

© 1990 ISIJ

論 文

鋼の連続铸造における凝固遷移層の発達に
関する数値シミュレーション高橋 忠義*・大笹 憲一*²・片山 教幸*³Simulation for Progress of Solid-Liquid Coexisting Zone in Continuous
Casting of Carbon Steels

Tadayoshi TAKAHASHI, Ken-ichi OHSASA and Noriyuki KATAYAMA

Synopsis :

The solid-liquid coexisting zone of a solidifying alloy was classified into three zones of q_2 , q_1 and p by the fluidity of the interdendritic liquid. In the q_2 zone, primary crystals and liquid can flow concurrently, whereas in the q_1 zone only the interdendritic liquid can flow between the dendrites, and in the p zone the liquid is entrapped by the solids and cannot flow.

In the present study, the progress of solid-liquid coexisting zones in continuous casting of carbon steels was investigated by numerical computation. Two dimensional heat transfer in a bloom continuous casting having 400 mm × 400 mm cross section was calculated by using finite difference method. The effect of electromagnetic stirring on the extent of the solid-liquid coexisting zones was estimated by considering effective thermal conductivity in the liquid, q_2 and q_1 zones. Results obtained were considered to be effective for predicting the location of segregations, extent of equiaxed crystal zone and optimum timing for soft reduction technique in continuous casting process.

Key words : continuous casting ; solidification ; carbon steel ; solid-liquid coexisting zone ; heat transfer ; finite difference method ; electromagnetic stirring.

1. 緒 言

著者の一人は、合金の凝固過程で形成される固体と液体の共存層を“凝固遷移層”¹⁾²⁾と呼称し、デンドライト結晶の発達段階に応じて、準液相と見なせる低固相率の q_2 層、デンドライト間隙を液相のみが流動する q_1 層、準固相とみなせる高固相率の p 層の各領域に分類している。この凝固遷移層の分類は、現在、鋼の铸造法の主流となっている連続铸造において、偏析の発生、電磁攪拌の効果、最適な軽圧下位置等を求める上で有効な基盤となると考えられる。連続铸造凝固過程での凝固速度や凝固プロフィールに関する解析は、これまでも数多く行われている^{3)~13)}が、凝固遷移層の分類に基づいて連続铸造凝固過程を検討した例はない。そこで本研究では、凝固遷移層の分類に基づいて凝固解析を行い、鋼の連続铸造凝固過程における凝固遷移層の発達過程を検討した。

2. 解析方法

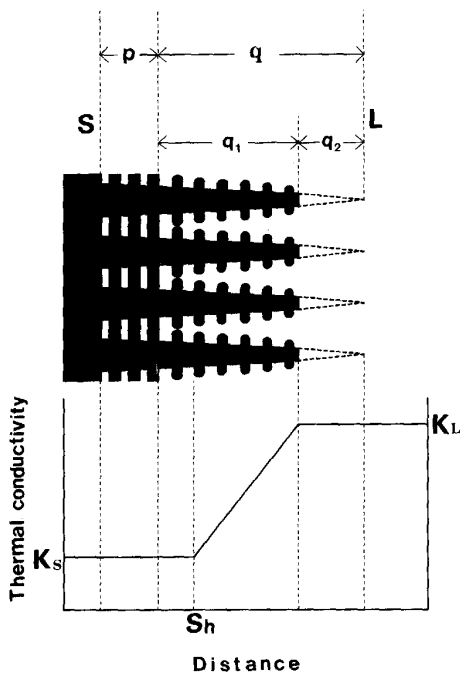
2.1 凝固遷移層の構成と分類

最初に、凝固遷移層の構成と分類について簡単に説明する。Fig. 1 に凝固遷移層を模式的に示す。凝固遷移層はデンドライトの発達形態によるデンドライト間液相の流動性によって二つの層に大別される。すなわちデンドライト間の液相が流動できる固相率の低い q 層と、デンドライトの発達によって液相が固相に取り囲まれて流動できなくなる p 層である。また q 層は初晶と液相の両方が共に一体となって流動できる凝固遷移層の先端域の q_2 層と、さらにデンドライトが発達して網目状に連係し固定され、液相のみがデンドライト結晶間隙を流動できる q_1 層に区分できる。 q_2 層と q_1 層の境界固相率は、従来分岐柱状晶形態では約 0.3 程度の固相率値¹⁾⁴⁾と見積もられていた。しかしこの固相率値は、合金鑄塊の柱状晶あるいは等軸晶のような結晶組織形態によって

平成元年 4 月本会講演大会にて発表 平成元年 8 月 24 日受付 (Received Aug. 24, 1989)

* 北海道大学名誉教授 工博 (The Professor Emeritus, Hokkaido University)

*² 北海道大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Hokkaido University, Kita 13-jo Nishi 8-chome Kita-ku Sapporo 060)*³ 北海道大学大学院 (現:川崎製鉄(株)) (Graduate School, Hokkaido University, Now Kawasaki Steel Corp.)



S: Solid region p: Semisolid region
 q₁: Region in which the interdendritic liquid can flow
 q₂: Semiliquid region
 L: Liquid region

Fig. 1. Schematic illustration of solid-liquid coexisting zones during the solidification of an alloy.

0.05~0.40 まで変化することが Al-Si 合金を用いた最近の研究¹⁵⁾ により示されている。一方, q₁ 層と p 層の境界の固相率は, マクロ偏析に及ぼす溶鋼流動の影響に関する研究¹⁶⁾ あるいは合金鑄塊の凝固過程での給湯性に関する研究¹⁷⁾ から 0.67 程度と見積もられている。また, Fig. 1 中の S_h は溶鋼の流動による乱流混合が凝固遷移層内におよぶ最大深さ位置の固相率を示し, その値は凝固速度と溶鋼の流動速度によって変化¹⁶⁾ する。以上の凝固遷移層の概念を, 連続鋳造凝固過程の解析に適用する。

2.2 伝熱解析

断面が 400 mm × 400 mm のブルームを解析の対象とした。Fig. 2 に示すように, ブルーム横断面を幅 5 mm の要素に二次元直交分割し, 前進差分法により, 連続鋳造凝固過程での伝熱計算を行った。伝熱計算における主な仮定は以下のとおりである。

- 1) 鑄片引抜き方向の熱流は無視する。
- 2) 鑄片の湾曲の影響は無視する。
- 3) 各物性値は温度によって変化しない。
- 4) 凝固潜熱は比熱に換算する。

Table 1 に計算に用いた鑄造条件, 各部の熱伝達係数,

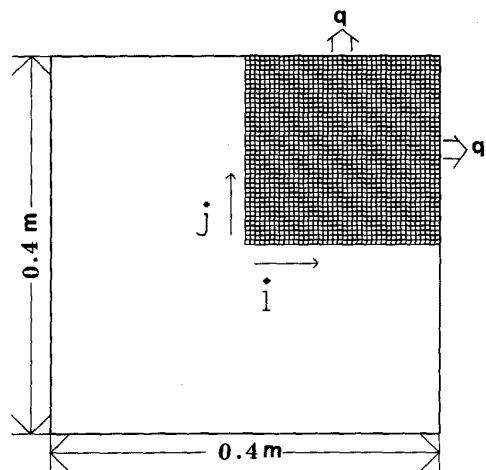


Fig. 2. Mesh of the bloom cross section used in the numerical calculation.

Table 1. Casting conditions and physical properties of steel used in the analysis.

Super heat of molten steel	20 (K)
Casting speed	0.015 (m/s)
Mold length	0.9 (m)
Length of secondary cooling zone	19 (m)
Temperature of cooling water	303 (K)
Heat transfer coefficient of mold/bloom interface	975 (W/(m ² ·K))
Heat transfer coefficient in spray cooling zone	2 667 (W/(m ² ·K))
Heat transfer coefficient in radiant cooling zone	50 (W/(m ² ·K))
Emissivity of bloom surface	0.79
Thermal conductivity of steel	28.5 (W/(m·K))
Specific heat of steel	0.65 (kJ/(kg·K))
Density of steel	7 000 (kg/m ³)
Latent heat of steel	268 (kJ/kg)

輻射率, 鋼の物性値を示す。なお, 二次冷却帯においては, 鑄片表面温度一定の操業条件に対応させて, 鑄片表面の温度が 1 073 K 以下になった場合には, 輻射伝熱に計算を切り替えることにより, 鑄片表面温度が約 1 073 K に保たれる状況を設定した。鑄込み時の溶鋼の過熱度は 20 K, 鑄造速度は 0.015 m/s とした。

3. Fe-C 二元系合金

3.1 平衡凝固

最初に, 鋼の凝固機構を理解する基本として, Fe-C 二元系合金が平衡状態図のとおり凝固する場合を計算した。計算における凝固潜熱の取扱いは見かけの比熱 C_{P'} に換算する等価比熱法¹⁸⁾¹⁹⁾ を用いた。

$$C_{P'} = C_P + L \cdot \left| \frac{df_s}{dT} \right| \dots\dots\dots (1)$$

L: 凝固潜熱 (kJ/kg)

C_P: 比熱 (kJ/(kg·K))

平衡凝固 (平衡状態図に従う) では, 液相線と固相線を直線と仮定すると, 固相率 f_s は次式で与えられる。

$$f_s = \frac{1}{1 - k_0} \left(1 - \frac{m \cdot C_0}{T_0 - T} \right) \dots\dots\dots (2)$$

m : Fe-C 二元系平衡状態図の液相線の傾き

δ 相; $m = 82$

γ 相; $m = 66$

C_0 : 初期 C 組成 (mass%)

T_0 : 純 Fe の凝固温度 (K)

T : Fe-C 二元合金の温度 (K)

k_0 : 平衡分配係数

δ 相; 0.20

γ 相; 0.39

(1)と(2)式から

$$C_P' = C_P + \frac{L}{1 - k_0} \cdot \frac{m \cdot C_0}{(T_0 - T)^2} \dots\dots\dots (3)$$

Fe-C 二元合金の平衡凝固での包晶反応の伝熱的取扱いは、包晶反応に仮の微小温度区間 ΔT_P (1 K とする) を与えてその間の潜熱量を比熱に配分する方法を用いた。

$$C_P' = C_P + L \cdot \left(\frac{f_{S\gamma} - f_{S\delta}}{\Delta T_P} \right) \dots\dots\dots (4)$$

$f_{S\delta}$: 平衡状態図上での包晶反応開始直前の固相率

$f_{S\gamma}$: 平衡状態図上での包晶反応終了時の固相率

ΔT_P : 仮の包晶反応温度区間 (K)

3.2 実際凝固での包晶反応の取扱い

炭素鋼の包晶反応は初晶 δ 晶と液相との界面でのみ起きる反応であるので、実際の凝固では平衡状態図のとおりには進行しない。この非平衡に進行する包晶反応過程を伝熱計算の上で考慮するために、次の二つのモデルを検討した。Model I は、包晶反応で生成した γ 相によって初晶 δ 晶と液相とが完全に分離し、その後の温度降下と共に、液相中に γ 相が独立に生成、成長していく

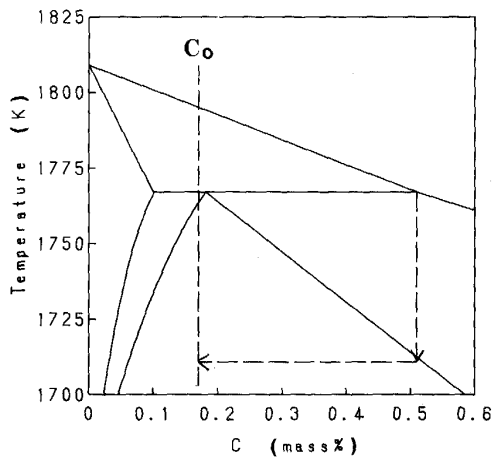


Fig. 3. Solidification path and final solidification temperature for a Fe-C binary alloy with non-equilibrium peritectic transformation (Model I).

モデルである。鑄片表面のように冷却速度が大きい領域では、このモデルに近い凝固が生じると考えられる。この時の凝固終了温度の求め方を Fig. 3 に模式的に示す。包晶反応が開始するときの残液相の C 濃度を新たな初期組成と見なして、その後の凝固過程を追跡するものである。

次に、Model II では、 δ 晶表面に生成した γ 相が液相中に成長していく状態を考えるが、包晶反応開始時の δ 晶の固相量を、見かけ上 γ 相の固相量に置き換えてその後の液相の濃化を考えるものである。すなわち、Fig.

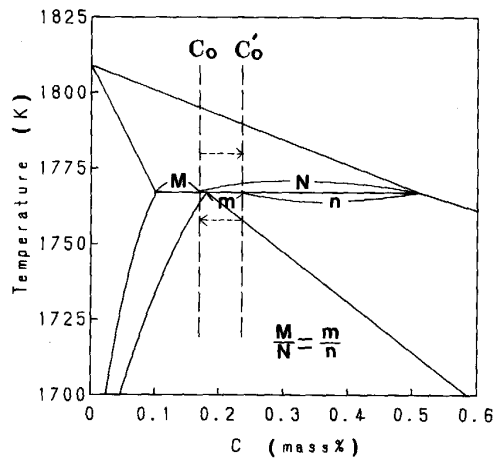
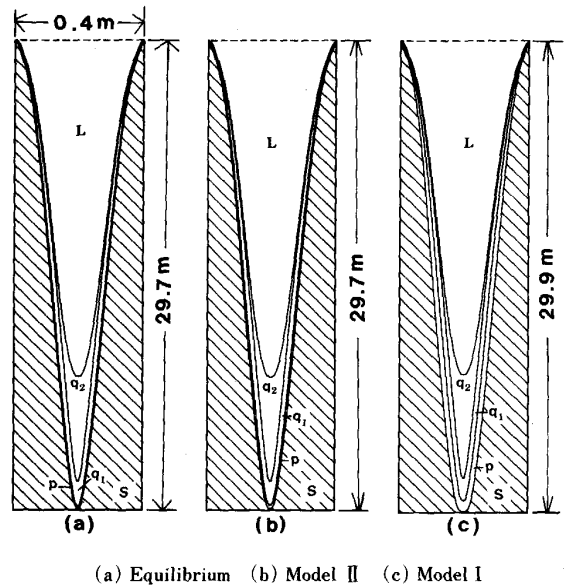


Fig. 4. Solidification path and final solidification temperature for a Fe-C binary alloy with non-equilibrium peritectic transformation (Model II).



(a) Equilibrium (b) Model II (c) Model I
Fig. 5. The progress of solid-liquid coexisting zones in continuous casting blooms for a Fe-0.23 mass%C binary alloy. The fraction solid of the boundary between the q_2 and q_1 zones was taken as 0.05 for the columnar morphology.

4に示すように初期炭素濃度 C_0 の鋼が包晶反応温度に達すると、包晶反応開始時の δ 晶の固相率と同じ γ 相率を有する C_0' の組成に基準炭素濃度をシフトさせ、この見かけの組成ラインに沿ってその後の凝固過程を計算するものである。この Model II は、温度と固相率との関係で見ると、平衡凝固と Model I の凝固の中間の状態を表すものとなる。

3.3 Fe-C 二元系合金の凝固遷移層

Fig. 5 に、Fe-0.23%C 二元系合金が平衡状態図に従って凝固した場合、および Model I, Model II のそれぞれのモデルに基づいた場合の計算によるブルーム縦断面の凝固遷移層形状を示す。鑄片の縦方向の長さは、横方向に対して 1/20 の比率で表してある。なお、 q_2 層、 q_1 層の境界固相率は、柱状晶形態を想定して 0.05 として表してある。Fig. 5 (a) の平衡凝固では、 q_2 層に比較して、 q_1 層および p 層が極めて狭い凝固遷移層が発達している。一方、非平衡包晶反応モデルの場合には、Fig. 5 (b) の Model II では平衡凝固の場合と比較して p 層領域がわずかに拡大し、また Fig. 5 (c) の Model I では比較的大きく拡大している。本論文でのこの後の解析では Model I に統一して行うことにする。Model I に統一した理由は、鑄片の凝固終了までの長さで比較すると各モデルの差はほとんどないこと、また、Model I を用いることにより、包晶変態が非平衡に進行した時の、限界の凝固遷移層形状が示されるからである。

4. 実用鋼における凝固遷移層の発達

実用鋼の凝固では、炭素以外の成分の濃化による凝固温度降下を考慮する必要がある。固相率 f_S と液相内の溶質濃度 C_L との関係を表すためのいくつかの解析式が報告^{20)~25)} されている。どの関係式を用いるかは、各凝固条件のもとでの溶質濃化を計算する上で重要であるが、本解析では以下の関係式²²⁾ を用いて成分元素の凝固過程での濃化過程を求めることにした。

$$C_L = C_0 \{1 - (1 - 2\alpha k_0) f_S\}^{(k_0-1)/(1-2\alpha k_0)} \dots \dots (5)$$

α : 凝固パラメーター²²⁾

k_0 : 平衡分配係数

C_0 : 初期組成 (mass%)

炭素以外の成分元素の濃化による凝固点降下の総和 ΔT は次式で表される

$$\Delta T = \sum \xi_{(i)} \cdot \Delta C_{(i)} \dots \dots \dots (6)$$

$\xi_{(i)}$: i 成分元素の凝固点降下係数 (K/mass%)

$\Delta C_{(i)} = C_{L(i)} - C_{0(i)}$

$C_{L(i)}$: 固-液共存層内の液相中における i 成分元素の

Table 2. Chemical compositions of steels used in the calculation (mass%).

C	Si	Mn	P	S
0.15	0.010	0.380	0.014	0.012
0.23	0.010	0.380	0.014	0.012

Table 3. Temperature lowering coefficients of elements used in the calculation (K/mass%).

	C	Si	Mn	P	S
δ	69.0	16.9	7.2	37.0	47.0
γ	82.0	16.9	7.2	37.0	47.0

Table 4. Equilibrium distribution coefficients and solidification parameters used in the calculation.

	C	Si	Mn	P	S
k_0	δ 0.20	0.84	0.80	δ 0.23	δ 0.06
	γ 0.39			γ 0.13	γ 0.02
α	0.47	0.0028	0.0014	0.0108	0.073

濃度 (mass%)

$C_{0(i)}$: i 成分元素の初期溶質濃度 (mass%)

実用鋼の凝固では、Fe-C 二元系合金の凝固過程における温度と固相率の関係に、さらに上記の温度降下 ΔT を加える必要がある。計算に用いた組成を Table 2 に、凝固点降下係数を Table 3 に、平衡分配係数 k_0 および凝固パラメーター α の値を Table 4 にそれぞれ示す。

(1)式に適用する df_S/dT を溶質濃化の計算から求めた f_S-T 曲線の傾きより決定し、実用鋼の凝固過程での伝熱計算を行った。なお、凝固終了となる $f_S=1$ に近づくと、P や S のように平衡分配係数が比較的小さい成分元素の計算による濃化量は急速に増加し、そのためこれらの元素の初期濃度が増加すると、凝固終了温度は大きく降下する。しかし、実際凝固では凝固末期の化合物の晶出により、残溶鋼中での溶質成分の濃化が抑制されるので、(5)式に $f_S=1$ を代入して求めた凝固終了温度は実際の終了温度とは異なってくる。そこで本解析では $f_S=1$ までの濃化を計算せず、 $f_S=0.995$ をもって凝固終了とした。この固相率値は、凝固層の強度という観点からは完全固相と見なして問題はないと考えられる。

Fig. 6 に 0.15%C 鋼と 0.23%C 鋼の実用鋼の鑄片の凝固遷移層形状を示す。Fe-C 二元系合金と比較して p 層の領域がより拡大し、それと共に凝固終了までの鑄片長さも幾分増加している。しかし、初期炭素濃度の変化の影響は小さいことがわかる。図中の q_1 層の領域は比

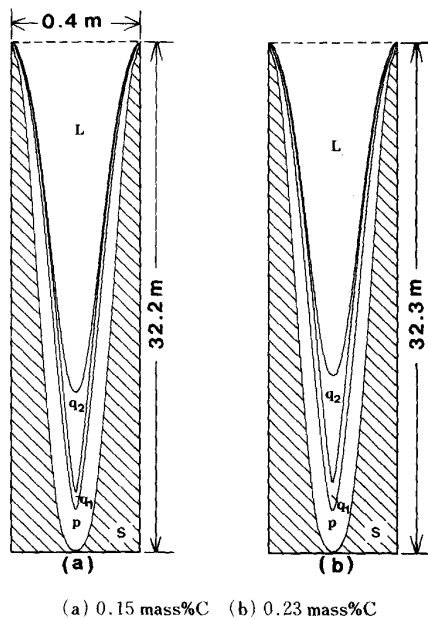


Fig. 6. The progress of solid-liquid coexisting zones in continuous casting blooms for commercial carbon steels.

較的狭くなっているが、この領域において逆V偏析などのデンドライト間液相の流動に起因するマクロ偏析が発生する。一方、p層は最終濃化領域に生じるセミマクロ偏析や介在物、さらに凝固末期で増大する凝固収縮負圧によるポロシティ等の欠陥の発生領域になる。

5. 電磁攪拌の影響

連続铸造の操業においては、等軸晶化のために一般に電磁攪拌がかけられている。熱移動に対する溶鋼流動の影響を評価するためには、乱流状態を含む溶鋼の流動パターンを正確に求めることが必要である。しかしそのためには、現在のところ膨大な計算時間が必要である。

従来、溶鋼の熱伝導率を見かけ上大きくすることによって溶鋼流動の影響を計算する方法³⁽⁴⁾⁽¹³⁾⁽²⁶⁾⁽²⁷⁾が用いられている。しかし、その際の液相が流動する領域は、凝固遷移層の概念に基づいて決定することが重要である。

Fig. 1に示すように、完全固相領域と準固相と見なせるp層では固相の熱伝導率 K_S を、完全液相および準液相と見なせる q_2 層では、より大きな値の K_L を用いる。その間の凝固遷移層の q_1 層内では、溶鋼流動がおよぶ領域ではその液相率に応じて溶鋼の流動による熱移動量が変化するので、 q_2 層と q_1 層の境界位置までの熱伝導率を K_L とし、そこから乱流混合が及ぶ最大深さ位置まで直線的に熱伝導率を変化させる。この境界の固相率 S_h は凝固速度 V および溶鋼の流動速度 U と関係づ

けた次式¹⁶⁾で与えられる。

$$(U/V) = 7500 \cdot S_h / (1 - S_h) \dots \dots \dots (7)$$

U : 溶鋼流動速度 (m/s)

V : 凝固速度 (m/s)

本計算では、凝固遷移層前面での溶鋼の流動速度 U は、平均として 0.5 m/s ^{28)~30)}と仮定した。伝熱計算から、凝固速度 V が求まり、各時間での S_h が決まる。なお、凝固速度 V は q_2 層と q_1 層の境界位置の移行速度として定義した。

電磁攪拌を受けている間は、凝固遷移層内は溶鋼流動により溶質の洗浄効果¹⁶⁾を受けることになり、たえず初期組成に近いバルクの溶鋼が流入して凝固が進行する。その結果、負偏析帯が生成する。この洗浄効果を伝熱計算に取り入れるために、 q_1 層段階で、かつ固相率が S_h 以下の分割要素においては、等価比熱法を用いず、各時間ステップごとの伝熱計算の後に、要素の温度を溶鋼の凝固開始温度 T_L に戻すいわゆる温度回復法¹⁹⁾を用いることにした。その間の固相率変化は次式で表される。

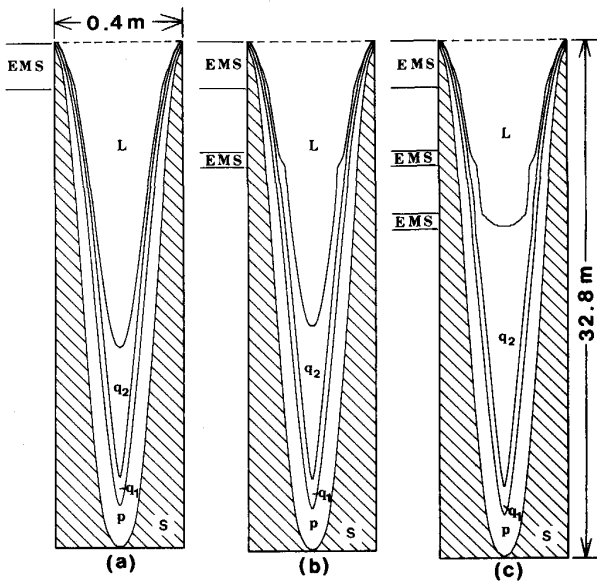
$$f_{Si}^{t+\Delta t} = f_{Si}^t + \Delta T \cdot C_P / L \dots \dots \dots (8)$$

ΔT : 時間ステップ Δt での各分割要素の温度変化 (K)

鑄片が電磁攪拌領域を通過すると、通常の計算ルーチンに戻して計算を続行した。なお、洗浄効果により、バルクの溶鋼の成分元素は幾分濃化するが、その影響は無視することにする。

流動下での溶鋼の見かけの熱伝導率がどの程度であるかについては、MIZIKAR³⁾は、流動がない場合の約7.5倍の値を用いている。電磁攪拌による強制対流時の場合には、この値はより大きくなると考えられるが、その正確な数値は明らかではない。そこで本解析では、流動がない時の10倍という値を基本として用い、さらに攪拌強度をあげた場合に対応させて、さらに大きな熱伝導率を適用してみることにする。また、攪拌が及ぶ範囲に関しては、DUBKE³¹⁾らの電磁攪拌による鑄片内での流動場に関する最近の解析によれば、電磁攪拌装置の幅を超えると、溶鋼の流動速度は比較的急速に減少するようである。そこで、攪拌位置を中心として幅1mの範囲で均一に溶鋼が流動していると仮定して計算した。また、モールド内では、モールド内攪拌および鑄込み流により、メニスカスから2m下の範囲まで流動が生じている状況を仮定した。

Fig. 7は、溶鋼の見かけの熱伝導率を10倍とし、メニスカスより2.5m下の二次冷却帯上部で一段、二次冷却帯中部で更に二段目、更に二次冷却帯下部で三段目



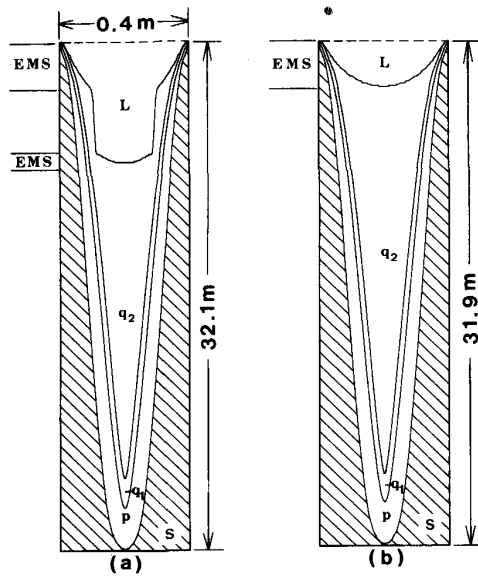
(a) One stirrer (b) Two stirrers (c) Three stirrers
 $K_L = 10 \times K_S$
 K_L : Effective thermal conductivity in molten steel
 K_S : Thermal conductivity in solid steel

Fig. 7. Change in the solid-liquid coexisting zones in continuous casting bloom for a 0.23 mass% C carbon steel by the number of electromagnetic stirring.

の電磁攪拌をかけた場合の計算結果を示す。一段目とモールド部の流動域はかさなりあい、併せて一つの攪拌領域を形成している。電磁攪拌が一段の Fig. 7 (a) の場合では、鑄片の凝固遷移層は無攪拌の場合とそれほど変わらないが、段数を増加させると q_2 層領域が拡大し、三段かけた Fig. 7 (c) の場合には鑄片内部は完全に q_2 層領域となるのがわかる。しかし、電磁攪拌によって高固相率側の p 層形状はあまり変化していない。Fig. 8 は有効熱伝導率をさらに大きくした場合の結果を示している。20 倍にした Fig. 8 (a) では 2 段で、30 倍とした Fig. 8 (b) では一段で q_2 層領域が鑄片中心まで拡大している。

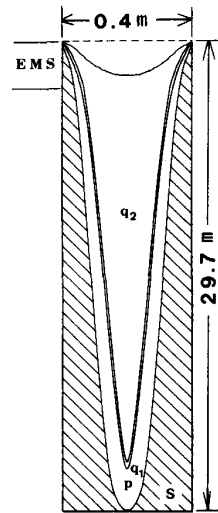
著者らは Al-Si 合金を用いた実験³²⁾³³⁾で、凝固遷移層の q_2 層の急速な拡大が、等軸晶層の生成とその安定化に対して重要な要因となることを明らかにしている。従って、鑄片内での q_2 層の変化は、電磁攪拌による鑄片内での等軸晶の生成領域を予測する上で重要と考えられる。なお、Fig. 7, 8 に示した凝固遷移層は、柱状晶形態を想定して、 q_2 層と q_1 層の境界固相率を 0.05 として表したものである。もし、柱状晶-等軸晶遷移が生じると、その境界固相率は 0.40 へと推移していき、それと共に凝固遷移層形態は変化する。

Fig. 9 は、Fig. 8 (b) と同じ 30 倍の有効熱伝導率を



(a) $K_L = 20 \times K_S$ (b) $K_L = 30 \times K_S$

Fig. 8. Effect of the electromagnetic stirring force on the progress of the solid-liquid coexisting zones in continuous casting bloom for a 0.23 mass% C carbon steel.



$K_L = 30 \times K_S$

Fig. 9. The progress of solid-liquid coexisting zones in continuous casting bloom for a 0.23 mass% C carbon steel. The fraction solid of the boundary between the q_2 and q_1 zones was taken as 0.40 for the equiaxed morphology.

用い、 q_2 層と q_1 層の境界固相率を 0.40 として計算した場合の結果である。 q_2 層の領域がさらに拡大し、また凝固終了までの鑄片長さが短くなって凝固時間が短縮されている。このように電磁攪拌が十分に行われ、等軸晶の生成が促進されると、鑄片内の凝固遷移層形態が変

化し、減固速度も変化することがわかる。

6. 結 言

鋼の連続铸造凝固過程での凝固遷移層の発達過程を凝固解析により求めた。Fe-C 二元系合金の連続铸造凝固過程の場合には、凝固遷移層は q_2 層と比較して q_1 層と p 層が極めて狭い形態となる。また、包晶反応が非平衡に進行すると、p 層領域が拡大する。実用鋼の連続铸造の場合には、p 層領域がさらに拡大する。電磁攪拌をかけた場合には、攪拌回数が増えるにしたがって、また攪拌強度を大きくするにしたがって凝固遷移層の q_2 層領域が急速に拡大する。また、 q_2 層と q_1 層の境界固相率が柱状晶形態の 0.05 から等軸晶形態の 0.40 に変化することにより、凝固遷移層形状および凝固速度が変化する。連続铸造凝固における凝固遷移層の発達過程を求めることは、偏析の発生、等軸晶層の生成領域、最適な軽圧下位置などを予測する上で有効と考えられる。

文 献

- 1) 高橋忠義, 萩原 巖: 日本金属学会誌, **29** (1965), p. 1152
- 2) 高橋忠義: 日本金属学会会報, **16** (1977), p. 823
- 3) E. A. MIZIKAR: Trans. Metall. Soc. AIME, **239** (1967), p. 1747
- 4) J. SZEKELY and V. STANEK: Metall. Trans., **1** (1970), p. 119
- 5) 大井 浩, 松野淳一: 鉄と鋼, **60** (1974), p. 807
- 6) 宮沢憲一, 鞭 巖: 鉄と鋼, **60** (1974), p. 1000
- 7) 南条敏夫, 深井利行, 小森英俊, 木崎皖司: 鉄と鋼, **60** (1974), p. 1013
- 8) 松野淳一, 中戸 参, 大井 浩: 鉄と鋼, **60** (1974), p. 1023
- 9) 中戸 参, 鞭 巖: 鉄と鋼, **66** (1980), p. 33
- 10) T. W. CLYNE, A. GARCIA, P. ACKERMANN and W. KURZ: J. Met., **34** (1982) 2, p. 34
- 11) B. ROGBERG: Scand. J. Metall., **12** (1983), p. 13
- 12) 北村 章, 小西正躬, 清水孝之, 尾上善則, 久徳千三: 鉄と鋼, **70** (1984), p. 1022
- 13) 高輪武志, 高本 勉, 友野 宏, 奥野圭吾, 三木裕貴, 榎本良敏: 鉄と鋼, **74** (1988), p. 2294
- 14) 高橋忠義, 工藤昌行, 吉年慶一: 日本金属学会誌, **43** (1979), p. 1086
- 15) 大笹憲一, 高橋忠義, 宮下英明: 鑄物, **61** (1989), p. 92
- 16) 高橋忠義, 市川 洌, 工藤昌行, 島原皓一: 鉄と鋼, **61** (1975), p. 2198
- 17) 高橋忠義, 工藤昌行, 大笹憲一, フェルーク セディキ: 鑄物, **60** (1988), p. 313
- 18) 新山英輔: 鑄物, **47** (1975), p. 28
- 19) 大中逸雄: コンピュータ伝熱・凝固解析入門 (1985) [丸善]
- 20) E. SCHEIL: Z. Metallkd., **34** (1942), p. 70
- 21) W. G. PFANN: Trans. AIME, **194** (1952), p. 747
- 22) H. D. BRODY and M. C. FLEMINGS: Trans. Metall. Soc. AIME, **236** (1966), p. 615
- 23) T. W. CLYNE and W. KURZ: Metall. Trans. A, **12** (1981), p. 965
- 24) 大中逸雄: 鉄と鋼, **70** (1984), S 913
- 25) S. KOBAYASHI: J. Crystal Growth, **88** (1988), p. 87
- 26) 藤井徹也, 松野淳一, 大井 浩: 鉄と鋼, **60** (1974), p. 1041
- 27) K. TACKE, A. GRILL, K. MIYAZAWA and K. SCHWERTFEGER: Arch. Eisenhüttenwes., **52** (1981), p. 15
- 28) 佐々木寛太郎, 杉谷泰夫, 小林純夫, 石村 進: 鉄と鋼, **65** (1979), p. 60
- 29) 綾田研三, 成田貴一, 森 隆資, 大西稔泰: 鉄と鋼, **67** (1981), p. 1278
- 30) 竹内栄一, 藤井博務, 大橋徹郎, 円野 仁, 高尾磁良, 古垣一成, 喜多村治雄: 鉄と鋼, **69** (1983), p. 1615
- 31) M. DUBKE, K. TACKE, K. SPITZER and K. SCHWERTFEGER: Metall. Trans. B, **19** (1988), p. 595
- 32) 工藤昌行, 大参達也, 高橋忠義: 日本金属学会誌, **51** (1987), p. 941
- 33) 工藤昌行, 大参達也, 高橋忠義: 日本金属学会誌, **51** (1987), p. 948