

α Ti の塑性変形機構

解説

花 田 修 治*

Plastic Deformation Mechanisms in α Titanium

Shuji HANADA

1. はじめに

結晶の塑性変形モードは一般に、すべり変形と双晶変形に大別される。したがって、活動するすべり系および双晶系は結晶の塑性変形挙動を正確に理解するうえで不可欠な情報である。

実用的にも重要な Ti および Ti 合金は、 α 型 (hcp), $\alpha + \beta$ 型 (hcp + bcc), β 型 (bcc) に分類されるが、 α , β のいずれにおいても温度、合金組成、応力状態などに依存して、実にさまざまなすべり系・双晶系が現れ、それにとまって塑性変形挙動が複雑に変化する。その傾向は α Ti において特に顕著である。そこで本稿ではこれまでに報告されている α Ti のすべり系および双晶系に関する知見を基に、 α Ti の塑性変形機構とその特徴について解説する。

2. すべり系・双晶系とせん断応力の向き

すべり面とすべり方向は、fcc や bcc 構造の結晶では稠密面と稠密方向によって決まるため、同一の結晶構造ではほとんど同一であるが、hcp 構造の結晶では金属・合金系によって複雑に変化する。これまで報告されている hcp 金属の主すべり面は Table 1 に示すように、 c/a が 1.593 以下の金属では柱面 $\{01\bar{1}0\}$ であり (Be, Tb を除く)、1.615 以上の金属では底面 $\{0001\}$ である¹⁾。そのため活動するすべり系は基本的には c/a に関係づけて考察されている。Ti の c/a は 1.587 で主すべり系は $\{1100\} \langle 11\bar{2}0 \rangle$ であるが、条件によっては $\{0001\} \langle 1120 \rangle$ ^{2)~4)} も活動する。これらのすべり系におけるすべり方向はいずれも底面内にあり (\bar{a} 転位)、 c 軸方向へのひずみを生じない。そのため、 c 軸方向に変形した単結晶 Ti では変形双晶が発生する。多結晶 Ti でもすべりと変形双晶が発生し、それによって von Mises の条件が満足され、大きな延性が得られる。

Table 1. Principal glide planes observed for hcp elements which exist in solid form at atmospheric pressure¹⁾.

Element	c/a (at RT)	Principal slip plane \bar{a}	Principal slip plane $c+\bar{a}$
Be	1.568	Basal	11 $\bar{2}2$
Ho	1.570	Prism	
Er	1.570	Prism	
Y	1.571	Prism	
Dy	1.573	Prism	
Hf	1.581	Prism	
Tb	1.581	Basal	
Ru	1.582	Prism	
Ti	1.587	Prism	1 $\bar{1}01$
Gd	1.590	Prism	
Zr	1.593	Prism	1 $\bar{1}01$
Re	1.615	Basal	
Mg	1.624	Basal	11 $\bar{2}2$
Co	1.628	Basal	11 $\bar{2}2$
Zn	1.856	Basal	11 $\bar{2}2$
Cd	1.886	Basal	11 $\bar{2}2$

変形双晶の発生もまた c/a に著しく依存する。Fig. 1 に双晶せん断ひずみと c/a の関係を 6 種類の双晶系について示す⁷⁾。ここで正の傾きをもつ双晶系では双晶によって c 軸方向への収縮が起こり (圧縮双晶)、負の傾きをもつものでは伸長が生じる (引張双晶)。このことから容易に予想されるように、活動する双晶系はせん断応力の向きによって影響される。

Fig. 2 は最近石山ら⁸⁾ によって求められた、室温における単結晶 Ti の塑性変形モードの方位依存性を示す。(a)は引張試験、(b)は圧縮試験の結果をまとめたものである。ここで、●は塑性変形モードが双晶であることを示しており、○はすべり変形を示し、●○は双晶とすべりの混在を意味する。塑性変形モードの決定は降伏直後に除荷重した試料で行われている。試料軸が $[0001]$ 近傍にあると、引張り・圧縮ともに双晶が現れるが、引張りでは $(1\bar{1}02)[1\bar{1}01]$ 双晶、圧縮では $(\bar{1}2\bar{1}2)[\bar{1}2\bar{1}3]$ 双晶である。試料軸が $[0001]$ から大きくずれると引張り・

平成元年 9 月 1 日受付 (Received Sep. 1, 1989) (依頼解説)

* 東北大学金属材料研究所教授 工博 (Institute for Materials Research, Tohoku University, 2-1-1 Katahira Aoba-ku Sendai 980)

Key words : plastic deformation ; α titanium ; mechanical twinning ; Schmid factor ; prismatic slip ; pyramidal slip ; interstitial impurity ; solution hardening ; texture.

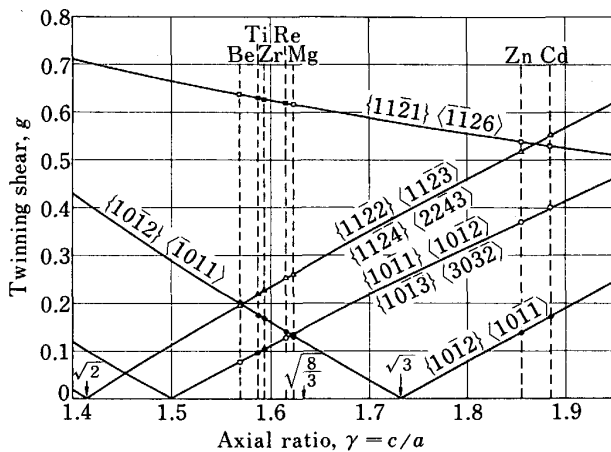


Fig. 1. Variation of twinning shear with the axial ratio. For the seven hexagonal metals, a filled symbol indicates that the twin mode is an active mode⁷⁾.

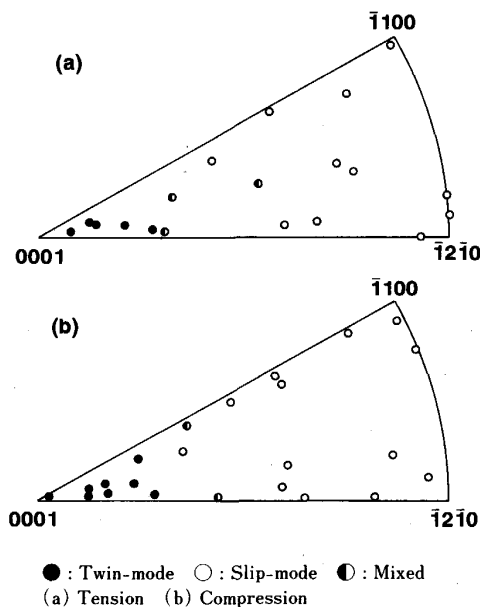


Fig. 2. Orientation dependence of plastic deformation mode in titanium at room temperature⁸⁾.

圧縮ともに $(01\bar{1}0)[\bar{2}110]$ すべりになる。室温におけるこれ以外のすべり系として $\{0001\} \langle 11\bar{2}0 \rangle$ ²⁾³⁾ $\{10\bar{1}1\} \langle \bar{1}\bar{1}23 \rangle$ ⁹⁾ $\{11\bar{2}2\} \langle \bar{1}\bar{1}23 \rangle$ ¹⁰⁾ と、双晶系として $\{11\bar{2}1\}$ ⁵⁾¹¹⁾ $\{11\bar{2}3\}$ ¹¹⁾ $\{11\bar{2}4\}$ ¹¹⁾¹²⁾ の活動が報告されているが、いずれも支配的な系ではない。Fig. 2 に示した引張りと圧縮変形による双晶系の違い、塑性変形モードの方位依存性はすべり系、双晶系の Schmid 因子とせん断応力の向きを考慮することにより、定性的にはあるが容易に理解できる。Fig. 3 はすべり系および双晶系の Schmid 因子が試料軸方位によってどのように変化するかを標準ステレオ投影図に等値線を用いて示したもので、(a) は $(01\bar{1}0)[\bar{2}110]$ すべり系、(b) (c) (d) はそれぞれ $(1\bar{1}02)[\bar{1}101]$ 、 $(\bar{1}2\bar{1}2)[\bar{1}2\bar{1}3]$ 、 $(\bar{1}2\bar{1}1)[\bar{1}2\bar{1}6]$ 双晶系のもので

ある。これら双晶系に関して、それぞれの系に対して存在する等価な6個の双晶系の面と方向をすべてまとめて示したのが Fig. 4 である。ここで●印は面の法線方位を、○は方向を示す。各系について引張りまたは圧縮変形のいずれで双晶が発生するかを、試料軸方位と関係づけて示したのが Fig. 5 と Table 2 である。Fig. 3 (a) から明らかなように $(01\bar{1}0)[\bar{2}110]$ すべりの Schmid 因子は試料軸が $[0001]$ からずれるにつれて大きくなり、 $[\bar{1}2\bar{1}0]-[\bar{1}100]$ 線上で最大になる。これに対して双晶系 $(1\bar{1}02)[\bar{1}101]$ 、 $(\bar{1}2\bar{1}2)[\bar{1}2\bar{1}3]$ 、 $(\bar{1}2\bar{1}1)[\bar{1}2\bar{1}6]$ の Schmid 因子は試料軸が $[0001]$ に近い方位で最大となる (Fig. 3 (b)(c)(d))。ここで注目されるのは試料軸が標準ステレオ三角形の中央部に近い方位で三つの双晶形とも Schmid 因子がゼロとなり、さらに $[0001]$ からずれると Schmid 因子がマイナスになることである。このプラスからマイナスに移る試料軸方位が、Fig. 5 のステレオ三角形中に記入された境界線に対応している。すなわち、Fig. 5 (a) と Table 2 から $(1\bar{1}02)[\bar{1}101]$ 双晶は試料軸が OCD 内にあるときは引張り、CDGH 内にあるときは圧縮で可能となることが分かる。また、同様に $(\bar{1}2\bar{1}2)[\bar{1}2\bar{1}3]$ 双晶は試料軸が ODE 内にあるときは圧縮で、DEGH にあるときは引張りで可能である。このような双晶変形にもなる結晶の幾何学的考察から、Ti の変形双晶の方位依存性は、主すべり系である $(01\bar{1}0)[\bar{2}110]$ の Schmid 因子が小さい試料軸で、引張りでは $(1\bar{1}02)[\bar{1}101]$ 双晶の、圧縮では $(\bar{1}2\bar{1}2)[\bar{1}2\bar{1}3]$ 双晶の Schmid 因子が大きくなるため発生する、と説明できる。Fig. 2 で $(01\bar{1}0)[\bar{2}110]$ すべりの Schmid 因子が大きい試料軸では、Schmid 因子の大きい双晶系でも活動しない (例えば、圧縮軸が $[\bar{1}100]$ にあるとき、 $(1\bar{1}02)[\bar{1}101]$ 双晶の Schmid 因子は 0.5 であるが観察されない) ことから、主すべりの臨界せん断応力 (CRSS) は双晶系のそれより小さいことを想像させる。さらに、 $(\bar{1}2\bar{1}1)[\bar{1}2\bar{1}6]$ 双晶に対する Schmid 因子が最も大きくなる圧縮軸でも、この双晶ではなく、 $(\bar{1}2\bar{1}2)[\bar{1}2\bar{1}3]$ 双晶が観察されることから、 $(\bar{1}2\bar{1}2)[\bar{1}2\bar{1}3]$ 双晶の CRSS は $(\bar{1}2\bar{1}1)[\bar{1}2\bar{1}6]$ のそれより小さいように思われる。しかし、局所的な応力集中に極めて敏感な双晶発生に対して、Schmid の法則は通常成立しないので、このような比較には意味がないと考えられている¹³⁾。

3. 変形温度

3.1 すべり系・双晶系の温度依存性

Fig. 2 で試料軸が $[0001]$ 付近にあるときの引張変形における塑性変形モードは $\{1\bar{1}02\}$ 双晶であることを示したが、この双晶系は 78~773 K の広い範囲で観察されている¹³⁾¹⁴⁾。しかし、引張軸が $[0001]$ からずれると、室温では $\{01\bar{1}0\}$ すべりであるが、78 K では $\{01\bar{1}0\}$ すべりとともに $\{\bar{1}2\bar{1}1\}$ 双晶が発生し、423 K では $\{01\bar{1}0\}$

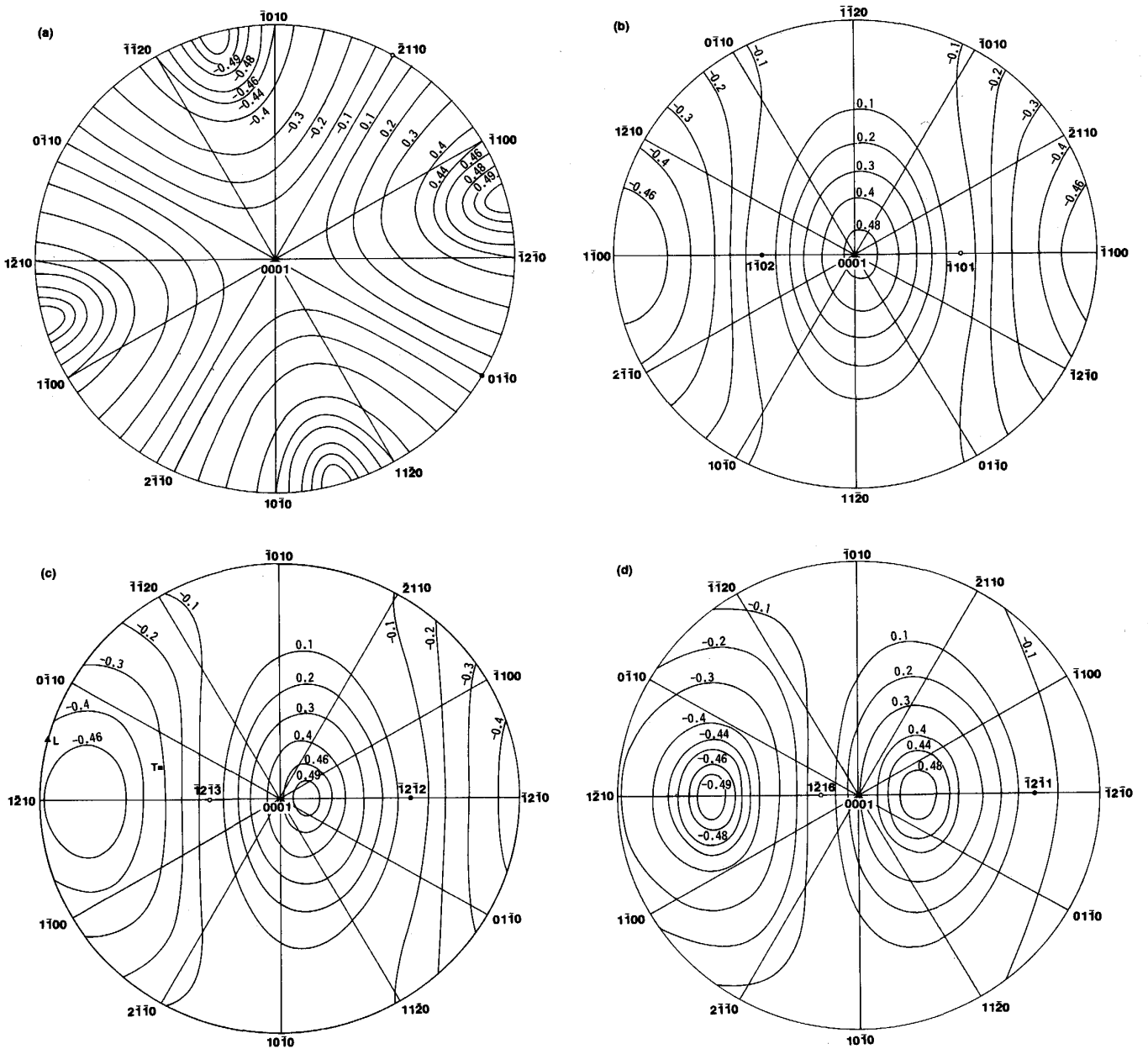


Fig. 3. Contours of the Schmid factors for $(01\bar{1}0)[\bar{2}110]$ slip system (a), $(1\bar{1}02)[\bar{1}101]$ (b), $(\bar{1}2\bar{1}2)[\bar{1}2\bar{1}3]$ (c) and $(\bar{1}2\bar{1}1)[\bar{1}2\bar{1}6]$ (d) twinning systems.

すべりの他にわずかではあるが $\{1\bar{1}02\}$ 双晶も発生する。さらに、500 K 以上では底面すべりが支配的となる方位が存在する¹³⁾。粗大粒多結晶の引張試験では 78 K において $\{1\bar{1}02\}$, $\{\bar{1}2\bar{1}1\}$ 双晶の他に $\{\bar{1}2\bar{1}4\}$, $\{\bar{1}2\bar{1}2\}$, $\{\bar{1}2\bar{1}3\}$ 双晶も観察されている¹⁴⁾。

これに対して圧縮変形では、試料軸が $[0001]$ 付近にあると室温での塑性変形モードは $\{\bar{1}2\bar{1}2\}$ 双晶であるが (Fig. 2), 673 K 以上ではこの双晶は現れなくなり、主な変形モードは $\bar{c} + \bar{a}$ すべりとなる。このすべりとともに $\{10\bar{1}1\} <\bar{1}012>$ 双晶が発生するが量的にはわずかである¹⁵⁾。Ti 多結晶が双晶の発生なしに優れた高温加工性を示すのは、この $\bar{c} + \bar{a}$ すべりの活動に起因する。一

方, $[0001]$ 軸に垂直に圧縮した場合、室温では $\{01\bar{1}0\}$ すべりと $\{1\bar{1}02\}$ 双晶が活動するが、773 K 以上では $\{01\bar{1}0\}$ すべりのみとなる¹⁵⁾。

3.2 柱面すべりに対する CRSS の温度依存性

柱面すべり $(01\bar{1}0)[\bar{2}110]$ の CRSS は温度の低下とともに著しく上昇する (Fig. 6)。この温度依存性を説明する機構として、侵入型不純物原子による障害を熱活性化により転位が乗り越える過程を考慮した説¹⁶⁾¹⁷⁾ とラセン転位の運動に対するパイエルス応力に関係づけて解釈する説¹⁸⁾ とが提案されている。最近の研究によると、侵入型不純物元素を極端に減少させた Ti でも CRSS は温度低下とともに著しく上昇している¹⁹⁾ ことから、

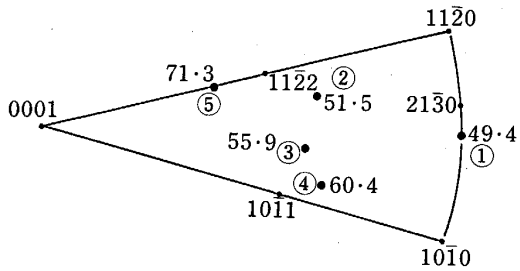


Fig. 7. Orientation dependence of the CRSS (MPa) for primary prismatic slip in titanium with 3 270 mol ppm O²¹.

Schmid の法則が成立しないこと (Fig. 7) を挙げている。しかし、刃状転位の芯構造については高分解能電子顕微鏡で明らかにされている²¹⁾が、らせん転位については観察されていない。

4. 添加元素

Ti は合金化により著しい固溶硬化を示すが、置換型元素と侵入型元素で強化挙動が異なる。

4.1 置換型元素

Fig. 8 は SASANO と KIMURA²²⁾ によって求められた降伏応力に及ぼす添加元素の影響を示す。遷移金属に比べ、Sn, Al, In で固溶硬化が顕著である。この結果に基づいて FLEISCHER²³⁾ は Ti の固溶硬化機構を検討した。Fig. 9 に示すように、固溶硬化 $d\sigma/dc$ はらせん転位に対する、寸法効果と剛性率効果を考慮したパラメーター ϵ_s ²⁴⁾ とよい相関を示すが、刃状転位に対するパラメーター ϵ_e ²⁴⁾ とは相関を示さない。このことは、Ti の固溶硬化がらせん転位の運動によって支配されていることを示唆している²³⁾。

ところで、αTi 合金の中で最も重要な置換型添加元素は Al であり、多くの研究結果が報告されているので、ここでは Al 添加の影響について述べる。Ti に Al を添加すると塑性変形モードが大きく変化する。c 軸方向の引張りで見られる {1102} 双晶や圧縮で見られる {1212} 双晶の発生頻度は Al 添加量の増加とともに減少する。それにもなると、 $\bar{c} + \bar{a}$ すべりが起こるようになる¹¹⁾²⁾。CASS¹²⁾ は圧縮変形した Ti-4 mol% Al 合金の表面トレースおよび転位組織を詳細に観察し、 $\bar{c} + \bar{a}$ すべり、すなわち {1011} < 1123 > すべりが変形を支配していることを明らかにした。これに対して、PATON ら²⁶⁾ は圧縮における $\bar{c} + \bar{a}$ すべりは {1212} 双晶の周囲の母相に観察されることから、双晶の Accommodation モードであると考えた。

SAKAI ら²⁷⁾ によると圧縮変形した Ti-0.87 mol% Al の柱面すべりに対する CRSS は方位に依存し、Schmid の法則を満足しない。また、CRSS は温度が低下すると急激に上昇するが、このときの変形組織にはらせん転

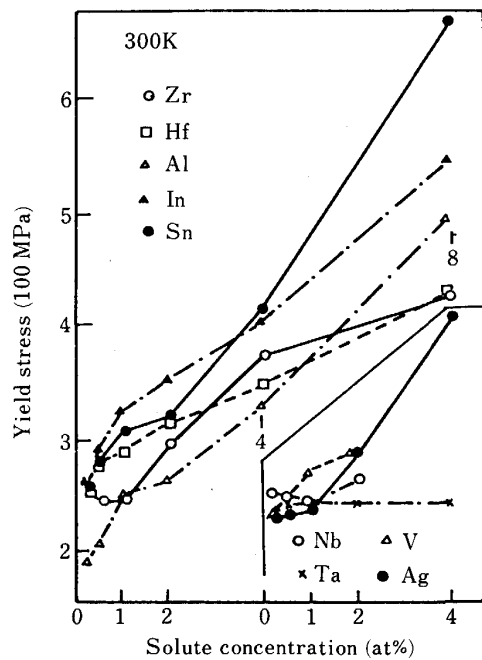


Fig. 8. Concentration dependence of yield stress in titanium binary alloys at room temperature²²⁾.

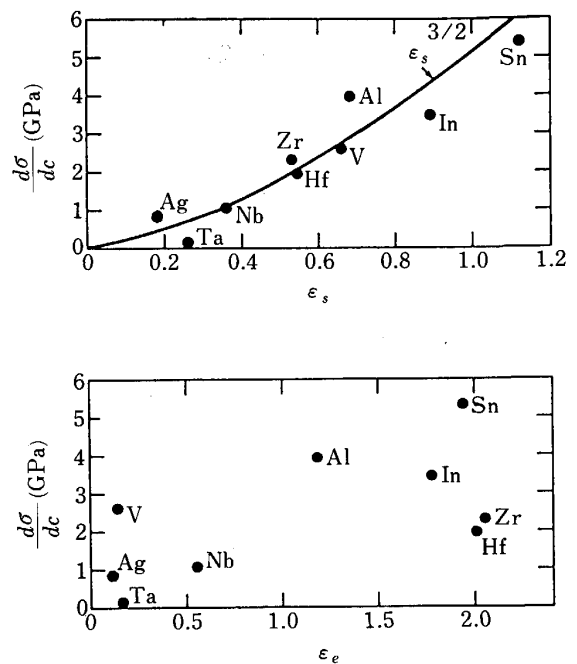


Fig. 9. Correlation of ϵ_e and ϵ_s with observed hardening²³⁾. Data of SASANO and KIMURA²²⁾, with ϵ_e and ϵ_s calculated as described by FLEISCHER²⁴⁾.

位が多い。これらの結果から彼らは、転位芯構造には異方性があり、室温以下の CRSS はパイエルス応力と関係づけられる、と解釈した²⁸⁾。柱面すべりの CRSS に対する組成依存性には Fig. 10 に示すように固溶体軟化が現れるが、これは侵入型不純物原子の Al によるスキッピング効果 (Scavenging effect) により説明さ

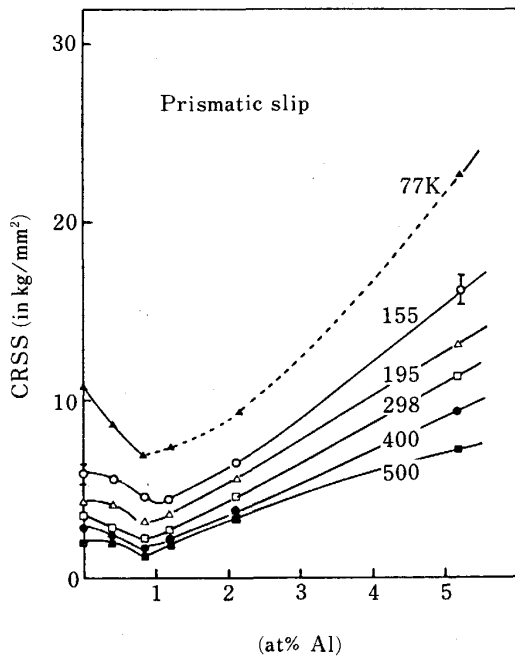


Fig. 10. Aluminium concentration dependence of CRSS for primary prismatic slip²⁸⁾.

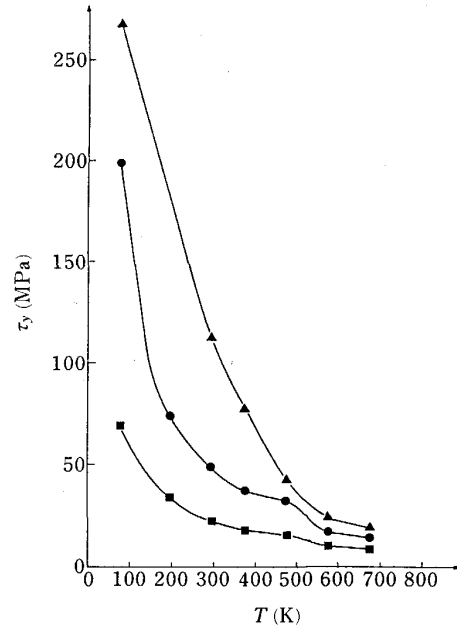
れている²⁷⁾.

JONES と HUTCHINSON¹⁾ は集合組織を極端に発達させた Ti-6Al-4V を使って、 α Ti の塑性変形挙動を調べた。この試料には変形双晶は現れない。[0001] 方向に引張変形したときは $\{1\bar{1}0\}$ 面で $\bar{c} + \bar{a}$ 転位が活動し、交差すべりは認められないのに対し、[0001] 方向に圧縮変形したときは $\bar{c} + \bar{a}$ 転位は二つの $\{1\bar{1}0\}$ 面の間で頻繁に交差すべりを起こす。このときの 0.5% 耐力は引張りに比べ、圧縮の方が約 1.5 倍も高くなることから、すべり面に働く垂直応力成分が重要であると考察されている。

4.2 侵入型元素

α チタンの低温における変形機構は CONRAD ら²⁹⁾ により、侵入型元素を系統的に変化させて調べられている。低温側での活性化パラメーターの解析より、温度の低下とともに変形応力が急激に上昇するのは、侵入型原子による障害を転位が乗り越える過程が熱活性化によるためである、と彼らは解釈した。MOSKALENKO と PUPTSOVA³⁰⁾ も低温での熱活性化過程を検討し、侵入型原子による弾性的ひずみ場と転位との相互作用が重要であると結論した。彼らは侵入型原子が 0.15 mol% (酸素当量) 以上固溶すると、侵入型原子の原子対ができ、このまわりのひずみ場が強化に寄与することを指摘している。

これに対して、ŠOB ら³¹⁾ は低温における変形応力の上昇を、ラセン転位と侵入型原子との相互作用から説明している。彼らは Ti の柱面すべりにおいては、柱面および錐面上に Sessile な拡張をしていたラセン転位が Sessile \rightarrow Glissile な変態を起こしてから、柱面上を運



▲ : 6960 mol ppm O* ● : 3270 mol ppm O*
■ : 1530 mol ppm O* (O* = O + 2N + c)

Fig. 11. Temperature dependence of CRSS for primary prismatic slip in titanium with the three impurity concentrations²¹⁾.

動すると仮定し、侵入型原子はこの変態を妨げるため変形応力が上昇することを理論的に導き出した。提案された転位芯構造には錐面上に刃状成分が存在しており、これと侵入型原子との相互作用が変態抑制に働く。一方、NAKA ら²¹⁾ も低温における強化を転位芯と侵入型原子との化学的相互作用から説明した。彼らの転位芯構造は、柱面及び錐面上に拡張して Sessile となっているが、刃状成分をもたない。この転位の運動にはキンク対の形成をとまうので、芯構造を変えなければ運動できない。侵入型原子はこの過程およびキンクの運動を妨げる、というのが彼らの主張である。彼らの計算によると、化学的相互作用による強化は侵入型原子の量が多くなるほど強く現れるので、Fig. 11 の 3270 mol ppm O および 6960 mol ppm O の低温における変形応力の著しい上昇がこの効果で説明され、この効果の期待できない 1530 mol ppm O については 400~500 mol ppm O で報告されている値¹⁷⁾¹⁸⁾ と同じレベルである、と述べている。しかし、Fig. 6 を見るかぎり、変形応力は低酸素濃度側でも酸素濃度に敏感であるように思われる。

侵入型原子(酸素)の量がさらに増加すると、変形組織には転位対が観察されることが、LIU と WELSCH³²⁾ により報告されている。酸素は Ti 中の八面体位置に規則構造をとりながら固溶することが知られている³³⁾³⁴⁾ ので、観察された転位は Ti-O 規則構造中の超格子転位である、と説明された。

5. 集合組織

hcp 金属のすべり変形と双晶変形の挙動が c/a に影響されることから容易に想像されるように、hcp 金属の集合組織も c/a とともに変化する³⁵⁾。Ti の圧延集合組織は、(0001) $[10\bar{1}0]$ 方位が圧延方向のまわりに左右約 $\pi/6 \sim \pi/4$ 傾いた方位をもつ。再結晶集合組織は純度や焼鈍温度によって影響され、(0001) 面の板面からの傾斜角 γ (圧延方向軸まわり) と傾斜軸の圧延方向からのずれ角 δ が変化するが、基本的には圧延集合組織と似ている³⁶⁾。このような再結晶集合組織をもつ工業用純 Ti (JIS 1 種) の冷間圧延焼鈍板の引張試験結果をまとめたのが、Fig. 12³⁷⁾ である。図から明らかなように、結晶粒径の増大とともに加工硬化係数 (n 値) と均一伸びは圧延方向 (L) で増加するが、圧延直角方向 (T) ではほとんど変化しない。組織観察結果³⁷⁾ によると、L 方向では変形双晶の発生が顕著であり、粒径が増大するとその発生頻度が高まっているのに対し、T 方向ではいずれの粒径においても変形双晶の発生はわずかである。結晶粒径 70 μm の試料 ($\gamma = \pm 35^\circ$, $\delta = \pm 15^\circ$) を用いた石山ら⁸⁾ の解析によれば、発生した双晶系のうち最も多いのは $\{\bar{1}2\bar{1}2\}$ 双晶であり、その他 $\{\bar{1}102\}$, $\{\bar{1}2\bar{1}1\}$ 双晶も観察された。これから Fig. 12 の引張特性の異方性を説明することが可能である。L 方向引張りの場合の各結晶粒の引張軸の方位は Fig. 3(c) の▲で代表され、T 方向引張りの場合には■で示される。それぞれ

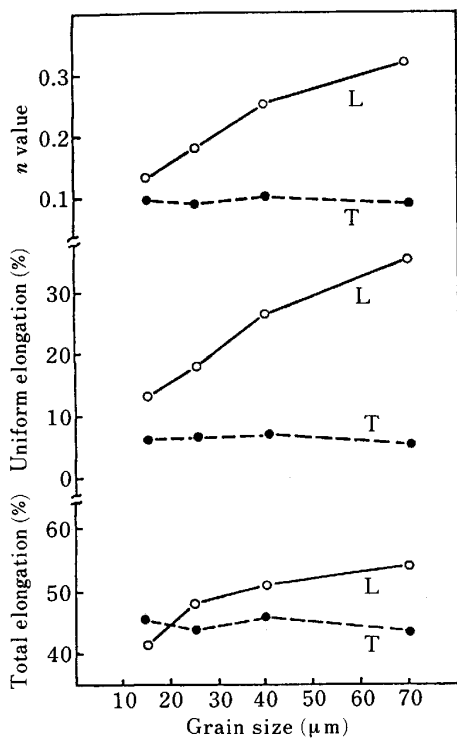


Fig. 12. Grain size dependence of tensile properties in titanium³⁷⁾.

の Schmid 因子は $-0.43, -0.32$ となるので、Schmid 因子が 0.4 以上の時 $\{\bar{1}2\bar{1}2\}$ 双晶が発生しやすい (Fig. 2 (b) の単結晶の圧縮試験結果参照) ことを考慮すると、引張軸が L の方位に一致するような結晶粒で $\{\bar{1}2\bar{1}2\}$ 双晶が発生しやすいことになる。双晶の発生した粒の引張軸方位分布は $\langle 1\bar{2}10 \rangle$ のまわりに分散している⁸⁾ が、これも Fig. 3(c) において L から $\langle 1\bar{2}10 \rangle$ 側で Schmid 因子が大きくなっていることから理解される。単結晶の引張試験においては Fig. 2(a) に示したように、 $\langle \bar{1}2\bar{1}0 \rangle$ 近くの方角で $\{\bar{1}2\bar{1}2\}$ 双晶が観察されていないが、この方位では柱面すべりの Schmid 因子も大きいので、侵入型元素などの微量不純物によっても、初期の塑性変形モードは影響されるものと思われる。

最近、MURAYAMA ら³⁸⁾ も工業用純チタン (JIS 2 種) を使って再結晶集合組織と機械的性質の関係を調べ、集合組織によっては隣接粒の方位関係によって塑性変形モードが決まることを示している。

6. おわりに

αTi の塑性変形機構とその特徴について、塑性変形モードを中心に紹介した。一軸変形において活動するすべり系と双晶系は結晶方位、微量不純物、添加元素、変形温度、集合組織、ひずみ量など多くの因子により複雑に変化する。したがって、αTi 多結晶の変形挙動を正しく理解するためには、これらの因子を十分に制御した上で、各ひずみにおけるすべり系および双晶系を同定しなければならない。例えば、低温における強化が結晶格子固有の性質であるかどうかを議論するためには、不純物濃度を極端に低減した試料で変形双晶を導入しないで、柱面すべりの臨界せん断応力の温度依存性を求めることが必要である。しかし、実際には純度の向上および温度の低下とともに変形双晶が入りやすくなる³⁹⁾。また、添加元素による固溶硬化能の違いを知るためには、不純物濃度を一定にしたうえで、結晶粒径、集合組織を同一に調整した多結晶試料が求められるが、種々の 2 元合金で集合組織を同一化するのそれはほど容易ではない。さらに純 Ti の変形能はこれまで \bar{a} すべりと変形双晶によって解釈されてきたが、前述したように 0.25 mol% O (0.083 mass% O) を含む工業用純 Ti の室温変形において、最近 $\bar{c} + \bar{a}$ すべりが確認されている⁹⁾ ので、 $\bar{c} + \bar{a}$ すべりを考慮に入れた変形能の解釈が必要である。

この他にも、研究の進展とともに解決されなければならない多くの課題が明らかになってきている。今後の研究の発展に期待したい。

紙数の関係で βチタン合金については触れることができなかったが、組成 (β相の安定性) に依存して、 $\{332\} \langle 113 \rangle$ 双晶、 $\{112\} \langle 111 \rangle$ 双晶、 $\langle 111 \rangle$ すべりが現れ、変形挙動はこれら塑性変形モードに敏感である。これに

については他の文献⁴⁰⁾⁴¹⁾を参照していただきたい。

文 献

- 1) I. P. JONES and W. B. HUTCHINSON: *Acta Metall.*, **29** (1981), p. 951
- 2) E. A. ANDERSON, D. C. JILLSON and S. R. DUNBAR: *Trans. Metall. Soc. AIME*, **197** (1953), p. 1191
- 3) A. T. CHURCHMAN: *Proc. Roy. Soc. (London)*, **216** (1954), p. 216
- 4) E. D. LEVINE: *Trans. Metall. Soc. AIME*, **236** (1966), p. 1558
- 5) F. D. ROSI, C. A. DUBE and B. H. ALEXANDER: *Trans. Metall. Soc. AIME*, **197** (1953), p. 257
- 6) R. von MISES: *Z. Angew. Math. Mech.*, **8** (1928), p. 161
- 7) M. H. YOO: *Metall. Trans. A*, **12** (1981), p. 409
- 8) 石山成志, 花田修治, 和泉 修: 日本金属学会誌, 投稿中
- 9) H. NUMAKURA, Y. MINONISHI and M. KOIWA: *Scr. Metall.*, **20** (1986), p. 1581
- 10) Y. MINONISHI and S. MOROZUMI: *Scr. Metall.*, **16** (1982), p. 427
- 11) T. S. LIU and M. A. STEINBERG: *J. Met.*, **4** (1952), p. 1043
- 12) T. R. CASS: *The Science, Technology and Application of Titanium*, ed. by R. I. JAFFEE and N. PROMISEL (1970), p. 459 [Pergamon Press, Oxford]
- 13) A. AKHTAR: *Metall. Trans. A*, **6** (1975), p. 1105
- 14) F. D. ROSI, F. C. PERKINS and L. L. SEIGLE: *Trans. Metall. Soc. AIME*, **206** (1956), p. 115
- 15) N. E. PATON and W. A. BACKOFEN: *Metall. Trans.*, **1** (1970), p. 2839
- 16) T. TANAKA and H. CONRAD: *Acta Metall.*, **20** (1972), p. 1019
- 17) A. AKHTAR and E. TEGHTSOONIAN: *Metall. Trans. A*, **6** (1975), p. 2201
- 18) E. D. LEVINE: *Trans. AIME*, **236** (1966), p. 1558
- 19) M. P. BIGET and G. SAADA: *Phil. Mag.*, **59** (1989), p. 747
- 20) S. NAKA, A. LASALMONIE, P. COSTA and L. P. KUBIN: *Phil. Mag.*, **57** (1988), p. 717
- 21) A. DE CRECY, A. BOURRET, S. NAKA and A. LASALMONIE: *Phil. Mag.*, **47** (1983), p. 245
- 22) H. SASANO and H. KIMURA: *Titanium '80 Science and Technology*, ed. by H. KIMURA and O. IZUMI (1980), p. 1147 [AIME]
- 23) R. L. FLEISCHER: *Scr. Metall.*, **21** (1987), p. 1083
- 24) R. L. FLEISCHER: *Acta Metall.*, **11** (1963), p. 203
- 25) J. C. WILLIAMS and M. J. BLACKBURN: *Phys. Stat. Sol.*, **25** (1968), K1
- 26) N. E. PATON, J. C. WILLIAMS and G. P. RAUSCHER: *The Science, Technology and Application of Titanium*, ed. by R. I. JAFFEE and N. PROMISEL (1970), p. 1049 [Pergamon Press, Oxford]
- 27) T. SAKAI and M. E. FINE: *Scr. Metall.*, **8** (1974), p. 541
- 28) T. SAKAI and M. E. FINE: *Acta Metall.*, **22** (1974), p. 1359
- 29) K. OKAZAKI and H. CONRAD: *Acta Metall.*, **21** (1973), p. 1117
- 30) V. A. MOSKALENKO and V. N. PUPTSOVA: *Mater. Sci. Eng.*, **16** (1974), p. 269
- 31) M. ŠOB, J. KRATOCHVIL and F. KROUPA: *Czech. J. Phys.*, **B25** (1975), p. 872
- 32) Z. LIU and G. WELSCH: *Metall. Trans. A*, **19** (1988), p. 527
- 33) S. YAMAGUCHI: *J. Phys. Soc. Japan*, **27** (1969), p. 155
- 34) M. HIRABAYASHI, M. KOIWA and S. YAMAGUCHI: *The Mechanism of Phase Transformations in Crystalline Solids, Monograph and Report Series*, (1969) 33, p. 207 [Institute of Metals (London)]
- 35) 長嶋晋一: 鉄と鋼, **72** (1986), p. 142
- 36) 長嶋晋一: 集合組織 (1984), p. 117 [丸善]
- 37) 鋸屋正喜, 私市 優, 石山成志: 鉄と鋼, **72** (1986), p. 649
- 38) Y. MURAYAMA, K. OBARA and K. IKEDA: *Trans. Jpn. Inst. Met.*, **28** (1987), p. 564
- 39) A. M. GARDE and R. E. REED-HILL: *Metall. Trans.*, **2** (1971), p. 2885
- 40) 花田修治: 日本金属学会会報, **25** (1986), p. 755
- 41) S. HANADA, T. YOSHIO, K. NISHIMURA and O. IZUMI: *Proc. 6th World Conference on Titanium*, ed. by P. LACOMBE, R. TRICOT and G. BÉRANGER (1988), p. 105 [Journal de Physique]