

クラッド材および複合組織鋼の r 値の 弾塑性計算モデル

坂 木 庸 晃*

Elasto-plastic Models for Evaluating r Value of Clad Sheets and Dual-Phase Steels

Tsuneaki SAKAKI

1. 結 言

クラッド材および複合組織鋼の r 値¹⁾と降伏応力および変形応力を構成相の r 値と降伏応力および変形応力から計算する方法について解説する。具体的には、サンドイッチ構造のクラッド材とフェライト-マルテンサイト複合組織鋼を対象に考えている。

クラッド材の変形応力については、HAWKINS and WRIGHT²⁾が、等歪みを仮定した強度に関する混合則によって表皮材と芯材の変形応力から見積もることができることを示している。SEMIATIN and PIEHLER³⁾は、クラッド材の r 値と変形応力を HILL の直交異方性降伏理論⁴⁾に基づいて解析した。彼らは、表皮材と芯材は板法線に関して回転対称の塑性異方性をもつ剛塑性体であると仮定し、横方向の応力も考慮に入れた。彼らのモデルは、クラッド材の変形応力は説明できたが、 r 値については誤差が大きかった。大沢・西村⁵⁾は、純 Al-超塑性 Al 合金クラッド材が扱えるように、SEMIATIN and PIEHLER のモデルを拡張した。このモデルでは、構成相の変形応力を歪みと歪み速度の関数とし扱い、引張方向と直角方向の r 値を計算に取り入れている。クラッド材の r 値の計算値は実験値と良く合っている。彼らは r 値に関する混合則を提案している。

複合組織鋼の r 値に関しては、KURIHARA ら⁶⁾⁷⁾、SUDO ら⁸⁾、HU⁹⁾、HUTCHINSON¹⁰⁾¹¹⁾の実験があり、マルテンサイトの体積率が増加すると複合組織鋼の r 値が低下すること、また焼もどしによってマルテンサイトが軟化すると複合組織鋼の r 値が上昇することが報告されている。このような事実に基づいて、KURIHARA ら⁶⁾⁷⁾は、フェライトとマルテンサイトの強度差に起因する内部応力の

横方向成分の差が複合組織鋼の r 値に影響を与えることを示唆した。複合組織鋼の r 値に関する理論としては、HUTCHINSON のモデル¹⁰⁾¹¹⁾がある。

この解説では、第 2 章と第 3 章で著者らが開発したクラッド材の弾塑性モデル¹²⁾を、第 4 章で複合組織鋼のモデル¹³⁾を紹介する。両モデルは、塑性的に等方性の延性 2 相合金の降伏と歪み硬化を扱った TOMOTA らのモデル¹⁴⁾を、塑性異方性をもつ複合組織鋼およびクラッド材に拡張したものである。両モデルでは、歪み増分法によってクラッド材あるいは複合組織鋼の強度と r 値を構成相の強度と r 値から歪み増分法で計算する方法を示すと共に、強度と r 値に関する簡便な混合則とそれを導きだした根拠を示す。

2. クラッド材の応力状態と基本的関係式

1 枚のクラッド材を考えよう。このクラッド材は 1 枚の平らな板の芯材と 2 枚の同じ厚さの板の表皮材からなると仮定しよう。2 枚の表皮材は芯材の両面に接着されている。クラッド材の厚さは $2d$ 、芯材の厚さは $2c$ 、各表皮材の厚さは $d-c$ であると仮定しよう。芯材と表皮材は面内で無限に広がっていると仮定しよう。ここで、3 種類の座標系を設けよう。すなわち、試験片座標系 z_p ($p=1, 2, 3$)、表皮材材料座標系 x_i ($i=1, 2, 3$)、芯材の材料座標系 y_m ($m=1, 2, 3$) である。 x_3, y_3 および z_3 軸は互いに一致しており、クラッド材の板に垂直である。三つの座標系の原点は芯材の中央に位置している。その他の座標軸は板と平行である。方向余弦を次のように定義する。

$$l_{pi} (z_p - x_i \text{ 軸間}) \quad m_{pm} (z_p - y_m \text{ 軸間}) \\ n_{mi} (y_m - x_i \text{ 軸間})$$

平成 2 年 1 月 17 日受付 (Received Jan. 17, 1990) (依頼技術資料)

* 東京都立大学工学部教授 工博 (Faculty of Technology, Tokyo Metropolitan University, 2-1-1 Fukasawa Setagaya-ku, Tokyo 158)

Key words : plastic anisotropy ; r value ; clad sheets ; dual-phase steels ; ductile two-phase alloys.

x_1 軸から z_1 軸までの角度を α , y_1 軸から z_1 軸までの角度を β とする。

2.1 クラッド材の応力状態

表皮材と芯材は弾性的には等方性であるが、相異なる弾性定数をもつと仮定しよう。表皮材のヤング率、剛性率、ポアソン比を、それぞれ E_1, μ_1, ν_1 とする。また、芯材のヤング率、剛性率、ポアソン比を、それぞれ E_2, μ_2, ν_2 とする。

クラッド材の変形過程の任意の時点において、表皮材と芯材がそれぞれ e_{pq}^{PS}, e_{pq}^{PC} という様な塑性歪みを持ち、クラッド材には一様な負荷応力 S_{pq}^A が作用していると仮定する。ここで、これらの塑性歪みと負荷応力は試験片座標系 z_p に関するものである。表皮材の塑性歪みと負荷応力を表皮材の材料座標系 x_i で表すと次のようになる。

$$\sigma_{ij}^{AS} = l_{pi} l_{qj} S_{pq}^A \dots\dots\dots(1a)$$

$$\epsilon_{ij}^{PS} = l_{pi} l_{qj} e_{pq}^{PS} \dots\dots\dots(1b)$$

ここで、同一項内に繰り返し現れる添え字には総和規約を適用する。芯材の塑性歪みと負荷応力を芯材の材料座標系 y_m で表すと次のようになる。

$$\sigma_{mn}^{AC} = m_{pm} m_{qn} S_{pq}^A \dots\dots\dots(2a)$$

$$\epsilon_{mn}^{PC} = m_{pm} m_{qn} e_{pq}^{PC} \dots\dots\dots(2b)$$

このような状態において、表皮材と芯材には一様な負荷応力、表皮材と芯材の弾性定数の違いに起因する一様な内部応力および両層の塑性歪み差に起因する一様な内部応力が作用する。各層の合応力（負荷応力と内部応力の和）は次のように表される。

表皮材の合応力 (x_i 座標系)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11}^S &= f \{ C_1 (n_{m1} n_{n1} \epsilon_{mn}^{PC} - \epsilon_{11}^{PS}) \\ &\quad + C_2 (n_{m2} n_{n2} \epsilon_{mn}^{PC} - \epsilon_{22}^{PS}) \} + \sigma_{11}^{AS*} \\ \sigma_{22}^S &= f \{ C_2 (n_{m1} n_{n1} \epsilon_{mn}^{PC} - \epsilon_{11}^{PS}) \\ &\quad + C_1 (n_{m2} n_{n2} \epsilon_{mn}^{PC} - \epsilon_{22}^{PS}) \} + \sigma_{22}^{AS*} \\ \sigma_{12}^S &= 2f C_3 (n_{m1} n_{n2} \epsilon_{mn}^{PC} - \epsilon_{12}^{PS}) + \sigma_{12}^{AS*} \\ \sigma_{33}^S &= \sigma_{33}^{AS*} \quad \sigma_{23}^S = \sigma_{23}^{AS*} \quad \sigma_{31}^S = \sigma_{31}^{AS*} \end{aligned} \right\} \dots\dots(3)$$

ここで、 $f (=c/d)$ は芯材の体積率であり、 $n_{mi} n_{nj} \epsilon_{mn}^{PS}$ は芯材の塑性歪みを x_i 座標系で表したものの、 σ_{ij}^{AS*} は次に示す修正負荷応力（負荷応力とそれに起因する内部応力の和）である。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11}^{AS*} &= \sigma_{11}^{AS} + f (D_1 \sigma_{11}^{AS} + D_2 \sigma_{22}^{AS} - D_3 \sigma_{33}^{AS}) \\ \sigma_{22}^{AS*} &= \sigma_{22}^{AS} + f (D_2 \sigma_{11}^{AS} + D_1 \sigma_{22}^{AS} - D_3 \sigma_{33}^{AS}) \\ \sigma_{12}^{AS*} &= \sigma_{12}^{AS} + f D_4 \sigma_{12}^{AS} \\ \sigma_{33}^{AS*} &= \sigma_{33}^{AS} \quad \sigma_{23}^{AS*} = \sigma_{23}^{AS} \quad \sigma_{31}^{AS*} = \sigma_{31}^{AS} \end{aligned} \right\} \dots\dots(4)$$

ここで、(3)(4)式中の C_1, C_2, \dots, D_4 は付録に示してある弾性定数である。

また、芯材の合応力 (y_m 座標系) は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11}^C &= -(1-f) \{ C_1 (\epsilon_{11}^{PC} - n_{1i} n_{1j} \epsilon_{ij}^{PS}) \\ &\quad + C_2 (\epsilon_{22}^{PC} - n_{2i} n_{2j} \epsilon_{ij}^{PS}) \} + \sigma_{11}^{AC*} \\ \sigma_{22}^C &= -(1-f) \{ C_2 (\epsilon_{11}^{PC} - n_{1i} n_{1j} \epsilon_{ij}^{PS}) \\ &\quad + C_1 (\epsilon_{22}^{PC} - n_{2i} n_{2j} \epsilon_{ij}^{PS}) \} + \sigma_{22}^{AC*} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{12}^C &= -2(1-f) C_3 (\epsilon_{12}^{PC} - n_{1i} n_{2j} \epsilon_{ij}^{PS}) + \sigma_{12}^{AC*} \\ \sigma_{33}^C &= \sigma_{33}^{AC*} \quad \sigma_{23}^C = \sigma_{23}^{AC*} \quad \sigma_{31}^C = \sigma_{31}^{AC*} \\ &\dots\dots\dots(5) \end{aligned} \right\}$$

$n_{mi} n_{nj} \epsilon_{ij}^{PS}$ は表皮材の塑性歪みを y_m 座標系で表したものの、 σ_{mn}^{AC*} は次に示す芯材の修正負荷応力である。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11}^{AC*} &= \sigma_{11}^{AC} - (1-f) (D_1 \sigma_{11}^{AC} + D_2 \sigma_{22}^{AC} - D_3 \sigma_{33}^{AC}) \\ \sigma_{22}^{AC*} &= \sigma_{22}^{AC} - (1-f) (D_2 \sigma_{11}^{AC} + D_1 \sigma_{22}^{AC} - D_3 \sigma_{33}^{AC}) \\ \sigma_{12}^{AC*} &= \sigma_{12}^{AC} - (1-f) D_4 \sigma_{12}^{AC} \\ \sigma_{33}^{AC*} &= \sigma_{33}^{AC} \quad \sigma_{23}^{AC*} = \sigma_{23}^{AC} \quad \sigma_{31}^{AC*} = \sigma_{31}^{AC} \\ &\dots\dots\dots(6) \end{aligned} \right\}$$

2.2 HILL の理論の基本式

表皮材と芯材はそれぞれ独立に HILL の直交異方性降伏理論⁴⁾に従うと仮定する。そして、異方性の主軸は x_i または y_m 軸に一致していると仮定する。表皮材または芯材の降伏と変形は(3)または(5)式で与えられる合応力に支配される。

2.1.1 表皮材について

x_i 座標系に関する応力 σ'_{ij} を次のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_{11} &= \frac{H^S (\sigma_{11}^S - \sigma_{22}^S) + G^S (\sigma_{11}^S - \sigma_{33}^S)}{F^S + G^S + H^S} \\ \sigma'_{22} &= \frac{F^S (\sigma_{22}^S - \sigma_{33}^S) + H^S (\sigma_{22}^S - \sigma_{11}^S)}{F^S + G^S + H^S} \\ \sigma'_{33} &= \frac{G^S (\sigma_{33}^S - \sigma_{11}^S) + F^S (\sigma_{33}^S - \sigma_{22}^S)}{F^S + G^S + H^S} \\ \sigma'_{12} &= \frac{N^S \sigma_{12}^S}{F^S + G^S + H^S} \quad \sigma'_{23} = \frac{L^S \sigma_{23}^S}{F^S + G^S + H^S} \\ \sigma'_{31} &= \frac{M^S \sigma_{31}^S}{F^S + G^S + H^S} \end{aligned} \right\} \dots\dots(7)$$

ここで、 σ'_{ij} は(3)式で与えられる表皮材の合応力であり、 $F^S, G^S, H^S, L^S, M^S, N^S$ は表皮材の HILL の直交異方性パラメーターである。もし塑性的に等方性ならば、 σ'_{ij} は通常の偏差応力になる。

表皮材の相当応力 $\bar{\sigma}^S$ は次式で表される。

$$\bar{\sigma}^S = \left\{ \frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} \right\}^{1/2} \dots\dots\dots(8)$$

合応力の増分 $d\sigma'_{ij}$ が加えられたときの相当応力増分は次式で与えられる。

$$d\bar{\sigma}^S = \frac{3\sigma'_{ij}}{2\bar{\sigma}^S} d\sigma'_{ij} \dots\dots\dots(9)$$

もし、表皮材の歪み硬化率 $\bar{H}^S (\bar{\epsilon}^S)$ が相当塑性歪み $\bar{\epsilon}^S$ の関数として求まっているならば、表皮材の相当塑性歪み増分 $d\bar{\epsilon}^S$ は(10a)式で、また、対応した塑性歪み増分 $d\epsilon_{ij}^{PS}$ は(10b)式で与えられる。

$$\bar{d\epsilon}^S = \frac{d\bar{\sigma}^S}{\bar{H}^S(\bar{\epsilon}^S)} \dots\dots\dots(10a)$$

$$d\epsilon_{ij}^{PS} = \frac{3\sigma'_{ij}}{2\bar{\sigma}^S} \bar{d\epsilon}^S \dots\dots\dots(10b)$$

今の相当塑性歪み $\bar{\epsilon}^S$ は、歪み経路に沿った次の積分で与えられる。

$$\bar{\epsilon}^s = \int d\bar{\epsilon}^s \dots\dots\dots (11)$$

2.2.2 芯材について

芯材の合応力 σ_{mn}^c を用いて、芯材の材料座標系 y_m に関する応力 σ_{mn}^c を次のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11}^c &= \frac{H^c(\sigma_{11}^c - \sigma_{22}^c) + G^c(\sigma_{11}^c - \sigma_{33}^c)}{F^c + G^c + H^c} \\ \sigma_{12}^c &= \frac{N^c \sigma_{12}^c}{F^c + G^c + H^c} \text{ ほか} \end{aligned} \right\} \dots\dots (12)$$

ここで、 F^c, G^c, \dots, N^c は芯材の異方性を表すパラメーターである。芯材の相当応力 $\bar{\sigma}^c$ は次式で与えられる。

$$\bar{\sigma}^c = \left\{ \frac{3}{2} \sigma_{mn}^c \sigma_{mn}^c \right\}^{1/2} \dots\dots (13)$$

芯材の合応力の増分に起因する相当応力増分 $d\bar{\sigma}^c$ は

$$d\bar{\sigma}^c = \frac{3\sigma_{mn}^c}{2\bar{\sigma}^c} d\sigma_{mn}^c \dots\dots (14)$$

もし、芯材の歪み硬化率 $\bar{H}^c(\bar{\epsilon}^c)$ が相当塑性歪み $\bar{\epsilon}^c$ の関数として求まっているならば、芯材の相当塑性歪み増分 $d\bar{\epsilon}^c$ と対応した塑性歪み増分 $d\epsilon_{ij}^{pc}$ は(15a, b)式で与えられる。

$$\bar{d\epsilon}^c = \frac{d\bar{\sigma}^c}{\bar{H}^c(\bar{\epsilon}^c)} \dots\dots (15a)$$

$$d\epsilon_{ij}^{pc} = \frac{3\sigma_{ij}^c}{2\bar{\sigma}^c} \bar{d\epsilon}^c \dots\dots (15b)$$

今の相当塑性歪み $\bar{\epsilon}^c$ は、次の積分で与えられる。

$$\bar{\epsilon}^c = \int d\bar{\epsilon}^c \dots\dots (16)$$

2.2.3 相当量と引張量の関係

表皮材の相当量と引張量を関係付けるために、次の係数を定義する。

$$\begin{aligned} A^s(\alpha) &= \left[\frac{3(F^s \sin^4 \alpha + G^s \cos^4 \alpha + H^s \cos^2 2\alpha + 2N^s \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha)}{2(F^s + G^s + H^s)} \right]^{1/2} \\ &\dots\dots (17) \end{aligned}$$

異方性パラメーターの値は歪みによらず一定であると仮定する。 z_1 軸 (あるいは α) 方向の 1 軸引張りの実験で求めた引張塑性歪み e_{11}^{ps} , 降伏応力 Y_α^s , 変形応力 S_α^s と相当塑性歪み $\bar{\epsilon}^s$, 相当降伏応力 \bar{Y}^s , 相当応力 $\bar{\sigma}^s$ は次式で関係付けられる。

$$\bar{\epsilon}^s = e_{11}^{ps} / A^s(\alpha) \dots\dots (18a)$$

$$\bar{Y}^s = A^s(\alpha) Y_\alpha^s \dots\dots (18b)$$

$$\bar{\sigma}^s = A^s(\alpha) S_\alpha^s(e_{11}^{ps}) \dots\dots (18c)$$

引張方向 (α 方向) の r 値は次式で表される。

$$r_\alpha^s = \frac{H^s + (2N^s - F^s - G^s - 4H^s) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{F^s \sin^2 \alpha + G^s \cos^2 \alpha} \dots\dots (19)$$

芯材についても、相当量と引張量を関係付けるために、次の係数を定義する。

$$\begin{aligned} A^c(\beta) &= \left[\frac{3(F^c \sin^4 \beta + G^c \cos^4 \beta + H^c \cos^2 2\beta + 2N^c \sin^2 \beta \cos^2 \beta)}{2(F^c + G^c + H^c)} \right]^{1/2} \\ &\dots\dots (20) \end{aligned}$$

異方性パラメーターの値は歪みによらず一定であると仮定する。 z_1 軸 (あるいは β) 方向の 1 軸引張りの実験で求めた引張塑性歪み e_{11}^{pc} , 降伏応力 Y_β^c , 変形応力 S_β^c と相当塑性歪み $\bar{\epsilon}^c$, 相当降伏応力 \bar{Y}^c , 相当応力 $\bar{\sigma}^c$ は次式で関係付けられる。

$$\bar{\epsilon}^c = e_{11}^{pc} / A^c(\beta) \dots\dots (21a)$$

$$\bar{Y}^c = A^c(\beta) Y_\beta^c \dots\dots (21b)$$

$$\bar{\sigma}^c = A^c(\beta) S_\beta^c(e_{11}^{pc}) \dots\dots (21c)$$

引張方向 (β 方向) の r 値は次式で表される。

$$r_\beta^c = \frac{H^c + (2N^c - F^c - G^c - 4H^c) \sin^2 \beta \cos^2 \beta}{F^c \sin^2 \beta + G^c \cos^2 \beta} \dots\dots (22)$$

3. クラッド材の r 値の計算法

3.1 一般的な場合

2 と同じクラッド材を考えよう。初期状態において、クラッド材は無歪み状態にあると仮定する。このクラッド材にしだいに増加する一様な 1 軸引張りの負荷応力 S_{11}^i (z_1 軸方向, α, β 方向) が作用すると仮定する。

3.1.1 初期降伏

初期の弾性状態での表皮材の合応力 σ_{ij}^s と芯材の合応力 σ_{mn}^c は、(1a)(2a)(3)~(6)式を用いて求めることができる。ここで、両層の塑性歪みはゼロに置く。表皮材の相当応力 $\bar{\sigma}^s$ と芯材の相当応力 $\bar{\sigma}^c$ は、(7)(8)(12)(13)式と各層の合応力を用いて求めることができる。もし表皮材の相当応力 $\bar{\sigma}^s$ または芯材の相当応力 $\bar{\sigma}^c$ が表皮材の相当降伏応力 \bar{Y}^s または芯材の相当降伏応力 \bar{Y}^c に達したとき、表皮材または芯材が降伏する。表皮材または芯材の降伏に対応した負荷応力は、それぞれ(23)または(24)式で与えられる。

$$S_{11}^i = \sqrt{\frac{2(F^s + G^s + H^s)}{3B^s}} A^s(\alpha) Y_\alpha^s \dots\dots (23)$$

$$S_{11}^i = \sqrt{\frac{2(F^c + G^c + H^c)}{3B^c}} A^c(\beta) Y_\beta^c \dots\dots (24)$$

ここで

$$\begin{aligned} B^s &= F^s [(1 + fD_1) \sin^2 \alpha + fD_2]^2 + G^s [(1 + fD_1) \cos^2 \alpha + fD_2]^2 + H^s (1 + fD_1)^2 \cos^2 2\alpha \\ &+ 2N^s (1 + fD_1)^2 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha \dots\dots (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B^c &= F^c [1 - (1 - f)D_1] \sin^2 \beta - (1 - f)D_2]^2 \\ &+ G^c [1 - (1 - f)D_1] \cos^2 \beta - (1 - f)D_2]^2 \\ &+ H^c [1 - (1 - f)D_1]^2 \cos^2 2\beta \\ &+ 2N^c [1 - (1 - f)D_1]^2 \cos^2 \beta \sin^2 \beta \dots\dots (26) \end{aligned}$$

式(23)~(26)中のその他の量は 2 で説明したとおりである。もし、(23)式で与えられる S_{11}^i が(24)式で与え

られる値より低ければ、表皮材が先に降伏する。条件が逆なら芯材が先に降伏する。従って、低い方の S_{11}^A がクラッド材の降伏応力となる。以下の計算では、便宜上表皮材が先に降伏すると仮定する。

3.1.2 表皮材の塑性変形

しばらくの間、表皮材のみが塑性変形し芯材は弾性状態に留まる。ある時点で1軸負荷応力 S_{11}^A のもとで、表皮材が ϵ_{ij}^{PS} という塑性歪みを持ち芯材の塑性歪み ϵ_{mn}^{PC} はゼロであると仮定しよう。このとき、表皮材の合応力 σ_{ij}^S 、相当応力 $\bar{\sigma}^S$ および σ_{ij}^S は、式(1a)(3)(4)(7)(8)から求まる。

微小負荷応力増分 dS_{11}^A が与えられ、その結果表皮材に微小塑性歪み増分 $d\epsilon_{ij}^{PS}$ が発生するという変形の1段階を考えよう。この段階での修正負荷応力増分 $d\sigma_{ij}^{AS*}$ は式(1a)(4)を用いて dS_{11}^A の関数として求めることができる。表皮材の合応力増分 $d\sigma_{ij}^S$ は、(3)式を用いて $d\sigma_{ij}^{AS*}$ と $d\epsilon_{ij}^{PS}$ の関数として求まる。 $d\sigma_{ij}^S$ と基本式(9)(10)を用いて、表皮材の相当塑性歪み増分 $d\epsilon^S$ が求まる。すなわち、

$$\overline{d\epsilon^S} = \frac{3}{2} \frac{\sigma_{ij}^S d\sigma_{ij}^{AS*}}{\bar{\sigma}^S H^S + (9f/4\bar{\sigma}^S) U} \dots\dots\dots(27a)$$

ここで

$$U = (C_1\sigma_{11}^S + C_2\sigma_{22}^S)\sigma_{11}^S + (C_2\sigma_{11}^S + C_1\sigma_{22}^S)\sigma_{22}^S + 4C_3\sigma_{12}^S\sigma_{12}^S \dots\dots\dots(27b)$$

式(9)(10)(27)より、 $d\bar{\sigma}^S$ と $d\epsilon_{ij}^{PS}$ が $d\sigma_{ij}^{AS*}$ または dS_{11}^A の関数として求まる。更に、この段階の始めの諸量の値にこの段階で生じた増分を加えることにより、この段階の終わりでの表皮材の塑性歪み、表皮材と芯材の応力状態が求まる。上に述べた計算を繰り返すことによって、芯材が降伏するまでの変形の過程を追っていくことができる。

3.1.3 芯材の降伏

芯材の相当応力 $\bar{\sigma}^C$ が芯材の相当降伏応力 \bar{Y}^C に達すると、芯材が降伏する。

3.1.4 表皮材と芯材の塑性変形

芯材が降伏した後、負荷応力増分 dS_{11}^A を加えたために、表皮材に $d\epsilon_{ij}^{PS}$ 芯材に $d\epsilon_{mn}^{PC}$ という塑性歪み増分が発生したと仮定しよう。修正負荷応力増分 $d\sigma_{ij}^{AS*}$ と $d\sigma_{mn}^{AC*}$ は式(1a)(2a)(4)(6)を用いて dS_{11}^A の関数として求まる。表皮材と芯材の合応力増分 $d\sigma_{ij}^S$ と $d\sigma_{mn}^C$ は、(3)(5)式によって $d\sigma_{ij}^{AS*}$ 、 $d\sigma_{mn}^{AC*}$ 、 $d\epsilon_{ij}^{PS}$ 、 $d\epsilon_{mn}^{PC}$ の関数として表される。式(9)(10)(14)(15)を用いて、表皮材と芯材の相当塑性歪み増分 $d\epsilon^S$ と $d\epsilon^C$ は修正負荷応力増分または負荷応力増分の関数として次のように求まる。

$$\overline{d\epsilon^S} = \frac{3(Q\sigma_{ij}^S d\sigma_{ij}^{AS*} + S\sigma_{mn}^C d\sigma_{mn}^{AC*})}{2(PQ - RS)} \dots\dots\dots(28)$$

$$\overline{d\epsilon^C} = \frac{3(R\sigma_{ij}^S d\sigma_{ij}^{AS*} + P\sigma_{mn}^C d\sigma_{mn}^{AC*})}{2(PQ - RS)} \dots\dots\dots(29)$$

ここで

$$P = \bar{\sigma}^S \bar{H}^S + \frac{9f}{4\bar{\sigma}^S} \{ \sigma_{11}^S (C_1\sigma_{11}^S + C_2\sigma_{22}^S) + \sigma_{22}^S (C_2\sigma_{11}^S + C_1\sigma_{22}^S) + 4C_3\sigma_{12}^S\sigma_{12}^S \} \dots\dots\dots(30)$$

$$Q = \bar{\sigma}^C \bar{H}^C + \frac{9(1-f)}{4\bar{\sigma}^C} \{ \sigma_{11}^C (C_1\sigma_{11}^C + C_2\sigma_{22}^C) + \sigma_{22}^C (C_2\sigma_{11}^C + C_1\sigma_{22}^C) + 4C_3\sigma_{12}^C\sigma_{12}^C \} \dots\dots\dots(31)$$

$$R = \frac{9(1-f)}{4\bar{\sigma}^S} \sigma_{ij}^S \{ (C_1n_{1i}n_{1j} + C_2n_{2i}n_{2j}) \sigma_{11}^C + (C_2n_{1i}n_{1j} + C_1n_{2i}n_{2j}) \sigma_{22}^C + 4C_3n_{1i}n_{2j}\sigma_{12}^C \} \dots\dots\dots(32)$$

$$S = \frac{9f}{4\bar{\sigma}^C} \sigma_{mn}^C \{ (C_1n_{m1}n_{m1} + C_2n_{m2}n_{m2}) \sigma_{11}^S + (C_2n_{m1}n_{m1} + C_1n_{m2}n_{m2}) \sigma_{22}^S + 4C_3n_{m1}n_{m2}\sigma_{12}^S \} \dots\dots\dots(33)$$

いったん $\overline{d\epsilon^S}$ と $\overline{d\epsilon^C}$ が求まると $d\epsilon_{ij}^{PS}$ 、 $d\epsilon_{mn}^{PC}$ 、 $d\bar{\sigma}^S$ 、 $d\bar{\sigma}^C$ とその他のすべての応力の増分が $d\sigma_{ij}^{AS*}$ と $d\sigma_{mn}^{AC*}$ または dS_{11}^A の関数として求まる。さらに、この段階の終わりにおける各応力と歪みの値も求まる。この増分計算を繰り返すことによって、クラッド材の変形を段階を追って追跡していくことができる。

3.1.5 全歪みと r 値

ある時点で、表皮材が合応力 σ_{ij}^S のもとで塑性歪み ϵ_{ij}^{PS} (いずれも x_i 座標系による) をもつと仮定する。芯材は合応力 σ_{mn}^C のもとで塑性歪み ϵ_{mn}^{PC} (y_m 座標系) をもつと仮定する。この状態で、表皮材の弾性歪み ϵ_{ij}^{ES} (x_i 座標系) は、フックの法則と σ_{ij}^S および表皮材の弾性定数から求まる。同様に、芯材の弾性歪み ϵ_{mn}^{EC} (y_m 座標系) は、 σ_{mn}^C と芯材の弾性定数から求まる。試験片座標系 z_p に関するクラッド材の平均塑性歪み e_{pq}^P と全歪み e_{pq}^T は次式で表される。

$$e_{pq}^P = (1-f) l_{pi} l_{qj} \epsilon_{ij}^{PS} + f m_{pm} m_{qn} \epsilon_{mn}^{PC} \dots\dots\dots(34)$$

$$e_{pq}^T = (1-f) l_{pi} l_{qj} (\epsilon_{ij}^{PS} + \epsilon_{ij}^{ES}) + f m_{pm} m_{qn} (\epsilon_{mn}^{PC} + \epsilon_{mn}^{EC}) \dots\dots\dots(35)$$

もし $pq=11, 22, 12, 21$ ならば、極端に扁平な第2相の内部応力の性質から、次式が得られる。

$$e_{pq}^T = l_{pi} l_{qj} (\epsilon_{ij}^{PS} + \epsilon_{ij}^{ES}) = m_{pm} m_{qn} (\epsilon_{mn}^{PC} + \epsilon_{mn}^{EC}) \dots\dots\dots(36)$$

クラッド材の除荷状態での z_1 方向の r 値は、(35)式の e_{pq}^T または(34)式の e_{pq}^P を用いて次式で表される。

$$r = e_{22}^T / e_{33}^T \doteq e_{22}^P / e_{33}^P \dots\dots\dots(37)$$

ここで両層(表皮材と芯材)の弾性歪みは、両層の塑性歪み差に起因する内部応力から計算される。3.4節で幾つかの計算例を示す。

3.2 特別な場合

表皮材と芯材が板法線に関して回転対称な性質であり、 r 値と降伏応力は引張方向に依存しないクラッド材を考えよう。すなわち、 $\alpha, \beta = 0^\circ - 90^\circ$ において

$$r_\alpha^s = r^s \dots\dots\dots (38a)$$

$$r_\beta^c = r^c \dots\dots\dots (38b)$$

$$Y_\alpha^s = Y^s \dots\dots\dots (39a)$$

$$Y_\beta^c = Y^c \dots\dots\dots (39b)$$

両層は完全弾塑性体であると仮定しよう。すなわち

$$\bar{H}^s = 0 \dots\dots\dots (40a)$$

$$\bar{H}^c = 0 \dots\dots\dots (40b)$$

さらに、両層の弾性定数は同じであると仮定しよう。このような場合、 z_1 方向 ($\alpha = \beta = 0^\circ$) の引張りのみを考えればよい。

前節で述べた歪み増分法で計算してみるとわかるのであるが、(38)-(40)式で表される性質をもつ表皮材と芯材の組合せにおいては、降伏直後の r 値は低い降伏応力を持つ層の r 値に等しい。しかし、変形が進むに連れて r 値はしだいに変化し、数パーセントの変形の後一定値に収束し、内部応力も引張歪みに関係なく一定値になる。すなわち、定常状態に入る。定常状態での r 値は次の方法で計算できる。

定常状態では、引張歪みに関係なく負荷応力 S_{11}^s と両層の塑性歪みの差 $e_{pq}^{ps} - e_{pq}^{pc}$ は一定値に保たれ、両層の内部応力と合応力も引張歪みに関係なく一定値になる。従って、両層の塑性歪み増分はクラッド材の平均塑性歪み増分 de_{pq}^p に等しい。すなわち、

$$de_{pq}^{ps} = de_{pq}^{pc} = de_{pq}^p \dots\dots\dots (41)$$

ここで、 r^* を次のように定義する。

$$r^* = de_{22}^p / de_{33}^p \dots\dots\dots (42)$$

HILLの理論⁴⁾の基本的な関係式を用いて、表皮材の r 値 r^s と降伏応力 Y^s 、芯材の r 値 r^c と降伏応力 Y^c 、および r^* との関係を表す式が次のように求まる。

$$\begin{aligned} (r^* - r^s)^2 \left(r^{*2} + r^* + \frac{1+r^c}{2} \right) \frac{1+r^s}{1+2r^s} \{(1-f)Y^s\}^2 \\ = (r^* - r^c)^2 \left(r^{*2} + r^* + \frac{1+r^s}{2} \right) \frac{1+r^s}{1+2r^c} \{fY^c\}^2 \end{aligned} \dots\dots\dots (43)$$

(43)式の解は、次に示す g という因子によって決まる。

$$g = \frac{fY^c}{(1-f)Y^s + fY^c} \dots\dots\dots (44)$$

r^* と g の関係を Fig. 1 に示す。

各曲線の左端は r^s を、右端は r^c を表している。引張歪みが数%以上のとき、歪み増分法で計算したクラッド材の r 値は、 r^* の値と極めてよく一致する。

3.3 混合則

3.1 で述べた歪み増分法による計算例から、表皮材と芯材が任意の異方性を持つ場合でも、両層が降伏した後のクラッド材の変形応力は、次に示す(45)式の混合則によって2~3%の誤差で見積もることができることがわかった。

$$S_{11}^c = (1-f)S_\alpha^s + fS_\beta^c \dots\dots\dots (45)$$

ここで、 S_{11}^c はクラッド材の見かけの変形応力、 S_α^s

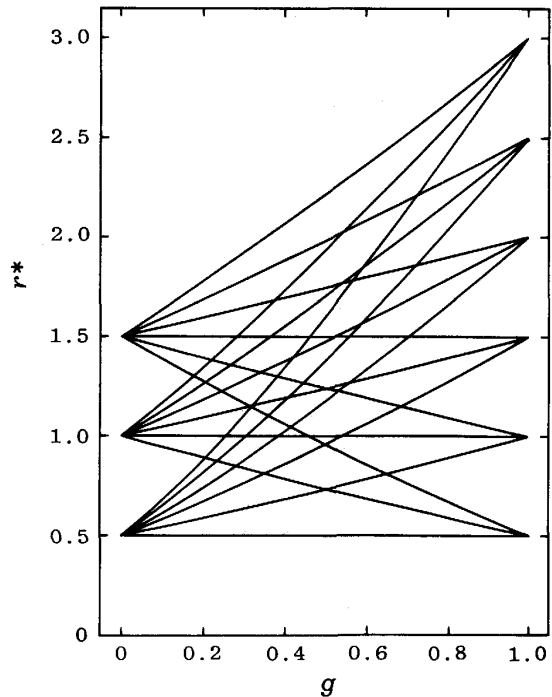


Fig. 1. Relation between r^* and g in clad sheets. The left end of each curve represents r value of surface layers, and the right end does r value of core.

と S_β^c はそれぞれ表皮材と芯材の α または β 方向の1軸引張りの変形応力であり、いずれも今考えている引張歪みにおける値である。(45)式の有効性は HAWKINS and WRIGHT²⁾ および SEMIATIN and PIEHLER³⁾ によって報告されている。

もうひとつは、 r 値に関する混合則である。すなわち、

$$r' = \frac{r_\alpha^s(1-f)S_\alpha^s + r_\beta^c f S_\beta^c}{(1-f)S_\alpha^s + f S_\beta^c} \dots\dots\dots (46)$$

ここで、 r_α^s と r_β^c は表皮材と芯材の引張方向の r 値で引張歪みに依存しない一定値であると仮定する。 r' は、今考えている引張歪みにおけるクラッド材の見かけの r 値である。表皮材と芯材の変形応力は今考えている引張歪みにおける値である。(46)式は、Fig. 1 に示された r^*-g 曲線がほぼ直線であることから導き出されたものである。大沢と西村⁵⁾ は、 r 値に関する混合則の有効性を実験で示している。

しかし、(46)式の適用は限られている。すなわち、表皮材と芯材の r 値と変形応力が次に示す三つの条件を同時に満たすときに限って、(46)式は10%以上の引張歪みにおけるクラッド材の r 値を数%の誤差で見積もることができる。三つの条件とは、

- 1) 変形の初期から今の引張歪みに至るまでの間、変形応力の比率 S_β^c / S_α^s がほぼ一定値に保たれていること。
- 2) r_α^s と r_β^c が、板法線に関して完全回転対称ある

いはほぼ4回回転対称であり、かつ変形中それらの値がほぼ一定値に保たれていること。

3) r_a^0 と r_b^0 の値の差が概略2を超えないこと。もし2を超えると、Fig. 1 からわかるように r^*-g 曲線が直線から外れてきて、(46)式を用いると誤差が増えるため。

上記の3条件を同時に満たせない場合は、3.1で述べた歪み増分法で r 値を計算した方が誤差が少ない。

3.4 実験例とシミュレーション

実験には、アルミキルド鋼の箱焼純材(7C鋼:0.07% C-1.0% Si-0.4% Mn; 1.5 mm厚)およびオーステナイトステンレス鋼の焼なまし材(304L:0.01% C-9.9% Ni-18.6% Cr; 0.5 mm厚)を用いた。7C鋼を芯材とし、この両面にステンレス鋼(表皮材)を硬質はんだで接着してクラッド材の試験片を作った。標点部の寸法は45×8×2.5 mmである。

アルミキルド鋼とステンレス鋼の単相状態における真応力-真歪み曲線および r 値の変化の例を Fig. 2, 3に示す。同図によれば、引張歪み0.15-0.2において r 値はほぼ一定値になる。クラッド材の真応力-真歪み曲線および r 値の変化の例を Fig. 2, 3に示す。クラッド材

の r 値も引張歪み0.15以上においてほぼ一定値になった。

シミュレーションは、次のようにして行った。

1)歪み増分法:3.1で述べた方法で計算する。異方性パラメーターは、 $\alpha, \beta=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 方向の引張歪み0.2のときの r 値と(19)または(22)式を用いて決めた。相当応力、相当塑性歪み等は引張方向の真応力-真歪み曲線等と(18)または(21)式を用いて決めた。表皮材と芯材の弾性定数は等しく $E_1=E_2=206$ GPa, $\nu_1=\nu_2=0.28$ とした。

2)混合則:(45)(46)式を用いた。各層の r 値は引張歪み0.2のときの値を用いた。

計算結果を Fig. 2, 3に示す。Fig. 2の場合、引張歪み0.2におけるクラッド材の r 値の計算値と実験値はよく合っている。Fig. 3の場合、歪み増分法の $r_{(1)}$ の計算値は誤差が大きい。そこで、異方性パラメーターの計算法を Fig. 3に書いてある $r_{(2)}$ の方法に改めたところ計算値と実験値がよく合った。これは、前者の異方性パラメーターの決め方では、異方性の主軸から離れた方向の r 値を正確に表現できないためである。

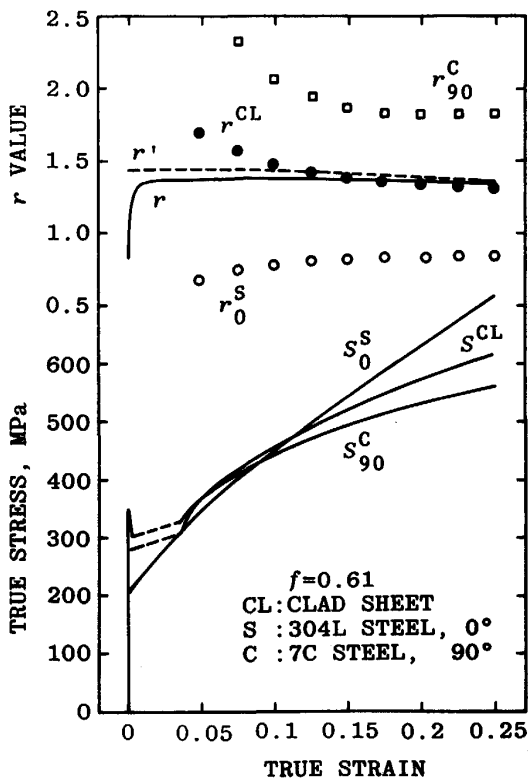


Fig. 2. Experimental flow curves and r values (marks) of a clad sheet and consisting layers. Line r represents r value of the clad sheet estimated by the step by step method. Line r' is r value of the clad sheet obtained from the law of mixture.

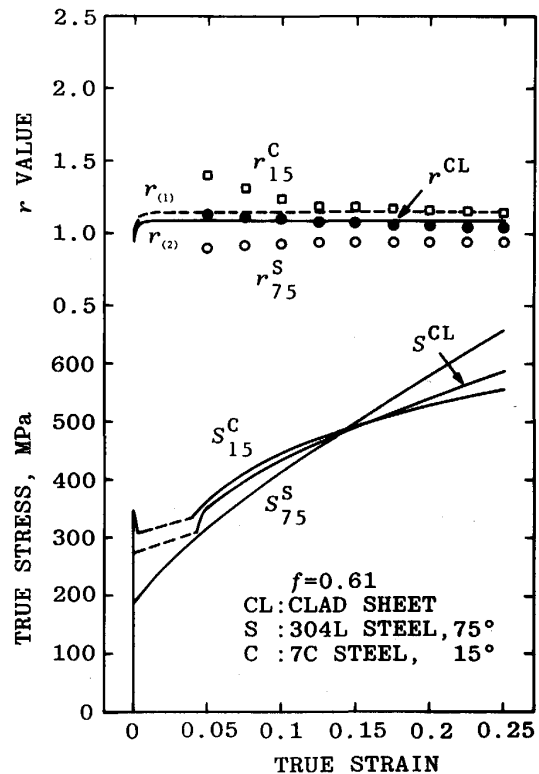


Fig. 3. Experimental flow curves and r values (marks) of a clad sheet and consisting layers. Lines $r_{(1)}$ and $r_{(2)}$ represent r values of the clad sheet estimated by the step by step method using anisotropic parameters determined from experimental r values in the tensile directions of $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ and $15^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ respectively.

上に述べた例では、表皮材と芯材は同じ弾性定数をもつと仮定した。両層の弾性定数が異なるときは、初期降伏の条件と変形初期の r 値が弾性定数の影響を受ける。しかし、引張歪みが数%を超えると、クラッド材の r 値に及ぼす弾性定数の影響は十分無視できるようになる。

r 値に関する混合則(46)式は、変形の初期からある引張歪みに至るまでの間表皮材と芯材の変形応力の比率がほぼ一定に保たれているときに成り立つ。Fig. 2 の例では、変形初期から引張歪み 20% に至るまでの間に変形応力の比率が 1.2-0.86 の範囲で変動しているが、混合則で見積もった r 値と実験値はよく合っているため、この程度の変動は許容されるのであろう。

4. フェライト-マルテンサイト 複合組織鋼の r 値

4.1 計算法

軟かいフェライト母相中にマルテンサイトの島が多数分散している複合組織鋼を考えよう。複合組織鋼の第 2 相であるマルテンサイトの島は、極大雑把に言って球形である。そこで、球形の第 2 相粒子が一様に分散している 2 相合金の r 値と真応力-真歪み曲線を、母相と第 2 相の r 値と真応力-真歪み曲線から歪み増分法によって計算する方法を考えた。フェライト相マルテンサイト相とも独立に HILL の直交異方性降伏理論に従うと仮定する。この計算法は、3.1 節で述べたクラッド材の計算法に類似している。詳しくは別の報文¹³⁾を参照されたい。この計算では、計算を単純化するために母相中の塑性歪みは一様であり、第 2 相中の塑性歪みも一様であると仮定している。このように仮定すると、歪み増分法で計算した 2 相合金の変形応力と r 値と、(45)(46)式の混合則で推定した変形応力と r 値は極めて近い値になる。ここで、両式中の表皮材は母相に、また芯材は第 2 相粒子に読み替える。また、(46)式については、この式の後に記した三つの条件を満たしているとき有効である。

KARLSSON and SUNDSTRÖM¹⁵⁾, TOMOTA ら¹⁴⁾¹⁶⁾の研究によると、第 2 相の変形応力が母相の変形応力の 2-3 倍以内であれば、母相内の塑性歪みはほぼ一様であり、第 2 相内の塑性歪みもほぼ一様になる。しかし、変形応力の比が 3 以上で第 2 相の体積率が低いとき、母相内の塑性歪みが不均一になる。その結果、2 相合金の変形応力は母相の変形応力と第 2 相の変形応力から計算した値より低くなる。このような現象を内部応力の塑性緩和という。

フェライト-マルテンサイト複合組織鋼では、マルテンサイトの変形応力がフェライトの変形応力の 5 倍ほど高く、マルテンサイトの体積率は 5-30% と低い。そのため、軟かいフェライト母相が硬いマルテンサイトの島の回りを迂回して流れてしまい、マルテンサイトの島は

塑性変形しない¹⁷⁾¹⁸⁾。このような場合、フェライト相とマルテンサイト相を次のように扱うことにする。

まず、マルテンサイトは塑性変形せずフェライト相のみが塑性変形するので、フェライト相の変形応力を、フェライト単相鋼の変形応力 $S_{\alpha}^f(e_{11})$ とは異なる $S_{\alpha}^{fc}(e_{11})$ に修正しよう。すなわち、

$$S_{\alpha}^{fc}(e_{11}) = S_{\alpha}^f \left(\frac{e_{11}}{1-f} \right) \dots\dots\dots (47)$$

ここで、 α は板の圧延方向から引張方向までの角度、 e_{11} は引張歪み、 f はマルテンサイトの体積率である。フェライト相については、さらに焼なまし温度の違いに起因する炭素による固溶強化の違いをも補正しなければならない。フェライト相の塑性異方性はフェライト単相鋼の塑性異方性に等しいと仮定する。

マルテンサイトは塑性変形しないとはいえ、フェライト母相の変形に対して強い抵抗力を及ぼす。この抵抗力を、実際のマルテンサイトより低い変形応力を持つ仮想マルテンサイトで表すことにしよう。仮想マルテンサイトの変形応力の求め方は 2 とおりある。

1) (47)式で修正したフェライト相の真応力-真歪み曲線と想定した仮想マルテンサイトの真応力-真歪み曲線を用いて、歪み増分法で複合組織鋼の真応力-真歪み曲線を計算し、変形応力の計算値が実験でも求めた変形応力に一致するように仮想マルテンサイトの真応力-真歪み曲線を決める方法。

2) 次に示す混合則を用いて簡便に決める方法

$$S_{\alpha}^{dp}(e_{11}) = (1-f) S_{\alpha}^{fc}(e_{11}) + f S_{\alpha}^{mh}(e_{11}) \dots\dots (48)$$

ここで、 S_{α}^{dp} は複合組織鋼の実験で求めた変形応力、 S_{α}^{fc} はフェライト相の修正変形応力、 S_{α}^{mh} は仮想マルテンサイトの変形応力である。

仮想マルテンサイトの塑性異方性は、直感的に等方性であると仮定する。

このようにして求めた S_{α}^{fc} と S_{α}^{mh} を用いて、歪み増分法あるいは混合則による計算を行う。

4.2 実験結果とシミュレーション

実験には箱焼鈍したアルミキルド鋼板 (0.07% C-1.0% Si-0.4% Mn, 1.5 mm 厚) を用いた。フェライト単相鋼の性質は、720°C で 30 min 焼なまし後油焼入れした試験片を用いて調べた。フェライト相の修正した真応力-真歪み曲線の例を Fig. 4 に示し、 r 値を Table 1 に示す。

フェライト-マルテンサイト複合組織鋼は、試験片 (平行部 45×8×1.5 mm) を 790°C, 810°C または 870°C で 30 min 加熱してから油焼入れし、次いでサブゼロ処理して作製した。マルテンサイトの体積率 f はそれぞれ 0.085, 0.138, 0.185 であった。 $f=0.185$ の複合組織鋼の真応力-真歪み曲線と r 値の例を Fig. 4 に示す。また、引張歪み 0.1 における r 値を Table 1 に示す。この表からマルテンサイトの体積率が増えるほど複

Table 1. r values of ferrite steel and dual-phase steel.

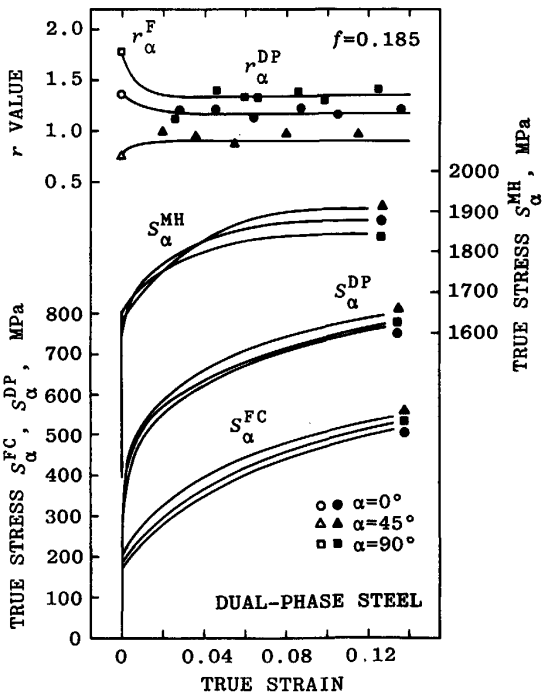
Steels	r values	Tensile directions α							Strain ranges
		0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	
720°C OQ ferrite	r^e	1.36	1.17	0.96	0.80	0.95	1.65	1.78	0.07-0.17
790°C OQ dual-phase $f=0.085$	r^e	1.28			0.89			1.56	0.07-0.15
	r	1.26			0.85			1.53	0.04-0.15
	r'	1.25			0.86			1.56	0.05-0.15
810°C OQ dual-phase $f=0.138$	r^e	1.18	1.16	1.01	0.95	0.96	1.22	1.40	0.06-0.13
	r	1.22	1.13	0.94	0.88	1.01	1.28	1.42	0.03-0.13
	r'	1.22	1.10	0.98	0.88	0.97	1.40	1.48	0.07-0.13
870°C OQ dual-phase $f=0.185$	r^e	1.18			0.95			1.35	0.05-0.13
	r	1.19			0.90			1.35	0.05-0.13
	r'	1.19			0.89			1.42	0.08-0.13

r^e : Experimental r values at a tensile strain of 0.1

r : r values at a tensile strain of 0.1 estimated by the step by step method, where the anisotropic parameters were determined from experimental $r_0^F, r_{45}^F, r_{90}^F$ and assumption of $r_{\alpha}^{MH} = 1$

r' : r values at a tensile strain of 0.1 estimated by the law of mixture using experimental r_{α}^F in each tensile direction and $r_{\alpha}^{MH} = 1$

Strain ranges: Mean strain ranges in which r values were within $\pm 0.5\%$ of the r values at a tensile strain of 0.1



S_{α}^{DP} : Experimental flow stress of dual-phase steel
 S_{α}^{FC} : Corrected flow stress of ferrite phase
 S_{α}^{MH} : Estimated flow stress of hypothetical martensite

Fig. 4. Flow curves and r values of a dual-phase steel. Marks are experimental r values and the lines are calculated r values by the step by step method.

合組織鋼の r 値が 1 に近づくことがわかる。同様な結果が既に KURIHARA ら⁶⁾⁷⁾, SUDO ら⁸⁾, HU⁹⁾ 及び HUTCHINSON¹⁰⁾¹¹⁾ によって示されている。

複合組織鋼の r 値を 4.1 で述べた方法で計算した。その結果を Fig. 4 と Table 1 に示す。 r 値の計算値と実験値はよく合っている。

4.3 r 値に対する横方向の応力の影響

KURIHARA ら⁶⁾⁷⁾ は、HILL の理論に基づいて、複合組織鋼の r 値はフェライト相の横方向の内部応力成分のわずかな差によって影響されることを示唆した。HUTCHINSON¹⁰⁾¹¹⁾ は KURIHARA らの考えを否定している。しかし、KURIHARA らの考えは正しいのである。

5. 結 言

クラッド材と複合組織鋼の r 値と降伏および変形応力を構成相の r 値と降伏および変形応力から計算で求めるための弾塑性モデルについて解説した。

5.1 クラッド材について

1) クラッド材を構成する芯材と表皮材はそれぞれ独立に HILL の直交異方性降伏理論に従うと仮定した。そして、構成相間での強度差、塑性異方性の差、弾性定数の差によって発生する内部応力を考慮にいたした。

2) 歪み増分法によれば、芯材と表皮材が任意の塑性異方性と応力-歪み曲線をもつ場合でも、クラッド材の r 値と変形応力を芯材と表皮材の r 値と変形応力から計算できる。

3) 変形応力については、簡便な混合則が任意の塑性異方性をもつ芯材と表皮材の組合せに対して成り立つ。

4) r 値に関する簡便な混合則を導きだした。 r 値に関する混合則は条件付きで成り立つ。

5.2 複合組織鋼について

1) 複合組織鋼では軟かいフェライト母相が硬いマルテンサイトの島の回りを迂回して流れるために、内部応力の塑性緩和が起こる。そのため、マルテンサイト相およびフェライト相の降伏応力と変形応力を修正する必要がある。

2) マルテンサイト相の r 値は 1 であると仮定する。

3) フェライト相およびマルテンサイト相の修正され

た降伏応力と変形応力および r 値を用いて、歪み増分法あるいは混合則によって複合組織鋼の r 値を計算できる。

Appendix

弾性定数

弾性定数 $A_1, A_2, C_1 \dots D_4$ をつぎのように定義する。なお、以下の式中の E_1, μ_1, ν_1 は表皮材のヤング率, 剛性率, ポアソン比, E_2, μ_2, ν_2 は芯材のヤング率, 剛性率, ポアソン比, $f(c/d)$ は芯材の体積率である。

$$A_1 = (1 - \nu_2)E_1(1 - f) + (1 - \nu_1)E_2f$$

$$A_2 = \mu_1(1 - f) + \mu_2f$$

$$C_1 = 2 \{ E_1(1 - f) + E_2f \} \mu_1\mu_2 / (A_1A_2)$$

$$C_2 = 2 \{ \nu_2E_1(1 - f) + \nu_1E_2f \} \mu_1\mu_2 / (A_1A_2)$$

$$C_3 = \mu_1\mu_2 / A_2$$

$$D_1 = 2 \{ (1 + \nu_1)(1 - \nu_2)\mu_1 - (1 - \nu_1\nu_2)\mu_2 \} \mu_1(1 - f) + \{ (1 - \nu_1\nu_2)\mu_1 - (1 - \nu_1)(1 + \nu_2)\mu_2 \} \mu_2f / (A_1A_2)$$

$$D_2 = 2(\nu_1 - \nu_2)\mu_1\mu_2 / (A_1A_2)$$

$$D_3 = (\nu_2E_1 - \nu_1E_2) / A_1$$

$$D_4 = (\mu_1 - \mu_2) / A_2$$

文 献

- 1) W. T. LANKFORD, S. C. SNYDER and J. A. BAUSCHER: Trans. Am. Soc. Met., **42** (1950), p. 1197
- 2) R. HAWKINS and J. C. WRIGHT: J. Inst. Met., **99** (1971), p. 357
- 3) S. L. SEMIATIN and H. R. PIEHLER: Metall. Trans. A, **10** (1979), p. 85
- 4) R. HILL: The Mathematical Theory of Plasticity (1950), p. 317 [The Clarendon Press, Oxford]
- 5) 大沢泰明, 西村 尚: 日本機械学会論文集 A, **50** (1984), p. 1992
- 6) K. KURIHARA, Y. HOSOYA and K. NAKAOKA: The Sixth International Conference on Textures of Metals, ed. by The Iron Steel Inst. Jpn., Tokyo, **2** (1981), p. 1066
- 7) 栗原 極, 細谷佳弘, 中岡一秀: 鉄と鋼, **68** (1982), p. 1195
- 8) M. SUDO, I. TSUKATANI and Z. SHIBATA: Metallurgy of Continuous-Annealed Sheet Steel, ed. by B. L. BRAMFITT and P. L. MANGONON, Jr. (1982), p. 301 [The Metall. Soc. AIME, New York]
- 9) H. HU: Metall. Trans. A, **13** (1982), p. 1257
- 10) W. B. HUTCHINSON: Sheet Metal Industries, **60** (1983), p. 502
- 11) W. B. HUTCHINSON: Developments in the Drawing of Metals (1983), p. 185 [The Metals Soc., London]
- 12) T. SAKAKI, K. KAKEHI and Y. OHTAKARA: Int. J. Plasticity (1990), 印刷中
- 13) T. SAKAKI, K. OHNUMA, K. SUGIMOTO and Y. OHTAKARA: Int. J. Plasticity (1990), 印刷中
- 14) Y. TOMOTA, K. KUROKI, T. MORI and I. TAMURA: Mater. Sci. Eng., **24** (1976), p. 85
- 15) B. KARLSSON and B. O. SUNDSTRÖM: Mater. Sci. Eng., **16** (1974), p. 161
- 16) Y. TOMOTA, S. NAKAMURA, K. KUROKI and I. TAMURA: Mater. Sci. Eng., **46** (1980), p. 69
- 17) N. K. BALLIGER and T. GLADMAN: Met. Sci., **15** (1981), p. 95
- 18) 須藤正俊, 橋本俊一, 神戸章史: 鉄と鋼, **68** (1982), p. 1211