

© 1990 ISIJ

論 文

波数ベクトルに平行な直流磁場の印加下での 溶融金属波動の減衰挙動

小塚敏之*・木下 誠*²・鞭 巖*³・浅井滋生*⁴

Damping Behavior of Molten Metal Wave Motion in Imposition of Stationary Magnetic Field Parallel to the Wave Vector

Toshiyuki KOZUKA, Makoto KINOSHITA, Iwao MUCHI and Shigeo ASAI

Synopsis :

Suppression of wave motion by imposing stationary magnetic field, is attractive since magnetic field can act on molten metal without any contact with contamination source and stationary magnetic field requires smaller investment and running costs than alternating magnetic field does. This technique is applicable to some processes such as a twin roll, a single roll, a conventional continuous casting and an electromagnetic casting, in which the surface wave molten metal leads to instabilities of the operation and surface defects.

In this work, basic equations describing wave motion under stationary magnetic field imposed parallelly to the wave vector are derived taking into account the three-dimensional velocity distribution. A dispersion relation under the condition suffering the stationary magnetic field is derived so as to get a damping coefficient of wave motion. And the results of this theoretical analysis are validated by experimental works measuring the damping coefficient.

Key words : electromagnetic metallurgy; electromagnetic processing of materials; magnetohydrodynamics; wave motion; wave theory; direct rolling; twin roll; continuous casting; electromagnetic casting.

1. 緒 言

近年、鑄造プロセスにおいては、溶融金属表面に生じる波動は製品の品質や表面性状を劣化させるため、その抑制が強く望まれている。例えば、鋼の分野で注目されている双ロール法¹⁾²⁾や双ベルト法³⁾⁴⁾等の直接成形プロセスでは、溶湯注入流により引き起こされる溶融金属の表面波動が製品の不均一性を導き、操業を不安定にする。また、双ロール法で薄板を製造する際に生じる側端の波形形状は溶湯パドル表面の波動が原因であると考えられている⁵⁾⁶⁾。従来の鋼の連続鑄造法においても、モールドの振動や溶湯の注入流の乱れはメタル-フラックス界面の波動を生み、オシレーションマークの乱れを引き起こす⁷⁾。さらには、アルミニウムや銅の鑄造分野で開発された電磁鑄造法^{8)~10)}が欧米を中心に稼動しているが、これらのプロセスにおいても、溶湯の表面波動の抑制は操業の安定化にとって極めて重要である。

上述のプロセスにおいては、表面波動の発生原因を根

本的に取り除くことは不可能であるため、その抑制法が模索されている。溶融金属は電気伝導性流体であり磁場を印加することによって非接触で波動を抑制することが可能である。交流磁場、直流磁場の両者とも波動抑制効果を有しているが、交流磁場の導入にあたっては、設備の大型化が避けられず実用上問題を残している。一方、近年、高磁束密度の永久磁石が開発されたこととも相まって、直流磁場による波動抑制の研究が活発化している¹¹⁾。

波動に直流磁場を印加する際には、磁場を鉛直方向に印加する場合(垂直磁場と略する)と水平方向に印加する場合が考えられる。さらに、水平方向に印加するものは波数ベクトルに対して直交方向(横断磁場と略する)と平行方向(平行磁場と略する)に印加する場合に分けられる。波動抑制効果はこの印加方向の違いに強く依存するため、それらを、個々に検討する必要がある。

本研究では、従来の研究成果を踏まえて、まだ理論的検討が十分なされていない平行磁場を印加する場合につ

昭和 63 年 3 月本会講演大会にて発表 平成元年 11 月 20 日受付 (Received Nov. 20, 1989)

* 熊本大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Kumamoto University, 2-39-1 Kurokami Kumamoto 860)

*² 名古屋大学工学部 (現:ディーゼル機器(株)) (Faculty of Engineering, Nagoya University, Now Diesel Kiki Co., Ltd.)

*³ 名古屋大学工学部 工博 (故)

*⁴ 名古屋大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Nagoya University)

いて理論解析を行い、水銀を用いた実験によって解析結果の検証を行う。

2. 従来 の 研究

磁場による波動抑制の研究は、流体力学の分野において1950年前半から諸外国を中心に開始された。LUNDQUIST¹²⁾は、波の進行方向の直流磁場による波動抑制について解析と実験を行っている。LEHNERT¹³⁾は、円筒容器中の水銀に生じる同心円上の表面波動に鉛直方向より磁場を印加して、表面波動の減衰状況を観察するとともに、理論解析にあたっては微小振幅波の波動方程式に、電磁気的な駆動項と減衰項を導入した。また、FRAENKEL¹⁴⁾は、浅水波条件のもとで、同心円状の表面波動に鉛直磁場を印加した場合の支配方程式を導出し、波動が指数関数的に減衰することを示した。さらに、SHERCLIFF¹⁵⁾は、導電性流体に直流磁場と直流電場を印加する場合の波動抑制について理論的に検討し、ROBINSON¹⁶⁾は、それを理論と実験の両面から明らかにした。CHANDRASEKHAR¹⁷⁾は、密度の異なる2流体界面の不安定性の一つの応用として表面波動を説明し、鉛直磁場と水平方向の磁場の効果を系統的にまとめている。GARNIER と MOREAU¹⁸⁾は交流磁場印加によって生じる電磁圧によって表面波動が抑制可能であることを理論的に示した。

一方、緒言で述べたように、冶金プロセスにおいて熔融金属の表面波動が問題となっており、冶金の分野でも波動抑制に関する研究が活発に行われるようになってきた¹¹⁾¹⁹⁾。著者ら²⁰⁾²¹⁾は、直流磁場を鉛直方向と横断方向に作用させた場合についてそれぞれ理論解析を行い抑制効果を定量化した。その結果、鉛直方向磁場作用下では磁束密度の2乗に比例した減衰効果があること、また、横断方向磁場作用下では、磁束密度の勾配が減衰に影響することを明らかにした。また、六車と小林²²⁾も、鉛直方向磁場作用下での波動抑制効果を理論的に導出している。岸田と武田²³⁾は、横断方向、平行方向の直流磁場作用下での減衰効果をエネルギー収支に基づいて解析している。しかしながら、上述の研究においては、波動の波数ベクトルと平行に印加された直流磁場による波動の抑制の理論的検討は、いまだ十分とはいえないのが現状である。

3. 理 論 解 析

3.1 波動を記述する方程式の導出

解析に用いる座標系と波動に関する境界条件を Fig. 1 に示す。熔融金属は幅 $2l$ の絶縁性容器に入っており、

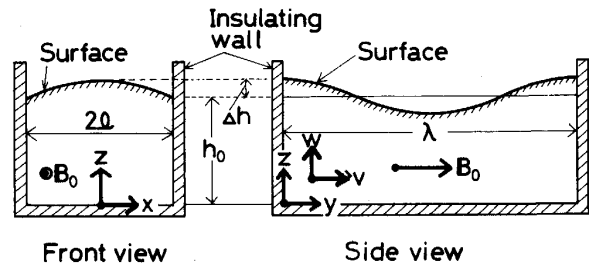


Fig. 1. Schematic view of wave motion and coordinate system.

また、熔融金属の表面には波長 λ の定常波が存在し、その振動の駆動力は重力であるとする。熔融金属の深さは静止状態では h_0 であり、表面 h は h_0 を振動の中心として振幅 Δh で振動する。熔融金属は2次元の流速 v を有し、その y, z 成分をそれぞれ v, w で表す。なお、印加磁場 B は波数ベクトルに平行、すなわち y 方向でありその大きさを B_0 とする。

流速に関する式は連続の式と運動の式であり、それぞれ次のように表される。

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\rho \partial \mathbf{v} / \partial t = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F} \dots\dots\dots (2)$$

(2)式において、粘性項と慣性項は無視されている。また、重力は z 方向に逆向きに作用するため $\mathbf{g} = (0, 0, -g)$ となる。 \mathbf{F} は外力項であり、本理論解析では次式により与えられる。

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 \mathbf{J} は波動運動に伴って誘導される電流を表しており、 \mathbf{B} は印加磁場と \mathbf{J} によって誘導される磁場の和と考えることができる。これらの間には次に示す電磁場の基礎式が成立する。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t \dots\dots\dots (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

$$\mathbf{J} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \dots\dots\dots (6)$$

(4)、(5)および(6)式は、それぞれファラデーの法則、キルヒホッフの法則、運動物体に対するオームの法則である。(6)式の右辺第2項は磁場中を電磁流体が流れるときに生じる起電力を表す。

基礎式は以上であるが、ここで解析を簡単にするために以下の手続きを踏む。

まず、流速の流れ関数 χ を次式のように定義する。 χ の導入により、(1)式が自動的に満足される。

$$v \equiv \partial \chi / \partial z \dots\dots\dots (7)$$

$$w \equiv -\partial \chi / \partial y \dots\dots\dots (8)$$

次に、次式で定義される電流密度のベクトルポテンシャル ψ を導入する。 ψ は(5)式を自動的に満足する。

$$\mathbf{J} \equiv \nabla \times \boldsymbol{\psi} \dots\dots\dots (9)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\psi} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

(4)~(6)式, および(9), (10)式より次式を得る.

(誘導は Appendix I 参照)

$$\nabla^2 \boldsymbol{\psi} = \sigma (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{B} - \sigma (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{v} \dots\dots\dots (11)$$

(11)式に現れる磁場は印加磁場と誘導磁場の和から成るが, 印加磁場は空間的に一様と考えることができるので右辺第1項への寄与はない. 一方, 誘導磁場は位置の関数であるが, その値, 勾配ともに十分小さいと考えることができるため, 右辺第1項は無視できることになる.

$$\nabla^2 \boldsymbol{\psi} = -\sigma (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{v} \dots\dots\dots (12)$$

一方, (3)式の \mathbf{F} を(9)式を用いて表し, (2)式に代入すると次式を得る.

$$\rho \partial \mathbf{v} / \partial \theta = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + (\nabla \times \boldsymbol{\psi}) \times \mathbf{B} \dots\dots\dots (13)$$

本系における印加磁場 \mathbf{B} は $(0, B_0, 0)$ であるので, (12)式の \mathbf{v} に(7), (8)式で定義された χ を代入すると, $\boldsymbol{\psi}$ の y 成分と z 成分である ψ_y と ψ_z は次式を満足することになる.

$$\nabla^2 \psi_y = -\sigma B_0 (\partial^2 \chi / \partial y \partial z) \dots\dots\dots (14)$$

$$\nabla^2 \psi_z = \sigma B_0 (\partial^2 \chi / \partial y^2) \dots\dots\dots (15)$$

また, (13)式を χ, ψ_y, ψ_z を用いて表し, その y, z 成分の式から p を消去すると次式を得る.

$$\rho \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2} \right) = B_0 \left(\frac{\partial^2 \psi_y}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial y^2} \right) \dots\dots (16)$$

以上, $\boldsymbol{\psi}$ に対する基礎式は(14), (15)式, χ に対するものは(16)式と導かれた. 次に, これらから $\boldsymbol{\psi}$ を消去するため, (16)式の両辺に演算子 ∇^2 を作用させる.

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \right) \left(\frac{\partial^2 \nabla^2 \chi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \nabla^2 \chi}{\partial z^2} \right) \\ &= B_0 \left(\frac{\partial^2 \nabla^2 \psi_y}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 \nabla^2 \psi_z}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

(17)式の右辺に(14), (15)式を代入して整理すると次式を得る.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \cdot \left(\rho \frac{\partial}{\partial \theta} \nabla^2 \chi + \sigma B_0^2 \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2} \right) = 0 \dots\dots (18)$$

(18)式は線形方程式であり, χ が線形関数であるとすれば, (19)式の解は(18)式を満足することになる.

$$\rho \frac{\partial}{\partial \theta} \nabla^2 \chi + \sigma B_0^2 \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2} = 0 \dots\dots\dots (19)$$

(19)式は波数ベクトルに平行に印加された直流磁場存在下での運動を記述する式である.

3.2 定常波動運動の分散関係の導出

Fig. 1 に示すように熔融金属の表面の位置 h を次式

で近似する[†].

$$h = h_0 + j \Delta h \cdot \cos(\zeta x) \cdot \sin(\xi y) \cdot \exp(-j\omega\theta) \dots\dots\dots (20)$$

ここで, j は虚数単位であり, 物理的に意味を持つ h の値は(20)式の実数部となる. また, ξ, ζ は次式で定義される.

$$\xi = 2\pi/\lambda \dots\dots\dots (21)$$

$$\zeta = \pi/2l \dots\dots\dots (22)$$

さらに, (20)式と流速 \mathbf{v}, \mathbf{w} が整合するように流れ関数 χ を次式で表す^{†2}.

$$\chi = \hat{\chi}(z) \cdot \cos(\zeta x) \cdot \cos(\xi y) \cdot \exp(-j\omega\theta) \dots\dots (23)$$

(7), (8)式に(23)式を代入すると流速 \mathbf{v}, \mathbf{w} は次のように表される.

$$\mathbf{v} = \hat{\chi}'(z) \cdot \cos(\zeta x) \cdot \cos(\xi y) \cdot \exp(-j\omega\theta) \dots\dots (24)$$

$$\mathbf{w} = \xi \hat{\chi}(z) \cdot \cos(\zeta x) \cdot \sin(\xi y) \cdot \exp(-j\omega\theta) \dots\dots (25)$$

電流によって誘導される磁場が印加磁場に比べて非常に小さいことを考慮すれば, (3)式の \mathbf{F} の y 方向(磁場印加方向)成分は他の成分と比較して無視できる. そこで, (13)式の y 成分の式は次のようになる.

$$\rho \partial \mathbf{v} / \partial \theta = -\partial p / \partial y \dots\dots\dots (26)$$

熔融金属中の圧力 p は静止状態での圧力(この場合は静圧 $\rho g(h_0 - z)$ のみ)と波動運動によって生じる圧力((20)式の右辺第2項に比例する)の和で表されることができると考えることができる. その際, (26)式の左辺は(24)式からわかるように z の関数を含んでいることから, その比例定数は z の関数となり, 圧力 p は次のように表される.

$$p = \rho g(h_0 - z) + j \hat{p}(z) \cdot \cos(\zeta x) \cdot \sin(\xi y) \cdot \exp(-j\omega\theta) \dots\dots\dots (27)$$

一方, (23)式を(19)式に代入し, 整理すると次式を得る.

$$\hat{\chi}'' = \eta^2 \hat{\chi} \dots\dots\dots (28)$$

$$\eta^2 = \xi^2 + \zeta^2 + j\sigma B_0^2 \xi^2 / \rho \omega \dots\dots\dots (29)$$

(28)式の一般解は次式で与えられる.

$$\hat{\chi} = A_1 \exp(\eta z) + A_2 \exp(-\eta z) \dots\dots\dots (30)$$

容器の底を貫く流れがないことから $\hat{\chi}$ の境界条件は次式のように与えられる.

$$\hat{\chi} = 0 \quad \text{at } z = 0 \dots\dots\dots (31)$$

また, 熔融金属表面では h の時間微分が w を与えることから, 次の境界条件を得る. ((31), (32)式の境界条件の導出は Appendix II 参照)

$$\hat{\chi} = \omega \Delta h / \xi \quad \text{at } z = h_0 \dots\dots\dots (32)$$

(30)式の A_1, A_2 は(31), (32)式によって決定され, $\hat{\chi}$

^{†2} $\hat{\chi}$ は x, y, z および θ の関数であり, (20)式から x, y, θ については(23)式のように定義できる. 残る z の関数を $\hat{\chi}(z)$ として分離した. ここで $\hat{\chi}$ は未知の複素関数であり, その関数形は(30)式のように解かれることになる.

[†] x 方向への h の分布は実際には双曲線関数に近いと考えられるが, ここでは簡単のため余弦関数とした.

は次のように求められる。

$$\hat{\chi}(z) = (\omega\Delta h/\xi) \cdot (\sin h(\eta z)/\sin h(\eta h_0)) \dots\dots(33)$$

ここで、波動の分散関係を導出する。表面 ($z = h$) では $p = 0$ であるので(27)式から次式を得る。

$$0 = \rho g(h_0 - h) + j\hat{p}(h) \cdot \cos(\xi x) \cdot \sin(\xi y) \cdot \exp(-j\omega\theta) \dots\dots(34)$$

(34)式の右辺第1項に(20)式を代入し整理すると次式を得る。

$$\hat{p}(h) = \rho g\Delta h \dots\dots(35)$$

微小振幅波であることを考慮すると、(35)式は近似的に(36)式で評価できる。

$$\hat{p}(h_0) = \rho g\Delta h \dots\dots(36)$$

(24)、(27)式を(26)式に代入し、さらに、(36)式の関係を用いて次式を得る。

$$\hat{\chi}'(h_0) = \xi g\Delta h/\omega \dots\dots(37)$$

(33)式の微分を実行し、(37)式に代入すると次の分散関係が得られる。

$$g\xi^2 \tan h(\eta h_0) = \omega^2 \eta \dots\dots(38)$$

角周波数 ω は複素数であり次式で表す。

$$\omega = \omega_r + j\omega_i \dots\dots(39)$$

(20)式からわかるように ω の実部 ω_r は振動の角周波数を与える。また、虚部 ω_i の符号が正であれば振幅は増幅され、負であれば減衰する。そこで、磁場印加による波動の減衰定数 D_m と ω_i の関係は次のようになる。

$$D_m = -\omega_i \dots\dots(40)$$

(29)式において $B_0 = 0$, $\zeta = 0$ と置けば、 $\eta = \xi$ となり、(38)式は完全流体の波動の分散関係²⁴⁾である(41)式と一致する。

$$\omega^2 = \xi g \tan h(\xi h_0) \dots\dots(41)$$

このことから、本理論展開が従来の波動理論と整合していることがわかる。

3.3 波動抑制効果の考察

ここでは、誘導電流を考慮することにより波動抑制の効果を考察する。(14)、(15)および(23)式から、 ψ_y, ψ_z は $\hat{\psi}_y(z), \hat{\psi}_z(z)$ を未定の z の関数として、次のように表現できることになる。

$$\psi_y = \hat{\psi}_y(z) \cdot \cos(\xi x) \cdot \sin(\xi y) \cdot \exp(-j\omega\theta) \dots\dots(42)$$

$$\psi_z = \hat{\psi}_z(z) \cdot \cos(\xi x) \cdot \cos(\xi y) \cdot \exp(-j\omega\theta) \dots\dots(43)$$

熔融金属は絶縁体容器に入っており、定常波動運動をしているものとする。流速が最大になる瞬間の表面位置を Fig. 2(c) に実線で示す。その瞬間の T-T' の切断面を上方から見た電流ループ、F-F' の切断面を左方から見た電流ループをそれぞれ Fig. 2(a), (b) に示す。(c) に示すように w と B_0 の相互作用により、 x 方向の起電力が発生するが、容器の側壁は絶縁されており、実際に

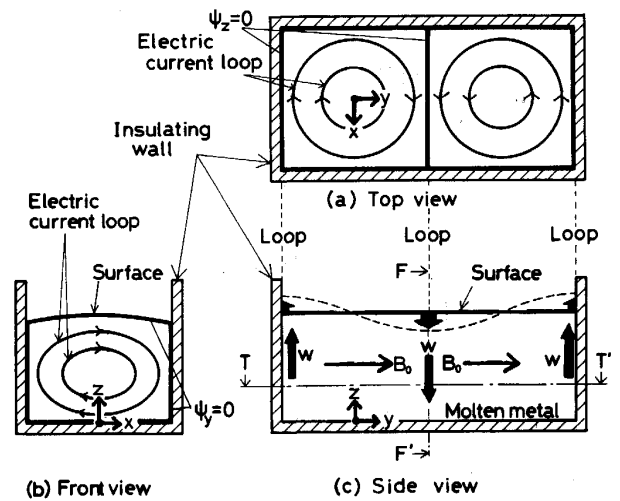


Fig. 2. The relation between wave motion and induced eddy current.

は (a), (b) に示すように誘導電流はループ状に流れることになる。(a) に示した電流ループは ψ_z の等ポテンシャル線に相当している。(43)式からわかるように (a) に示されている太い実線上では ψ_z は零であるので、電流は、必然的に波動の腹から腹までを一つのセルとした電流ループとなる。その電流の x 成分と B_0 により z 方向の電磁気力が生じる。この力は流速 w と逆向きであり波動を減衰させる(証明は Appendix III 参照)。同様に、(42)式による ψ_y は (b) に描かれているループ電流を与えるが、生じる力は上下、左右で逆向きであり、その抑制効果は実質的に相殺される。

前報²⁰⁾で示したように熔融金属の表面に垂直に印加された磁場(垂直磁場)の場合には波動の節から節までをセルとした電流ループが描かれるため、 y 方向に対面する容器壁の電氣的境界条件に依存して、波動の減衰挙動が変化したが、波数ベクトルと平行方向の磁場(平行磁場)の場合には、その効果は考慮する必要がないことがわかる。また、垂直磁場では、波動は v (水平方向速度成分) と印加磁場の相互作用から生じる電流によって抑制されるのに対し、平行磁場の場合には、主に w (垂直方向速度成分) と印加磁場のそれによって抑制されていると考えることができる。すなわち、垂直磁場は v を、平行磁場は w を減衰させることになる。波動のエネルギーは v, w の両者によっているが浅水条件になるほど v の寄与が大きくなるため、浅水条件では、平行磁場の波動抑制効果は垂直磁場のそれに比べて小さくなることが定性的に理解される。

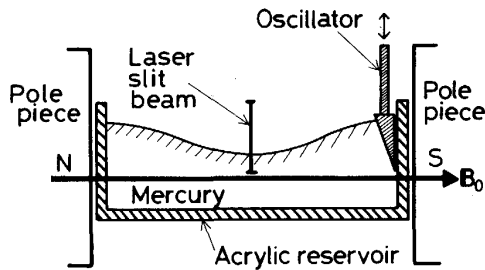


Fig. 3. Schematic view of experimental apparatus.

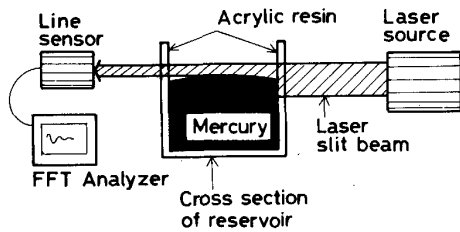


Fig. 4. Principle of measuring system for detecting wave motion.

4. 実 験

理論的に導出された(38)と(29)式で表される分散関係を検証するために、水銀を用いて波動の減衰定数を求める実験を行った。Fig. 3に実験装置の模式図を示す。電磁石の磁極間に、水銀の入ったアクリル製容器を置き、振動子を上下に振動させ、容器内に1波長の定常波ができるように設定した。波動表面の振動は、振動子の位置とそれに対面する壁、そして容器中央の位置で振動の腹となる。定常波が安定した後に、振動子を停止させ、その後の波動の腹の位置(容器中央)における波動表面高さをレーザー変位計を用いて測定した。レーザー変位計の概略図をFig. 4に示す。レーザースリット光をアクリル容器の側面から入射させると、水銀はレーザースリット光を通過させないため、波動表面高さの変化に伴って、アクリル製容器通過後のスリット光の量が増減することになる。その増減するスリット光の量をラインセンサーにより検出し、波動表面高さを測定した。測定された波動表面高さを、Fast Fourier Transformer (FFT) アナライザーに入力して波高と周波数を測定した。Fig. 5に減衰波形の例を示す。これらは、横軸の $\theta = 0$ sの瞬間に振動子を止め、その後の振幅の減少する様子を表したものである。Fig. 5(a)は磁場を印加しない場合の減衰波形であり(b), (c)はそれぞれ0.23 T, 0.41 Tの磁場を印加した場合のものである。ここで示した減衰波形を用い、片対数グラフ上に波高と経過時間の関係を示したものがFig. 6である。波高がこのグラ

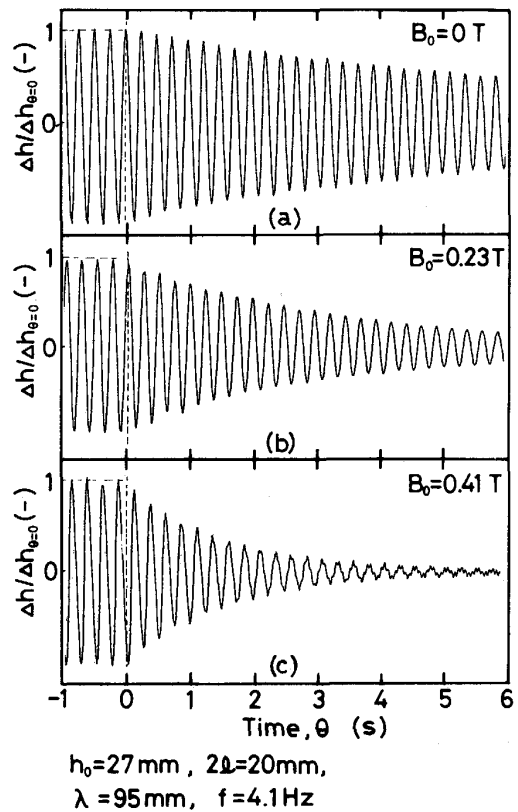


Fig. 5. Typical damping behavior in wave motion.

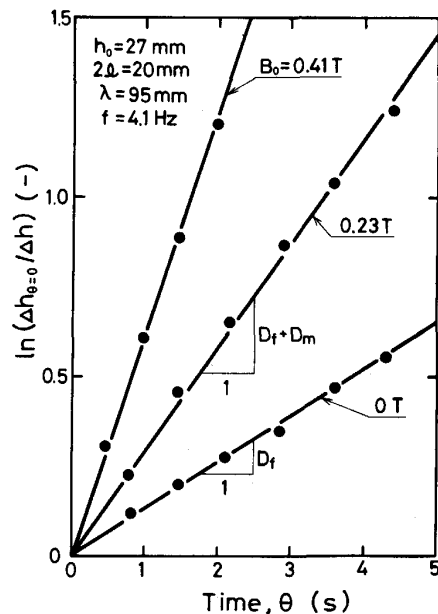


Fig. 6. Relations between the damping curve and the damping coefficient.

フでは直線として表されることから、振幅は、時間 θ の経過とともに、指数関数的に減少しており、時刻 θ における振幅 $\Delta h(\theta)$ は、 $\Delta h_{\theta=0} \exp(-D\theta)$ と表されることがわかる。ここで、直線の傾きが減衰定数 D を

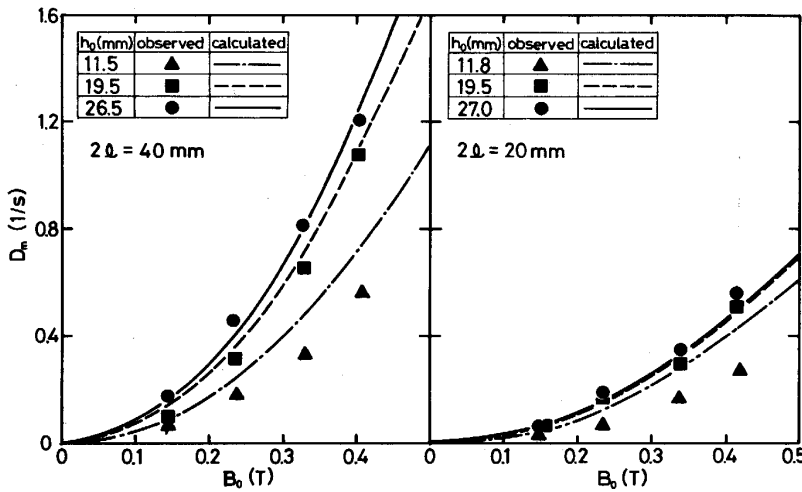


Fig. 7. Effect of magnetic flux density on damping coefficient under the various liquid depths and widths.

Table 1. Experimental conditions.

(a) Experimental conditions of this work	
Size of pole piece	100 mmφ
Gap of pole piece	110 mm
Width of reservoir	20 mm~40 mm
Liquid depth	11.5 mm~28 mm
Frequency of wave motion	4.1 Hz
Wave length	95 mm
Wave amplitude	~2 mm
Imposed magnetic field	~0.41 T
(b) Experimental conditions of KISHIDA and TAKEDA's work ²³⁾	
Width of reservoir	10 mm, 20 mm
Liquid depth	40 mm
Wave length	320 mm
Imposed magnetic field	~4 T

表していることになる。磁場を印加しないときにも波動は減衰するが、それは、容器壁との摩擦や流体の粘性の効果によるもので、そのときの減衰定数を粘性による波動の減衰定数 D_f として評価した。磁場を印加したときの減衰定数から、この D_f を差し引いたものを、磁場による波動の減衰定数 $D_m = D - D_f$ とした。

実験は、磁場による減衰定数 D_m に影響すると思われる容器幅 ($2l$)、液深 (h_0)、印加磁束密度 (B_0) を変えて行った。本実験条件を岸田ら²³⁾ が行った実験のものと併せて Table 1 に示す。Fig. 7 には、容器幅が 20 mm と 40 mm の場合について減衰定数 D_m を印加磁場に対して示した。容器幅 ($2l$) が広い場合には、Fig. 2 (a) に示す電流ループが x 方向に長くなり J_x の寄与が大きくなるので減衰定数は大きくなる。また、3.3 で述べたように、 w を減衰させる平行磁場では、全体の波動エネルギーに対する w の寄与が小さい浅水条件において減衰定数は小さくなっていることがわかる。ここで、液深が大きい場合には理論値と実測値は非常によく一致しているが、液深が小さくなるとやや実測値が理論値よりも小さくなる傾向が見られる。これは、容器底面との摩擦

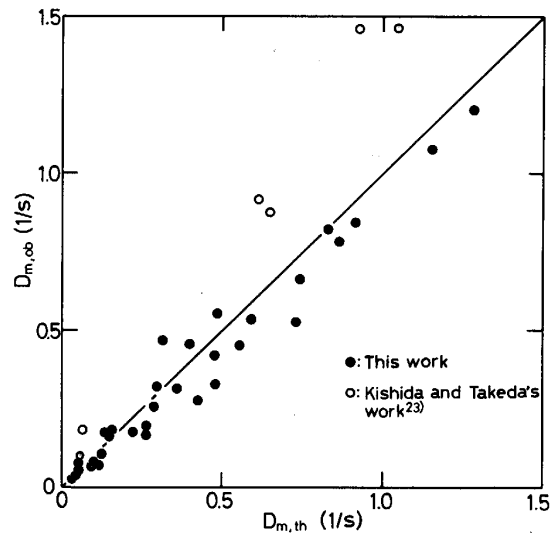


Fig. 8. Comparison of theoretical values of damping coefficient with observed ones.

が波動に与える影響が大きくなり、流速が(24)、(25)式の値よりも小さくなったためであると考えられる。Fig. 8 には、本実験で得られたデータと、岸田ら²³⁾ が報告しているデータを併せ、(38)式から得られる理論値との比較を示した。ここで、岸田らの実測値は本報で導出した理論値よりもやや大きくなっている。これは、岸田らが、容器内に半波長の定常波をつくって実験を行ったため、波動表面形状が、本理論解析において仮定したものとは違っていたためと考えられる。その他のデータに関しては、実測値と理論値はほぼ一致しており、(29)、(38)式の分散関係により減衰挙動を十分説明できることがわかる。

5. 磁場の印加方向の効果

熔融金属の表面波動に対して、直流磁場を印加する場

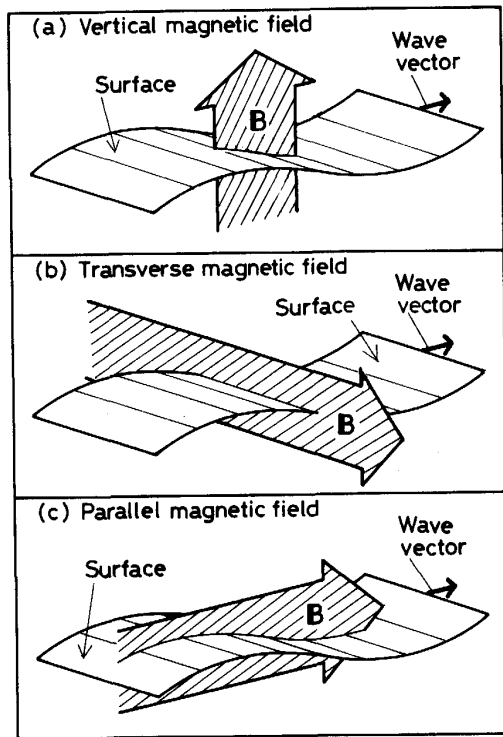


Fig. 9. Schematic view showing the relation of the direction of imposed magnetic field to surface wave.

合, Fig. 9 に示すようにその印加方向には, (a) 鉛直磁場, (b) 横断磁場, (c) 平行磁場の 3 種類が考えられる. 著者らは 2 章で述べたように鉛直磁場と横断磁場の場合については, すでに発表しているが²⁰⁾²¹⁾, ここでこの 3 種類の印加方法の特徴についてまとめる. 平行磁場では, 波動方向に磁場を印加するため極磁間が必然的に大きくなり, 印加可能な磁場は比較的小さくなる. また, 鉛直磁場では, 一般的には熔融金属を磁極間に置くことが難しいと考えられるため, やはり印加可能な磁場は小さくなる. これらの場合, 印加方法に工夫が必要となる. 鉛直, 平行磁場ともに大きな減衰効果は有しているが, 平行磁場では鉛直方向の流速が減衰されるので深水条件で減衰定数が大きくなるのに対し, 鉛直磁場では水平方向の流速が減衰されるので, 浅水条件が減衰に有利となる.

横断磁場は種々のプロセスにおいて強力な磁場が印加可能であると考えられるが, 磁場が一様である場合には減衰効果を期待できない²¹⁾. そのため, 磁場に勾配を与えるなどの工夫が必要となる.

6. 結 言

熔融金属の表面波動に, 波数ベクトルに平行な直流磁場を印加した際に見られる波動抑制効果についての理論

解析を行った. 理論展開では, 磁場を印加した際の波動方程式を導出し, 波動表面の境界条件を考慮することにより(29)式と(38)式で表される分散関係を導出した.

得られた分散関係から, 減衰定数を計算し, 波動抑制に及ぼす容器幅, 液深, 直流磁場の影響を明らかにした.

次に, 解析によって得られた分散関係を検証するための実験を行い, 理論値と実測値はよく一致することを確認した.

最後に, 本研究の研究費の一部は日本鉄鋼協会特定基礎研究会「電磁気冶金の基礎研究部会」および文部省科学研究費補助金(一般研究(B): No. 61470056, 奨励研究(A): No. 01750681)の援助によることを記して謝意を表します.

Appendix I

(6)式の両辺に $(\nabla \times)$ を作用させ, (4)式と(9)式を用いると次式を得る.

$$\nabla \times \nabla \times \psi = -\sigma \partial \mathbf{B} / \partial t + \sigma \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \dots (A-1)$$

ベクトル演算と(10)式により左辺は次のようになる.

$$\nabla \times \nabla \times \psi = (\nabla \cdot \psi) \psi - \nabla^2 \psi = -\nabla^2 \psi \dots (A-2)$$

印加している直流磁場が誘導電流により生じる磁場に比べて十分に小さいとみなすことができる場合には(A-1)式の右辺第1項は無視することができる. また, 第2項はベクトル演算と(1)式と $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ により次式のようにになる.

$$\begin{aligned} \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) &= \mathbf{v} (\nabla \cdot \mathbf{B}) - \mathbf{B} (\nabla \cdot \mathbf{v}) \\ &+ (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{B} = (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{B} \end{aligned} \dots (A-3)$$

(A-2), (A-3)式を(A-1)式に代入することにより(11)式を得る.

Appendix II

容器の底では, y, x 方向の位置によらず w は零にならねばならない. したがって, (25)式から次式の条件を得る.

$$0 = \xi \hat{\chi}(0) \cdot \cos(\xi x) \cdot \sin(\xi y) \cdot \exp(-j\omega t) \dots (A-4)$$

(A-4)式が恒等的に成り立つためには, (31)式の条件が必要になる.

また, 定常波の腹の位置 (w が最大となる位置) で容器の中心 ($x=0$), かつ $z=h_0$ では(25)式は次式となる.

$$w_L = \xi \hat{\chi}(h_0) \cdot \exp(-j\omega t) \dots (A-5)$$

波動表面の流体要素は $z=h_0$ の位置から 1/4 周期経過した時に最大振幅である $z=h_0 + \Delta h$ の位置に到達する. したがって(A-6)式が書ける.

$$\Delta h = f_0^{90/4} \operatorname{Re}\{w_L\} d\theta \dots (A-6)$$

(A-6)式は次式のように積分できる.

$$\Delta h = \operatorname{Re}\{\xi \hat{\chi}(h_0)(1-j)/\omega\} \dots (A-7)$$

ここで, $Re|\quad|$ は $|\quad|$ の実数部を表す. (A-7)式から, (32)式を得る.

Appendix III

(23), (43)式を(15)式に代入する.

$$\hat{\psi}_z'' - (\xi^2 + \zeta^2) \hat{\psi}_z = -\xi^2 \sigma B_0 \hat{\chi} \dots\dots\dots (A-8)$$

ここで, $\hat{\psi}_z$ が $\hat{\chi}$ と等しい関数形 (z に関して) であるとして, 次式で与える.

$$\hat{\psi}_z = \hat{\psi}_0 (\sin h(\eta z) / \sin h(\eta h_0)) \dots\dots\dots (A-9)$$

(33), (A-9)式を(A-8)式に代入し, (29), (38)式を用いると $\hat{\psi}_0$ は次のようになる.

$$\hat{\psi}_0 = (\rho \Delta h / B_0 \xi) \cdot \{-2 \omega_r \omega_i + j(\omega_r^2 - \omega_i^2)\} \dots\dots\dots (A-10)$$

ω_i は, (40)式からわかるように減衰運動においては負の値を取ることで, $\hat{\psi}_0$ の実数部は正となる. Fig. 2(c) に実線で描かれている波面位置の瞬間においては, (25), (43)式の $\exp(-j\omega\theta)$ の値は -1 を取る. すなわち $\hat{\psi}_z$ は $y=0$ で負, $y=\lambda/2$ で正となり, Fig. 2(a) に示すような電流ループが生じていることになる. そして容器中央では, 電流は x の方向に流れており y の正の方向の磁場との相互作用により z の正の方向の力が生じている. Fig. 2(c) に示されているように流速 w は z の負の方向であり, 電磁気力と逆の方向になっている.

記 号

- B : 磁束密度 (T)
 B_0, B_0 : 印加磁束密度 (T)
 D : 波動の減衰定数 (1/s)
 D_f : 壁との摩擦等による波動の減衰定数 (1/s)
 D_m : 磁場による波動の減衰定数 (1/s)
 $D_{m,ob}$: D_m の実測値 (1/s)
 $D_{m,th}$: D_m の理論値 (1/s)
 E : 電場 (V/m)
 f : 周波数 (Hz)
 F : 電磁体積力 (N/m^3)
 g, g : 重力加速度 (m/s^2)
 h : 液深 (m)
 h_0 : 静止状態での液深 (m)
 $\Delta h, \Delta h_{\theta=0}$: 定常波の振幅, およびその初期値 (m)
 J : 誘導電流密度 (A/m^2)
 j : 虚数単位 (-)
 $2l$: 容器の幅 (m)
 p, \hat{p} : 圧力 (Pa)
 v, \hat{v} : 流速の y 方向成分 (m/s)
 w, \hat{w} : 流速の z 方向成分 (m/s)

- w_L : 波動の腹の位置, かつ $z = h_0$ での w の値 (m/s)
 ζ : 容器の幅方向の波数 (1/m)
 θ : 時間 (s)
 θ_0 : 波動の周期 (s)
 λ : 波の波長 (m)
 ξ : 容器の長手方向の波数 (1/m)
 μ_0 : 透磁率 (H/m)
 ρ : 熔融金属の密度 (kg/m^3)
 σ : 熔融金属の導電率 ($1/\Omega \cdot m$)
 χ : 流れ関数 (m^2/s)
 ω : 波の角周波数 (1/s)
 ω_r, ω_i : ω の実数部および虚数部 (1/s)

文 献

- 1) 草川隆次, 山本博之, 田中 悟, 柳 義博: 鉄と鋼, **70** (1984), S969
- 2) 竹本弘郷, 坂口治男, 末広照善, 大西邦彦, 長井邦雄, 橋本俊英, 毛利勝一: 鉄と鋼, **72** (1986), S143
- 3) 岡崎 卓, 小出優和, 井上雄二, 高木 勉, 浅里孝志: 鉄と鋼, **72** (1986), S140
- 4) 糸山誓司, 中戸 参, 野崎 努, 垣生泰弘, 別所永康: 鉄と鋼, **71** (1985), A249
- 5) T. YUHARA, T. KOZUKA, I. MUCHI and S. ASAI: Proc. Casting of Near Net Shape Products (1988), p. 583 [TMS]
- 6) T. KOZUKA, T. YUHARA, I. MUCHI and S. ASAI: ISIJ Int., **29** (1989), p. 1022
- 7) 林田道弥, 大野剛正, 尾野 均, 堤 一彦: 鉄と鋼, **73** (1987), S686
- 8) D. G. GOODRICH, J. L. DASSEL and R. M. SHOGREN: J. Met., **34** (1982) 5, p. 45
- 9) Ch. VIVES and R. RICOU: Metall. Trans. B, **16** (1985), p. 377
- 10) D. E. TYLER, B. G. LEWIS and P. D. RENSCHEN: J. Met., **37** (1985) 9, p. 51
- 11) 中戸 参: 材料プロセス, **1** (1988), p. 1378
- 12) S. LUNDQUIST: Phys. Rev., **76** (1949), p. 1805
- 13) B. LEHNERT: Arkiv for Fysic, **5** (1952), p. 69
- 14) L. E. FRAENKEL: J. Fluid Mech., **7** (1960), p. 81
- 15) J. A. SHERCLIFF: J. Fluid Mech., **38** (1969), p. 353
- 16) I. S. ROBINNSON: J. Fluid Mech., **67** (1975), p. 475
- 17) S. CHANDRASEKHAR: Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, Dover edition (1981), p. 467, p. 464 [Dover Publications]
- 18) M. GARNIER and R. MOREAU: J. Fluid Mech., **127** (1983), p. 365
- 19) 浅井滋生: 鉄と鋼, **75** (1989), p. 32
- 20) 小塚敏之, 浅井滋生, 鞭 巖: 鉄と鋼, **74** (1988), p. 2278
- 21) 小塚敏之, 浅井滋生, 鞭 巖: 鉄と鋼, **75** (1989), p. 470
- 22) 六車俊範, 小林純夫: 鉄と鋼, **73** (1987), S1448
- 23) 岸田 豊, 武田紘一: 材料とプロセス, **1** (1988), p. 386
- 24) バーナード・ル・メオーテ: 応用流体力学入門 (堀川清司訳) (1979), p. 212 [東京大学出版会]