

# ピンチ力による円管内溶鋼流からの 介在物除去に関する理論的研究

谷口 尚司\*・J.Keith BRIMACOMBE\*<sup>2</sup>

Theoretical Study on the Separation of Inclusion Particles by Pinch Force  
from Liquid Steel Flowing in a Circular Pipe

Shoji TANIGUCHI and J.Keith BRIMACOMBE

**Synopsis :** The pinch force which is one of the most general electromagnetic forces in the metallurgical field can be generated by impressing an electrical current in a liquid metal. In this force field, electrically nonconductive particles suspended in a liquid metal will receive a force in the opposite direction to the pinch force, and be squeezed out from the liquid metal.

In the present study, this principle was applied to the separation of nonmetallic inclusion particles from liquid steel. The separation efficiency  $\eta$  of inclusion particles from a circular pipe flow of liquid steel was thought to be a function of the following nondimensional parameters:  $V_R (=v_{Pt}/w_m)$ ,  $C_I (= \mu_0 I_{rms}^2 / \rho v^2)$ ,  $D_R (=d_p/2r_1)$ ,  $Re = (r_1 w_m / \nu)$ ,  $Z = (z/r_1)$ , and  $r_1/\delta$ . The plug-flow model and the particle-trajectory model were used for calculating  $\eta$ . The results obtained by both models showed that  $\eta$  was a function of  $V_R$ ,  $(C_I D_R^2 / Re)Z$  and  $r_1/\delta$ . The particle-trajectory model showed a smaller value of  $\eta$  than the plug-flow model. The value of  $\eta$  calculated by the former model increased with increasing  $(C_I D_R^2 / Re)Z$  and decreased with increasing  $V_R$ . Although  $\eta$  did not change with  $r_1/\delta$  when  $r_1/\delta < 1$ , it decreased gradually with increasing  $r_1/\delta$  in the region of  $r_1/\delta > 1$ .

The values of  $\eta$  for a channel induction heater installed in a continuous casting tundish were estimated to discuss the practicability of the present inclusion separator. It was found that  $\eta$  was greater than 95% for inclusion particles with the diameter greater than  $60\mu\text{m}$ .

**Key words :** electromagnetic force ; pinch force ; nonmetallic inclusion ; separation of inclusion ; liquid steel ; pipe flow ; tundish heater ; pinch effect.

## 1. 緒言

溶鋼中には金属酸化物を主成分とする無数の非金属介在物が懸濁している。この介在物は一般に広い粒径範囲に分布しているが、大粒径の介在物が製品中に残留すると、薄板の疵、強加工時の割れ、線材の断線などの重大な問題を惹き起こす<sup>1)</sup>。介在物の除去は従来連続铸造プロセスにおけるタンディッシュ<sup>2)3)</sup>および鋳型内での浮上分離<sup>4)</sup>やフィルターによる分離<sup>5)</sup>などによって行われているが、製品への厳しい要求に応えるためには、新しい発想による積極的な介在物除去法の出現が強く求められている。

このような現状をふまえ、本研究では交流ピンチ力を利用した介在物除去法を提案し、その除去効率を理論的に検討することを目的とした。直流電磁力を利用した介在物除去法は、LeenovとKolin<sup>6)</sup>の理論に基づいてAlemanyら<sup>7)8)</sup>によって具体化された。また浅井ら<sup>9)</sup>はこの方法に関する基礎的検討を行っている。本研究で提案する方法は、溶鋼中に交流電流を印加し、これによって発生する電磁力(ピンチ力)

を利用して非導電性の介在物粒子を絞り出す方法である。交流電流の印加法としては、チャンネル型誘導炉で実用されている誘導電流印加法を利用すれば非接触で大電流を印加でき、外部磁界も必要としない。

## 2. 理論

### 2・1 仮定

本研究では溶融金属容器として、Fig. 1に示すような断面が円形で無限に長い垂直管状容器を対象とした。この容器の管軸方向に交流電流を流すと、誘導磁界と電流との相互作用で溶融金属を圧縮する向きにピンチ力が発生する。このとき電流と同じ方向に介在物を含む溶融金属を平均流速  $\bar{w}$  で供給すると、非導電性の介在物は壁方向に泳動し、最終的に壁に付着して除去されるものと考えられる。この現象を理論的に検討するために、以下のような仮定を行った。

(1) 電流、磁束密度、液流速などの物理量はz方向に一定である。

平成5年6月16日受付 平成5年9月10日受理 (Received on June 16, 1993; Accepted on Sep. 10, 1993)

\* 東北大学工学部 (Faculty of Engineering, Tohoku University, Aza-Aoba Aramaki Aoba-ku Sendai 980)

\* 2 The University of British Columbia

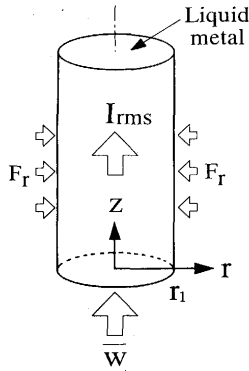


Fig. 1. Coordinate system.

- (2)系内の電磁場は液の流れによって変化しない。
- (3)液の流れは層流で定常である。
- (4)液温度は一定である。
- (5)介在物粒子は球形固体で一定の粒径をもち、粒子間の相互作用(凝集など)はない。
- (6)粒子径は十分小さく、その慣性は無視できる。
- (7)粒子は時間平均の電磁力に感応する。
- (8)壁面に到達した粒子は直ちに壁面上に固定される。

2・2 粒子の泳動速度

LeenovとKolin<sup>6)</sup>は導電性の液体に一樣な電磁力Fが加わる場合に、液と導電率の異なる固体粒子に次式で表される力が作用することを理論的に導いた。

$$F_p = -\frac{3}{2} \frac{\sigma_f - \sigma_p}{2\sigma_f + \sigma_p} \frac{\pi d_p^3}{6} F \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $\sigma_f$ および $\sigma_p$ は液および粒子の導電率である。 $\sigma_p = 0$ の場合には $F_p$ は次式で与えられる。

$$F_p = -\frac{3}{4} \frac{\pi d_p^3}{6} F \dots\dots\dots (2)$$

(2)式より、非導電性の粒子には電磁力と逆向きに泳動力が作用することがわかる。

$F_p$ をストークスの粘性抗力<sup>†</sup>と等置すれば粒子の泳動速度 $v_{Pr}$ を(3)式によって求めることができる。

$$v_{Pr} = -d_p^2 F / (24\mu) \dots\dots\dots (3)$$

粒子の終末浮上速度は(4)式で与えられる。

$$v_{Pt} = d_p^2 \Delta \rho g / (18\mu) \dots\dots\dots (4)$$

2・3 ピンチ力

管内の溶融金属に流す電流密度J<sub>t</sub>および誘導磁束密度B<sub>θt</sub>は時間の関数として次式で表される。

$$J_t = \sqrt{2} J_e e^{j\omega t}, B_{\theta t} = \sqrt{2} B_{\theta e} e^{j\omega t} \dots\dots\dots (5)$$

ピンチ力の実効値F<sub>r</sub>はJおよびB<sub>θ</sub>より次式で得ることができ

† 球が固体壁に接近すると、球と壁間の流体を排除するための粘性抵抗が加わり球移動の総抵抗は増大する<sup>10)</sup>。本報ではこの効果は無視した。

る。

$$F_r = -Re\{J \cdot B_{\theta}^*\} \dots\dots\dots (6)$$

ここにReは複素数の実部を表し、B<sub>θ</sub>\*はB<sub>θ</sub>の共役複素数を表す。JおよびB<sub>θ</sub>は解析的に求めることができ<sup>11)</sup>、その解を(6)式に適用するとF<sub>r</sub>は(7)式で表される。

$$F_r = \frac{\mu_e I_{rms}^2}{4\sqrt{2} \pi^2 r_1^3} f(\xi, R),$$

$$f(\xi, R) = \frac{\xi \text{ber} \xi R (\text{ber}_1 \xi R - \text{bei}_1 \xi R) + \text{bei} \xi R (\text{ber}_1 \xi R + \text{bei}_1 \xi R)}{\text{ber}_1^2 \xi + \text{bei}_1^2 \xi} \dots\dots (7)$$

ここに、berおよびbeiはベッセル関数の実部および虚部を表す。またR=r/r<sub>1</sub>、 $\xi = \sqrt{2} r_1 / \delta$ で、 $\delta$ は次式で表される表皮の厚さである。

$$\delta = (2 / \mu_e \sigma \omega)^{1/2} \dots\dots\dots (8)$$

r<sub>1</sub>/δ < 1の低周波数領域では、(7)式は次式で近似することができ。

$$F_r = -\frac{\mu_e I_{rms}^2}{2\pi^2 r_1^3} R \dots\dots\dots (9)$$

(7)または(9)式で与えられるピンチ力の実効値を(2)式に代入すれば、粒子の泳動速度v<sub>Pr</sub>を求めることができる。

2・4 粒子の除去効率

2・4・1 栓流モデルによるηの計算

最も単純な場合として、管内の流れが栓流(Plug Flow)の場合を考える。すなわち、管内の流速はrによらず一定で、粒子濃度Cはzのみの関数とする。また壁近傍で粒子の示すr方向速度を、便宜的にr=r<sub>1</sub>における泳動速度v<sub>Pr,r1</sub>とし、壁への粒子の流束をCv<sub>Pr,r1</sub>で表す。z=z~z+dzの領域で粒子の収支をとると、次式が得られる。

$$-\frac{dC}{dz} = \frac{2v_{Pr,r1}}{(\bar{w} + v_{Pt})r_1} C \dots\dots\dots (10)$$

(10)式をz=0、C=C<sub>0</sub>を初期値として積分すると次式が得られる。

$$C = C_0 \exp\left[-\frac{2v_{Pr,r1}}{(\bar{w} + v_{Pt})r_1} z\right] \dots\dots\dots (11)$$

これより、粒子の除去効率ηは次式で算出できる。

$$\eta = (C_0 - C) / C_0 = 1 - \exp\left[-\frac{2v_{Pr,r1}}{(\bar{w} + v_{Pt})r_1} z\right] \dots\dots\dots (12)$$

ピンチ力の式として(7)式を用い、(3)式より得られるv<sub>Pr,r1</sub>を(12)式に代入すれば、ηを算出することができ。このようにして得られるηの式を無次元表示すると次式のようにになる。

$$\eta = 1 - \exp\left[\alpha \frac{C_1 D_R^2 f(\xi, 1)}{\text{Re}(1 + 2V_R)} Z\right] \dots\dots\dots (13)$$

ここに  $\alpha = 1/(6\sqrt{2}\pi^2)$  で、式中の無次元数の内容は以下の通りである。

$$Z = z/r_1, \quad V_R = v_{Pt}/w_m, \quad C_1 = \mu_e I_{rms}^2 / \rho v^2, \quad \text{Re} = 2r_1 \bar{w} / \nu, \\ D_R = d_p / 2r_1$$

(13)式より、 $\eta$ は以下の3つの無次元パラメータによって決定されることがわかる。

$$\eta = f[V_R, (C_1 D_R^2 / \text{Re})Z, r_1 / \delta] \dots\dots\dots (14)$$

なお、栓流モデルにおいては管半径方向に粒子濃度を均一と仮定しており、その計算値は管内流れが乱流の場合の $\eta$ の近似値を与えるものと考えられる。

### 2.4.2 軌道理論による $\eta$ の計算

層流下の $\eta$ を厳密に求めるには、液の流れに乗って移動する粒子の軌道を求める必要がある。管内の軸方向流速 $w$ の分布は次式で与えた。

$$w = w_m [1 - (r/r_1)^2] \dots\dots\dots (15)$$

$z$ 方向に $v_{Pz}$ 、 $r$ 方向に $v_{Pr}$ の相対速度を示す粒子の流動液中での速度は次式で表される。

$$v_{Pz} = w_m [1 - (r/r_1)^2] + v_{Pt} = dz/dt \dots\dots\dots (16)$$

$$v_{Pr} = -\frac{\mu_e I_{rms}^2 d_p^2}{96\sqrt{2}\pi^2 \mu r_1^3} f(\xi, R) = dr/dt \dots\dots\dots (17)$$

(16)式を(17)式で除すと粒子の軌道方程式(18)式が得られる。

$$\frac{dz}{dr} = \frac{w_m [1 - (r/r_1)^2] + v_{Pt}}{v_{Pr}} \dots\dots\dots (18)$$

(18)式を $(r, z) = (r_1, 0)$ を始点として管軸方向に積分すれば、任意の $r$ における粒子の $z$ 方向位置( $-z$ )を求めることができる。その $r$ の位置よりも壁側に存在する全ての粒子は $z = 0$ で壁面上に位置することは明らかであるので、次式により粒子の除去効率 $\eta$ を算出することができる。

$$\eta = \frac{\int_r^{r_1} v_{Pz} 2\pi r dr}{\pi r_1^2 (w_m/2 + v_{Pt})} \\ = \frac{(w_m + v_{Pt})(r_1^2 - r^2) - (w_m/2r_1^2)(r_1^4 - r^4)}{r_1^2 (w_m/2 + v_{Pt})} \dots\dots\dots (19)$$

(18)および(19)式を無次元化すると(20)および(21)式が得られる。

$$\frac{dZ}{dR} = -24\sqrt{2}\pi^2 \frac{1 + V_R - R^2}{(C_1 D_R^2 / \text{Re}) f(\xi, R)} \dots\dots\dots (20)$$

$$\eta = \frac{2(1 + V_R)(1 - R^2) - (1 - R^4)}{1 + 2V_R} \dots\dots\dots (21)$$

(20)式の積分はRunge-Kutta-Gill法により行った。積分のための $R$ の増分 $\Delta R$ は $-0.01$ とし、初期条件は粒子の大きさを無視し、 $R = 1, Z = 0$ とした。なお、低周波数域のピンチ力の式(9)式を用いると(20)式は解析的に解くことができるが、その解と数値解とが一致することを確認した。

## 3. 計算結果および考察

### 3.1 $\eta$ におよぼす諸因子の影響

Fig. 2に栓流モデルと軌道理論のそれぞれにより算出した $\eta$ と $(C_1 D_R^2 / \text{Re})Z$ との関係を、 $V_R = r_1 / \delta = 0$ の場合について比較して示した。図より $\eta$ は $(C_1 D_R^2 / \text{Re})Z$ とともに曲線的に増加している。すなわち $\eta$ は $Z$ 以外のパラメータが一定であれば無次元管長 $Z$ が長いほど大きく、一定の $Z$ では電流に関するパラメータ $C_1$ および粒子サイズパラメータ $D_R$ が大きいほど、また管レイノルズ数 $\text{Re}$ が小さいほど大きくなる。

また栓流モデルによる $\eta$ は軌道理論による $\eta$ よりも大きくなっている。これは栓流モデルにおいて半径方向の粒子濃度を一定と仮定したためである。

次にFig. 3に軌道理論によって得た $\eta$ と $(C_1 D_R^2 / \text{Re})Z$ との関係を、 $V_R$ をパラメータとして示した。図より $\eta$ は $V_R$ が大きくなるにつれて減少しているが、これは粒子の終末速度

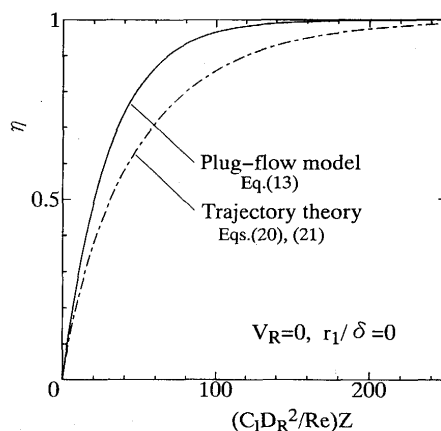


Fig. 2. Comparison between plug-flow model and trajectory model.

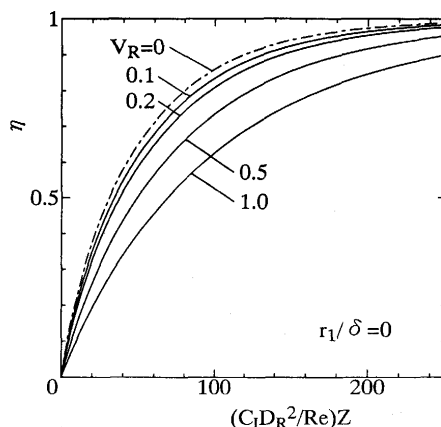
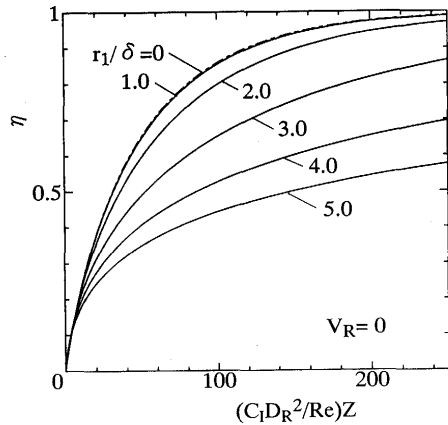


Fig. 3. Effect of  $V_R$  on the value of  $\eta$ .


 Fig. 4. Effect of  $r_1/\delta$  on the value of  $\eta$ .

の増加とともに粒子の管内滞在時間が減少するためである。一般に介在物の浮上速度は小さく、実用的な観点からは  $V_R = 0$  の場合のみを考察すればよいと思われる。この場合、円管は垂直である必要はない。

Fig. 4 に  $V_R = 0$  の場合について  $\eta$  に対する  $r_1/\delta$  の影響を示した。図より  $r_1/\delta$  が 1 以下の低周波数領域で  $\eta$  は  $r_1/\delta$  に依存していないが、 $r_1/\delta$  が 1 より大きくなると  $r_1/\delta$  の増加とともに  $\eta$  は小さくなっている。これは (9) および (7) 式より、 $r_1/\delta < 1$  ではピンチ力は  $r_1/\delta$  に無関係であるが、 $r_1/\delta > 1$  となるとピンチ力が溶融金属の側面に集中する結果、ピンチ力の弱い内部の介在物の泳動速度が小さくなるためである。

### 3.2 タンディッシュヒーターによる介在物除去

近年連続鋳造におけるタンディッシュに、溶鋼温度を保持する目的でヒーターを取付ける試みが為されている。このヒーターとしてはチャンネル型誘導炉<sup>12)~14)</sup>やプラズマヒーター<sup>15)</sup>が利用されているが、本報では前者の場合について考察する。

Fig. 5 に誘導加熱装置を付設したタンディッシュの一例<sup>12)</sup>を示した。このタンディッシュは 2 つの溶鋼槽を 2 本の円管路で連結した構造となっており、片方の槽に供給された溶鋼は円管路を通して他の槽に流入後、モールドに注入される。2 本の円管の間隙にはコイルを巻いた鉄心が挿入されており、トランスの原理で円管内の溶鋼に大電流が印加され、これによって発生するジュール熱で溶鋼が加熱される。このヒーターの付設により介在物低減が可能となることが報告されているが、そのメカニズムは十分明らかにされていない。

Table 1 に装置条件および操業条件を示したが、電力効率を 80% とすると最大 44kA もの大電流が円管内溶鋼中に流れることになる。このような条件下では大きなピンチ力が溶鋼に作用するはずで、これによる介在物除去効果が期待される。そこで Table 1 の条件下の  $\eta$  を推定してみた<sup>12)</sup>。

Fig. 6 にその結果を示した。図は介在物粒径を種々変えた

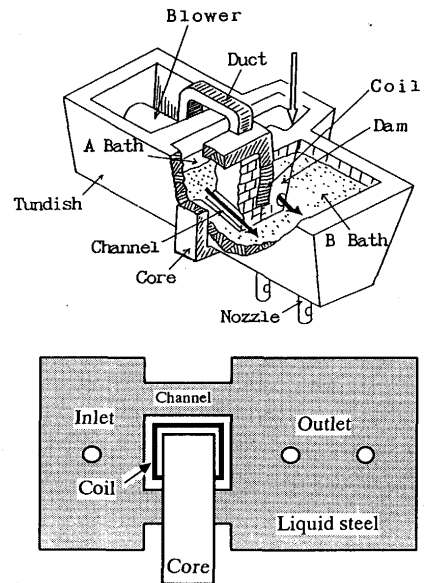
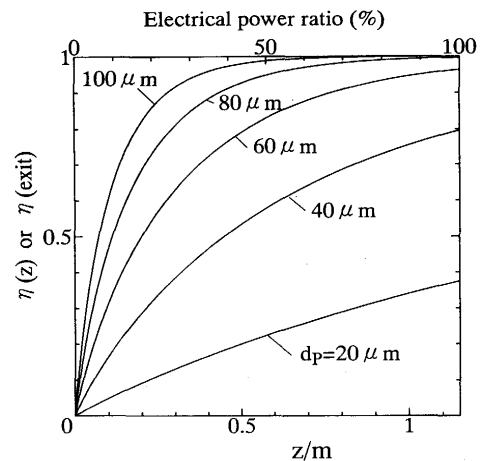

 Fig. 5. Schematic diagram of tundish heater<sup>12)</sup> for continuous casting of steel.

 Table 1. Operating condition of the tundish heater<sup>12)</sup>.

Diameter of pipe ( $2r_1$ )	0.1m
Length of pipe ( $z_1$ )	1.15m
Flow rate of steel	1.5t/min
Maximum power	1MW
Power efficiency	80%
Maximum current ( $I_{rms}$ )	44200A
Frequency	60Hz
$C_1$	$6.9 \times 10^{11}$
$r_1/\delta$	0.65
Re	31800

$$(\sigma_{Fe} = 7.2 \times 10^5 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}, \rho_{Fe} = 7000 \text{kg/m}^3, \mu_{Fe} = 0.005 \text{Pa}\cdot\text{s})$$


 Fig. 6. Values of  $\eta$  as a function of  $z$  and values of  $\eta$  at the exit of pipe as a function of electrical power ratio for the tundish heater.

場合の  $\eta$  と  $z$  との関係を示したものであるが、粒径  $60 \mu\text{m}$  以上の介在物は円管の出口に至るまでに 95% 以上除去できることがわかる。また図の上部に記した横軸は投入電力比であるが、投入電力が減少しても管出口における大粒径介在物の  $\eta$  は比較的高い値を保っている。このように、すでに実用化されている装置の操作条件下で介在物除去の可能性が理

† 2 円管の両端では電流経路は湾曲する。本計算ではこの端効果を無視した。

論的に示されたことは、本法の有効性を支持するものと考えられる。

なお、Table 1の溶鋼流量の条件では、管レイノルズ数は約32000となり、その流れは乱流であると考えられる。もし乱流が壁の極く近傍における粒子の壁付着プロセスを阻害しなければ、乱流拡散によって内部の介在物をピンチ力の大きい壁近傍に運ぶプラスの効果を示すはずである。この場合には $\eta$ は栓流モデルによる計算値に近い値を示すと考えられ、層流の場合よりも大きくなると予想される(Fig. 2参照)。しかしながら乱流中の粒子挙動には未解明の点が多く、今後の実験的研究が是非必要である。

#### 4. 結言

断面が円形の管状流路内の溶融金属に交流電流を印加し、それによって発生するピンチ力を利用して非導電性の介在物粒子を除去する方法について、粒子の壁付着による除去効率を理論的に考察した。得られた結果は以下の通りである。

- (1) 粒子の除去効率 $\eta$ は3つの無次元パラメータ、 $V_R$ 、 $(C_1 D_R^2 / Re)Z$ および $r_1 / \delta$ によって決定されることを示した。
- (2) 栓流モデルによる $\eta$ の計算値は軌道理論によるそれよりも大きい値を示した。
- (3)  $\eta$ は $(C_1 D_R^2 / Re)Z$ の増加とともに曲線的に増加した。
- (4)  $\eta$ は $V_R$ および $r_1 / \delta$ の増加とともに減少した。
- (5) 誘導加熱方式のタンディッシュヒーターにおける介在物除去効率を推算した。

#### 記号

- $B_\theta$  = 磁束密度 (T)
- $C$  = 粒子濃度 ( $1/m^3$ )
- $C_0$  = 管入口における粒子濃度 ( $1/m^3$ )
- $C_1 = \mu_e I_{rms}^2 / \rho \nu^2$  (-)
- $d_p$  = 粒子径 (m)
- $D_R = d_p / 2r_1$  (-)
- $F$  = 電磁力 ( $N/m^3$ )
- $F_p$  = 粒子に加わる泳動力 (N)
- $F_r$  = 交流電磁力の実効値 ( $N/m^3$ )
- $f$  = (7)式または(14)式の関数 (-)
- $G_a = r_1^3 g / \nu^2$  (-)
- $H_c = h_c / r_1$  (-)
- $h_c$  = ピンチ効果の発生する限界液高さ (m)
- $I_{rms}$  = 交流電流の実効値 (A)
- $J$  = 電流密度 ( $A/m^2$ )
- $p$  = 圧力 (Pa)
- $p_a$  = 大気圧 (Pa)
- $R = r / r_1$  (-)
- $Re = 2r_1 \bar{w} / \nu = r_1 w_m / \nu$  (-)

- $r$  = 半径方向距離 (m)
- $r_1$  = 円管の半径 (m)
- $t$  = 時間 (s)
- $v_{Pr}$  = 粒子の $r$ 方向への泳動速度 (m/s)
- $v_{Pt}$  = 粒子の終末浮上速度 (m/s)
- $v_{Pz}$  = 粒子の $z$ 方向への速度 (m/s)
- $w$  =  $z$ 方向の液流速 (m/s)
- $\bar{w}$  =  $z$ 方向の平均液流速 (m/s)
- $w_m$  =  $z$ 方向の最大液流速 (m/s)
- $Z = z / r_1$  (-)
- $z$  = 軸方向距離 (m)
- $\alpha = 1 / (6\sqrt{2}\pi^2)$  (-)
- $\beta$  = (A 7)式の係数 (-)
- $\delta = (2 / \mu_e \sigma \omega)^{1/2}$  (m)
- $\eta$  = 粒子の除去効率 (-)
- $\theta$  = 円周方向の角度 (rad)
- $\mu$  = 粘性係数 ( $Pa \cdot s$ )
- $\mu_e$  = 透磁率 ( $= 4\pi \times 10^{-7}$ ) (H/m)
- $\nu$  = 動粘性係数 ( $m^2/s$ )
- $\xi = \sqrt{2} r_1 / \delta$  (-)
- $\rho$  = 密度 ( $kg/m^3$ )
- $\sigma$  = 導電率 ( $\Omega^{-1}m^{-1}$ )
- $\omega$  = 角周波数 (rad/s)

#### 文 献

- 1) 第126・127回西山記念技術講座(日本鉄鋼協会編), (1988)
- 2) K.H.Tacke and J.C.Ludwig: Steel Research, 58(1987), p.262
- 3) 中島敬治, 川崎守夫: 鉄と鋼, 73(1987), p.852
- 4) N.Bessho, R.Yoda, H.Yamasaki, T.Fujii, T.Nozaki and S.Takatori: ISIJ Int., 31(1991), p.40
- 5) 市橋弘行, 川島康弘, 池田隆果: 鉄と鋼, 71(1985), p.705
- 6) D.Leenov and A.Kolin: J.Chem. Phys., 22(1954), p.683
- 7) A.Alemanly, J.P.Argous, J.Barbet, M.Ivanes, R.Moreau and S.Poinsot: French patent No.804004430, (1980)
- 8) P.Marty and A.Alemanly: Proc. Symp. Int. Union, Metallurgical Applications of Magnetohydrodynamics, Cambridge, UK, (1982), p.245
- 9) 朴 煥杓, 佐々健介, 浅井滋生: 材料とプロセス, 6(1993), p.2
- 10) J.Happel and H.Brenner: Low Reynolds Number Hydrodynamics, (1983), p.330[Martinus Nijhoff Publishers]
- 11) 砂川重信: 理論電磁気学, (1975), p.178[紀伊國屋書店]
- 12) K.Iwata, T.Shumiya, A.Shiraishi, T.Nagahara and I.Yama-shita: 1st European Conference on Continuous Casting, Florence, Italy Sept. 23-25, (1991)
- 13) 吉井 裕, 野崎 努, 垣生泰弘, 上田典弘, 針田 彬, 桜井美弦: 鉄と鋼, 71(1985), p.1474
- 14) 山中 敦, 菅原 健, 井上 隆, 鈴木功夫, 工藤一郎, 柏倉義光, 前出弘文: 材料とプロセス, 5(1992), p.202
- 15) 藤本英明, 齋藤 忠, 清水基良, 清川雅充, 入谷英樹, 西 誠治: 鉄と鋼, 77(1991), p.1649
- 16) 和田 要, 竹内栄一, 安藤憲三, 北峯誠二, 森 英朗, 野田郁郎: 鉄と鋼, 73(1987), S687

#### 付録 ピンチ効果に関する検討

静圧が小さいと、ピンチ力によって溶融金属が絞られて破断に至るピンチ効果が発生する<sup>16)</sup>。この効果が現れる限界

条件を考察してみる。いま水平に設置された円管流路の上流側に溶融金属槽があり、その槽内の溶融金属自由表面が円管の中心軸から  $h$  の高さに保持されている場合を考える。摩擦や流路の縮小による圧力損失を無視し、自由表面と円管断面との間にベルヌイの式を適用すると、次式が得られる。

$$p - p_a = \rho gh - \rho \bar{w}^2 / 2 \quad \dots\dots\dots (A 1)$$

ここに  $p$  は円管内の圧力、 $p_a$  は大気圧である。この圧力がピンチ力による圧力よりも小さければピンチ効果が発生する。ピンチ力と圧力との関係は次式で示される。

$$dp/dr = F_r \quad \dots\dots\dots (A 2)$$

(A 2) 式に (7) 式を代入し、 $r = 0 \sim r$  で積分すると (A 3) 式が得られる。

$$p - p_a = -\frac{\mu_e I_{rms}^2}{4\sqrt{2} \pi^2 r_1^2} \int_R^1 f(\xi, R) dR \quad \dots\dots\dots (A 3)$$

ここに  $r = r_1$  における圧力は、溶融金属が壁面から離れることを考慮して  $p(r_1) = p_a$  とした。

(A 3) 式による圧力の最大値 ( $R = 0$ ) と (A 1) 式とを等置すれば、ピンチ効果の発生し始める限界液高さ  $h_c$  が求められる。その式を無次元表示すると次式となる。

$$H_c = (Re^2/2 + \beta C_1/\pi^2)/4Ga$$

$$\beta = -\frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^1 f(\xi, R) dR \quad \dots\dots\dots (A 4)$$

ここに  $H_c = h_c/r_1$  で、 $Ga = r_1^3 g/\nu^2$  である。

(A 4) 式の  $\beta$  を種々の  $r_1/\delta$  について求めると、Table A1 のようになる。表より  $r_1/\delta < 1$  では  $\beta = 1$  であるが、 $r_1/\delta > 1$  になると  $\beta$  は  $r_1/\delta$  の増加につれて小さくなっている。

Fig. 6 のタンデイスチューヒーターの条件で  $H_c$  を求めると  $H_c = 6$  となり、 $h > 0.3m$  であればピンチ効果は起こらないことがわかる。

Table A1. Values of  $\beta$  in Eq. (A4).

$r_1/\delta$	$\beta$	$r_1/\delta$	$\beta$
0.1	1.0000	3	0.7718
0.5	0.9996	4	0.6782
1	0.9932	5	0.6300
2	0.9141	6	0.6027