示す。水-空気系の測定値は高速度ビデオカメラでの観察による振幅 $A_{vis}$ とほぼ一致している。またFig.12の結果との一致もよい。

以上のことから、2針探針の設置位置は $\alpha = 50\%$ を示す軸位置とするのが望ましく、 $Q_g H_L / (\pi D^2 \bar{u}_B / 4)$ だけ静止浴面よりも上に置けばよい。

### 3・4 第1種旋回の励振力

第1種旋回の特徴としてFig.14に示すように、旋回の振動振幅がある一定のアスペクト比のとき最大値を示すことが

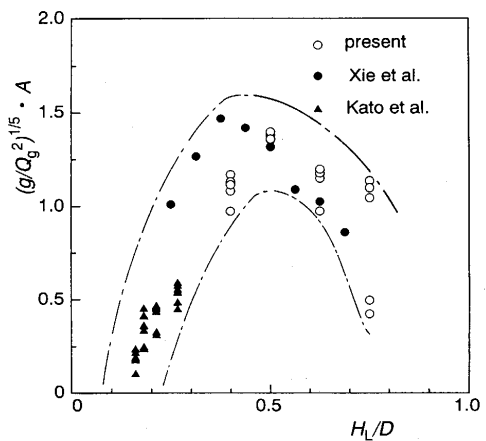


Fig.14. Dimensionless description of amplitude of swirl motion.

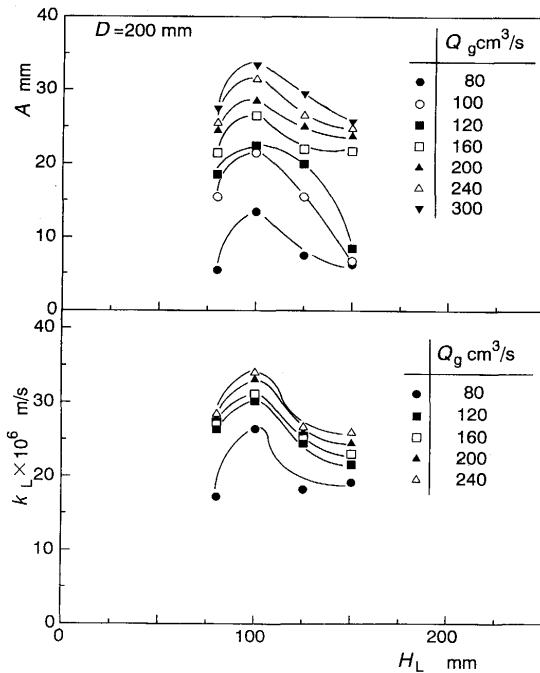


Fig.15. Amplitude of swirl motion and mass transfer coefficient  $k_L$  as functions of gas flow rate.

挙げられる。縦軸は振幅Aを代表長さ  $(Q_g^2/g)^{1/5}$  で無次元化している。同じ傾向がFig.15の固-液間物質移動係数の測定値にもみられる。

浴深の増加とともに気泡が振動を助長する場合の供給振動エネルギーは大きくなるが、気泡の上昇経路が鉛直でなく、曲がりくねるようになるとかえって小さくなる。これについてはU字管内の液体の振動モデルを援用した解析が長方形断面浴内の振動について過去にいくつか見られる<sup>15)~18)</sup>。

### 3・5 高温熔融金属浴の振幅測定における電気探針の適用性

2針の電気探針はスラッグの影響を受けるが、単針の場合はそのようなことはなく、溶鉄浴などの振動現象にも適用可能であろう<sup>19)</sup>。

## 4. 結言

(1) 第1種旋回の開始時間  $T_{s,s}$  は加藤らのAタイプ振動の場合も含めて次式で近似できる。

$$T_{s,s}/(D/g)^{1/2} = 15[Re^{1/2} \cdot (H_L Q_g/D^{7/2} g^{1/2})]^{-1} \quad 0.02 < Re^{1/2} \cdot (H_L Q_g/D^{7/2} g^{1/2}) < 0.174 \quad \dots\dots(2a)$$

$$T_{s,s}/(D/g)^{1/2} = 36[Re^{1/2} \cdot (H_L Q_g/D^{7/2} g^{1/2})]^{-1/2} \quad 0.174 \leq Re^{1/2} \cdot (H_L Q_g/D^{7/2} g^{1/2}) < 2 \quad \dots\dots(2b)$$

$$Re = (Q_g^2/g)^{2/5} (g/D)^{1/2} / \nu_L$$

(2) 第1種旋回の減衰時間  $T_{s,d}$  は加藤らのAタイプ振動の場合も含めて次式で表される。

$$T_{s,d} Q_g/D^3 = 11 Re^{1/2} \cdot (H_L Q_g/D^{7/2} g^{1/2}) \quad 0.02 < Re^{1/2} \cdot (H_L Q_g/D^{7/2} g^{1/2}) < 2 \quad \dots\dots(3)$$

(3) 第1種旋回が定常状態に達したときの容器側壁での各瞬間の浴深  $H_{L,t}$  は、高速度ビデオカメラによる観察結果から次式で表記できることがわかった。

$$H_{L,t} = H_L' + A \sin(2\pi t/T_s) \quad \dots\dots(4)$$

$$H_L' = H_L + Q_g H_L / (\pi D^2 \bar{u}_B / 4) \quad \dots\dots(6)$$

(4) 第1種旋回の振幅は浴深と容器径との比であるアスペクト比  $H_L/D$  に大きく依存し、 $H_L/D \approx 0.4 \sim 0.5$  で最大値をとる。

(5) 単針及び2針電気探針による第1種旋回の振幅測定を水モデルならびに水銀、低融点熔融金属に対して行った。電気探針法に基づく測定値と高速度ビデオカメラによる測定値との間には良い一致がみられ、高温熔融金属浴の振動振幅測定の可能性が得られた。

## 文 献

- 1) 加藤嘉英, 中西恭二, 野崎 努, 鈴木健一郎, 江見俊彦: 鉄と鋼, **68** (1982), p.1604
- 2) C.P.Tsai and Z.M.Qian: Trans. ISIJ, **26** (1986), p.139
- 3) Y.Xie and F.Oeters: Steel Research, **63** (1992), p.93
- 4) Y.Xie and F.Oeters: Steel Research, **63** (1992), p.277
- 5) Y.Xie and F.Oeters: Steel Research, **63** (1992), p.2279
- 6) 井口 学, 細原聖司, 古賀敏之, 山口竜介, 森田善一郎: 鉄と鋼, **78** (1992), p.1778; ISIJ Int., **33** (1993), p.1037
- 7) J.G.Baker and S.J.Mikina: J.Appl.Mech., **3A** (1936), p.121
- 8) 木村明憲, 大橋弘隆: 日本機械学会論文集 (第1部), **44** (1978), p.3024, 3446
- 9) 流体力学ハンドブック(日本流体力学会編), (1987), p.720 [丸善]
- 10) 井口 学, 細原聖司, 近藤恒夫, 伊藤陽一, 森田善一郎: 鉄と鋼, **79** (1993), p.1046
- 11) 井口 学, 富田祐志, 中島敬治, 森田善一郎: 鉄と鋼, **78** (1992), p.1786
- 12) 井口 学, 川端弘俊, 岩崎敏勝, 野沢健太郎, 森田善一郎: 鉄と鋼, **76** (1990), p.840
- 13) 井口 学, 野沢健太郎, 富田祐志, 森田善一郎: 鉄と鋼, **77** (1991), p.1426
- 14) 井口 学, 出本庸司, 菅原直也, 森田善一郎: 鉄と鋼, **78** (1992), p.407
- 15) 班目春樹: 機械の研究, **8** (1971), p.1129
- 16) 斎藤孝基: 機械の研究, **26** (1974), p.703
- 17) 原 文雄: 機械の研究, **36** (1984), p.98
- 18) M.P.Schwarz: Chemical Engineering Science, **45** (1990), p.1765
- 19) 井口 学, 川端弘俊, 森田善一郎, 伊藤陽一, 小谷 茂, 中島敬治: 材料とプロセス, **5** (1992), p.1306