

© 1990 ISIJ

## 論文

底吹き円筒容器内水-空気系気泡噴流の  
運動量支配領域における気泡特性井口 学\*・川端 弘俊\*<sup>2</sup>・岩崎 敏勝\*<sup>3</sup>  
野沢健太郎\*<sup>4</sup>・森田善一郎\*Bubble Characteristics in the Momentum Region of Air-Water  
Vertical Bubbling JetsManabu IGUCHI, Hirotoishi KAWABATA, Toshikatsu IWASAKI,  
Kentaro NOZAWA and Zen-ichiro MORITA

## Synopsis:

The vertical bubbling jet region in a cylindrical vessel can be classified into four subregions. They are named the momentum, transition, buoyancy and surface regions from the nozzle exit toward the bath surface. However, the bubble characteristic in each region is not clear even in air-water bubbling jets. The present paper proposes empirical correlations for the bubble frequency and gas holdup in the momentum region in air-water bubbling jet. The momentum region is defined as the region where the gas holdup on the center-line decreases from 100 to 10%. These correlations are applicable to bubbling jets of the modified Froude number from about unity to  $2 \times 10^5$ .

**Key words:** steelmaking; injection; bubbling jet; momentum region; gas holdup; bubble frequency.

## 1. 緒 言

底吹き円筒容器内の上昇気泡噴流部はノズル出口から浴表面に向かって順次、運動量支配領域、遷移領域、浮力領域および浴表面領域に分類するのが合理的であることを前に報告した<sup>1)</sup>。周知のように、運動量支配領域ではノズルを出るときに持っている気体の運動量によって流れ場が規定され、浮力領域では主に気泡に働く浮力によって流れ場が規定される。修正フルード数  $Fr_m$  が大きくなると浴内に運動量支配領域の占める割合が大きくなり、逆に  $Fr_m$  が小さくなると浮力領域の割合が大きくなる。インジェクション冶金においては特に運動量支配領域の気泡頻度  $f_b$  やガスホールドアップ  $\alpha$  の情報が重要であるが、水-空気系気泡噴流に関してさえ、広範囲の修正フルード数にわたって適用できる推算式はまだ得られていないようである<sup>2)~5)</sup>。本報告では著者らの測定値だけでなく従来の測定値<sup>2)~4)</sup>を基にして、運動量支配領域におけるガスホールドアップ  $\alpha$  の中心軸上の値  $\alpha_{cl}$  と半値半幅  $b_\alpha$  に対する推算式ならびに気泡頻

度  $f_b$  の半値半幅  $b_f$  に対する推算式を提案した。

## 2. 実験装置と測定方法

## 2.1 実験装置

Fig. 1 に実験装置の概要を示す。空気はコンプレッサーで送られ、水を満たしたアクリル製の円筒容器の底に設置したノズルから吹き込まれる。吹き込み空気流量  $Q_a$  は絞り流量計と質量流量計により  $Q_a = 10 \sim 300$

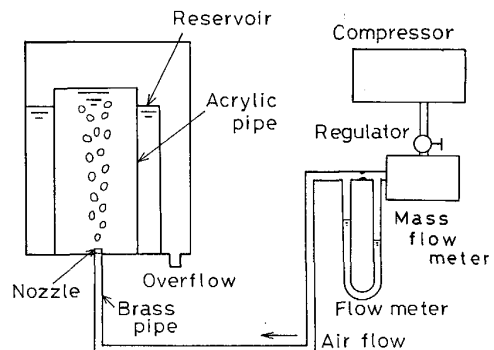


Fig. 1. Experimental apparatus.

平成元年4月本会講演大会にて発表 平成元年10月11日受付 (Received Oct. 11, 1989)

\* 大阪大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Osaka University, 2-1 Yamadaoka Suita 565)

\*<sup>2</sup> 大阪大学工学部 (Faculty of Engineering, Osaka University)

\*<sup>3</sup> 大阪電気通信大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Osaka Electro-Communication University)

\*<sup>4</sup> 大阪大学大学院 (Graduate School, Osaka University)

cm<sup>3</sup>/s に設定可能である。容器は直径  $D=126$  mm, 高さ  $H=252$  mm,  $D=200$  mm,  $H=400$  mm および  $D=390$  mm,  $H=600$  mm の 3 種類, ノズル径  $d_n$  は 1 mm と 2 mm である。

### 2.2 測定方法

気泡頻度  $f_B$  とガスホールドアップ  $\alpha$  は電気探針法を用いて測定し, 出力電圧が最高電圧と最低電圧のちょうど中間の値になったときを数居値として気泡の通過を判断した。出力電圧はサンプリング周波数 200 Hz あるいは 1 kHz で A/D 変換し, 3 万個から 15 万個のデータを用いて  $f_B$  と  $\alpha$  を求めた。気泡頻度  $f_B$  は 1 s に探針先端を通過する気泡の数を表し, ガスホールドアップ  $\alpha$  は探針先端を気泡が占める時間割合を表す。

## 3. 実験結果と考察

### 3.1 流れ場の分類

前報<sup>1)</sup>では主に  $Q_a=41.4$  cm<sup>3</sup>/s,  $d_n=2$  mm の実験条件下における  $f_B$  と  $\alpha$  の分布ならびに容器内を上昇する水の速度と乱れの分布を測定することにより, 容器内の流れ場をノズル出口から浴表面に向かって四つの領域に分類した。例えば  $\alpha$  の中心軸上値  $\alpha_{cl}$  と半値半幅  $b_\alpha$  に着目すると各領域は模式的に Fig. 2 に示すようになる。運動量支配領域は  $\alpha_{cl} \geq 10\%$ , 遷移領域は  $\alpha_{cl} \approx 10\%$ , 浮力領域は  $\alpha_{cl} \leq 10\%$  となる領域であると定めたが, 詳細な値についてはまだ決定していなかった。本研究ではさらに追加実験を行ったところ Fig. 3 に示すように吹込みガス流量が変わっても, またノズル径が変わっても  $\alpha_{cl}$  は 10% 近傍で顕著に変化していることが分かった。したがって, 一般に運動量支配領域と遷移領域との境界は  $\alpha_{cl}=10\%$  の軸位置であると定義してよからう。遷移領域と浮力領域との境界の決定については今後の課題としたい。浮力領域と浴表面領域の境界もいまのところはっきりしていない。この境界は容器の直径に強く依存することが考えられる。

Fig. 2 のノズル出口近傍で  $b_\alpha$  は急に大きくなった後すぐに小さくなっているが, これは気泡の形成過程に関連した現象であって, この領域の  $f_B$  と  $\alpha$  は前報<sup>1)</sup>に示したように正規分布に従わず, 複雑な分布を示す。  $f_B$  と  $\alpha$  が正規分布に従うようになるのは  $\alpha_{cl}$  が約 50% より小さくなった軸位置である。本研究では運動量支配領域のうち主に  $\alpha_{cl} \approx 50 \sim 10\%$  の区間に着目し,  $\alpha_{cl}$  と  $b_\alpha$  の推算式を求めた。なお  $f_B$  の中心軸上値  $f_{B,cl}$  については, 各研究者の測定値相互間に明確な相関がみられず, 現在のところ  $f_{B,cl}$  に対する推算式を導くまでにはいたっていない。

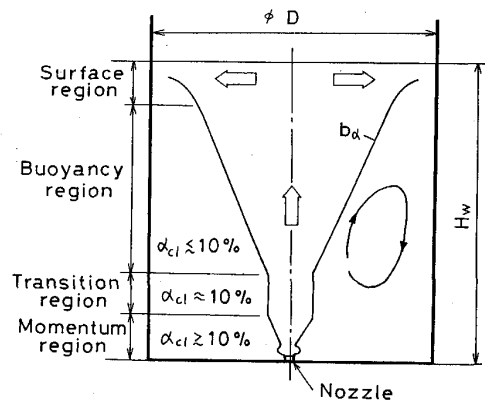


Fig. 2. Classification of the flow field in a bath.

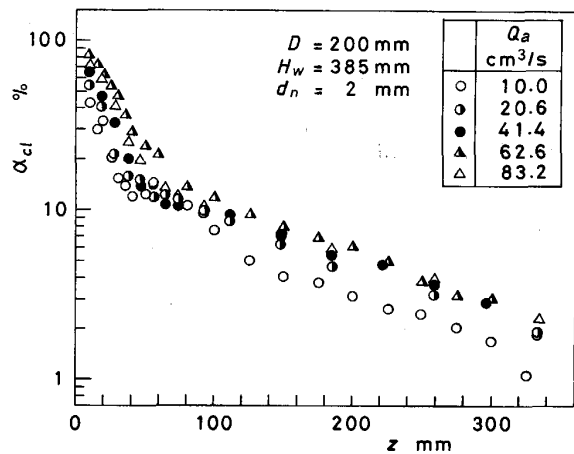


Fig. 3. The effect of air flow rate on the gas holdup on the centerline.

### 3.2 半値半幅 $b_f$ と $b_\alpha$ との比較

Fig. 4, 5 に  $b_f$  と  $b_\alpha$  に対する 3 回の実験結果をまとめて示した。いずれの図においても再現性は良好であり, 相対誤差は約 10% となっている。また  $b_\alpha$  は Fig. 2 に模式的に示した分布形状をしていることが明らかである。この実験条件下で  $\alpha_{cl}$  が 50% となるのは  $z \approx 20$  mm の軸位置であるが,  $\alpha_{cl} \leq 50\%$  の領域 ( $z \geq 20$  mm) で  $b_f$  と  $b_\alpha$  の分布は互いに非常によく重なり合う。この傾向は他の研究者の測定値にもみられる。したがって,  $f_B$  の半値半幅  $b_f$  には以下に示す  $b_\alpha$  に対する推算式がそのまま適用できる。

### 3.3 気泡特性におよぼす容器径の影響

Fig. 6, 7 に 3 種類の容器を用いて得られた  $\alpha_{cl}$  と  $b_\alpha$  の実験結果の 1 例を示した。運動量支配領域 ( $z \leq 70$  mm) における  $\alpha_{cl}$  と  $b_\alpha$  の分布は容器径が変わってもほとんど差のないことが明らかである。

### 3.4 気泡特性におよぼす浴深の影響

$D=126$  mm,  $d_n=2$  mm,  $Q_a=41.4$  cm<sup>3</sup>/s の場合について, 浴深  $H_w$  を 90 mm から 233 mm まで変化させて

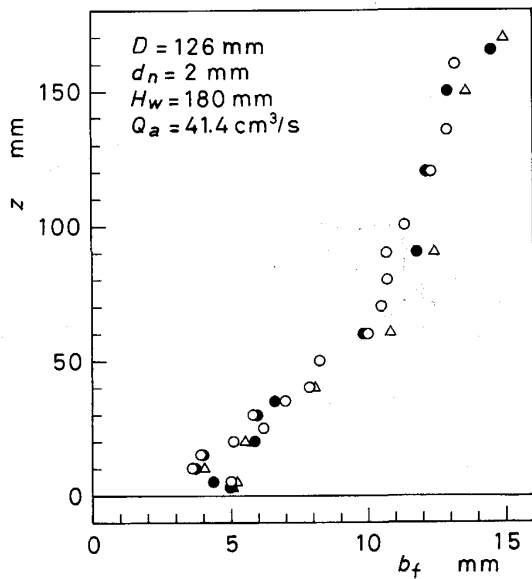


Fig. 4. Reproducibility of the half-value radius data of bubble frequency.

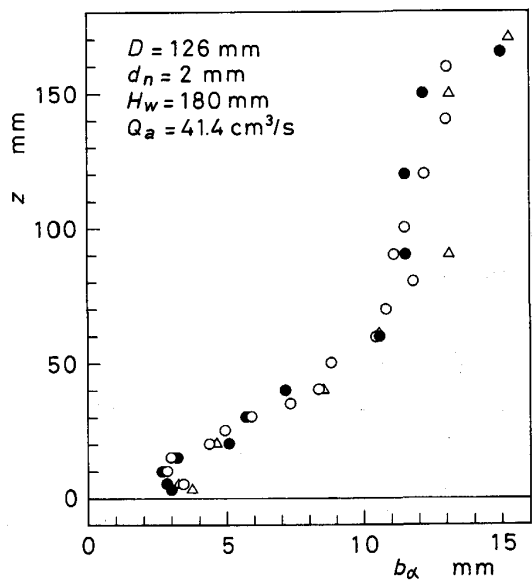


Fig. 5. Reproducibility of the half-value radius data of gas holdup.

得られた結果を Fig. 8, 9 に示す。  $\alpha_{cl}$  に関しては、  $H_w$  の増加に伴う分布形状の相違は顕著でない。 つぎに  $b_\alpha$  に関しては、 従来  $H_w$  の増加とともに噴流部のひろがり小さくなる現象が気泡噴流部の可視化によって観察されている<sup>6)</sup>。 本実験においては、  $b_\alpha$  は  $H_w$  が 90 mm から増加するにつれて小さくなるが、  $H_w \geq 160$  mm になると変化がなくなり、 運動量支配領域の気泡特性は浴深の影響を受けなくなる。

従来の実験装置における  $H_w/d_n$  と  $D/d_n$  の組合せをまとめて Fig. 10 に示す。 本実験結果 (Fig. 6~9) に

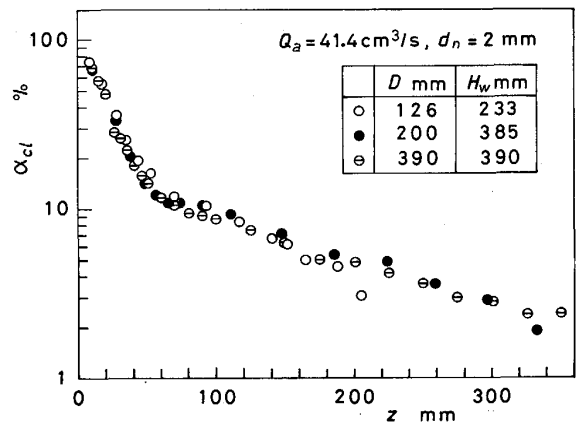


Fig. 6. Distributions of gas holdup on the center-line in baths of different diameter.

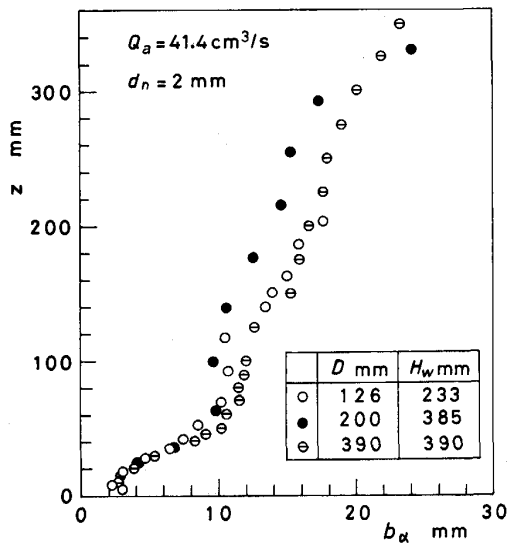


Fig. 7. Distributions of  $b_\alpha$  in baths of different diameter.

基づけば、 少なくとも  $D/d_n \geq 60$ ,  $H_w/d_n \geq 80$  の範囲で、 運動量支配領域の気泡特性は浴直径と浴深の影響を受けないことになる。 川上ら<sup>2)</sup>, TACKE ら<sup>3)</sup>, CASTILLEJOS<sup>4)</sup> らの実験もほぼこの範囲で行われている。 なお、  $H_w$  が  $2D$  をこえると流れのせん回が起こるので、  $H_w \leq 2D$  の条件を付ける必要がある。

### 3.5 推算式の導出

TACKE ら<sup>3)</sup> は、  $\alpha_{cl} = 50\%$  になる軸位置  $z_0$  とその位置での  $b_\alpha$  の値  $b_\alpha(z_0)$  に着目して、  $z_0$  と  $b_\alpha(z_0)$  の実験式を提案している。 Fig. 11 に従来の  $z_0$  の実験結果を修正フルード数  $Fr_m = Q_a^2 \rho_a / g d_n^5 \rho_w$  に対して示す。 ここで  $\rho_a$  は空気の密度、  $g$  は重力の加速度、  $\rho_w$  は水の密度である。 なお厳密には  $\rho_w$  は  $\rho_w - \rho_a$  で置き換えるべきであるが、  $\rho_w \gg \rho_a$  であるため問題はない。 CASTILLEJOS ら<sup>4)</sup> の

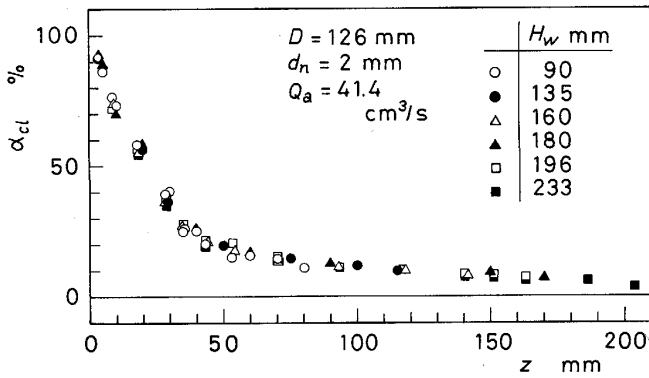


Fig. 8. The effect of bath depth on gas holdup on the centerline.

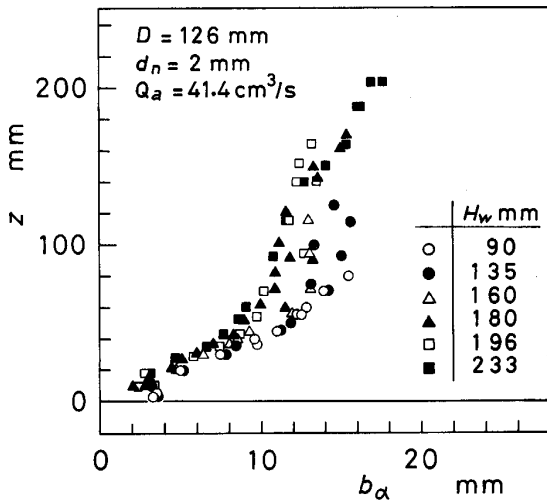


Fig. 9. The effect of bath depth on the half-value radius of gas holdup.

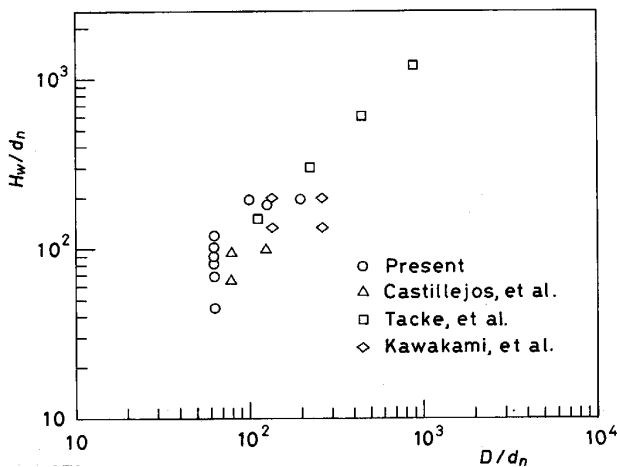


Fig. 10. Bath diameter and depth used in previous experimental studies.

データは、著者らが彼らの論文の図から読み取ったものである。いずれの研究者の測定値も Tacke ら<sup>3)</sup>の提案

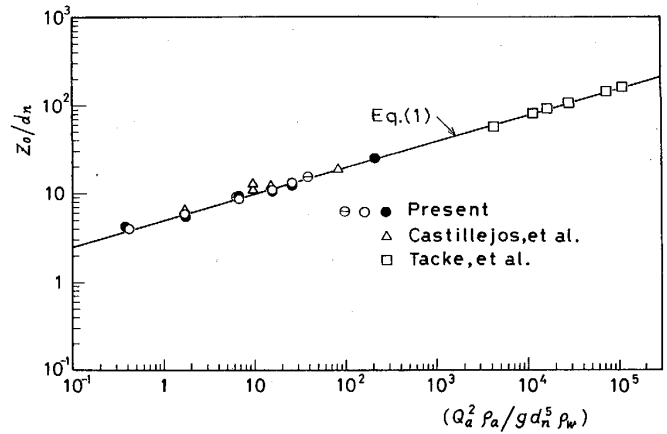


Fig. 11. The relation between  $z_0/d_n$  and the modified Froude number.

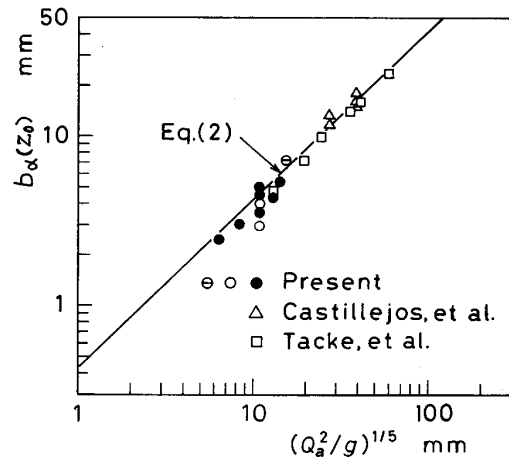


Fig. 12. The relation between  $b_\alpha(z_0)$  and  $(Q_a^2/g)^{1/5}$ .

した次式によくのっている。

$$z_0 = 5.0 d_n (Q_a^2 \rho_a / g d_n^5 \rho_w)^{0.30} \dots \dots \dots (1)$$

修正フルード数はノズルから吹き出す気体の慣性力と浮力との比を表すパラメーターであるが、従来の実験<sup>2)~4)</sup>はすべて本実験と等しいか、それよりも大きい修正フルード数の領域で行われている。また  $\alpha_{cl}$  の値が浴表面近傍でも約 10% あることから文献<sup>2)~4)</sup>のデータは運動量支配領域で得られたものであることがわかる。なお TANIGUCHI ら<sup>5)</sup>は修正フルード数が著者らの場合よりもかなり小さいところで実験を行っている。これについては後で述べる。

$z = z_0$  における  $\alpha$  の半値半幅の測定値を Fig. 12 に示す。いずれの測定値もつぎの Tacke ら<sup>3)</sup>の式でよく整理できることがわかる。

$$b_\alpha(z_0) = 0.42 (Q_a^2/g)^{1/5} \dots \dots \dots (2)$$

Tacke らは  $z = z_0$  の位置を基準にとって  $\alpha_{cl}$  と  $b_\alpha$  に対

する推算式を提案しているが、後で示すように、それらの式で本測定値、CASTILLEJOS ら<sup>4)</sup>の測定値を近似できない。また CASTILLEJOS ら<sup>4)</sup>が別に提案した推算式も TACKE ら<sup>3)</sup>の測定値を近似できない。これは各研究者の対象とした修正フルード数の値が互いに異なっているためであろう。そこで新たに  $\alpha$  の推算式を導出するが、その際上記  $z_0$  と  $b_\alpha(z_0)$  に加えて重要なもう一つの関係式を導いておく。

吹込み空気流量  $Q_a$  と気泡の上昇速度  $u_B$ 、ガスホールドアップ  $\alpha$  の間には次の関係がある。

$$Q_a = \int_0^R 2\pi r u_B (\alpha/100) dr \dots\dots\dots (3)$$

ここで  $R$  は容器の半径である。この式に基づき、 $\alpha$  の分布が正規分布に従う軸位置における  $\alpha_{cl}$  と  $b_\alpha$  の関係を導く。気泡が上昇するにつれて浴内の圧力が下がるため、気泡は膨張することになるが、本実験や川上ら<sup>2)</sup>、TACKE ら<sup>3)</sup>、CASTILLEJOS ら<sup>4)</sup>の浴深はたかだか数 10 cm であり、気泡の膨張による  $Q_a$  の変化は無視でき、 $Q_a$  は浴の深さ方向に一定とみなせる。また CASTILLEJOS ら<sup>4)</sup>の実験結果に基づけば、 $\alpha_{cl} \cong 50 \sim 10\%$  の軸位置において、 $u_B$  は  $\alpha_{cl} = 50\%$  のごく近傍を除き、ほぼ一定とみなしてよい。したがって式(3)の  $\alpha$  に  $\alpha = \alpha_{cl} \exp[-\ln 2r^2/b_\alpha^2]$  を代入し、 $R \gg b_\alpha$  の関係を用いれば次式が得られる。

$$\alpha_{cl} b_\alpha^2 \cong \text{const} \dots\dots\dots (4)$$

この関係式の成立を確認するための測定結果を Fig. 13 に示した。 $\alpha_{cl} \leq 50\%$  となる  $z \geq 20 \text{ mm}$  の軸位置で  $\alpha_{cl} b_\alpha^2$  はほぼ一定とみなせる。そこで後述の TACKE ら<sup>3)</sup>の推算式を参考にして  $\alpha_{cl}$  と  $b_\alpha$  の  $z$  依存性をつぎのようにおく。

$$\alpha_{cl} = 50 (z/z_0)^{-2n} \dots\dots\dots (5)$$

$$b_\alpha = b_\alpha(z_0) (z/z_0)^n \dots\dots\dots (6)$$

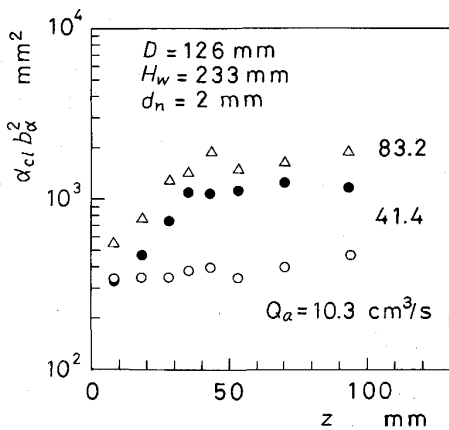


Fig. 13. Axial distribution of  $\alpha_{cl} b_\alpha^2$ .

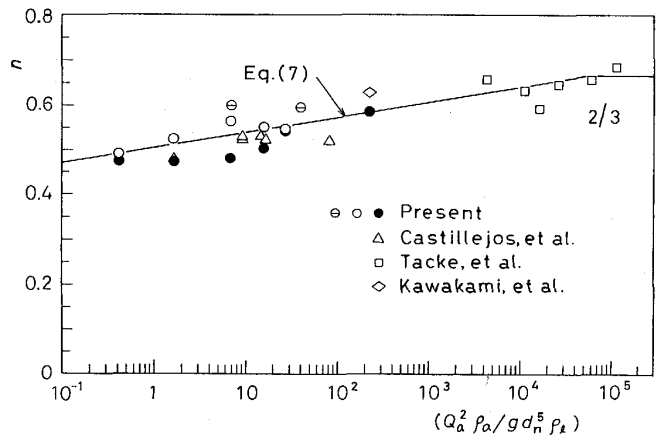


Fig. 14. The measured values of  $n$  against the modified Froude number.

ここで  $z_0$ 、 $b_\alpha(z_0)$  には式(1)、(2)を用いる。TACKE ら<sup>3)</sup>は  $\alpha_{cl}$  と  $b_\alpha$  の式における  $z/z_0$  の指数を別個に与えているが、ここでは式(4)の関係が成立することから一つの指数  $n$  のみを導入した。指数  $n$  の値を各研究者の  $\alpha_{cl}$  の図から計算し、修正フルード数  $Fr_m$  に対して Fig. 14 に示す。 $Fr_m$  がほぼ 1 から  $2 \times 10^5$  の範囲では、 $n$  は約 1/2 から 2/3 へと増加している。なお図中の実線は著者らの定めた実験式であり、次式で与えられる。

$$n = 0.0338 \log Fr_m + 0.505 \quad (1 \leq Fr_m \leq 6.07 \times 10^4) \\ = 2/3 \quad (6.07 \times 10^4 < Fr_m \leq 2 \times 10^5) \dots\dots\dots (7)$$

TANIGUCHI ら<sup>5)</sup>の修正フルード数  $Fr_m$  の範囲は約 0.004 から 0.4 であるが、 $n$  はほぼ 1/2 になることが報告されている。ただし彼らの図から  $z_0$  や  $b_\alpha(z_0)$  の値を読み取ることはできない。

浴深が大きくなって上昇に伴う気泡の膨張を無視できない場合の  $\alpha_{cl}$  の推算式については、TACKE ら、SANO ら<sup>7)</sup>と同様に水銀を用いた実験を行い改めて検討したい。

### 3.6 従来の推算式ならびに本推算式(5)、(6)と測定値との比較

#### 3.6.1 TACKE ら<sup>3)</sup>の測定値との比較

Fig. 15, 16 に各推算値と TACKE ら<sup>3)</sup>の測定値との比較を示す。ここで TACKE らの式は次式で表される。

$$\alpha_{cl} = 50 (z/z_0)^{-1.22} \dots\dots\dots (8)$$

$$b_\alpha (g/Q_a^2)^{1/5} = 0.42 (z/z_0)^{0.78} \dots\dots\dots (9)$$

CASTILLEJOS らの式は次式で与えられる。

$$\alpha_{cl} = 293.77 \left[ \left( \frac{g d_n^5 (\rho_w - \rho_a)}{Q_a^2 \rho_a} \right)^{0.269} \left( \frac{z}{d_n} \right)^{0.993} \right]^{-1} \dots\dots\dots (10)$$

$$b_\alpha \left( \frac{g}{Q_a^2} \right)^{1/5} = 0.243 \left[ \left( \frac{g d_n^5 (\rho_w - \rho_a)}{Q_a^2 \rho_a} \right)^{0.184} \left( \frac{z}{d_n} \right)^{0.48} \right] \dots\dots\dots (11)$$

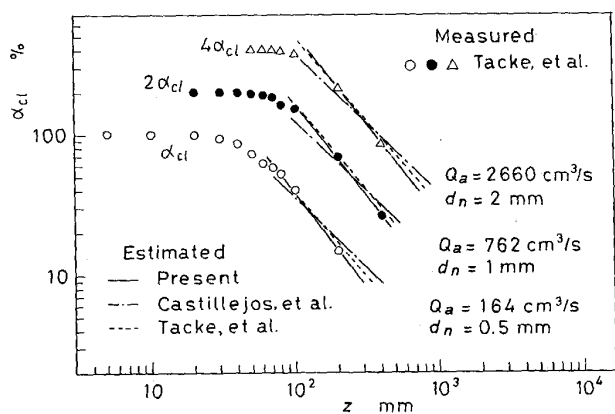


Fig. 15. Comparison of the measured values of  $\alpha_{cl}$  obtained by Tacke *et al.* with estimations.

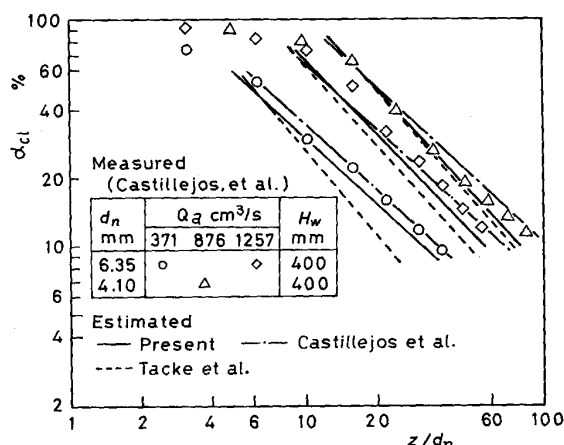


Fig. 17. Comparison of the measured values of  $\alpha_{cl}$  obtained by Castillejos *et al.* with estimations.

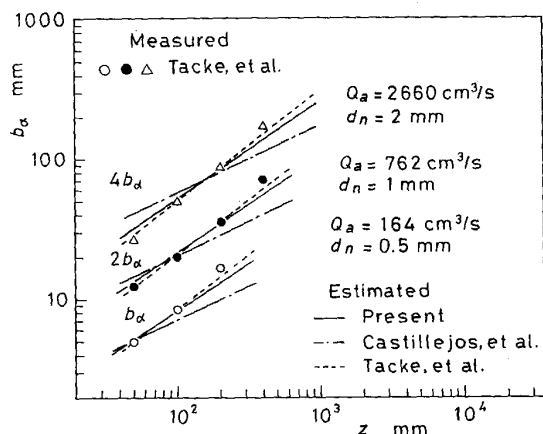


Fig. 16. Comparison of the measured values of  $b_\alpha$  obtained by Tacke *et al.* with estimations.

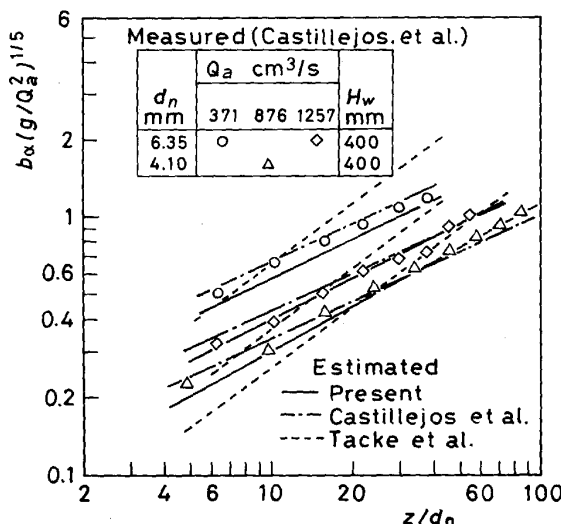


Fig. 18. Comparison of the measured values of  $b_\alpha (g/Q_a^2)^{1/5}$  obtained by Castillejos *et al.* with estimations.

$$\left[ \frac{gd_n^5(\rho_w - \rho_a)}{Q_a^2 \rho_a} \right] \left( \frac{z}{d_n} \right) \geq 4 \dots\dots\dots (12)$$

なお重なりを防ぐため、測定値や推算値は2倍あるいは4倍して描いてある。Tackeら<sup>3)</sup>の測定値は修正フルード数が非常に大きいところで得られたものである。 $\alpha_{cl} \approx 50 \sim 10\%$ の領域における $\alpha_{cl}$ の測定値は本推算式でよく近似できることがわかる。しかし $Fr_m$ が比較的小さい領域で導かれたCastillejosら<sup>4)</sup>の推算式と測定値との一致はよくない。

3.6.2 Castillejosら<sup>4)</sup>の測定値との比較

各推算式をCastillejosら<sup>4)</sup>の測定値と比較してFig. 17, 18に示した。本推算式で測定値をかなりよい精度で近似できる。Tackeら<sup>3)</sup>の推算式による近似は十分でない。

3.6.3 本測定値との比較

Fig. 19, 20に比較例を示す。 $Q_a = 10.3 \text{ cm}^3/\text{s}$ の場合、Fig. 19の $\alpha_{cl}$ の推算値は測定値よりもかなり小さな値

をとり、逆にFig. 20の $b_\alpha$ は、推算値のほうが測定値よりも大きい。このときの修正フルード数は約0.4であり、ノズル出口における気泡の運動量が小さいために周囲流体の巻込みに伴う気泡噴流部の広がり小さくなったものと思われる。

前述のように、 $Fr_m$ が約0.004から0.4の範囲で行われたTaniguchiら<sup>5)</sup>の $\alpha$ の分布は正規分布には従わず、放物線分布に近い形をしている。このような分布形状が得られた原因の一つとして、ノズル出口での気泡の運動量が小さいためノズル近傍の液体の巻込みが弱くなって、気泡噴流部が十分広がらなかったことが挙げられる。参考までにTaniguchiらの測定値と本推算値との比較も行ったが、Fig. 19, 20の $Q_a = 10.3 \text{ cm}^3/\text{s}$ の場

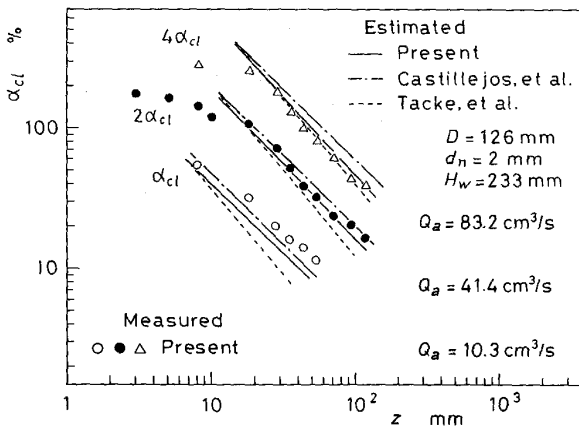


Fig. 19. Comparison of the present measured values of  $\alpha_{cl}$  with estimations.

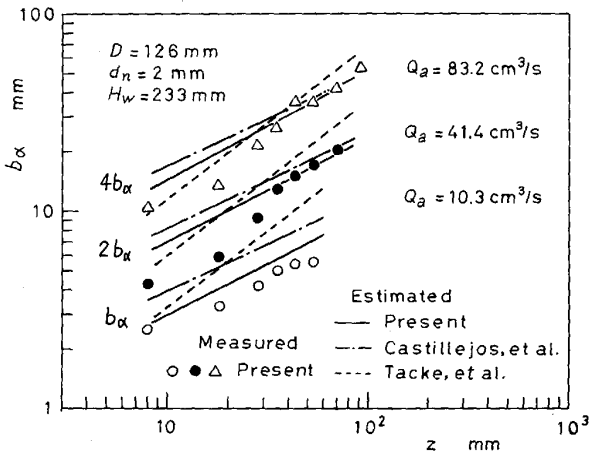


Fig. 20. Comparison of the present measured values of  $b_\alpha$  with estimations.

合と同様に、本推算値は  $\alpha_{cl}$  を小さく、 $b_\alpha$  を大きく見積もる傾向のあることがわかった。Fig. 19, 20 におけるほかの空気流量 ( $Q_a=41.4, 83.2 \text{ cm}^3/\text{s}$ ) の場合はもとより、図示していないが  $d_n=1 \text{ mm}$  の場合についても  $\alpha_{cl} \approx 50 \sim 10\%$  の領域における本推算値と測定値との一致は良好である。 $b_\alpha$  に対する本推算式は  $\alpha_{cl} \approx 50 \sim 10\%$  における  $f_B$  の半値半幅  $b_f$  も十分な精度で近似できる。

上記事実から判断すれば、本推算式は、修正フルード数がほぼ1から  $2 \times 10^5$  の範囲において、 $\alpha_{cl}$  が約50%から10%となる軸位置で適用できる。

3.7 ノズル近傍に適用できる  $\alpha_{cl}$  の推算式

ノズルのごく近傍の  $\alpha_{cl} = 100 \sim 50\%$  の領域に適用できる推算式として式(5)に基づき次式を提案した。

$$\alpha_{cl} = 50(0.9z/z_0)^{-2n} / [1 + |0.5(0.9z/z_0)^{-2n}|^2]^{1/2} \dots\dots\dots(13)$$

この式は  $z \rightarrow 0$  のとき  $\alpha_{cl} \rightarrow 100\%$ 、 $z = z_0$  のとき  $\alpha_{cl}$  ができるだけ50%に近くなるように求めた。したがっ

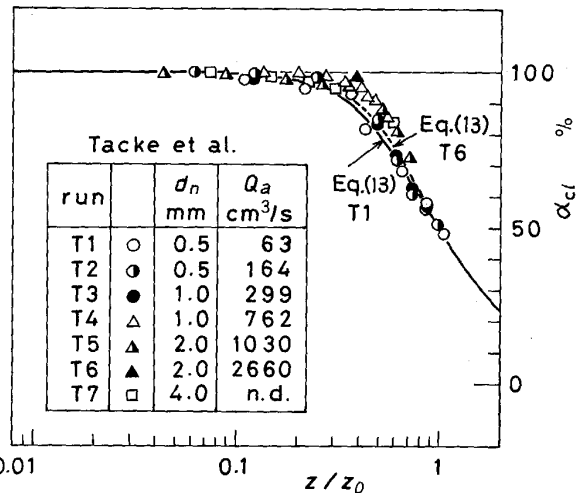


Fig. 21. Comparison of the estimated with measured values of  $\alpha_{cl}$  in the close vicinity of the nozzle exit.

て指数  $n$  には式(7)を用いる。式(8)の近似精度を調べるために TACKE らの測定値と比較して Fig. 21 に示す。近似精度は比較的良好である。ただし  $z/z_0=1$  では  $\alpha_{cl} = 50\%$  となるべきであるが、 $Fr_m \approx 1 \sim 2 \times 10^5$  において式(13)の推算値は50%からおよそ2%ずれる。式(13)と本測定値との間にもこの図と同程度の一致が得られた。

4. 結 言

電気探針法を用いて円筒容器内の水-空気系気泡噴流の気泡頻度  $f_B$  とガスホールドアップ  $\alpha$  を測定した。この結果と従来の測定値を参考にして、運動量支配領域における  $f_B$  と  $\alpha$  に対する推算式を提案した。ただし修正フルード数の適用範囲はおおよそ1から  $2 \times 10^5$  である。主な成果を具体的にまとめると次のようになる。

- (1) 運動量支配領域は  $\alpha_{cl}$  が100%から約10%まで減少するノズル出口近傍の区間である。
- (2) 運動量支配領域における  $f_B$  と  $\alpha$  の分布は、少なくとも  $D/d_n \geq 60$ 、 $H_w/d_n \geq 80$  の範囲で容器直径と浴深の影響を受けない。ただし  $H_w \leq 2D$ 。
- (3)  $\alpha_{cl} = 50\%$  の軸位置  $z_0$  とこの位置における  $\alpha$  の半値半幅  $b_\alpha(z_0)$  はそれぞれ TACKE らの提案した式(1)、(2)で精度よく近似できる。
- (4) 運動量支配領域のうちガスホールドアップ  $\alpha$  が正規分布に従うようになる  $\alpha_{cl} \approx 50 \sim 10\%$  の軸位置に着目し、中心軸上値  $\alpha_{cl}$  と半値半幅  $b_\alpha$  に対する推算式(5)、(6)を提案した。これらの式中の指数  $n$  は式(7)で与えられる。
- (5)  $\alpha_{cl}$  が約50%よりも小さい軸位置における気泡

頻度  $f_B$  の半値半幅  $b_f$  は  $\alpha$  の半値半幅  $b_\alpha$  によく一致する。したがって、 $\alpha_{cl} \approx 50 \sim 10\%$  の軸位置における  $b_f$  は  $b_\alpha$  に対する推算式(6)で精度よく近似できる。

(6)  $\alpha_{cl} \approx 100 \sim 50\%$  の軸位置における  $\alpha_{cl}$  に対する推算式(13)を提案した。

### 記 号

$b_f$ : 気泡頻度の半値半幅  
 $b_\alpha$ : ガスホールドアップの半値半幅  
 $b_\alpha(z_0)$ :  $z=z_0$  における  $b_\alpha$  の値  
 $D$ : 容器の直径  
 $d_n$ : ノズル径  
 $Fr_m$ : 修正フルード数  
 $f_B$ : 気泡頻度  
 $g$ : 重力の加速度  
 $H_w$ : 浴の深さ  
 $n$ : 式(5), (6)の指数  
 $Q_a$ : 吹込み空気流量  
 $R$ : 容器の半径  
 $r$ : 半径方向座標  
 $u_B$ : 気泡の上昇速度  
 $z$ : 軸方向座標 (ノズル出口を原点にとる)

$z_0$ :  $\alpha_{cl} = 50\%$  となる軸位置  
 $\alpha$ : ガスホールドアップ  
 $\rho_a$ : ノズル出口における空気の密度  
 $\rho_w$ : 水の密度  
 添え字  
 $cl$ : 容器の中心軸上の値を表す

### 文 献

- 1) 井口 学, 竹内博明: 材料とプロセス, **1** (1988), p. 1128  
井口 学, 竹内博明, 森田善一郎: 鉄と鋼, **76** (1990), p. 699
- 2) 川上正博, 富本 登, 伊藤公允: 鉄と鋼, **68** (1982), p. 774
- 3) T. H. TACKE, H. G. SCHUBERT, D. J. WEBER and K. SCHWERDFEGER: Metall. Trans. B, **16** (1985), p. 263
- 4) A. H. CASTILLEJOS and J. K. BRIMACOMBE: Metall. Trans. B, **18** (1987), p. 659
- 5) S. TANIGUCHI, A. KIKUCHI, H. MATSUZAKI and N. BESSHO: Trans. Iron Steel Inst. Jpn., **28** (1988), p. 262
- 6) G. G. K. MURTHY, A. GHOSH and S. P. MEHRORTA: Metall. Trans. B, **19** (1988), p. 885
- 7) M. SANO, H. MAKINO, Y. OZAWA and K. MORI: Trans. Iron Steel Inst. Jpn., **26** (1986), p. 298