

亜鉛めっき橋梁の溶融亜鉛めっきぜい化割れ発生に関する熱弾塑性解析

家澤 徹*・山下 達雄*²・金沢 正午*³・都井 裕*⁴・小橋 啓司*⁵

Thermal-Elasto-Plastic Analysis on Occurrence of Liquid Zinc Induced Cracking in Bridge Girder under Hot-Dip Galvanizing

Tohru IEZAWA, Tatsuo YAMASHITA, Shogo KANAZAWA, Yutaka TOI and Keiji KOBASHI

Synopsis : The aim of the present study is to clarify the mechanical behavior of a bridge girder during hot galvanizing. The mechanical behavior is analyzed using finite element method (FEM) analysis in which the constitutive equation is given by Bodner's viscoplastic model. The mechanism of zinc induced cracking is also discussed in detail. A shape and size parameter, $R\sigma_{max}$ is proposed and discussed. $R\sigma_{max}$ is the ratio of the maximum compressive thermal stress to the elastic buckling stress of the panel and is related to zinc induced cracking. The parameter $R\sigma_{max}$ correlates well with the final tensile strain calculated by FEM analysis. Critical strain for crack initiation, ϵ_c , was obtained from bending tests and from FEM analysis for several steels. Each value of $R\sigma_{max}$ at crack initiation was estimated from comparison with the final tensile strain and ϵ_c . The estimated critical value of $R\sigma_{max}$ is nearly the same as the critical value of $R\sigma_{max}$ obtained by calculation of the transition from non-cracking to cracking behavior of bridge girders.

Key words : bridge girder ; hot galvanizing ; liquid zinc induced cracking ; thermal-elasto-plastic analysis ; thermal stress ; tensile strain.

1. はじめに

溶融亜鉛めっき橋梁は、塗装橋などと比較して優位の耐食性を有しており、この特性からメンテナンスフリー橋としての認識が深まり、最近、全国的規模の普及拡大の兆しが見られるが、塗装橋に比べてまだその量が少ないのが現状である。

めっき橋の技術課題として、鉸桁や箱桁部材を亜鉛めっきした場合の、腹板の面外変形やねじれ変形の防止、及び過大な面外変形に起因して補剛材先端のすみ肉溶接部に生じる溶融亜鉛めっきぜい化割れ(以下、めっき割れと記す)の防止がある。変形防止については、業界における多数の実験及び経験からその対策がほぼ確立されている。

めっき割れ防止については、送電鉄塔の分野で多くの研究報告^{1)~3)}があり、亜鉛ぜい化対策鋼の開発⁴⁾も行われ、1988年に鉄塔用高張力鋼管等がJIS規格化されている。一方、めっき橋梁の分野では従来の経験からすみ肉止端形状を滑らかにするなど一部の対策は採られていたが、めっき中の応力挙動や鋼材に関する研究は従来ほとんど行われていなかった。

すなわち、著者らを含む関係各社がめっき割れ防止のために鋼材、設計製作、めっき施工の総合技術向上の研究を行ったのが最初である⁵⁾。この中で著者らの一部は面外変形に起因するめっき割れの研究を行い、面外変形モードや熱応力とパネル座屈強度の比が割れに関係することを報告した⁶⁾⁷⁾。また、この一連の研究でめっき橋梁用亜鉛ぜい化対策鋼に関する報告⁸⁾⁹⁾、鋼材と設計施工法を組み合わせた割れ防止策の提案¹⁰⁾もなされている。しかし、この研究では面外変形に伴う割れの力学的メカニズムは詳細には解明されず、課題として残されていた。

本研究は、面外変形に起因するめっき割れ現象の力学的解明とそれに基づく割れ防止策の確立を目的として行った。熱弾塑性問題に対して有効な有限要素解析法を定式化して、橋梁部材の熱弾塑性挙動を解析し、めっき割れの力学的メカニズムを解明するとともに、鉸桁部材の形状寸法パラメータを設定し、このパラメータと発生ひずみとの相関を明らかにした。また、鋼材溶接熱影響部の割れ発生限界ひずみを実験と解析から求め、形状寸法パラメータの割れ発生限界について考察した。

平成6年3月14日受付 平成6年9月2日受理 (Received on Mar. 14, 1994; Accepted on Sep. 2, 1994)

* (株)巴技研溶接研究部 (Welding Research Div., Tomoe R&D, Ltd., 3-4-5 Toyosho Kouto-ku Tokyo 135)

* 2 (株)巴コーポレーション小山工場 (Oyama Factory, Tomoe corporation)

* 3 (株)巴技研 (Tomoe R&D, Ltd.)

* 4 東京大学生産技術研究所 (Institute of Industrial Science, The University of Tokyo)

* 5 東京大学大学院生 (Graduate Student, The University of Tokyo)

2. 解析方法

2.1 有限要素解析アルゴリズム

本研究では材料定数の温度依存性を考慮した熱弾塑性解析においてBodner型の粘塑性構成式を用いた¹¹⁾。粘塑性ひずみを熱ひずみとともに初期ひずみ法で扱い、時間積分には中心差分法を用いることで構成式の安定性を高めた。幾何学的非線形性はTotal Lagrangian Approachに基づく増分理論により扱い、有限要素は仮想の面内回転剛性を付与した双二次のアイソパラメトリックシェル要素を用いた¹²⁾。また、ヤング率、線膨張係数、降伏応力の温度依存性を考慮した。

粘塑性ひずみ速度 $\{\dot{\epsilon}_{VP}\}$ は塑性流れ則に従えば

$$\{\dot{\epsilon}_{VP}\} = A \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

と表される。ここで f は塑性ポテンシャルであり、von Misesの降伏条件式を用いれば、

$$f = f(J_2) = \sqrt{3J_2} \dots \dots \dots (2)$$

と表される。すなわち、 f は塑性ポテンシャルであると同時にMisesの相当応力を表す。ここに J_2 は偏差応力の第2次不変量である。一方Bodnerの粘塑性理論によると相当粘塑性ひずみ速度 $\bar{\epsilon}_{VP}$ は、次式により与えられる。

$$\bar{\epsilon}_{VP} (= \Lambda) = \frac{3\sqrt{D_0^2 \exp\left[-\frac{Z^2}{f^2} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{\frac{1}{n}}\right]^n}}{f} \dots \dots \dots (3)$$

$$Z = Z_1 + (Z_0 - Z_1) \exp\left(-\frac{mW_p}{Z_0}\right) \dots \dots \dots (4)$$

ここで、 D_0 、 m 、 n 、 Z_0 、 Z_1 は材料定数、 W_p は履歴に依存した全粘塑性仕事である。すなわち、

$$W_p = \int dW_p = \int \{\sigma\}^T \{\dot{\epsilon}_{VP}\} dt \dots \dots \dots (5)$$

ここに dt は微小時間を表わす。(3)式を(1)式に代入すれば粘塑性ひずみ速度 $\{\dot{\epsilon}_{VP}\}$ が求まる。

(3)式から分かるようにBodnerの構成式においては、微小応力下でも塑性ひずみが生じ、従って降伏応力の概念は含まれない。また、(4)式及び(5)式により定義される応力履歴に依存した内部状態変数により、除荷、負荷、再降伏などがなんらの判定を伴うことなく自動的に考慮される。なお、本計算では材料定数として、 $D_0 = 1.0 \times 10^8 / S$ 、 $m = 0.03$ 、 $Z_0 = 600 \text{MPa}$ 、 $Z_1 = 930 \text{MPa}$ を用い、 n は降伏応力により変わるが、SM490のsteel B(後掲、Table 2)では(6)式で与えた。

$$n = -2.813 \times 10^{-9} T^3 + 8.9324 \times 10^{-6} T^2 + 9.681 \times 10^{-3} T + 4.5282 \dots \dots \dots (6)$$

また降伏応力の温度依存性は材料定数 n を(6)式のように温

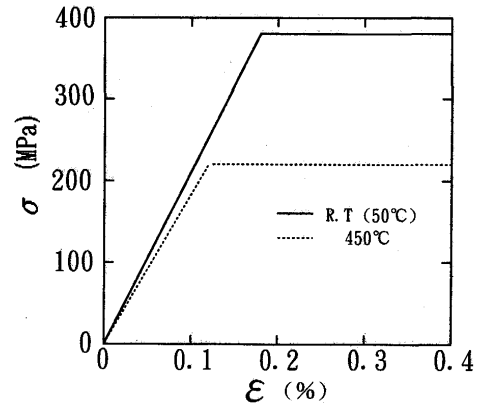


Fig. 1. Example of stress-strain curve calculated by equation (3) in case of steel B.

度 T の関数とすることにより考慮した。(3)式で表される応力-ひずみ曲線は、steel Bの場合の例をFig. 1に示すように、ほぼbi-linear型となる。

なお、実際の解析では計算された応力が仮想の降伏曲面を逸脱しないよう応力レベルの引き戻しを行った。

2.2 板桁モデル

Fig. 2に熱弾塑性解析に用いた板桁モデルの垂鉛めっき過

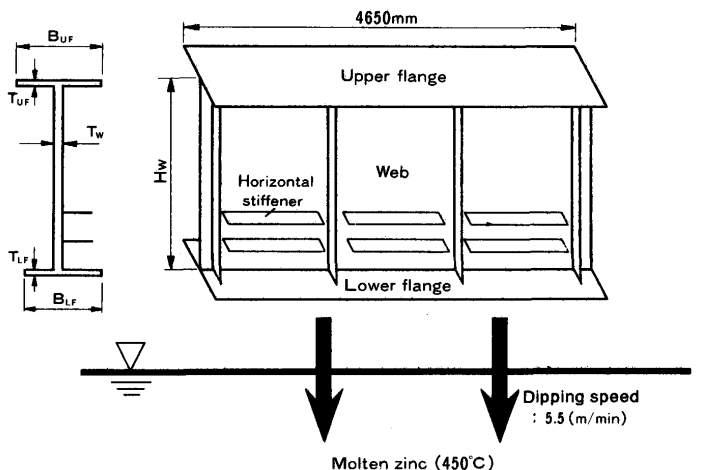


Fig. 2. Schematic of plate girder for bridge and its galvanizing process.

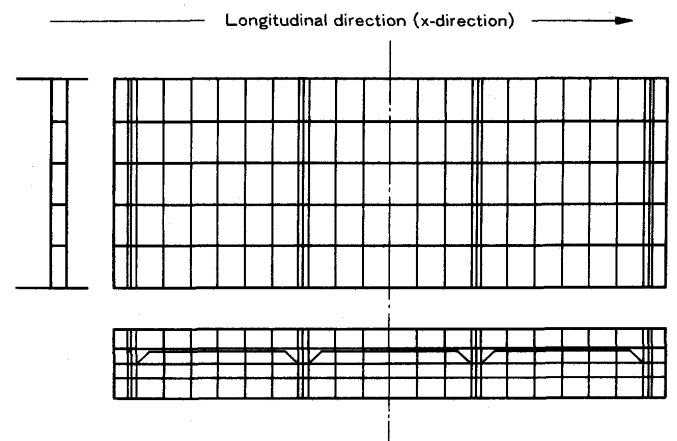


Fig. 3. Finite element subdivision of plate girder model.

Table 1. Examples of size of plate girder models applied to analysis.

No.	N _H	Size of section (mm)						Rσ _{max}
		H _W	T _W	B _{UF}	B _{LF}	T _{UF}	T _{LF}	
1	1	1850	9	620	620	32	32	10.3
2	2	1850	9	620	620	32	32	9.0
3	2	2300	10	660	660	32	32	8.0
4	2	2700	10	580	580	28	28	6.9
5	2	2300	10	530	530	28	28	5.9
6	2	2500	10	470	470	22	25	4.6
7	2	2700	10	380	380	19	19	3.0
8	2	2900	10	360	360	16	16	2.4

N_H: Number of horizontal stiffeners

程を示す。3パネルの鋸桁で、垂直補剛材は上下フランジと溶接し、水平と垂直の補剛材交差部に35mmの隙間を設けた構造である。水平補剛材先端は各種のスニップ角を採った。この鋸桁を450°Cの溶融亜鉛に浸せきし、全体が均一温度になるまでを解析対象とした。実部材は幾分か傾けて浸せきされるが、本解析では浸せき角度を0°とし、浸せき速度は5.5m/minとした。Fig. 3に解析モデルのメッシュ分割

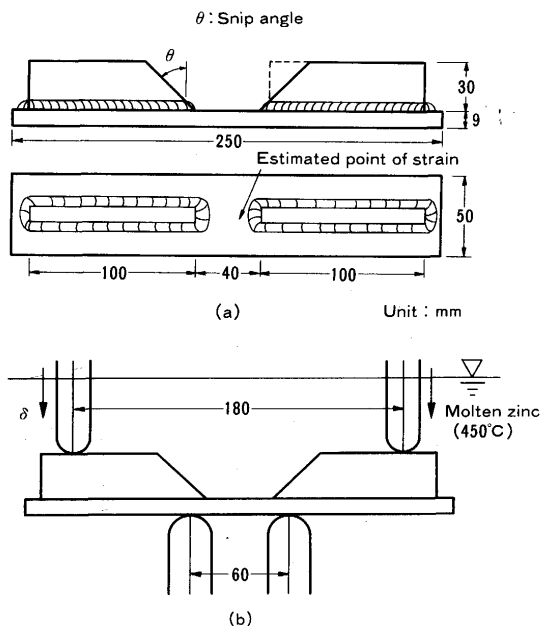


Fig. 4. Method of bending test in molten zinc. (a) test specimen and (b) bending test.

Table 2. Chemical compositions and mechanical properties of steels investigated.

Steels	Thick-ness (mm)	Chemical compositions (mass%)								Mechanical properties				S _{LM-400} (%)
										R. T		450°C		
		C	Si	Mn	P	S	Nb	Ceq	Y. P (MPa)	T. S (MPa)	σ _{0.2} (MPa)	T. S (MPa)		
A	SM490	9	0.15	0.20	1.12	0.017	0.004	—	0.35	349	505	199	370	77
B	SM490	9	0.15	0.37	1.44	0.024	0.004	—	0.41	380	562	225	447	14
C	SM570	9	0.08	0.25	1.55	0.013	0.003	0.02	0.35	485	588	338	431	61
D	SM570	9	0.14	0.26	1.44	0.013	0.004	—	0.39	535	635	407	439	15

† S_{LM}(Susceptibility to Liquid Metal Embrittlement)は、再現溶接熱影響部の溶融亜鉛中の切欠破断応力と亜鉛が無い時の切欠破断応力の百分率比で、破断時間400sの時のS_{LM}、すなわちS_{LM-400}でぜい化度を評価する。

212 Element
701 Point

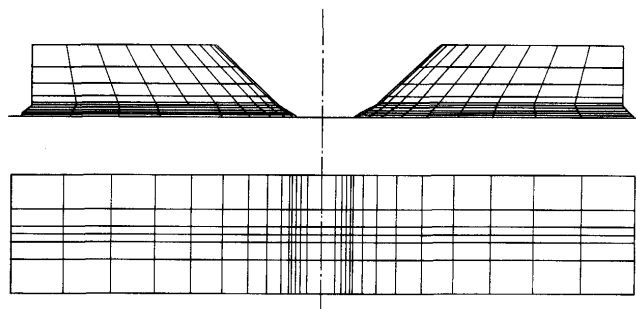


Fig. 5. Finite element subdivision of bending test specimen.

図を示す。解析は部材長手方向の半解析とした。

本研究では様々な形状寸法の鋸桁モデルについて計算を行った。Table 1にその形状、寸法の例を示す。

めっき浸せき時に部材内に生じる温度分布は、板厚方向の温度分布を、鋼板上の各点が溶融亜鉛に浸せきした後に板の両面からのみ加熱されるとした場合の非定常熱伝導方程式の解析式で与えた。

2・3 めっき割れモデル試験

Fig. 4に鋼材溶接熱影響部の溶融亜鉛中における割れ発生の限界ひずみを求めるためのモデル試験方法を示す。試験片は鋸桁の腹板における水平補剛材先端部を模擬し、補剛材先端のスニップ角は、0°、60°の2種類とした。供試鋼の化学成分及び機械的性質をTable 2に示すが、降伏強度及び亜鉛ぜい化度S_{LM-400}†を変化させた。試験片は種類別に10本ずつ用意し、450°Cの溶融亜鉛中で4点曲げ試験により種々の曲げ変位を与えた後除荷し、割れの有無を調べ、割れ限界変位を求めた。

この限界変位をもとにビード止端部における限界ひずみを有限要素解析より求めた。Fig. 5にめっき割れモデル試験片のメッシュ分割図を示す。

3. 解析結果及び考察

3・1 鋸桁めっき時の応力・ひずみ挙動

解析結果の代表例として、No. 1 (1)モデルの場合を以下

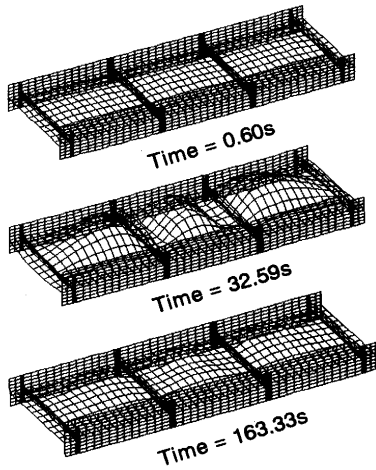


Fig. 6. Example of analyzed whole deformation of plate girder under hot zinc galvanizing.

に示す。Fig. 6 は全体の変形過程を示す。当初、パネルの横方向の熱膨張が、その厚さのために温度上昇の遅いフランジにより拘束され、パネルが座屈して大きな面外変位が生じるが、フランジの熱膨張に伴ってこのパネルの座屈変形は回復することが分かる。

Fig. 7 (a) はパネル中央点Aの面外変位の時刻歴を示す。この変形履歴に対応して補剛材先端点Bは(b)に示す応力・ひずみ履歴を示す。すなわち、パネルの座屈変形時に圧縮降伏し、変形の戻りと共に除荷から引張降伏を起こしている。この時に生ずる引張ひずみにより水平補剛材端部にめっき割れが発生すると考えられる。ここで、圧縮塑性変形後の除荷過程で応力が0となる時点から最終的に部材が均一温度になる時点までの引張ひずみ量を、以降「最終引張ひずみ」と定義する。

Fig. 8 に補剛材先端部におけるひずみ集中のメカニズムを断面図によって示した。(a)は解析によって得られる面外変位が最大になる位置における断面図である。パネルの座屈変形時に中央パネルの両側の垂直補剛材が回転変形し、中央パネルの両端近傍では補剛材非取付側へ凹む変形が生じ、

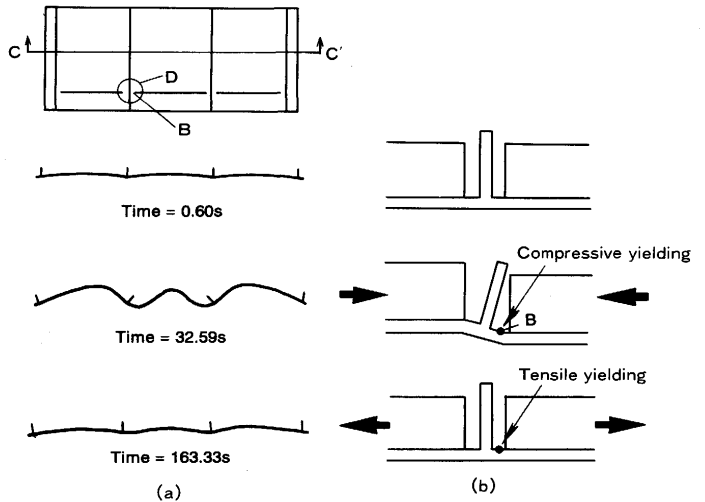


Fig. 8. Schematic illustration of strain concentration mechanism at the toe of horizontal stiffener. (a) deformation of C-C' cross section obtained by FEM analysis and (b) details of strain concentration zone D.

その後回復する。水平補剛材取付位置では水平補剛材の剛性によって大きな変位は生じないが、水平補剛材と垂直補剛材の間隙に局所的に大きな変形が生じる。(b)はその過程をモデル化して示した。すなわち、座屈変形時に垂直補剛材の回転変形によってB点では圧縮降伏し、その後の回復過程で引張降伏をする。

3・2 最終引張ひずみに及ぼす諸因子の影響

一般に鉄桁のめっき浸せきではフランジ厚が大きいほど割れ発生の可能性が大きいと言われている。

Fig. 9 にフランジ厚のみを16mm~32mmに変化させた場合の補剛材先端の応力-ひずみ挙動を示す。フランジ厚の大きい方が最大圧縮ひずみ及び最終引張ひずみも大きくなり、フランジ厚の大きい鉄桁の方が割れが起り易いことが分かる。

水平補剛材のスニップ角を大きくとることは応力集中を緩和すると考えられる。ここでは上記のフランジ厚32mmの

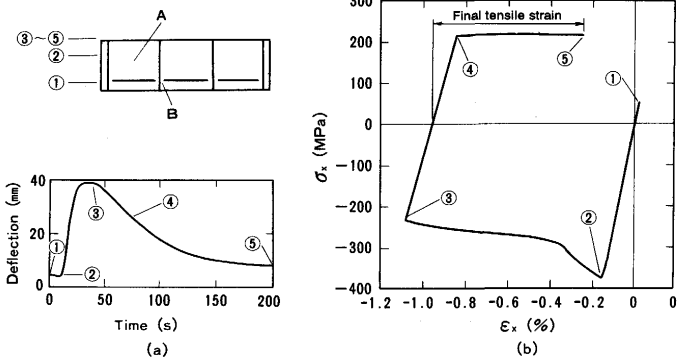


Fig. 7. Example of thermal-elasto-plastic behavior of plate girder under hot zinc galvanizing. (a) history of out-plane deflection of point A and (b) stress-strain curve of point B.

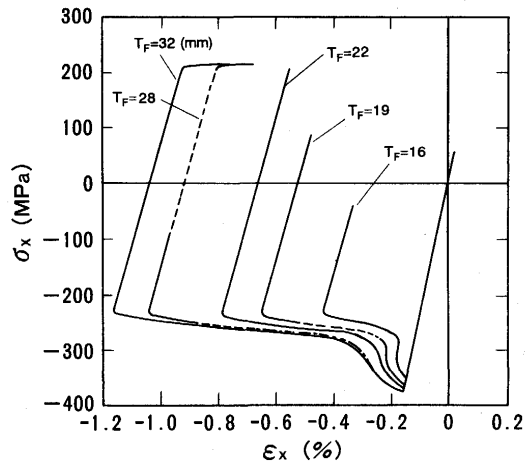


Fig. 9. Stress-strain curves at the toe of horizontal stiffener of various flange thicknesses.

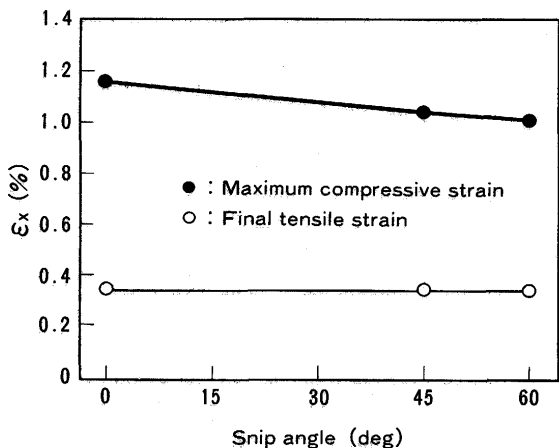


Fig. 10. Relationship between snip angle and strain at the toe of horizontal stiffener.

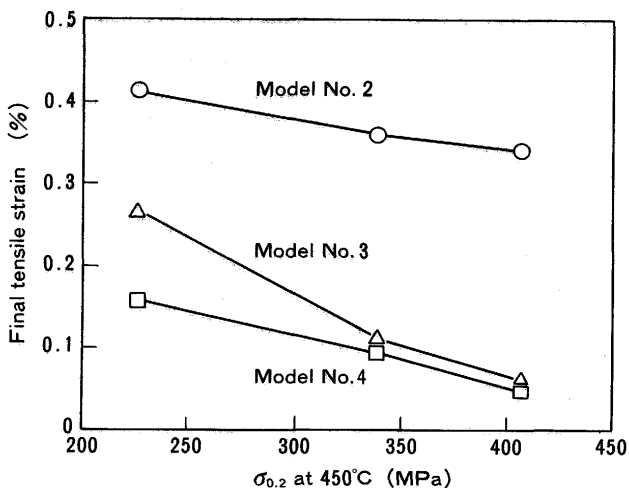


Fig. 11. Relationship between proof stress at 450°C and final tensile strain.

モデルについて、スニップ角を0°、45°及び60°の3種類に変化させその影響を調べた。Fig.10にスニップ角と水平補剛材先端に発生する最大圧縮ひずみ、最終引張ひずみの関係を示す。スニップ角が大きい方が最大圧縮ひずみは小さくなるが、最終引張ひずみにはほとんど差がない結果となっている。これはスニップ角の影響を見るには今回のメッシュ分割がやや粗いためと考えられる。

Fig.11は最終引張ひずみに及ぼす鋼材の降伏強度の影響を示す。降伏強度が高くなるに従い、いずれの形状寸法の鉸桁においても最終引張ひずみは小さくなる。これは降伏強度が高くなると変形抵抗が大きくなり、面外変形に伴って生ずる腹板全体における塑性変形領域も小さくなり、ひずみ集中部でも発生する塑性ひずみが減少するためである。

3.3 鉸桁形状寸法パラメータのめっき割れ発生限界

面外変形に起因する割れは、腹板に発生する圧縮熱応力に伴うパネルの座屈変形に関することに着目し、著者らの一部は、弾性解析により計算される最大圧縮熱応力とそれが作用したときのパネルの弾性座屈強度の比（以下、弾性

座屈強度比 $R\sigma_{max}$ と記す）が割れ発生の指標となることを報告している⁷⁾。

日本道路公団の構造物標準設計図集を参考に、支間40m及び58mの3径間連続桁について桁高さを5~7ランクに変化させた場合の主要断面構成72種類について $R\sigma_{max}$ を求め、桁断面の諸寸法をパラメータに重回帰計算を行った結果、(6)式が導出された。

$$R\sigma_{max} = 1.83 + 1.76(T_{UF} + T_{LF})/T_W + 0.015H_W + 0.008B_{LF} - 1.28N_H - 0.28T_W \dots\dots(6)$$

ここで、 T_{UF} :上フランジ厚(mm)、 T_{LF} :下フランジ厚(mm)、 T_W :腹板厚(mm)、 H_W :腹板高(mm)、 B_{LF} :下フランジ幅(mm)、 N_H :水平補剛材の段数である。

上式の相関係数は0.940と高く、 $R\sigma_{max}$ は鉸桁の形状寸法から推定することが可能である。

そこで、 $R\sigma_{max}$ を形状寸法パラメータの一種と考え、実際に使用されているサイズの実寸大鉸桁モデルの有限要素解析を行い、最終引張ひずみに及ぼす $R\sigma_{max}$ の影響を調べるとともに、めっき割れモデル試験及びその解析により求めた限界ひずみとの比較から $R\sigma_{max}$ のめっき割れ発生限界を検討した。

実寸大鉸桁モデルはTable 1に示したNo. 1~No. 8の8種類とし、450°Cにおける降伏強度を3レベルで変化させた。

Fig.12にこれら実寸大鉸桁モデルの $R\sigma_{max}$ と最終引張ひずみの関係を示す。最終引張ひずみは $R\sigma_{max}$ が8まで徐々に増加し、 $R\sigma_{max}$ が8を超えると最終引張ひずみが急激に増加する。すなわち、 $R\sigma_{max} = 8$ まではほぼ弾性域の値であり、8を超えると塑性ひずみが急激に増加する。図より $R\sigma_{max}$ は最終引張ひずみとよい相関があり、 $R\sigma_{max}$ を割れ発生の目安として用いることの妥当性が確認される。すなわち設計のたにに実験を行うことは不経済であり、また有限要素法で計算するまでもなく $R\sigma_{max}$ によって最終引張ひずみを評価でき

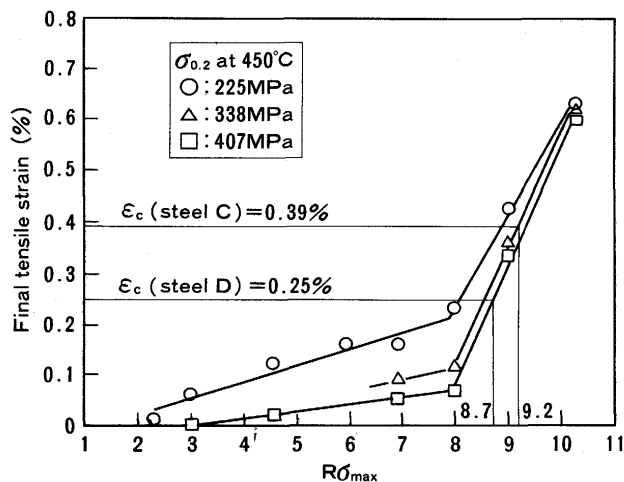


Fig. 12. Correlation between $R\sigma_{max}$ and final tensile strain. $R\sigma_{max}$ is the ratio of maximum compressive thermal stress to elastic buckling stress of the panel.

Table 3. Critical displacement δ_c obtained by bending test and crack initiating strain ϵ_c obtained by FEM analysis.

Steels	Crack initiating displacement by bending test δ_c (mm)		Crack initiating strain obtained by FEM analysis		
	$\theta=0^\circ$	$\theta=60^\circ$	ϵ (%)		ϵ_c (%)
			$\theta=0^\circ$	$\theta=60^\circ$	
A	5.2	6.0	0.50	0.50	0.50
B	3.5	4.3	0.36	0.39	0.36
C	3.8	4.7	0.39	0.42	0.39
D	2.2	3.8	0.25	0.36	0.25

θ : Ship angle

ることが分かる。

一方、めっき割れモデル試験によって求めた割れ発生限界変位、及び有限要素解析により求めた限界ひずみはTable 3のようになる。同じ鋼種ではスニップ角が異なるものに対してもA鋼のように同じひずみが得られることが理想的であるが、ピード形状にばらつきがあることもあり、多少の差がある。よってこれらの内、小さい方の値を各鋼種の限界ひずみ(ϵ_c)とした。

耐垂鉛ぜい化度 S_{LM-400} が大きい鋼ほど ϵ_c は大きくなっており、 S_{LM-400} と ϵ_c は定性的に一致している。

ϵ_c と最終引張ひずみは等しいオーダーである。そこで、最終引張ひずみが ϵ_c より大きくなった時に割れが発生すると考え、割れ発生限界 $R\sigma_{max}$ について評価を行った。

Fig.12中にSM570鋼のC、D鋼を用いた場合の割れ発生限界 $R\sigma_{max}$ を評価した例を示した。C鋼の450°Cの降伏強度は338 MPaであり、 ϵ_c は0.39%であるから、C鋼を用いた場合の割れ発生限界 $R\sigma_{max}$ は9.2となる。同様にD鋼を用いた場合の限界 $R\sigma_{max}$ は8.7となる。

SM490鋼を用いた場合の割れ発生限界 $R\sigma_{max}$ を同様に評価するとB鋼の場合は8.7となる。A鋼を用いた場合の鉸桁モデルの解析は行っていないが、450°Cの降伏強度はTable 2から分かるようにB鋼とほぼ同レベルであり、両鋼の最終引張ひずみはほぼ同レベルと考えると、A鋼の限界 $R\sigma_{max}$ は約9.5となる。

鉸桁試験体のめっき浸せき実験では、水平補剛材先端のスニップ角が60°で、止端形状良好棒で溶接した場合に、 $R\sigma_{max}=6$ で割れ非発生、10~11で割れ発生の結果であり⁵⁾、これらの計算値はほぼ妥当な値と判断される。

割れ発生限界 $R\sigma_{max}$ は、450°Cの降伏強度が同一レベルの場合には ϵ_c の大きい鋼種ほど、また ϵ_c が同一レベルならば450°Cの降伏強度が高い鋼種ほど大きい。

従って、面外変形に伴う補剛材先端部のめっき割れ防止のためには、鋼材としては450°Cの降伏強度が高く且つ ϵ_c が大きい鋼種の使用が効果的であり、設計面からは $R\sigma_{max}$ が小

さくなる形状、寸法を考慮した設計が望まれる。

なお、割れ発生限界 $R\sigma_{max}$ を超える形状寸法の鉸桁については垂直と水平の補剛材間に隙間を設けた構造では ϵ_c の大きい垂鉛ぜい化対策鋼を使用しても完全には割れ防止はできないが、この場合には補剛材同士を溶接接合するなどの設計上の対策を併用することで割れ防止は可能である¹⁰⁾。

4. おわりに

本研究では、溶融垂鉛めっき時における鉸桁橋梁部材の水平補剛材端部に発生するめっき割れ挙動の力学的解明を目的として、Bodner型の構成式を定式化した有限要素解析プログラムを用い、鉸桁めっき時の熱弾塑性座屈挙動及び補剛材端部の応力・ひずみ挙動を明らかにした。得られた結果をまとめると以下の通りである。

(1) 鉸桁のめっき浸せき初期には、パネルの横方向の熱膨張がその厚さのために温度上昇の遅いフランジにより拘束され、パネルが座屈して大きな面外変形を生じるが、フランジの熱膨張に伴ってパネルの座屈変形は回復する。

(2) 水平補剛材端部ではパネルの座屈変形時に圧縮降伏し、変形の戻りと共に除荷から引張降伏を起こす。このときの引張ひずみ(これを、最終引張ひずみと定義した)により水平補剛材端部にめっき割れが発生すると考えられる。

(3) 最終引張ひずみは、フランジ厚が大なるほど大きく、また鋼材の降伏強度が高くなるほど小さくなる。

(4) めっき割れ発生に関係する形状寸法パラメータ $R\sigma_{max}$ (弾性座屈強度比)は、最終引張ひずみとよい相関を示す。

(5) 鋼材溶接熱影響部のめっき割れ発生限界ひずみ ϵ_c を実験と解析から求め、 $R\sigma_{max}$ の割れ発生限界値を定量的に評価し、経験値にほぼ合致する値を得た。

文 献

- 1) 菊池昌利, 家沢 徹: 日本造船学会論文集, 149 (1981), p.298
- 2) 例えば, 武田鉄治郎, 栗飯原周二, 山戸一成, 権藤 永: 鉄と鋼, 68 (1982), p.S1264
- 3) 例えば, 生駒 努, 島山耕太郎, 小指軍夫, 新倉正和, 山本定弘: 鉄と鋼, 69 (1983), S679
- 4) 送電鉄塔用新HT60開発委員会: JSSC, 21 (1985), No.221, p.11
- 5) 溶融垂鉛めっき橋梁の研究報告書(ZB研究会編(奥村敏恵, 巴組鐵工所, 横河橋梁製作所, 新日本製鐵)), (1989)
- 6) 家沢 徹, 山下達雄, 金沢正午: 材料とプロセス, 1 (1988), p.491
- 7) 家沢 徹, 山下達雄, 金沢正午: 材料とプロセス, 1 (1988), p.1518
- 8) 金谷 研, 井上尚志, 山戸一成: 鉄と鋼, 73 (1987), p.S1085
- 9) 金谷 研, 井上尚志, 山戸一成, 今井春雄: 材料とプロセス, 1 (1988), p.494
- 10) 家沢 徹, 山下達雄, 金沢正午, 井上尚志, 金谷 研: 材料とプロセス, 1 (1990), p.1396
- 11) J.Aboudi: Mechanics of Composite Materials, Elsevier, (1991)
- 12) D.R.j.Owen and E.Hilton: Finite Element Software for Plates and Shells, (1984), p.235