

修正ロジスティック関数による各国の粗鋼年間生産量予測

雀部 実*・板倉 秀清*

Prediction of Annual Production Rates of Crude Steel in Various Countries
by a Modified Logistic Function

Minoru SASABE and Hidekiyo ITAKURA

Synopsis : Annual production rates of crude steel of various countries in future are estimated by the following procedure : First, real production rates are corrected by a regular procedure. Then equations of relationship between the corrected production rate and the year are expressed by regression of a logistic equation. Estimated production in various countries can be obtained by subtracting the difference of the corrected and the real productions from the regressed amount.

For examples of results, the maximum production rate of Japan in future can be estimated as 120Mt/y. It is also suggested that annual production rate under depression in near future can be estimated.

Key words : prediction ; annual production ; crude steel ; regression ; Japan ; U.S.A. ; Former U.S.S.R. ; Former West Germany ; U.K. ; whole world ; modified logistic function.

1. 緒言

各国の粗鋼生産高の年次変化と年代の関係をグラフにすると、凹凸のある不規則な変化となる。したがって、これを外挿して将来の生産高を見通すことはむずかしい。しかし、これをある程度の確度でとらえようとする努力は、昔から行なわれている。たとえば、1919年に野田は1901年以降の統計を用いて年々の成長率を見出し、1919年を基準としこの成長率を加算することにより10年後の日本の平時における鉄鋼需要を予測している¹⁾。この予測は良く合うものとして、1930年代前半まで比較的良く引用されたと言う²⁾。最近では、H.Schenckが各国の粗鋼生産高の年次変化を平均的にとらえ、ほぼ正規分布に従うとし、急激に成長した国は急激に衰退する³⁾、とした。しかし、これは必ずしも定量的な議論ではなく、将来どの程度の生産高になるのかは、明確には示さなかった。また、月尾⁴⁾あるいは松永⁵⁾は、産業あるいは生産手段の成長がロジスティック関数で記述できることを示唆している。

本研究は、不規則変化を示す鉄鋼生産高のデータを一定の約束の下で修正し、将来の生産高を定量的に推定できるかどうか、検討することを目的とした。推定に際し、次の2つの場合を想定した。

- 1) 生産量が時間に関する増加関数であって、時間が無限大となるとある定数に収束する場合。
- 2) 時間が比較的短い時には生産量は時間と共に増加し、時間が長くなると減少に転ずる場合。

1)の場合には生物の成長現象のモデルとして良く用いられ、最近産業成長予測等に適用することが試みられている⁶⁾⁵⁾ロジスティック関数を、2)の場合にはSchenckらの試みた正規分布関数³⁾を適用できるかどうかを検討した。

統計資料は主として文献⁶⁾を利用したが、不足分は文献^{7)~10)}で補充した。検討の対象として、日本、アメリカ合衆国、旧ソ連、旧西ドイツ、イギリス、全世界を選んだ。

2. 方法

Fig. 1の横軸は西暦 t 、縦軸は年間生産高 Y であり、実線は生産高の年次変化を模式的に示したものである。この曲線は多数の極大値と極小値を持っているので、一定の方法でこのデータに加工を加え、単純増加曲線をつくり、その曲線を回帰法により数式化し、その後回帰式から後に説明する加工値を除き将来を予測する、という手法をとる。

西暦 t 年における実績生産高を a_t と書く。考察の対象とする最初の年 $t=t_0$ から順に、 Y が極値をとる年を、 $t_{M,1}$, $t_{M,2}$, ……とする。また、 t_0 は $t_{M,1}$ が極大値になるように選ぶものとする。したがって、 $t=t_0$ から始めて、最初の不況が $t_{M,1}$ で始まり、 $t_{M,2}$ で好況に転じているということになる。すなわち、 $t=t_{M,n}$ は、 n が奇数の時好況の頂点となる年であり、偶数の時不況の脱出の年である。このときの実績生産高(すなわち、極大値または極小値)を $a_{M,n}$ と表す。そこで、不況なしに生産高が増加し続けたと仮定し、 $t>t_{M,1}$ における実績生産高を以下のように加工して、図中の点線のような修正生産

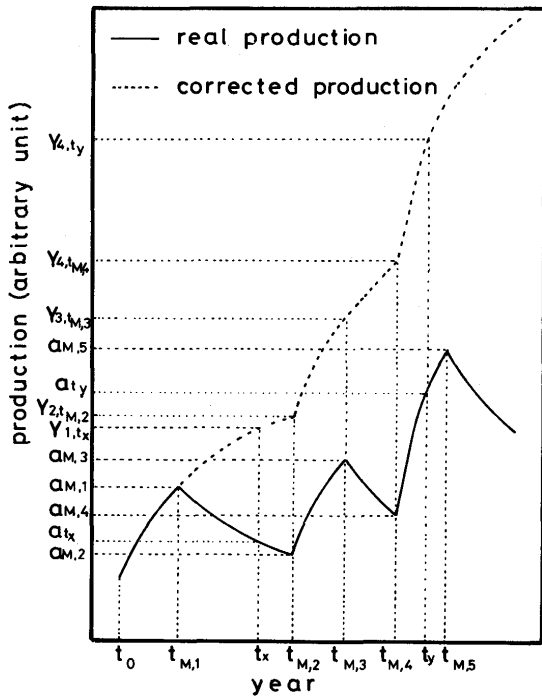


Fig. 1. Correction Procedure of the Data during Depression.

高 $Y_{n,t}$ ($t_{M,n} < t \leq t_{M,n+1}$; $n=1,2,\dots$)を用意する。 $t \leq t_{M,1}$ については、修正生産高は実績生産高と同じとする。すなわち、

$$Y_{0,t} = a_t \quad (t \leq t_{M,1}) \quad \dots\dots\dots (1)$$

である。 $t_{M,1} < t \leq t_{M,2}$ では $dY/dt < 0$ であるが、この期間の修正生産高は、 $a_{M,1}$ と t 年における生産高 a_t との差を z 倍して $a_{M,1}$ に加算した値とする。ただし、 z は t に依存しない定数である。

$$Y_{1,t} = a_{M,1} + z(a_{M,1} - a_t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

たとえば、Fig. 1中での $t = t_x$ では

$$Y_{1,t_x} = a_{M,1} + z(a_{M,1} - a_{t_x}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

である(ただし、図中では $z=1$ としてある)。 $t_{M,2} < t \leq t_{M,3}$ のとき、 $dY/dt > 0$ であるが、この期間では、 $t_{M,2}$ 以後の Y の増加分を $t_{M,2}$ のときの修正生産高 $Y_{2,t_{M,2}}$ に単純に加算する。すなわち、

$$Y_{2,t} = Y_{2,t_{M,2}} + (a_t - a_{M,2}) \quad \dots\dots\dots (4)$$

以下同様にして、 $t_{M,3} < t \leq t_{M,4}$ では、

$$Y_{3,t} = Y_{3,t_{M,3}} + z(a_{M,3} - a_t) \quad \dots\dots\dots (5)$$

である。したがって、一般に、

$$Y_{n,t} = Y_{n,t_{M,n}} + (a_t - a_{M,n}) \quad (t_{M,n} < t \leq t_{M,n+1}, n: \text{偶数}) \quad \dots\dots\dots (6)$$

または、

$$Y_{n,t} = Y_{n,t_{M,n}} + z(a_{M,n} - a_t) \quad (t_{M,n} < t \leq t_{M,n+1}, n: \text{奇数}) \quad \dots\dots\dots (7)$$

となる。たとえば、Fig. 1中の $t = t_y$ では、

$$Y_{4,t_y} = Y_{4,t_{M,4}} + (a_{t_y} - a_{M,4}) \quad \dots\dots\dots (8)$$

である。以後、修正生産高 $Y_{n,t}$ と実績生産高 a_t の差を加工値とよぶ。

本研究では、 t の全領域にわたって $Y_{n,t}$ が比較的なめらかに連続する曲線となるような z を試行錯誤法で求めたところ、 $z=1$ とすると良いことがわかった。 $z=1$ としたときの修正生産高 $Y_{n,t}$ と年代 t の関係を、Fig. 1の点線で示している。この曲線を補正曲線と呼ぶことにする。この補正曲線に対する回帰式が(9)式のロジスティック関数と(10)式の正規分布関数のいずれかに合致するのかが検討した。

$$Y_{n,t} = \left(\frac{\alpha}{1 + \exp\{-\beta(w - \gamma)\}} + \delta \right) Y_m \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$Y_{n,t} = \frac{Y_m}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{ -\frac{(w - \mu)^2}{2\sigma^2} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

通常、成長関数あるいはロジスティック関数といわれるものは(9)式中の δ が0の場合である。ここでは $\delta \neq 0$ としたので、(9)式を修正ロジスティック関数と呼ぶことにする。(9)および(10)式中の w は

$$w = (t - t_0) / (t_m - t_0) \quad \dots\dots\dots (11)$$

と定義している。また、 $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \mu, \sigma$ は無次元の定数、 t_0 は各データ中でもっとも古い年代、 Y_m は任意にきめた特定の年代 $t_m (> t_0)$ における(6)または(7)式でもとめた修正生産高である。本研究では、 $t_m = 1989$ 年または1988年とした。

$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \mu, \sigma$ は、次のようにして決めた。まず、(9)式あるいは(10)式に(11)式から決まる w の値と任意の $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \mu, \sigma$ を代入して計算値 $Y_{n,t,c}$ を求め、次に、回帰残差二乗和平均、すなわち、 $\{\sum (Y_{n,t,c} - Y_{n,t})^2 / P\}$ (P はデータ総数)を求める。回帰残差二乗和平均ができるだけ小さくなるよう計算を繰返し、これが最小となるところをもって回帰式とした。また、回帰式から求めた生産高から加工値を差引いた値を推定生産高 $a_{e,t}$ とし、推定生産高の最大値 a_{e,t_m} を与える年と同年の実績生産高を a_{t_m} とする。

(9)式と(10)式のいずれが精度良く回帰できているか(12)式で記述される対数尤度(logarithmic likelihood, 以下 $\ln L$)¹¹⁾により判定し、その値の大きい方をデータの回帰式として採用した。

$$\ln L = -(P/2) \ln [2\pi e \sum \{(a_t - a_{e,t})^2 / P\}] \quad \dots\dots\dots (12)$$

回帰は1945年以後のデータを対象とした。

Table 1. Calculation Conditions and Results of Regression.

Countries	Conditions				Modified Logistic Equation					Gaussian Equation		
	t_0 (year)	t_m (year)	Y_m (Mt)	Number of Data	α (-)	β (-)	γ (-)	δ (-)	ln L (-)	μ (-)	δ (-)	ln L (-)
Japan	1873	1989	216.449	45	-1.04219	-17.8657	0.840910	1.05218	150	1.21056	0.234363	124
U.S.A.	1864	1989	1019.816	45	-1.78594	-4.87049	0.673721	1.31619	106	1.15500	0.347290	100
Former U.S.S.R.	1856	1989	199.666	45	-1.04989	-12.5702	0.811143	1.07151	220	1.21178	0.288607	144
Former W.Germany	1864	1989	240.337	45	-0.662786	-12.0807	0.875323	1.13016	196	1.15343	0.367966	163
U.K.	1864	1989	135.569	45	-0.746884	-10.3697	0.878066	1.17744	194	1.15238	0.389052	169
Whole World	1900	1988	1570.356	44	-1.09685	-6.59886	0.841976	1.28303	127	1.14966	0.394721	76

ln L: Logarithmic likelihood

3. 結果

各国のデータに対し設定した t_0 , Y_m , t_m , および求められた α , β , γ , δ , μ , σ , $\ln \Delta L$, の値をTable 1に示す。各国のデータに対する補正曲線と、Table 1の値を用いた回帰曲線を、Fig. 2から7に示す。図中の実線が補正曲線、点線が修正ロジスティック関数による回帰曲線、一点鎖線が正規分布関数による回帰曲線である。ただし、これらの線が重なって見にくくなる場合は、一点鎖線、点線の順で記入を省略した。いずれのデータも修正ロジスティック関数で近似できるが、アメリカ合衆国は修正ロジスティック関数と正規分布関数の対数尤度は、比較的近い値をとっている。ロジスティック関数による推定生産高と実績生産高の

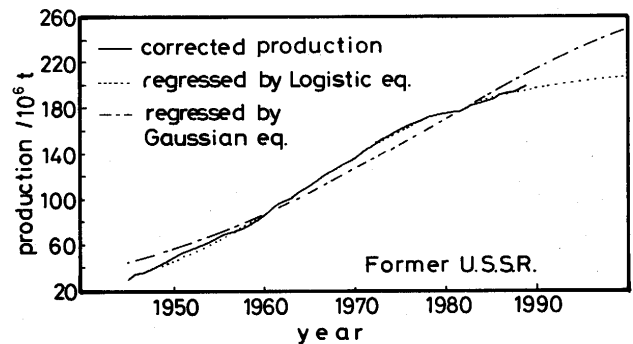


Fig. 4. Comparison of Corrected Data and the Regressed Equation in the Case of Former U.S.S.R.

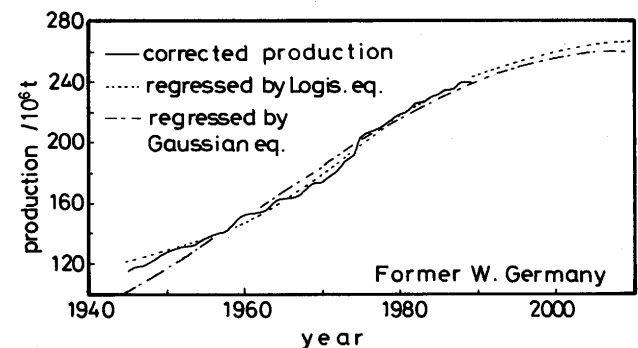


Fig. 5. Comparison of Corrected Data and the Regressed Equation in the Case of Former West Germany.

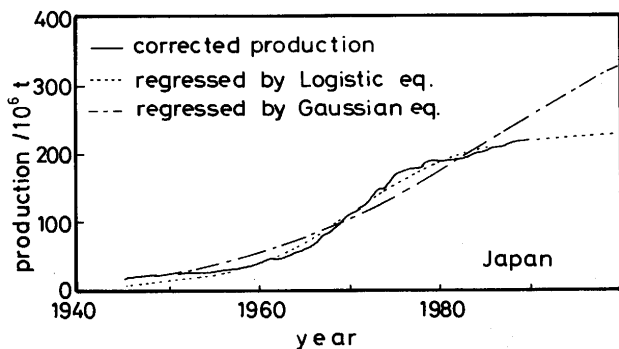


Fig. 2. Comparison of Corrected Data and the Regressed Equation in the Case of Japan.

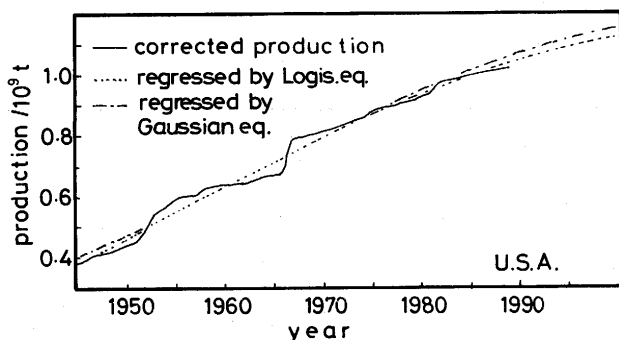


Fig. 3. Comparison of Corrected Data and the Regressed Equation in the Case of U.S.A.

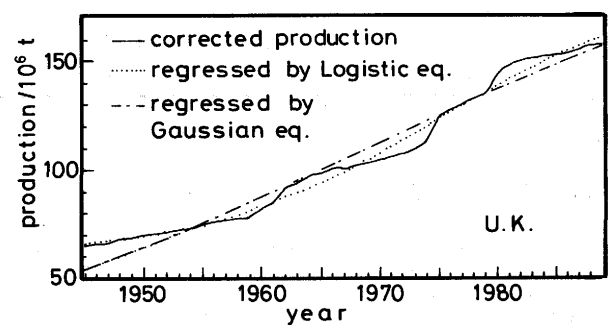


Fig. 6. Comparison of Corrected Data and the Regressed Equation in the Case of U.K.

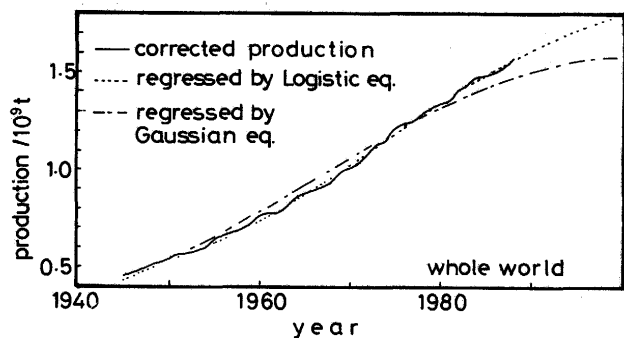


Fig. 7. Comparison of Corrected Data and the Regressed Equation in the Case of Whole World.

比較を、Fig. 8 から13に示した。図中の実線は実績生産高、点線は推定生産高である。

回帰曲線から、今後の各国の最大生産高を推定したものをTable 2に示した。修正ロジスティック関数で与えられる回帰曲線は漸近線に限りなく接近するが最大値を持たないので、漸近線の値(=δY_m)から加工値の最大値を差引いた値をもって最大生産高とした。各国の最大加工値は、日本1億854万t、アメリカ9億9941万t、旧ソ連3966万t、旧西ドイツ1億9926万t、イギリス1億2409万t、全世界7億9036万tである。また、今後不況がないと仮定したときに修正生産高が漸近線の値の95%に到達する年代と、この年の修正生産高から最大加工値を引いた推定生産高も示した。ここで

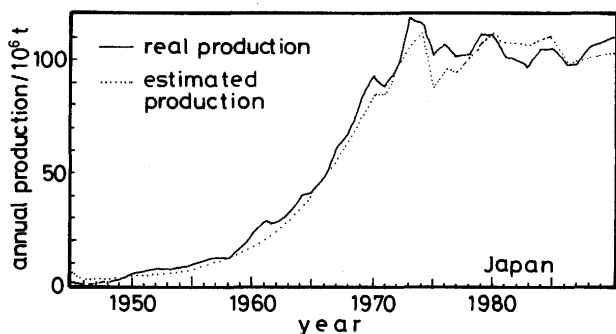


Fig. 8. Comparison of Real Data and the Regressed Data in the Case of Japan.

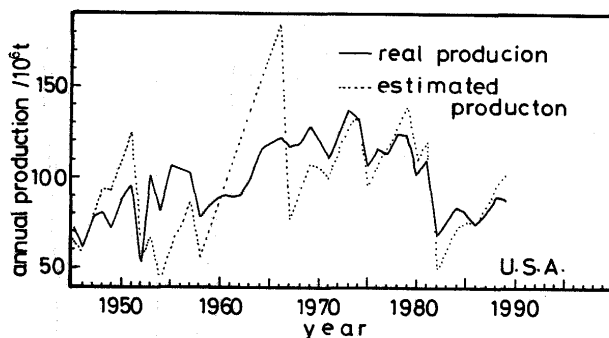


Fig. 9. Comparison of Real Data and the Regressed Data in the Case of U.S.A.

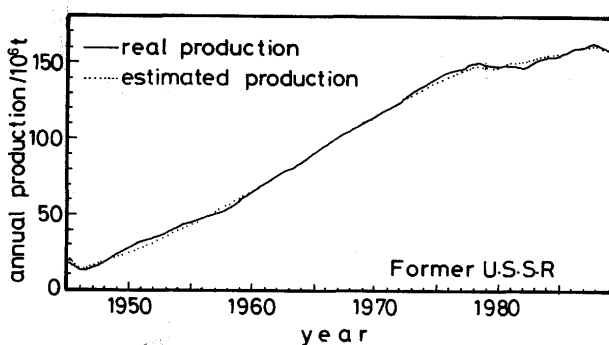


Fig. 10. Comparison of Real Data and the Regressed Data in the Case of Former U.S.S.R.

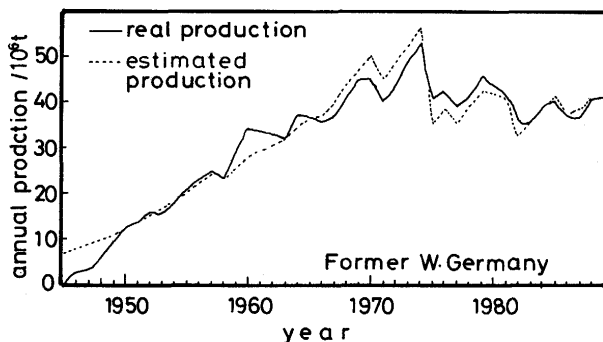


Fig. 11. Comparison of Real Data and the Regressed Data in the Case of Former West Germany.

Table 2. Results of Maximum Annual Production Rate of Crude Steel in Some Countries Estimated by Logistic Equation.

Countries	Estimated Values			Deviation		Real Maximum Production Rate in Past Years	
	Maximum Production Rate (Mt/year)	95% of maximum (Mt/year)	Year of 95% of maximum (Christian year)	Mean (%)	Range (%)	Production Rate (Mt/year)	Year (Christian year)
Japan	119.20	107.80	1990	9.8	+12.6, -27.1	119.32	1973
U.S.A.	342.86	275.75	2013	18	+34.4, -50.4	136.80	1973
Former U.S.S.R.	174.28	163.58	1995	2.6	+11.1, -9.2	163.04	1988
Former W.Germany	72.36	58.78	1998	6.1	+11.3, -22.0	53.23	1974
U.K.	35.53	27.55	1992	12	+23.3, -97.4	26.65	1973
Whole World	1224.45	1123.71	2012	2.8	+11.5, -7.0	784.00	1989

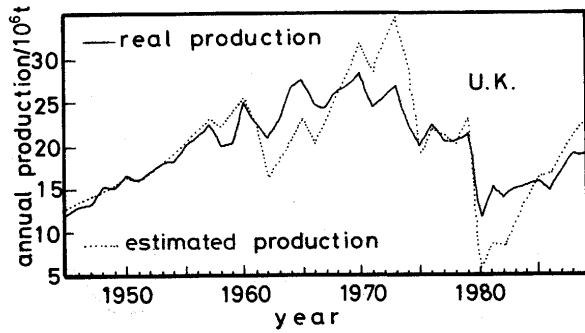


Fig.12. Comparison of Real Data and the Regressed Data in the Case of U.K.

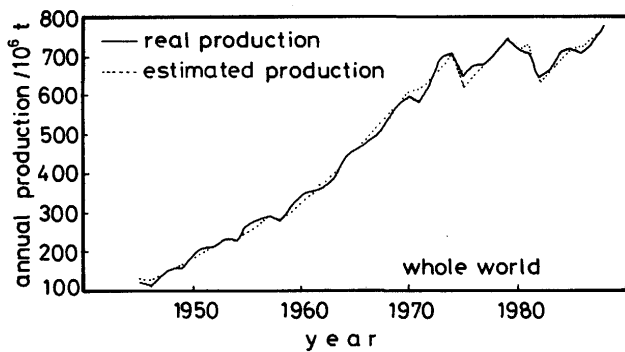


Fig.13. Comparison of Real Data and the Regressed Data in the Case of Whole World.

推定される最大生産高は、今後不況が繰返し来ても変化はしないが、95%到達年は不況が来る度に先送りになる、という性格のものである。

4. 考察

4・1 回帰の精度

尤度はデータ数と分散の関数であるから、同一のデータに対する回帰の良否を判断するには好都合である。しかし、異なったデータ間の回帰の良否を比較することができないので、(13)式と(14)式で定義される偏差および平均偏差を用いて、データ間の回帰の精度を比較する。

$$\text{偏差} = \{(\text{実績生産高} - \text{推定生産高}) / \text{推定生産高}\} \times 100 \quad (13)$$

$$\text{平均偏差} = (\sum|\text{偏差}|) / \text{データ数} \quad (14)$$

また、データの特異な変動を知るために、偏差のプラス側とマイナス側のそれぞれの最大値も調べた。これらの結果もTable 2にあわせて示した。

全世界および旧ソ連のデータは、平均偏差が小さく、推定生産高と実績生産高が非常に良く合っている。ついて、旧西ドイツ、日本、イギリスの順になっている。アメリカ合衆国は他のデータと比べると偏差が大きい。

4・2 各国の将来の最大生産高の推定

一定の約束の下に、各国の鉄鋼年間生産高を補正してやると、補正された生産高と年代との関係が一つの関数として記述できることがわかった。この補正は景気後退期の生産高についてのみ行なっているため、補正された生産高と年代の関係は、世の中に不景気が存在しないと仮定したときの生産高と年代の関係を示している、とも見ることができる。すなわち、それぞれの国は、その国毎の社会的あるいは歴史的慣性に従って生産高は変化しているが、そこに不景気という外乱が入ることにより、それまでとは異なった関係が現れ、外乱がなくなると再び以前の慣性に支配される、と見ることができる。

このような見方が成立するとすれば、ここで行なった将来の最大生産高に関する推定生産高は、各国の社会構造が現在のものから大きく変化しない限り、ある程度信頼できるものとみなせる。しかし、不況は必ず存在するから、最大値に到達する年度の推定は不可能である。以下、回帰されたデータから読み取れることを記述する。

日本は、最大生産高は約1億2000万tと推定された。この値は既に、1973年に瞬間的に記録されており、この記録が将来塗り替えられる可能性は少ない。回帰曲線の漸近線の95%を記録する年は1990年と推定され、その推定生産高は約1億700万tである。1990年の実績生産高は1億1000万tであり、推定生産高とかなり合っている。

アメリカ合衆国は、最終的には年間生産高が3億4000万tにも達する、という結果になった。これは、現在の生産状況からすると、理解しにくい値であるが、解析結果はこのようになった。この国の回帰に関する2つの対数尤度は比較的近い値をとっているため、もしも、正規分布関数が採用できるとすると、2008年頃に2億4000万tの最高値に達し、以後減少する、という結果になる。

旧ソ連は推定生産高と実績生産高が非常に良く一致した。この国は計画経済の国であったから、このような回帰値に従うのは当然かもしれない。この推定では、1995年に1億6000万t、最終的には1億7000万tになるものと予想される。しかし、最近の政変は、前述した歴史的慣性が異なったものとなる可能性があり、今後の生産高と推定生産高が一致するかどうか、興味のあるところである。

旧西ドイツは、1998年には5900万t、最終的には7200万tとなることが予想される。ただし、旧東ドイツとの合併が、どのように影響するのかわからない。

イギリスは、1992年に2755万t、将来的には3600万tとなると推定された。しかし、1992年の実績生産高1600万tと推定生産高との差は相当に大きい。

全世界の推定生産高と実績生産高は非常に良く合っている。全世界の将来の推定最大生産高は12億2000万tであり、1992年の全世界生産高は7億2100万tであったから、この差は5億tある。

Table 3. Comparison of real production and that estimated by eq.(6) during depression. (Mt)

Japan				U.S.A.				Former U.S.S.R.			
year	real	E.ed	D	year	real	E.ed	D	year	real	E.ed	D
1990	110.3	110.3		1988	90.1	90.1		1988	164.0	164.0	
1991	109.6	107.2	+2.24	1989	88.4	80.0	+10.5	1989	160.0	162.4	-1.47
1992	98.1	105.9	-7.37	1990	89.3	70.1	+27.4	1990	154.4	160.8	-3.98
1993	99.6	104.8	-4.96	1991	79.3	60.5	+31.1	1991	132.7	159.4	-16.8
								1992	111.2	158.2	-29.7
Former W.Germany				U.K.				Whole World			
year	real	E.ed	D	year	real	E.ed	D	year	real	E.ed	D
1991	42.2	42.2		1988	19.0	19.0		1989	786.0	786.0	
1992	39.7	40.2	-1.24	1989	18.8	17.0	+10.6	1990	770.5	776.4	-0.760
1993	37.6	36.7	+2.45	1990	17.9	15.1	+18.5	1991	736.5	753.8	-2.30
				1991	16.5	13.3	+24.1	1992	721.2	732.2	-1.50
				1992	16.1	11.7	+37.6				

E.ed: Estimated

Deviation: D = {(Real data - Estimated data)/Estimated data} × 100

4・3 不況時の生産高の推定

回帰値と(7)式を用いると、直近将来の不況時の生産高を推定することができるはずである。1988年以降の不況下の実績生産高と推定生産高を、Table 3に示し検証した。日本と旧西ドイツは平均偏差以内に納まっている。アメリカ合衆国とイギリスは推定値の方が実績値よりも小さくなり、また、その偏差は平均偏差よりも大きくなっている。特にイギリスは過去の最大のプラス側偏差を越えている。旧ソ連は解体直前に推定生産高と実績生産高が大きく離れた。全世界は良く合っている。

5. 結言

鉄鋼生産高の年次変化データを、一定の方法で加工してもとめた修正生産高と年代の関係が、比較的滑らかな曲線となることを、いくつかの国について示した。この滑らかな曲線は、修正ロジスティック関数で近似できることがわかった。

この曲線を将来に外挿して各国の生産量を推定すると、Table 2に示すような値がえられた。また、1989年以後の不況期の推定値と実績値を比較したところ、アメリカ合衆国

とイギリス以外は、平均偏差内で推定できることがわかった。

ロジスティック関数の適用を試みるよう勧めて下さったのは、山陽特殊製鋼(株)取締役松永久博士である。また、本研究の遂行には当時千葉工業大学金属工学科学生であった貴島義夫、林雄一郎、菅谷芳郎、鈴木智久の諸君の協力があった。記して謝意を表する。

文 献

- 1) 野田鶴雄：鉄と鋼，5 (1919)，p.914
- 2) 中沢護人：雀部実への私信，1993年12月
- 3) 雀部 実，H.W.Gudenau，W.Dahl and H.Schenck：鉄と鋼，74 (1988)，p.2053
- 4) 月尾嘉男：生産研究，5 (1990) 10，p.575
- 5) 松永 久：鉄と鋼，76 (1990)，p.2079
- 6) 鉄鋼統計要覧(鉄鋼統計委員会編)，1960-1990年版，[日本鉄鋼連盟]
- 7) 平成元年版国際連合世界統計年鑑(国際連合統計局編，後藤正夫翻訳監修)，(1989)，[原書房]
- 8) B.R.Michell著，中村 宏翻訳監修：マクミラン世界歴史統計，ヨーロッパ編，(1983)，[原書房]
- 9) B.R.Michell著，中村 宏翻訳監修：マクミラン世界歴史統計，日本・アジア・アフリカ編，(1984)，[原書房]
- 10) B.R.Michell著，中村 宏翻訳監修：マクミラン世界歴史統計，南北アメリカ・大洋州編，(1985)，[原書房]
- 11) 坂本慶行：情報量統計学，(1983)，p.130 [共立出版]