

溶融合金の粘度推定式

平 居 正 純*

Estimation of Viscosities of Liquid Alloys

Masazumi HIRAI

Synopsis :

The effects of composition and temperature on viscosities of liquid metals have been studied by systematical analysis of data from the literatures in order to estimate the viscosities of liquid alloys. The viscosities of liquid alloys are expressed by the following equations :

$$\eta = A \exp\left(\frac{B}{RT}\right) \quad [\text{mPa}\cdot\text{s}]$$

$$A = \frac{1.7 \times 10^{-4} \rho^{2/3} T_m^{1/2} M^{-1/6}}{\exp\left(\frac{B}{RT_m}\right)} \quad [\text{mPa}\cdot\text{s}]$$

$$B = 2.65 T_m^{1.27} \quad [\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}]$$

where ρ is the density of alloy [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$], T_m is the absolute temperature of liquidus [K], M is atomic weight [$\text{kg}\cdot\text{mol}^{-1}$], and R is gas constant [$8.3144 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$]. Calculated values from the above equations for the viscosities of various liquid binary alloys were in good agreement with their experimental data from the literatures. Using these equations, it will be possible to estimate viscosity for any liquid alloy at any temperature.

Key words : viscosity ; liquid metal ; liquid alloy ; pure liquid metal ; estimation.

1. 結 言

溶融金属の粘度は精錬過程または casting や凝固時などの現象や溶体の挙動に影響を与える重要な物性値の一つである。溶融金属の粘度については古くから多くの研究者によって研究されているが、実験的取扱いの困難さなどのため測定者による不一致がきわめて大きく、その値の信頼性は高いとはいえない。また、合金系の粘度測定値は成分および温度が限られたものしかなく、特に多元系合金の測定値はほとんどなく、溶鋼などの高融点金属の測定値も少ない。一方、溶融金属の粘度を推定するための実験式や理論式は多く提案されているが、合金または多元系合金の粘度についての一般的な計算式はない。そこで、溶融金属の粘度におよぼす成分および温度の影響について、文献に見られる各種金属および二元系合金の測定粘度のデータ^{1)~3)}を解析検討し、各種合金の溶融状態の粘度と組成および温度との間の系統的な関係を求め、実測値のない組成や温度の溶融合金の粘度が推定できる計算式を導出した。

2. データの出典

ここで解析したデータは F. D. RICHARDSON 著の“Physical Chemistry of Metals in Metallurgy”¹⁾の中 Ag-Sn, Mg-Sn, Al-Cu 合金および学振 140 委員会編の“Handbook of Physico-Chemical Properties at High Temperature” (ISIJ)²⁾の中 Sb-Te, Bi-Te, Fe-Ge, Cu-Sn, Cu-Bi, In-Ag, Sn-Ag, Sb-Ag, Ag-Sn 系合金と各種純金属、および WALSDERFER, ALPHOFEN ら³⁾の In-Sn, In-Bi 系合金の各種温度での粘度の測定データを使用した。

3. 解析結果

3.1 溶融合金の粘度と温度の関係

文献に見られる各合金の粘度データの一例として Ag-Sn 系合金について状態図と対応し Fig. 1¹⁾に示し、各成分における粘度 η [mPa·s] と温度 T [K] の関係を Fig. 2 に示す。

温度が高いほど粘度が低くなる傾向があり、液相線温度からの過熱度が高くなりすぎない範囲において、

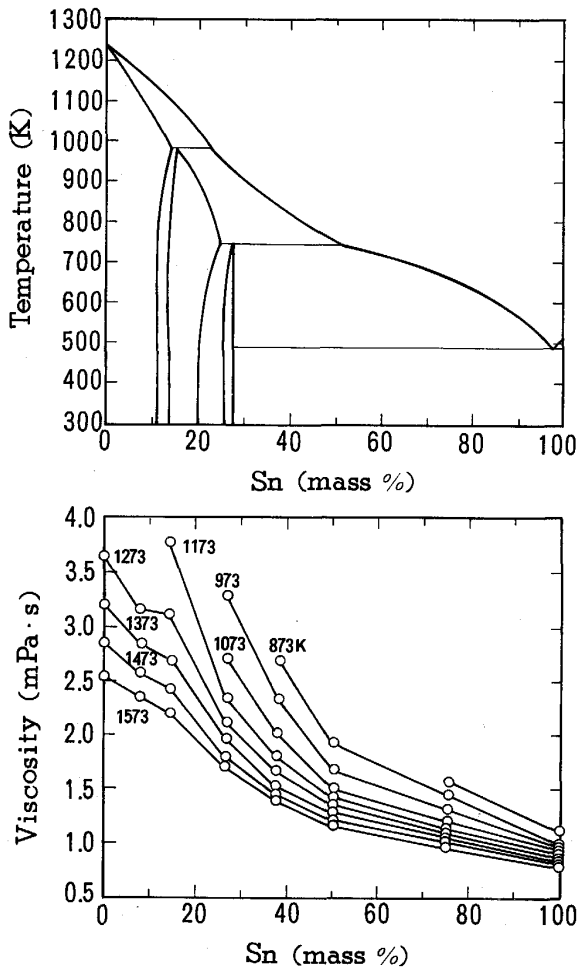


Fig. 1. Effect of temperature and composition on viscosities of Ag-Sn alloy¹⁾¹⁹⁾.

$\ln \eta$ と $1/T$ との関係ではほぼ直線関係が見られ、溶融合金においても、従来の液体粘度と温度との一般的な Arrhenius の関係式の

$$\eta = A \exp(B/RT) \dots \dots \dots (1)$$

A, B: 定数で整理できる。

各合金とも温度が低くなれば粘度は高くなるが、液相線温度近くの低温になっても溶融している限りその粘度は比較的小さい。

上記関係の $\ln \eta$ と $1/T$ との直線関係の Y 軸を横切る切片 A 値、および勾配の値 (= B/R) は溶融合金の組成によって異なっている。

3.2 溶融合金の各温度における粘度計算式の導出

溶融金属の粘度と温度の関係式(1)式における A および B 値について、各種の純金属と二元系合金の文献値²⁾、および文献データから解析した値の例を Table 1 に示す。

ANDRADE⁴⁾は融点近傍の溶融金属の粘度 η に対し、擬結晶理論 (Quasi-crystalline theory) にもとづいた半理

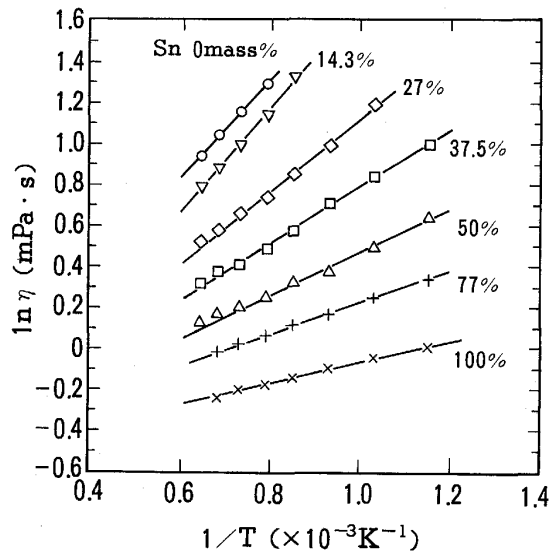


Fig. 2. Viscosities of liquid Ag-Sn alloys as a function of temperature.

論式、すなわち、融点での溶融金属の原子は固体状態と同じ配列で方向性のない無秩序な振動をし、溶融金属の粘度はこの原子振動の運動量の伝達によって生じるものとした粘度式(2)式を提案し、(2)式の固有振動数 ν については LINDEMAN の(3)式⁵⁾を採用し(4)式を導出している。

$$\eta_m = C_1 \nu M / a \dots \dots \dots (2)$$

$$\nu = C_2 \left(\frac{T_m}{M V_m^{2/3}} \right)^{1/2} \dots \dots \dots (3)$$

$$\eta_m = C_3 \left\{ \frac{(M T_m)^{1/2}}{V_m^{2/3}} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

ここで、 $\rho_m = M / V_m$ の関係から(4)式は(5)式となる。

$$\eta_m = C_3 \rho_m^{2/3} T_m^{1/2} M^{-1/6} \text{ [mPa·s]} \dots \dots \dots (5)$$

計算を簡単にするため、この(5)式の ρ_m を室温の密度 ρ として、各純金属における $\rho^{2/3} T_m^{1/2} M^{-1/6}$ の値と Table 1 に示す文献値の各金属の融点における測定粘度 η_m との関係を図示すると、Fig. 3 に示すようなきれいな直線関係が見られ、回帰式として次式が得られた。

$$\eta_m = 1.7 \times 10^{-4} \rho^{2/3} T_m^{1/2} M^{-1/6} \text{ [mPa·s]} \dots (6)$$

(相関係数 = 0.95)

(1)式と(6)式の関係から、A 値は(7)式のような関係が得られる。

$$A = \frac{1.7 \times 10^{-4} \rho^{2/3} T_m^{1/2} M^{-1/6}}{\exp\left(\frac{B}{RT_m}\right)} \text{ [mPa·s]} \dots \dots (7)$$

また、各種純金属および合金について(7)式の右辺の B 値に測定値 (文献値) を代入して求めた計算による

Table 1. Viscosities and A, B values of $\eta = A \exp(B/RT)$ of each metal and alloys.

Metal	Measured ²⁾			Calculated			Alloy	Measured ³⁾¹⁸⁾²⁰⁾		Calculated		
	η_m (mPa·s)	A (mPa·s)	B (kJ/mol)	η_m (mPa·s)	A (mPa·s)	B (kJ/mol)		A (mPa·s)	B (kJ/mol)	A (mPa·s)	B (kJ/mol)	
Ag	4.27	0.5885	20.34	4.03	0.456	22.34	Cu-mol% Bi ²⁰⁾	0.384	25.06	0.456	24.9	
Al	1.38	0.2565	13.08	1.83	0.244	15.67						1.1
Au	5.37	1.099	17.62	5.86	0.633	24.72	10	0.314	17.67	0.434	19.8	
Bi	1.59	0.5035	5.192	2.36	0.411	7.899	40	0.296	14.42	0.425	18.6	
Ca	1.10	0.0579	27.51	1.29	0.154	19.85	60	0.530	6.57	0.390	8.98	
Cd	2.50	0.6438	6.698	2.51	0.420	8.831	In-mol% Ag ²⁰⁾	0.673	11.34	0.428	14.0	
Ce	3.25	0.6748	13.97	2.76	0.340	18.60		20	0.516	17.66	0.447	18.6
Cs	0.68	0.0981	4.856	0.63	0.143	3.735		60	0.346	8.74	0.387	9.38
Cu	4.38	0.5287	23.85	4.27	0.457	25.19	80	0.458	14.43	0.427	12.9	
Fe	6.93	0.3147	46.48	4.63	0.414	36.30	Sn-mol% Ag ²⁰⁾	0.442	17.70	0.448	17.0	
Ga	1.95	0.6029	2.880	1.51	0.339	3.754		20	0.288	11.63	0.366	13.9
Hg	2.05	0.5353	2.614	2.00	0.498	2.709		60	0.771	11.30	0.413	12.0
In	1.79	0.4126	5.244	1.90	0.369	5.851	80	0.738	13.64	0.441	15.2	
K	0.57	0.0858	5.289	0.49	0.105	4.295	Sb-mol% Ag ²⁰⁾	0.379	9.11	0.213	13.8	
La	2.66	0.2092	25.22	2.75	0.317	21.41		10	0.477	5.32	0.356	6.43
Li	0.60	0.1386	5.521	0.54	0.103	6.244		90.5	0.437	5.04	0.430	5.39
Na	0.68	0.0846	6.412	0.60	0.124	4.858	In-mol% Bi ³⁾	0.380	5.60	0.375	4.92	
Pb	2.59	0.5078	8.142	2.73	0.455	8.954		7.9	0.391	6.06	0.361	5.73
Pr	2.85	0.9359	11.18	2.93	0.336	21.75		43.1	0.354	6.07	0.368	5.65
Pu	5.95	1.089	12.88	4.76	0.638	15.23	61.3	0.328	6.04	0.368	5.74	
Rb	0.59	0.0906	4.840	0.60	0.134	3.893	In-mol% Sn ³⁾	0.378	6.25	0.370	6.70	
Sb	1.44	0.3042	11.67	2.58	0.348	15.04		12.4				
Sn	1.87	0.4670	5.833	2.05	0.370	7.185		59.3				
Tl	2.59	0.5242	7.638	2.76	0.470	8.486	85.6					
U	6.57	0.4849	30.45	5.77	0.605	26.36						
Yb	2.67	0.1974	23.77	2.75	0.333	19.25						
Zn	3.50	0.5266	10.91	2.61	0.405	10.73						
Zr	3.5			4.07								

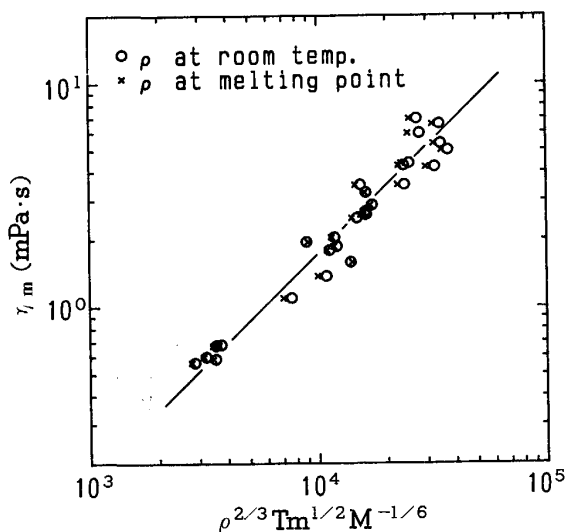


Fig. 3. Relationship between melting-point viscosities and $\rho^{2/3} T_m^{1/2} M^{-1/6}$ of various pure liquid metals.

$\rho^{2/3} T_m^{1/2} M^{-1/6} / \exp\left(\frac{B}{RT_m}\right)$ の値 (合金の場合の ρ と M は純金属の $\rho^{8)}$ と $M^{11)}$ を用いて合金組成の単純な加重平均で求めた。) と文献に見られる測定値の A 値との関係を Fig. 4 に示すが、純金属、各種合金ともよく一致した直線関係が得られ、 A 値は純金属および合金とも同じ(7)式で統一的に整理できることがわかった。

また、これらの各金属の B 値と液相線温度との関係を Fig. 5 に示すが、各種純金属および合金とも両対

数で同じ直線関係があることがわかった。この関係の回帰式を求めた結果、(8)式の関係が得られた。

$$B = 2.65 T_m^{1.27} \text{ [J}\cdot\text{mol}^{-1}] \dots\dots\dots (8)$$

(純金属の場合の相関係数 = 0.96)

すなわち $\eta = A \exp(B/RT)$ における A の値は各合金の $\rho^{2/3} T_m^{1/2} M^{-1/6} / \exp\left(\frac{B}{RT_m}\right)$ の値によって、また B の値は各合金の液相線温度によって左右されているといえる。

以上の関係から溶融合金の粘度計算式として次式が得られた。

$$\eta = A \exp(B/RT) \dots\dots\dots (1)$$

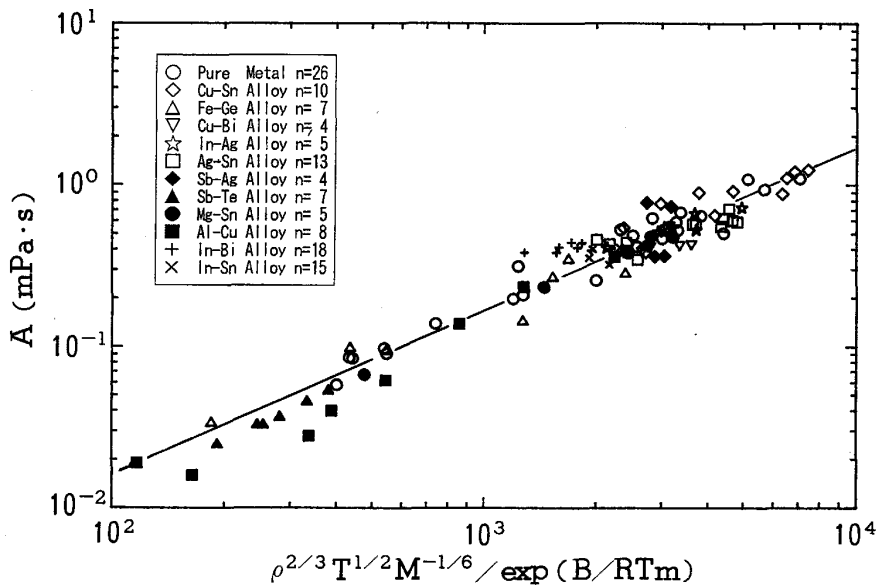
$$A = \frac{1.7 \times 10^{-4} \rho^{2/3} T_m^{1/2} M^{-1/6}}{\exp\left(\frac{B}{RT_m}\right)} \text{ [mPa}\cdot\text{s}] \dots\dots\dots (7)$$

$$B = 2.65 T_m^{1.27} \text{ [J}\cdot\text{mol}^{-1}] \dots\dots\dots (8)$$

この(7)式による A 値の計算値と各文献の測定値との関係を Fig. 6 に示す。計算値と測定値は若干ばらつきが大きいが、純金属および合金ともほぼ一致した値となっている。一方、(8)式による B 値の計算値と測定値との関係を Fig. 7 に示す。 A 値と同様に若干ばらつきはあるが、計算値と測定値はほぼ一致した関係が得られている。なお、この A 値と B 値の計算値を測定値(文献値)と比較し、Table 1 に示す。

3.3 計算値と測定値の比較

先に示した2元系合金の各組成における粘度につい



B: Measured value
 Fig. 4. Relationship between *A* values of $\eta = A \exp(B/RT_m)$ and $\rho^{2/3} T_m^{1/2} M^{-1/6} / \exp(B/RT_m)$ of various metals and alloys.

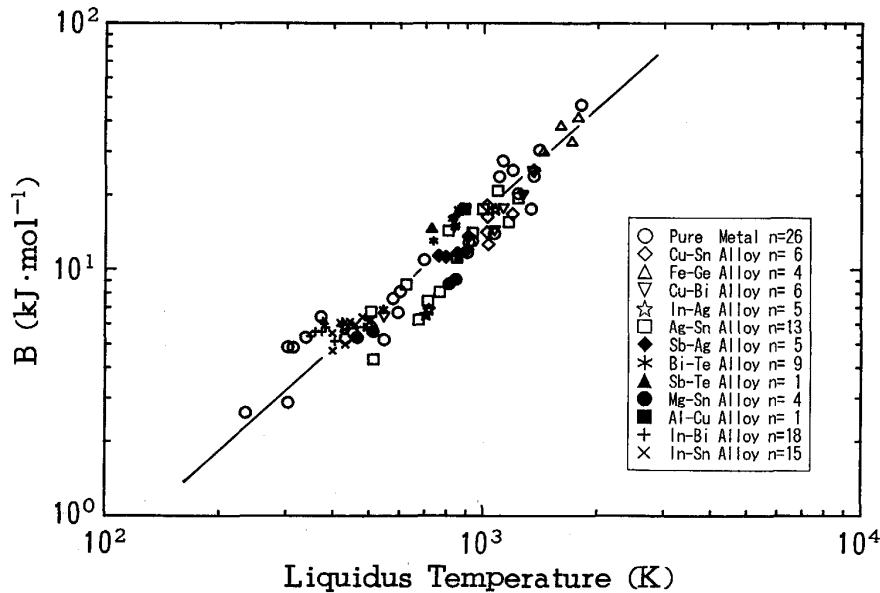


Fig. 5. Relationship between *B* values of $\eta = A \exp(B/RT_m)$ and liquidus temperature of various metals and alloys.

て、上記の関係式から計算した計算値と文献に示されている測定値を比較して Fig. 8 および 9 に示すが、計算値はかなりの精度で測定値に近い値が得られている。

また、各種純金属の融点における粘度と In-Sn, Mg-Sn, Ag-Sn 系 2 元合金の各種組成および各種温度における粘度について、計算値と測定値の関係を Fig. 10 に示すが、純金属、合金ともよく一致している。計算値と測定値の相関係数は 0.95 で標準偏差 *S* は 0.36 [mPa·s] であった。

Fe 系金属の粘度に関する文献データは多くはなく、かつ同一成分の同一温度の粘度でも測定者によって差が大きい。この理由として比較的融点が高く、またるつばや雰囲気などとの反応性が大きいため、正確な粘度測定

が困難なことや粘度の求め方の違い¹¹⁾などが考えられる。文献に見られる Fe-C 系と Fe-Si 系の例について、上記の粘度式から求めた計算値と文献値²⁾⁶⁾を比較した結果は Fig. 11 および 12 となり、粘度におよぼす温度および合金組成の影響として、傾向的には計算値と測定値はよく一致している。しかし、若干絶対値に差が見られ、全般的に測定値が計算値に比べ高目のものが多い。これは粘度測定時の試料の酸化やスラグの影響など測定精度上の問題、および統計的に求めた(7)、(8)式の精度の問題によるものと考えられる。

4. 考 察

粘度は拡散などと同じく非平衡状態の物性値であり、

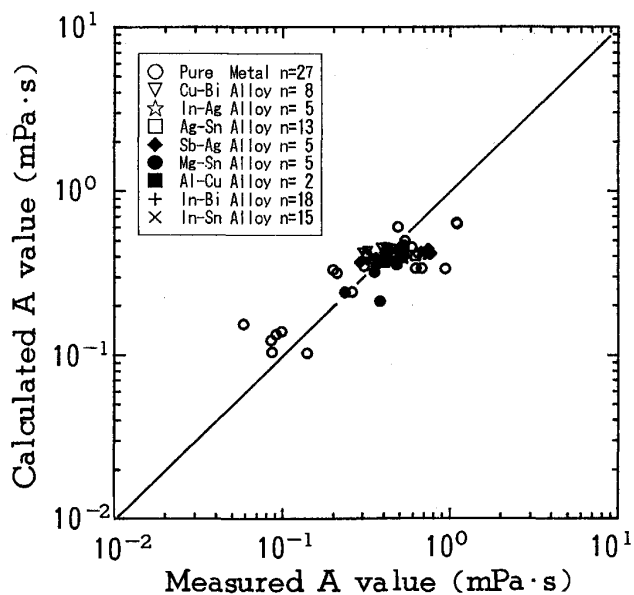


Fig. 6. Comparison of calculated and measured A values of $\eta = A \exp(B/RT_m)$ of various metals and alloys.

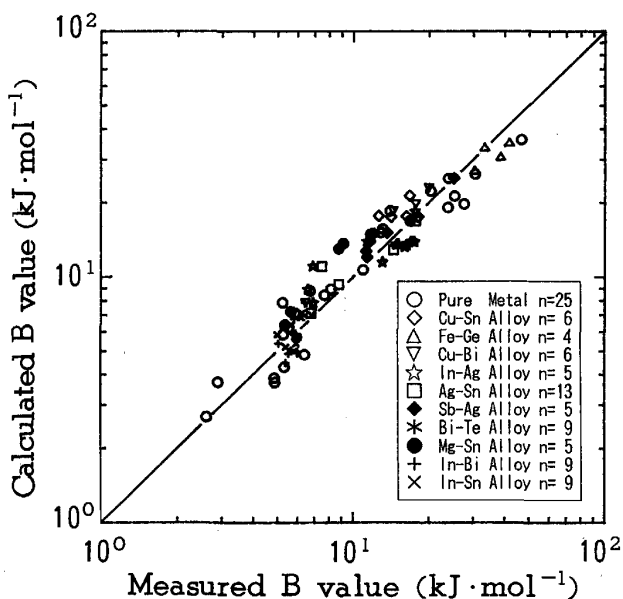


Fig. 7. Comparison of calculated and measured B values of $\eta = A \exp(B/RT_m)$ of various metals and alloys.

流動状態にある流体に対して定義された物理量で、温度、組成、構造などの変化を敏感に反映する。しかし、溶融合金の構造はもとより液体の構造に関する理論的説明は難しく、気体のような粘度に関する汎用性のある理論式の導出は困難である。しかし、溶融合金（純金属）の粘度式の導出の試みは古くから行われ種々の理論式または実験式が提示されている。その中で適用範囲が広く比較的測定値とよく一致するものとして、統計力学的な理論式である二体分布関数理論に基づく BORN, GREEN

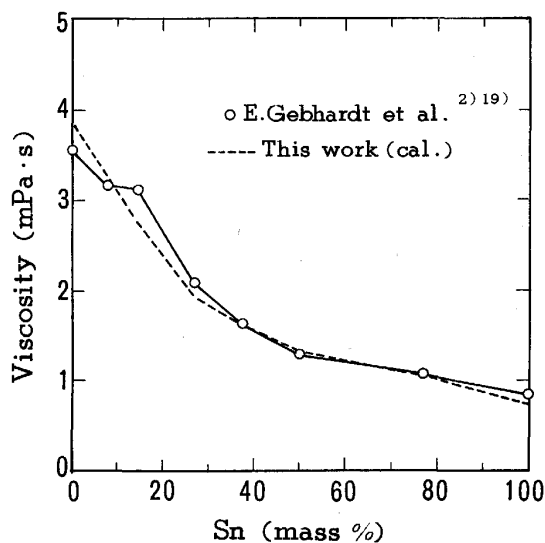


Fig. 8. Comparison of calculated and measured viscosities of Ag-Sn alloys at 1273 K.

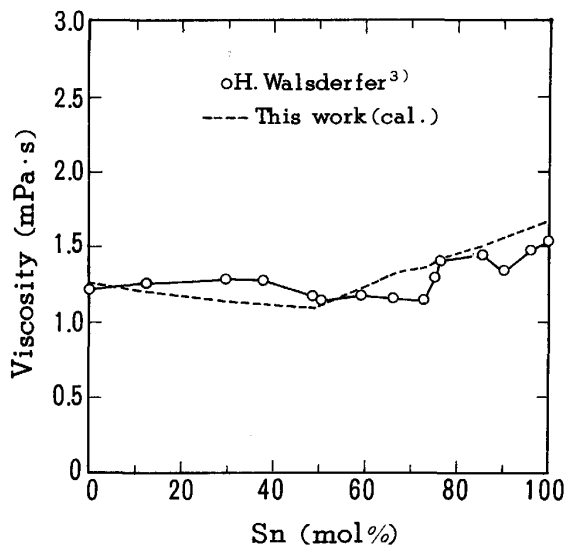


Fig. 9. Comparison of calculated and measured viscosities of In-Sn alloys at 573 K.

(1947)⁷⁾による(9)式、および半理論式である相応状態 (Corresponding states) の理論に基づく PASTERNAK (1972)⁹⁾や早稲田、大谷 (1975)¹⁰⁾による(10)式と前述した擬結晶モデル (Quasi-Crystalline model) での原子振動理論に基づき係数を測定値から求めた ANDRADE (1934)⁴⁾の(11)式などがあげられる¹¹⁾。

$$\eta = \frac{\pi}{15} \left(\frac{M}{kT} \right)^{1/2} n_0 \int_0^x g(r) \frac{\delta\phi(r)}{\delta r} r^4 dr \dots\dots\dots(9)$$

$g(r)$: 二体分布関数

$\phi(r)$: 二体力ポテンシャル

n_0 : 平均原子数密度 (= $\rho N/M$)

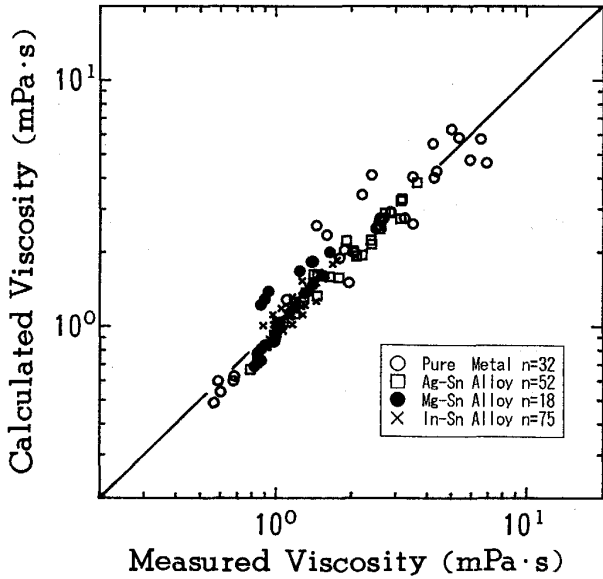


Fig. 10. Comparison of calculated and measured viscosities of various metals and alloys.

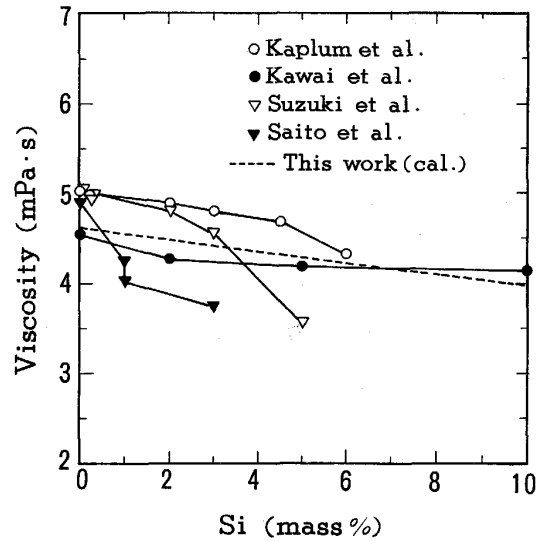


Fig. 12. Viscosities of liquid iron-silicon alloys at 1873 K²⁾.

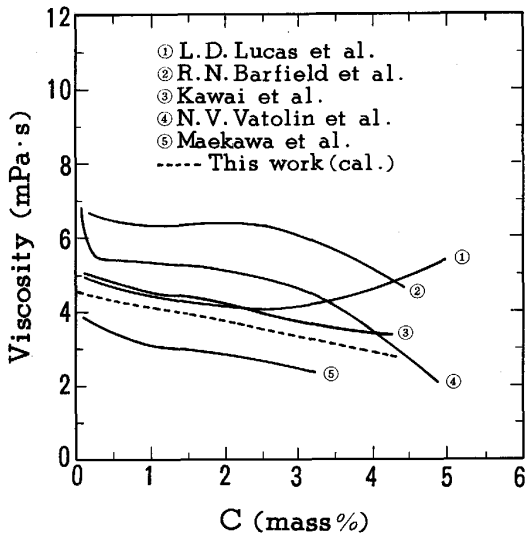


Fig. 11. Viscosities of liquid iron-carbon alloys at 1823 K.

$$\eta = \eta^* (V^*)^{2/3} \frac{(MR\varepsilon)^{1/2}}{N_A^{1/3} V^{2/3}} \dots\dots\dots (10)$$

$$\eta^* = \frac{\eta\sigma^2}{(M\varepsilon)^{1/2}}$$

$$V^* = V / N_A \sigma^3 \quad (\text{Energy parameter})$$

$$\varepsilon/k = 5.2 T_m$$

$$\eta_m = 1.6 \times 10^{-4} \frac{(MT_m)^{1/2}}{V_m^{2/3}} \dots\dots\dots (11)$$

BORN, GREEN の(9)式では数学的に複雑であり、また各金属の二体分布関数を回折実験によって知る必要があるなど溶融金属の一般的な粘度式として利用しにくい。

相応状態理論に基づく(10)式は融点粘度 η_m では ANDRADE の(11)式とほとんど同じとなる。

ANDRADE の(11)式の妥当性については飯田, GUTHRIE¹¹⁾により検討されており、純金属の粘度 η_m は(11)式の係数を 1.8×10^{-4} にすることでよく一致するとしている。

一方、溶融合金の粘度推定式の報告は少なく、純金属の場合と同様に統計力学的理論からの導出が試みられた報告¹²⁾¹³⁾があるが、仮定がいくつか含まれ計算も複雑である。

$$\eta = (X_1\eta_1 + X_2\eta_2) \left[1 - \frac{5X_1X_2(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{X_1\sigma_1^2 + X_2\sigma_2^2} + 2 \left\{ \left(1 + \frac{X_1X_2(\sqrt{M_1} - \sqrt{M_2})^2}{(X_1\sqrt{M_1} + X_2\sqrt{M_2})^2} \right)^{1/2} - 1 \right\} - \frac{0.12X_1X_2\Delta u}{kT} \right] \dots\dots\dots (12)$$

また、飯田, 森田ら¹⁴⁾により混合熱や活量係数などの熱力学的諸量から導出された(12)式があるが、導出過程からその適用範囲は二元系溶融合金の正則溶液、あるいはそれに近い溶液や希釈溶融合金に限定されるもので、一般に利用できる計算式ではないと考えられる。

ANDRADE の式の合金系への適用についての文献はない。ANDRADE の式では液相線温度での密度 ρ_m を知る必要がある。しかし、合金組成によって液相線温度が変化するため、各合金組成における温度と密度の関係が必要となるが、この関係はすべての合金系で解明されているとはいえない。

ここで求めた粘度推定式では室温の密度 ρ を用いた

が、Fig. 3 に示すように純金属では ρ_m による計算値との差はほとんどなく、むしろ Fe などの金属はより測定粘度に近くなり、計算推定精度の点では問題ないと考えられる。ただし、合金の密度として、ここでは簡略化し純金属の密度の単純な加重平均で求めたが、金属間化合物が生成される合金系では金属間化合物の密度を使用した方がより推定精度が上がるものと考えられる。

一方、液体の粘度は温度の上昇とともに低下し、液体粘度の温度による変化を表す式もいろいろ提出されているが、上記のように、ここで溶融合金の粘度と温度の関係について各種合金の文献データを解析した結果、いずれも融点からの過熱度があまり高くない範囲で、一般的な $\eta = A \exp(B/RT)$ の関係で整理できた。

この式の B 値は Arrhenius の式で求められる粘性流動に対するみかけの活性化エネルギーとすることができる³⁾¹⁶⁾。金属の融点は原子の結合・凝集力によって左右される物性値であり、粘性流動の活性化エネルギーがその金属の液相線温度と相関があるということは溶融合金の粘度も原子の結合・凝集力によって左右されていることを意味しているといえる。

B 値と融点 T_m との関係については、純金属について GROSSE¹⁵⁾、飯田、GUTHRIE¹¹⁾ も解析を行い、先に述べたとほぼ同様の関係があることを示しているが、ここでの解析結果から、合金においても純金属と同じ一つの関係があることがわかった。

また、 A 値は合金の種類によって変わり、同じ液相線温度の溶融合金でも $\rho_m^{2/3} T_m^{1/2} M^{-1/6}$ の値が異なれば粘度が異なることがわかった。

以上のように、ここで得られた溶融合金の粘度式(1)、(7)、(8)式による計算値は、一部測定値(文献値)との差が大きいものも見られたが、文献値は種々の実験方法による多くの測定者の値であるとともに、測定に用いられた金属や合金の純度の問題や正確な粘度測定が困難な金属も含まれている点および雰囲気やるつぼの化学反応などの汚染による液相線温度の変動や酸化膜などによる影響、さらに計算に使用した各合金の密度 ρ 、液相線温度 T_m の精度を考慮すれば、良く一致した値が得られているといえる。

なお、溶融 Sn-Pb 合金の共晶組成において、溶融合金の粘度の屈曲点および粘性流動の活性化エネルギー B 値に極小点が存在するのは溶融合金中のクラスター(原子の共有結合型の集団)の形成の影響という報告¹⁷⁾もあるが、Fig. 13 に示すように上記の式による計算値でも共晶点で同様の現象が見られており、この現象は共晶点での液相線温度の屈曲の存在で説明できる。

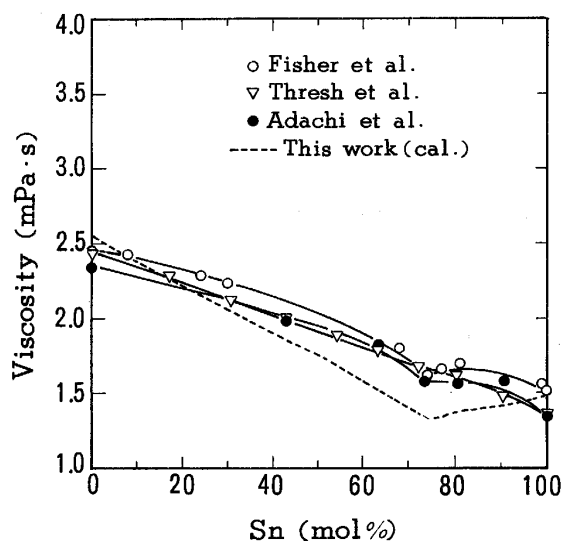


Fig. 13. Viscosities of liquid Sn-Pb alloys at 573 K.

ここで解析した粘度データは各種純金属と2元系合金であるが、いずれも同じ粘度式でよく一致しており、多元系合金についてもこの粘度式で計算推定できるものと考えられる。粘度式(1)式の A 値と B 値を決める ρ 、 M および T_m はよく知られた各金属の基本的な物理的性質であり、その値は多元系合金でも比較的容易に計算や測定で求めることができる。

すなわち、上記の粘度式から測定値のない合金や組成および各温度の溶融合金の粘度も簡単に計算で推定できるとともに、測定が不可能な固液共存状態の凝固中の残溶湯の粘度の挙動も推定できると考えられる。

5. 結 言

溶融合金の粘度におよぼす組成および温度の影響について、文献に見られる各合金の粘度値のデータを系統的に解析し、次のような結果が得られた。

(1) 溶融合金の粘度と温度の関係は、液相線温度からの過熱度があまり大きくない温度範囲において、通常の液体と同様に $\eta = A \exp(B/RT)$ の関係がある。

(2) 溶融合金の温度と粘度の関係式の B の値は合金の液相線温度によって決まり、 A の値は、その合金の物理的性質によって決まる値となっている。

(3) すなわち、溶融合金の粘度推定式として

$$\eta = A \exp\left(\frac{B}{RT}\right) \quad [\text{mPa}\cdot\text{s}]$$

$$A = \frac{1.7 \times 10^{-4} \rho^{2/3} T_m^{1/2} M^{-1/6}}{\exp\left(\frac{B}{RT_m}\right)} \quad [\text{mPa}\cdot\text{s}]$$

$$B = 2.65 T_m^{1.27} \text{ [J} \cdot \text{mol}^{-1}]$$

が得られた。

(4) 数種の二元系合金における熔融金属の粘度について、その計算値と測定値を比較した結果かなりよく一致した。この式から測定値のない組成や温度および多元系合金の粘度も容易に推定できるとともに凝固中の残溶湯の粘度の挙動も推定できると考えられる。

記号

η : 熔融金属または溶融合金の粘度 [mPa·s]
 η_m : 液相線温度での粘度 [mPa·s]
 ν : 原子の固有振動数
 M : 金属または合金の質量 [kg·mol⁻¹]
 T : 熔融金属または溶融合金の温度 [K]
 T_m : 熔融金属の融点または溶融合金の液相線温度 [K]
 a : 平均原子間距離 = $(V/N_A)^{1/3}$
 V : 原子容 [m³·mol⁻¹]
 V_m : 液相線温度での原子容 [m³·mol⁻¹]
 N : 原子数
 N_A : Avogadro 数
 k : Boltzmann 定数
 R : 気体定数 [= 8.3144 J·mol⁻¹·K⁻¹]
 ρ : 金属または合金の常温における密度 [kg·m⁻³]
 ρ_m : 金属または合金の液相線温度における密度 [kg·m⁻³]
 ϵ : 特性エネルギー
 Δu : 交換エネルギー [= $\Delta H / (X_1 X_2 N_A)$]
 X_1, X_2 : 成分 1, 2 のモル分率 [$X_1 + X_2 = 1$]
 ΔH : 混合熱
 σ : 剛体球の直径
 r : 半径方向の距離
 σ_1, σ_2 : 成分 1, 2 の剛体球の直径 (Pauling のイオン半径)
 η_1, η_2 : 成分 1, 2 の粘度

M_1, M_2 : 成分 1, 2 の質量
 C_1, C_2, C_3 : 定数

文 献

- 1) F. D. RICHARDSON: Physical Chemistry of Metals in Metallurgy (1974), p. 18 [Academic Press]
- 2) Handbook of Physico-Chemical Properties at High Temperatures (日本学術振興会第 140 委員会, 日本鉄鋼協会編) (1988), p. 93
- 3) H. WALSDERFER, I. ALPSHOFEN and B. PRODEL: Z. Metallkd., **79** (1988), p. 503
- 4) E. N. DA and C. ANDRADE: Phil. Mag., **17** (1934), p. 497
- 5) F. A. LINDEMAN: Phys. Z., **11** (1910), p. 609
- 6) 溶鉄と溶滓の物性値便覧 (鉄鋼基礎共同研究会溶鉄・溶滓部会編) (1972), p. 32
- 7) M. BORN and H. S. GREEN: Proc. Roy. Soc., **A190** (1947), p. 455
- 8) 金属データブック改訂 2 版 (日本金属学会編) (1984), p. 9 [丸善]
- 9) A. D. PASTERNAK: Phys. Chem. Liquids., **3** (1972), p. 41
- 10) 早稲田嘉夫, 大谷正康: 鉄と鋼, **61** (1975), p. 46
- 11) T. IIDA and R. I. L. GUTHRIE: The Physical Properties of Liquid Metals (1988), p. 147 [Oxford]
- 12) Y. OKAJIMA and M. SHIMOJI: Trans. Jpn. Inst. Met., **13** (1972), p. 255
- 13) M. SHIMOJI: Liquid metals (1977), p. 231 [Academic Press]
- 14) 飯田孝道, 上田 満, 森田善一郎: 鉄と鋼, **62** (1976), p. 1169
- 15) A. V. GROSSE: J. Inorg. Nucl. Chem., **23** (1961), p. 333
- 16) V. N. ZAMARAIEV, E. S. LEVIN, M. S. PETRUSHEVSKII and P. V. GELD: Izv. Vuz. Chernaya Met. (1976) **12**, p. 8
- 17) 足立 彰, 荻野喜清, 白石昌司: 日本金属学会誌, **36** (1972), p. 927
- 18) E. GEBHARDT, M. BECKER and H. SEBASTIAN: Z. Metallkd., **46** (1955), p. 90, p. 669
- 19) E. GEBHARDT, M. BECKER and H. TRAGNER: Z. Metallkd., **44** (1953), p. 379
- 20) M. G. FROBERG and K. OEZBAGI: Z. Metallkd., **72** (1981), p. 630