

© 1989 ISIJ

論 文

熔融金属表面波動抑制に及ぼす横断方向の 直流磁場の勾配の効果

小塚 敏之*・浅井 滋生*²・鞭 巖*³

Effect of Gradient of Transverse Direct Magnetic Field on Suppression of Wave Motion

Toshiyuki KOZUKA, Shigeo ASAI and Iwao MUCHI

Synopsis:

Molten metal being electrically conducting fluid, direct magnetic field can suppress wave motions which induce instabilities and surface defects in the several processes such as twin roll, electromagnetic casting, or conventional continuous casting.

Transverse magnetic field was imposed on mercury surface wave and damping behavior was measured by making use of laser beam. It was found that the suppression of wave motion did not depend on field intensity but the gradient of it. A dispersion relation of wave motion, $\omega^2 \{ \epsilon_1 \coth(\epsilon_1 h_0) + \epsilon_2 \coth(\epsilon_2 h_0) \} = 2\xi^2 g$, was derived from the theoretical analysis taking into account of the gradient of magnetic field, and was verified by the experimental results.

The effect of gradient of transverse magnetic field on suppression of wave motion is discussed on the basis of the dispersion relation derived here.

Key words: electromagnetic metallurgy; magnetohydrodynamics; surface wave; wave theory; direct rolling; twin roll; continuous casting; electromagnetic casting.

1. 緒 言

鋼の铸造分野では、薄板を直接溶湯から铸造する直接成形プロセスや、铸型との接触により生じる表面欠陥を一扫する電磁铸造プロセスが注目されている。前者の直接成形プロセスには、双ロール法¹⁾²⁾やツインベルト法³⁾⁴⁾がある。そこでは溶湯の注入流や湯溜りの表面に生じる波動が製品の品質を劣化させ、また、操業を不安定にする。後者の電磁铸造法は、アルミニウムの分野で開発された垂直式のもの⁵⁾⁶⁾と著者らが提案した水平式のもの⁷⁾⁸⁾がある。いずれも溶湯はモールドと接触することなく保持されており、その表面の波動は、製品の表面品質を劣化させる要因となる。さらに、従来の連続铸造法においてもメタル-フラックス界面の表面波動はオシレーションマークの乱れを誘起する⁹⁾。そのため、上記のプロセスでは、表面波動を抑制することが重要な技術課題となつている。

一方、熔融金属は電気伝導性を有する電磁流体であり、

磁場の印加によつて生じる電磁気力は熔融金属に対して波動抑制機能を持つ¹⁰⁾。交流磁場の波動抑制機能については理論的にかなり明らかにされている¹¹⁾が、交流磁場発生装置は直流磁場発生装置に比べて大規模なものとなる。最近、高磁束密度の永久磁石の開発が進み、直流磁場による波動の抑制が指向されている¹²⁾。LUNDQUIST¹³⁾は、波の進行方向に磁場を印加した場合の波動抑制について理論解析と実験を行つている。また、LEHNERT¹⁴⁾は、磁場と流速場が相互作用を持つ場合の基礎方程式を導出している。さらに、SHERCLIFF¹⁵⁾は磁場と電流を作用させて波動の抑制を図る研究を行い、均一横断磁場は波動抑制に寄与しないことを理論的に示している。これらの研究から直流磁場の表面波動抑制効果は磁場の方向に大きく依存していることがわかる。

本研究では熔融金属の表面波動に対して横断方向に磁場を印加する場合について磁場の勾配が波動の分散関係に及ぼす効果を導き、水銀を用いた実験により理論解析の結果を検証し、その分散関係を用いて、溶鋼の表面波

昭和 61 年 10 月本会講演大会にて発表 昭和 63 年 2 月 12 日受付 (Received Feb. 12, 1988)

* 名古屋大学大学院 (現: 熊本大学工学部) (Graduate School, Nagoya University, Now Faculty of Engineering, Kumamoto University, 2-39-1 Kurokami Kumamoto 860)

*² 名古屋大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Nagoya University)

*³ 名古屋大学工学部 工博 (故)

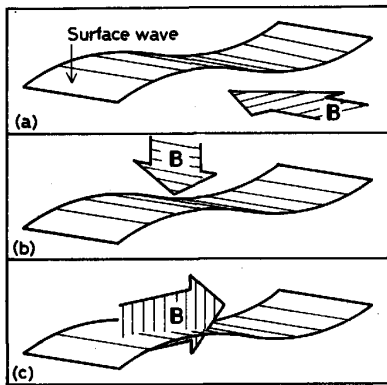
動に対する抑制効果を検討する。

2. 理論解析

Fig. 1 に示すように、表面波動に対する直流磁場の印加方向については3通り考えられる。すなわち、溶融金属の表面波動の波数ベクトルに対して (a) 横断方向に磁場を印加する場合¹⁶⁾¹⁷⁾、(b) 鉛直方向に印加する場合¹⁸⁾¹⁹⁾ および (c) 平行方向に印加する場合¹⁶⁾ である。(a) の場合は、強力な磁場の印加が可能であり、かつ操作も容易であると考えられる。したがって、ここでは (a) の横断方向に印加された磁場の波動抑制効果について、電磁流体力学に基づいた分散関係の導出を行う。

2.1 基礎方程式の導出

解析に用いる座標系と変数を Fig. 2 に示す。溶融金属の表面には波長 λ の定常波が存在し、その振動の中心力は重力であるとする。溶融金属の深さは静止状態では h_0 であり、表面 $h(y, \theta)$ は h_0 を振動の中心として振幅 Δh で振動しており、 x 方向には均一であるとする。溶融金属の流速の y, z 方向の成分をそれぞれ v, w で表し、表面に対し横断方向の直流磁場は x 方向であり B_x とする。



(a) Transverse (b) Vertical (c) Parallel

Fig. 1. Schematic view showing relations of the direction of imposed magnetic field to surface wave.

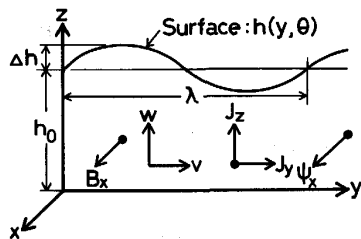


Fig. 2. Coordinate system and components of each variable.

流速に関する式は連続の式と運動の式であり、それぞれ次のように表される。

$$\nabla \cdot v = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\rho \partial v / \partial \theta = -\nabla P + \rho g + F \quad \dots\dots\dots (2)$$

(2)式においては、粘性項と慣性項は無視されている。 F は外力項であり、波動を抑制する力を表す。

誘導電流 J は、次に示す電磁場の基礎式を連立することによつて得られる。

$$\nabla \times E = -\partial B / \partial \theta \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\nabla \cdot J = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$J = \sigma(E + v \times B) \quad \dots\dots\dots (5)$$

(3)式はファラデーの法則、(4)式はキルヒホッフの法則、(5)式は運動物体中のオームの法則である。(5)式の右辺第2項は磁場中を電磁流体が流れるときに生じる起電力であり、Fig. 2 に示すように B_x と v, w との相互作用により y, z 方向の誘導電流 J_y, J_z を与える。

ここで、(4)式が成立することから、次式で定義される電流密度のベクトルポテンシャル ϕ を導入する[†]。

$$J \equiv \nabla \times \phi, \quad \nabla \cdot \phi = 0 \quad \dots\dots\dots (6), (7)$$

(3)~(7)式より次式を得る。

(誘導は Appendix I に示す)

$$\nabla^2 \phi = \sigma(v \cdot \nabla) B - \sigma(B \cdot \nabla) v \quad \dots\dots\dots (8)$$

B は x 成分のみとしているので(8)式の右辺第2項は $\sigma B_x \partial v / \partial x$ となり、 v が x に依存しないことを考慮すればこの項は零となる。したがって(8)式は x 成分のみとなり、Fig. 2 に示される ϕ_x は x 方向に均一であるので ϕ_x についての方程式は次式となる。

$$\partial^2 \phi_x / \partial y^2 + \partial^2 \phi_x / \partial z^2 = \sigma(v \partial B_x / \partial y + w \partial B_x / \partial z) \quad \dots\dots\dots (9)$$

流体に働く抑制力はローレンツ力であり次式で表される。

$$F = J \times B = (\nabla \times \phi) \times B \quad \dots\dots\dots (10)$$

(2)式に(10)式を代入し、(1)式とともに各成分を用いて書き下すと、(11)、(12)および(13)式が得られる。

$$\partial v / \partial y + \partial w / \partial z = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\rho \partial v / \partial \theta = -\partial p / \partial y - B_x \partial \phi_x / \partial y \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\rho \partial w / \partial \theta = -\partial p / \partial z - \rho g - B_x \partial \phi_x / \partial z \quad \dots\dots\dots (13)$$

2.2 定常波に対する近似解

波長 λ 、周期 θ_0 の定常波における各変数の y 方向の分布は Fig. 3 に示すように (a) の状態から 1/4 周期、1/2 周期と時間が経過するにつれてそれぞれ (b)、(c) のように変化するとする。圧力 p は表面形状と同じ位相で変化しており、表面が平坦である瞬間 {(a), (c)}

[†] 誘導電流が生じる場の解法として ϕ を用いる方法が常用されている²⁰⁾。(7)式の条件を付加したことにより、ここでは $(B/\mu) = \phi$ となる。

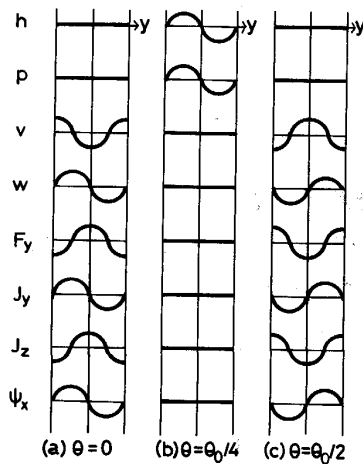


Fig. 3. Transitional variations of surface shape and each variable.

に流速は最大となり、表面が最大の位置に達した瞬間 (b) では流速は零である。誘導電流は(5)式から決定されるので、流体領域が無限に広がり、 $E=0$ となつた場合には、 J_y は w に比例し、 J_z は v に比例すると考えることができる。ここでは $E \neq 0$ の場合にも、上述の比例関係が成立すると仮定して、以下の解析を進める。 F_y は(10)式より J_z に比例する。この考察に基づいて各変数の関数形を次のように表すことにする。

$$v = \bar{v}(z) \cdot \cos(\xi y) \cdot \exp(-j\omega t) \quad (14)$$

$$w = \bar{w}(z) \cdot \sin(\xi y) \cdot \exp(-j\omega t) \quad (15)$$

$$p = \rho g(h_0 - z) + j\bar{p}(z) \cdot \sin(\xi y) \cdot \exp(-j\omega t) \quad (16)$$

$$\psi_x = \bar{\psi}_x(z) \cdot \sin(\xi y) \cdot \exp(-j\omega t) \quad (17)$$

(14), (15)式を(11)式に代入することにより(18)式を得る。

$$-\xi \bar{v} + d\bar{w}/dz = 0 \quad (18)$$

次に(14)~(17)式を(12), (13)式に代入し \bar{p} を消去することにより(19)式を得る。

$$d\bar{v}/dz - \xi \bar{w} = -(j\xi \bar{\psi}_x / \rho\omega) \cdot (\partial B_x / \partial z) \quad (19)$$

さらに、(9)式に(14), (15)および(17)式を代入して次式を得る。

$$-\xi^2 \bar{\psi}_x + d^2 \bar{\psi}_x / dz^2 = \sigma\omega (\partial B_x / \partial z) \quad (20)$$

ここで、 B_x は y 方向に均一であると仮定した。

流速の境界条件は次式で表される。

((22)式の誘導は Appendix II に示す)

$$\bar{w} = 0 \quad \text{at } z = 0 \quad (21)$$

$$\bar{w} = \omega\Delta h \quad \text{at } z = h_0 \quad (22)$$

ここで、 Δh は定常波の振幅である。さらに、電流の境界条件は次のようになる。

(誘導は Appendix III に示す)

$$\bar{\psi}_x = 0 \quad \text{at } z = 0, h_0 \quad (23)$$

2.2.1 B_x が z 方向に均一な場合

この場合には、(19)式と(20)式の右辺は零となり、方程式は次のようになる。

$$d\bar{v}/dz - \xi \bar{w} = 0 \quad (24)$$

$$-\xi^2 \bar{\psi}_x + d^2 \bar{\psi}_x / dz^2 = 0 \quad (25)$$

(18)式と(24)式は外力が働かない場合の定常波の流速場²¹⁾の微分形に相当している。(25)式を(23)式のもとで解くと $\bar{\psi}_x$ は z の全領域に対して零となり(6)式で与えられる電流もまた零となる。すなわち、均一な直流磁場を横断方向に印加した場合には抑制効果は生じないことになる。

2.2.2 B_x が z 方向に勾配を持つ場合

磁場の分布を次式のように仮定する。

$$B_x = B_0 + kz \quad (26)$$

(19), (20)式は次のようになる。

$$d\bar{v}/dz - \xi \bar{w} = -j\xi k \bar{\psi}_x / \rho\omega \quad (27)$$

$$-\xi^2 \bar{\psi}_x + d^2 \bar{\psi}_x / dz^2 = \sigma\omega k \quad (28)$$

(18), (27), (28)式から \bar{v} , \bar{w} を消去すると、 $\bar{\psi}_x$ に関する4階の常微分方程式が得られる。

$$\frac{d^4 \bar{\psi}_x}{dz^4} - 2\xi^2 \frac{d^2 \bar{\psi}_x}{dz^2} + \xi^4 \bar{\psi}_x = -j \left(\frac{\sigma k^2 \xi^2}{\rho\omega} \right) \bar{\psi}_x \quad (29)$$

(21), (22)式の境界条件は(23), (28)式より、 $\bar{\psi}_x$ の条件として表すと次のように書き換えることができる。

$$d^2 \bar{\psi}_x / dz^2 = 0 \quad \text{at } z = 0 \quad (30)$$

$$d^2 \bar{\psi}_x / dz^2 = \sigma k \omega \Delta h \quad \text{at } z = h_0 \quad (31)$$

(29)式の一般解は次のようになる。

$$\bar{\psi}_x = C_1 \exp(\epsilon_1 z) + C_2 \exp(\epsilon_2 z) + C_3 \exp(-\epsilon_1 z) + C_4 \exp(-\epsilon_2 z) \quad (32)$$

$$\epsilon_1 = \{\xi^2 + (1-j)\alpha\}^{1/2} \quad (33)$$

$$\epsilon_2 = \{\xi^2 - (1-j)\alpha\}^{1/2} \quad (34)$$

$$\alpha = \{\sigma k^2 \xi^2 / 2\rho\omega\}^{1/2} \quad (35)$$

(32)式の積分定数は(23), (30)および(31)式の境界条件により決定され、 $\bar{\psi}_x$, \bar{v} および \bar{w} の解はそれぞれ次のようになる。(誘導は Appendix IV に示す)

$$\bar{\psi}_x = \frac{\sigma k \omega \Delta h (1+j)}{4\alpha} \left\{ \frac{\sinh(\epsilon_1 z)}{\sinh(\epsilon_1 h_0)} - \frac{\sinh(\epsilon_2 z)}{\sinh(\epsilon_2 h_0)} \right\} \quad (36)$$

$$\bar{v} = \frac{\omega \Delta h}{2\xi} \left\{ \frac{\epsilon_1 \cosh(\epsilon_1 z)}{\sinh(\epsilon_1 h_0)} + \frac{\epsilon_2 \cosh(\epsilon_2 z)}{\sinh(\epsilon_2 h_0)} \right\} \quad (37)$$

$$\bar{w} = \frac{\omega \Delta h}{2} \left\{ \frac{\sinh(\epsilon_1 z)}{\sinh(\epsilon_1 h_0)} + \frac{\sinh(\epsilon_2 z)}{\sinh(\epsilon_2 h_0)} \right\} \quad (38)$$

また、(14), (16)および(17)式を(12)式に代入し、(26)式を用いると、 \bar{p} を求めることができる。

$$\bar{p} = (\rho\omega / \xi) \bar{v} + j\bar{\psi}_x(B_0 + kz) \dots\dots\dots (39)$$

Fig. 3 に示した h と各変数および(14)~(17)式との整合性に基づいて、ここでの定常波の波高は(40)式の実部で表されることがわかる。

$$h = h_0 + j\Delta h \cdot \sin(\xi y) \cdot \exp(-j\omega\theta) \dots\dots\dots (40)$$

圧力 p が零となる z の値が表面の位置 h を与えるので、(16)式において p を零と置き、(39)、(40)式を代入すると次の分散関係を得る。

$$\begin{aligned} \rho g \Delta h - (\rho\omega / \xi) \bar{v}|_{z=h} \\ - j\bar{\psi}_x|_{z=h}(B_0 + kh) = 0 \dots\dots\dots (41) \end{aligned}$$

振幅が小さいとして(41)式で $h \doteq h_0$ と置き、(23)、(37)式を用いて(42)式を得る。

$$\omega^2 \{ \epsilon_1 \coth(\epsilon_1 h_0) + \epsilon_2 \coth(\epsilon_2 h_0) \} = 2\xi^2 g \dots (42)$$

直流磁場印加の効果は(35)式の α に現れるが、そこでは α は磁束密度の勾配 k の 2 乗に依存し、 k の正負にはよらないことがわかる。 $k=0$ のときは、(33)~(35)式より $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \xi$ となり分散関係は次式となる。

$$\omega^2 = \xi g \tanh(\xi h_0) \dots\dots\dots (43)$$

(43)式は完全流体の波動の分散関係²²⁾と一致することから、本理論展開が従来の波動理論と整合していることがわかる。角周波数 ω は複素数であり次式で表す。

$$\omega = \omega_r + j\omega_i \dots\dots\dots (44)$$

(14)~(17)式からわかるように実部 ω_r は振動の角周波数を与える。また、虚部 ω_i の符号が正であれば振幅は増幅され、負であれば減衰する。そこで、磁場印加による波動の減衰定数 D_m と ω_i の関係は次のようになる。

$$D_m = -\omega_i \dots\dots\dots (45)$$

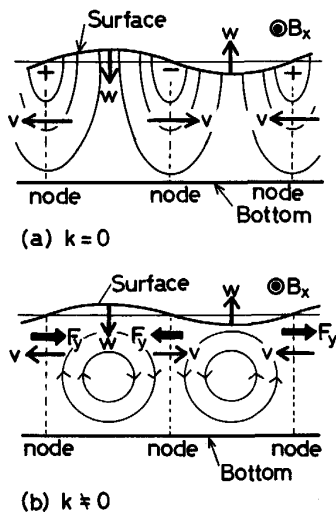


Fig. 4. Schematic view of the relations between, (a) surface wave and equi-potential lines in the case of $k=0$, and (b) surface wave and eddy currents in the case of $k \neq 0$.

以上の理論解析は次のようにまとめられる。

磁束密度の z 方向の勾配がない場合 (2.2.1) には $J = 0$ であるから、(5)式は電場 E を与えることになる。

$$E = -v \times B = (0, -wB_x, vB_x) \dots\dots\dots (46)$$

電位 V は次式で定義される

$$E = -\nabla V \dots\dots\dots (47)$$

(15)、(46)および(47)式を用いると、 V は次式となる。(誘導は Appendix V に示す)

$$V = -(B_x w / \xi) \cos(\xi y) \exp(-j\omega\theta) \dots\dots (48)$$

Fig. 4(a)に(48)式に基づいた溶融金属内部の等電位線を模式的に示す。図中の細かい曲線が等電位線であり、節の位置の表面に最も電位の高い所と最も低い所が交互に現れている。2.2.1で示したように、均一磁場が波動抑制効果を有しない理由は溶融金属内に電位分布が生じて、それが $v \times B$ によつて駆動されるべき電流を阻止するためである。一方、磁場の勾配が存在する場合には、上記の釣合いが崩れて電流の帰路が形成される。すなわち、定性的であるが Fig. 4(b)に示されるように E_z の寄与が E_y のそれにまさり、節から節までを一つのセルとしたループ電流が生じる結果、波動は抑制されることになる。

3. 実 験

理論的に求められた分散関係を確かめるため ω の虚部である減衰定数を求める実験を行った。Fig. 5 に実験装置の模式図を示す。電磁石の磁極①間に水銀の入ったアクリル製容器②を置き、振動板③を介して水銀を振動させ、容器内に 1 波長の定常波が安定に形成されるようにした。水銀が定常的に振動している状態から、振動板を停止させ、レーザー光④を上方より照射し散乱光をレベルセンサー⑤で検出することにより湯面高さの経時変化を測定した。また、Fast Fourier Transformer

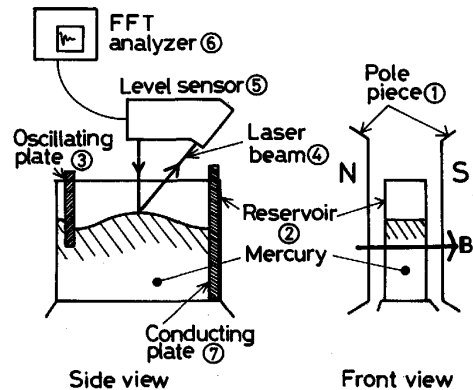
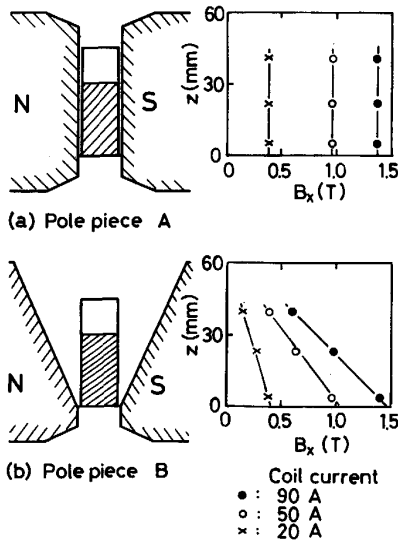


Fig. 5. Schematic view of the experimental apparatus.

(FFT) アナライザ⑥により周波数を測定し、定常波が形成されるように振動条件を定めた。定常波は振動板とそれに対向する壁の位置において腹となる。Fig. 4(b)で示したように、波動を抑制するための電流ループは腹の位置では容器の長手方向 (Fig. 2 の y 方向) の成分を持っているので振動板と壁⑦を導体にして電流の帰路を設けた。また磁束密度に勾配を与えるために鉛直上向きに磁極間距離が増加する形状の磁極を用いた。Fig. 6 にその正面図と磁束密度の測定結果をあわせて示す。電磁石の電流を 20 A, 50 A, 90 A と変えて実験を行った (a) は従来のテーパのない磁極 (以下、磁極 A) であり、磁束密度の測定の結果、図に示すように磁束密度はほとんど均一であった。(b) はテーパのある磁極 (以下、磁極 B) であり、最大 22 T/m の磁束密度勾配が得られた。実験条件を Table 1 に示す。測定された減衰挙動の一例を Fig. 7 に示す。これらは磁極 B を用いた結果であり、振動板を停止させた直後からの振動減衰波形である。(a) は磁場を印加しない場合、(b), (c), (d) はそれぞれ図中に示した平均の磁束密度 \bar{B}_x と磁束密度勾

配の値の場合であった。減衰定数は振動減衰挙動の包絡線の対数を時間軸に対してプロットし、その直線の傾きから求めることができる。Fig. 8 に磁極 A の場合と磁極 B の場合について、減衰定数に及ぼす平均の磁束密度の効果を示した。磁極 A では減衰定数がほとんど増加しないが磁極 B ではかなり増加している。これは磁極 B では平均の磁束密度が増加するにつれて磁束密度

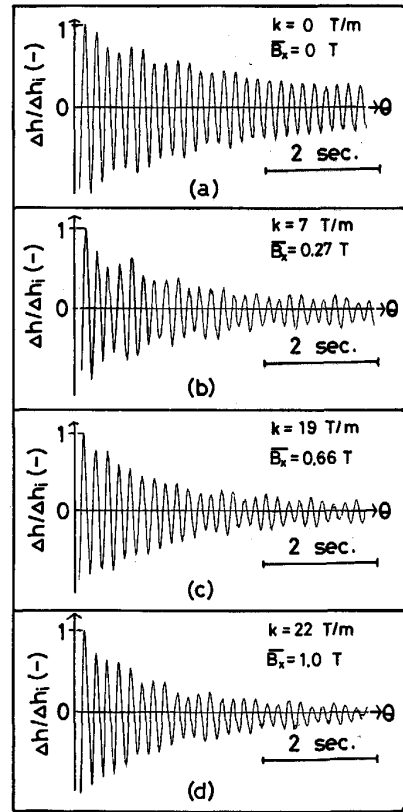


(a) Parallel pole pieces (b) Inclined pole pieces

Fig. 6. Schematic view of pole pieces and observed magnetic field.

Table 1. Experimental conditions.

Size of reservoir	20 mm $W \times 90$ mm $L \times 45$ mm H
Size of pole piece	70 mm \times 70 mm
Width of reservoir	20 mm
Liquid depth	30 mm
Frequency of wave motion	5 Hz
Wave length	70 mm
Wave amplitude	2 mm
Imposed magnetic field	~ 1.3 T (max.)
Gradient of magnetic field	~ 22 T/m (max.)



$\lambda = 70$ mm $f = 5$ Hz

Fig. 7. Damping behaviors of wave motion.

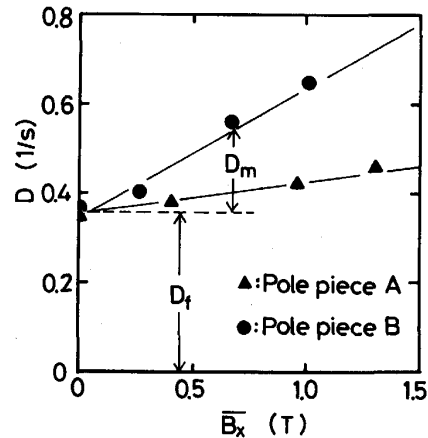


Fig. 8. Effect of \bar{B}_x on damping coefficient under the different gradient of magnetic field.

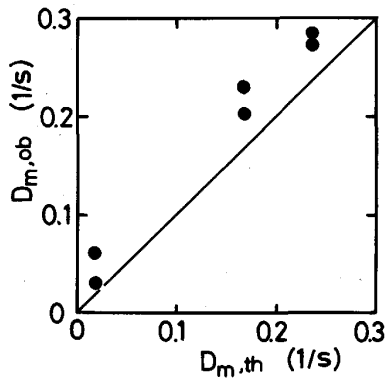


Fig. 9. Comparison of theoretical values of damping coefficient with observed ones.

の勾配も増加しているためであり、減衰定数は磁束密度の絶対値ではなくその勾配に依存することがわかった。磁極 A の場合にもわずかながら減衰定数の増加がみられるが、これは、Fig. 4(a)に示した電場の釣合がわずかな外乱により崩れて電流が現れると、印加磁場の強さに依存して抑制力が現れるためと考えられる。また、壁効果により x 方向に流速が分布するため、誘導電流が生じることも考えられる。さらに、図からわかるように磁場が印加されていない場合にも減衰定数 D_f が存在する。これは容器との摩擦および液体中の粘性消散によるものと考えられる。磁場による減衰定数 D_m の見積りは、測定された D の値から D_f の値を差し引いたものとした。(42), (45)式より計算される D_m (減衰定数の理論値 $D_{m,th}$) と測定値 ($D_{m,ob}$) との比較を Fig. 9 に示す。測定値は理論値よりも大きな値を示した。この理由は Fig. 8 の磁極 A の場合にも減衰効果がみられたことと同じであると考えられる。

4. 抑制効果の理論的検討

ここでは、(42)式の分散関係を用いて溶鋼の場合について抑制効果を検討する(摩擦および粘性消散による減衰は考慮しない)。Fig. 10 に波数 ξ が 10 m^{-1} , 50 m^{-1} , 100 m^{-1} の場合についての D_m に及ぼす磁束密度の勾配 k の効果を示した。実線は浴深が 0.05 m のものであり、破線は 0.1 m のものである。いずれの場合も D_m の値は正であり制動力が働いていることを示している。 k の値の小さいところでは、 D_m は k が増加するにつれて増加しているが、抑制効果が大きくなると D_m は減少している。これは、波動が十分抑制された流体中では誘導電流も減少して抑制力 $J \times B$ の値が小さくなるためであると考えられる。また ω_r を磁場が存在しない場合の角周波数 ω_{r0} で正規化した値 ($\omega^* = \omega_r / \omega_{r0}$) に及ぼす k

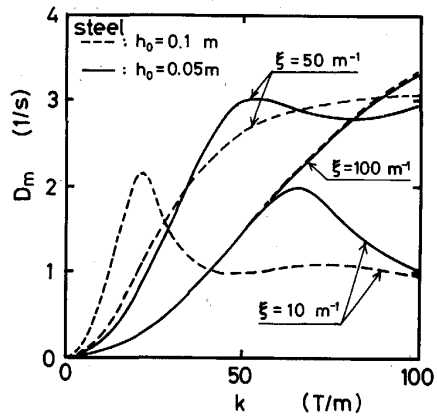


Fig. 10. Effect of k on D_m in the case of steel.

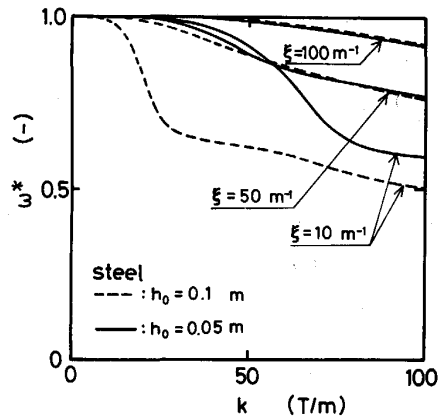


Fig. 11. Effect of k on $\omega^* = \omega_r / \omega_{r0}$.

の効果を Fig. 10 と同様の条件下で計算し Fig. 11 に示した。 k が増加するにつれて ω_r は減少する。すなわち波動の周期が増加することになる。Fig. 11 に示されているように波数が大きいほど ω^* は大きくなっており波長の短い波ほど磁場勾配による周波数の減少は小さいことを示している。また、浴深が大きくなるほど周波数の減少は大きくなっていく。これは、Fig. 4(b)に示す電流ループが浴深の増加に伴って鉛直方向に伸び J_z が増大するためであると考えられる。

Fig. 12 に ω^* が 0.8 と 0.5 となるための磁束密度の勾配と波数の条件を浴深が 0.05 m と 0.1 m の場合について示した。 k が大きくなるほど ω^* が減少し周波数が小さくなることがわかる。浴深が大きいほど周波数は小さくなる傾向を示し、 ξ が約 50 m^{-1} を超えるとその影響はなくなる。また、図からわかるように k が一定としたとき ξ の変化に伴い ω^* は極小値をとる。次にその理由について検討する。 ξ が無限大の場合には(33), (34)式の α が無視できるので、(42)式は磁場を印加し

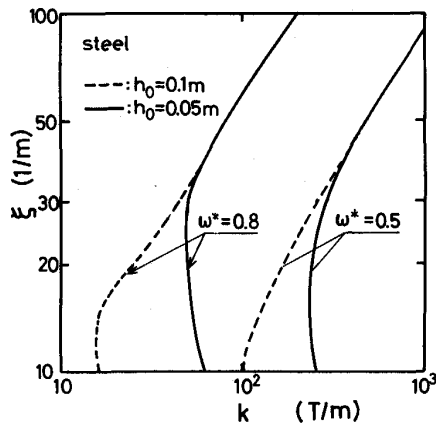


Fig. 12. Condition of k and ξ for suppressing surface wave under $\omega^* = 0.8$ and 0.5 .

ない場合の分散関係である(43)式と同一になり、磁場勾配の効果が現れないことになる。また、逆に $\xi \rightarrow 0$ とすれば、 $\epsilon_1 \rightarrow 0$ 、 $\epsilon_2 \rightarrow 0$ となり(42)式は次式に漸近する。

$$\omega^2 = \xi^2 g h_0 \dots\dots\dots (49)$$

(49)式は(43)式において $\xi \rightarrow 0$ とおいた場合に得られる式と同一であり、 ξ が小さい場合においても磁場勾配の効果は現れない。すなわち、 ω^* は ξ に対し、最小値を持つことになる。

5. 結 言

双ロール法やツインベルト法における溶湯プールの表面波動、アルミニウムや銅の铸造分野で一部実用化されている電磁铸造プロセスにおける溶湯保持部の表面波動、さらには、鋼の連続铸造プロセスにおける溶湯-フラックス界面波動は安定した操業を妨害し、表面品質などを著しく劣化させる。このようなプロセスに直流磁場を作用させる場合、設備上、横断方向に印加することが最も容易であると考えられる。そこで、本研究では表面波動に対して横断方向から印加された直流磁場が波動抑制に及ぼす効果について理論解析を行い、水銀を用いた実験により解析結果の検証を行った。その結果、次のことが明らかとなった。

- (1) 直流磁場を横断方向から印加する場合、波動抑制は磁場の勾配が必要となる。
- (2) 磁場の勾配を考慮した分散関係は(42)式となる。
- (3) 鋼の場合についての横断方向の直流磁場の勾配の波動の減衰定数と周波数に及ぼす効果を理論的に検討した。

最後に、本研究の研究費の一部は、文部省科学研究費補助金、試験研究(i)(No. 61850125)、一般研究(B)(No. 61470056)および日本鉄鋼協会特定基礎研究会「電磁気

冶金の基礎研究部会」の援助によつていたことを付記して謝意を表します。

Appendix I

(5)式の両辺に $(\nabla \times)$ を作用させ、(3)、(6)式を用いると(A-1)式が得られる。

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{v} = -\sigma \partial \mathbf{B} / \partial \theta + \sigma \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \dots\dots\dots (A-1)$$

(A-1)式の右辺第2項を展開し(1)、(A-2)式で表される流体と磁場の連続の式を代入して(A-3)式を得る。

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \dots\dots\dots (A-2) \\ \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) &= \mathbf{v} (\nabla \cdot \mathbf{B}) - \mathbf{B} (\nabla \cdot \mathbf{v}) \\ &\quad + (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{B} \\ &= (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{B} \dots\dots (A-3) \end{aligned}$$

また、ベクトル恒等式と(7)式により次式の関係が与えられる。

$$\nabla \times \nabla \times \psi = (\nabla \cdot \psi) \psi - \nabla^2 \psi = -\nabla^2 \psi \dots\dots\dots (A-4)$$

(A-1)式の右辺第1項は誘導電流により生じる誘導磁場が印加磁場に比べて小さいことから無視し、(A-3)式と(A-4)式を(A-1)式に代入して(8)式を得る。

Appendix II

定常波の腹の位置 (w が最大となる位置) では(15)式は次式となる。

$$w = \tilde{w}(z) \cdot \exp(-j\omega\theta) \dots\dots\dots (A-5)$$

波動表面の流体要素は Fig. 3 に示されたように $z = h_0$ の位置から 1/4 周期経過した時に最大振幅である $z = h_0 + \Delta h$ の位置に到達する。したがって(A-6)式が書ける。

$$\Delta h = \int_0^{\theta_0/4} w d\theta \dots\dots\dots (A-6)$$

微小振幅であることを考慮して w を $z = h_0$ の値にとれば(A-6)式は次式のように積分できる。

$$\Delta h = -\tilde{w}(h_0) \{ \exp(-j\pi/2) - 1 \} / j\omega \dots\dots (A-7)$$

(A-7)式の実部は(22)式の \tilde{w} の境界条件を与える。

Appendix III

(6)式より J の z 成分は次式のようになる。

$$J_z = -\partial \phi_x / \partial y \dots\dots\dots (A-8)$$

(17)式を(A-8)式に代入すると次式を得る。

$$J_z = -\xi \tilde{\phi}_x(z) \cdot \cos(\xi y) \cdot \exp(-j\omega\theta) \dots\dots (A-9)$$

$z = 0$ において熔融金属が絶縁体の底に接している場合には J_z はすべての y と θ について零とならねばならないので $\tilde{\phi}_x(0) = 0$ である。 $z = h$ においても同様の理由で $\tilde{\phi}_x(h) = 0$ である。微小振幅であることを考慮すれば $\tilde{\phi}_x(h_0) = 0$ となる。

Appendix IV

(23)、(30)式より $C_3 = -C_1$ 、 $C_4 = -C_2$ となり、(32)式は次のように書くことができる。

$$\tilde{\phi}_x = C_1' \sinh(\epsilon_1 z) + C_2' \sinh(\epsilon_2 z) \dots\dots\dots (A-10)$$

さらに、(23)、(31)式より導出される C_1' と C_2' の方

程式から C_2' を消去すると次式を得る.

$$C_1'(\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2) \sinh(\epsilon_1 h_0) = \sigma k \omega \Delta h \dots\dots\dots (A-11)$$

(33), (34)式より $\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2 = 2(1-j)\alpha$ となり C_1' が決定される. 同様に C_2' を求め, (36)式を得る.

(36)式を(28)式に代入することにより次式を得る.

$$\bar{w} = \frac{\omega \Delta h (1+j)}{4\alpha} \left\{ \frac{(\epsilon_1^2 - \xi^2) \sinh(\epsilon_1 z)}{\sinh(\epsilon_1 h_0)} - \frac{(\epsilon_2^2 - \xi^2) \sinh(\epsilon_2 z)}{\sinh(\epsilon_2 h_0)} \right\} \dots\dots\dots (A-12)$$

(33), (34)式より $\epsilon_1^2 - \xi^2 = (1-j)\alpha$, $\epsilon_2^2 - \xi^2 = -(1-j)\alpha$ となり(38)式が得られる.

(38)式を(18)式に代入することにより(37)式を得る.

Appendix V

(15)式と(46)式より E_y が次式で与えられる.

$$E_y = -B_x \bar{w}(z) \sin(\xi y) \cdot \exp(-j\omega\theta) \dots\dots\dots (A-13)$$

また, (47)式より E_y は次式となる.

$$E_y = -(\partial/\partial y)V \dots\dots\dots (A-14)$$

(A-14)式を積分することにより(48)式を求めることができる.

記号

- B, B_x : 磁束密度 (T)
- \bar{B}_x : 平均磁束密度 (T)
- D : 減衰定数 (1/s)
- D_f : 壁との摩擦等による減衰定数 (1/s)
- D_m : 磁場による減衰定数: (1/s)
- E : 電場 (A/m)
- f : 周波数 (Hz)
- F, F_y : 電磁体積力: (N/m³)
- g, g : 重力加速度 (m/s²)
- h : 液深 (m)
- h_0 : 静止状態での液深 (m)
- $\Delta h, \Delta h_i$: 波の振幅, およびその初期値 (m)
- J, J_y, J_z : 誘導電流密度 (A/m²)
- j : 虚数単位 (-)
- k : 磁束密度の勾配 (T/m)
- p, \hat{p} : 溶融金属内部の静圧 (Pa)
- V : 電位 (V)
- v, \hat{v} : 流速の y 方向成分 (m/s)
- w, \hat{w} : 流速の z 方向成分 (m/s)

- θ : 時間 (s)
- θ_0 : 波の周期 (s)
- λ : 波の波長 (m)
- ξ : 波の波数 (1/m)
- ρ : 溶融金属の密度 (kg/m³)
- σ : 溶融金属の導電率 (1/Ω·m)
- $\psi, \psi_x, \hat{\psi}_x$: 電流密度のベクトルポテンシャル (A/m)
- ω : 波の角周波数 (1/s)
- ω^* : 正規化した角周波数 (-)
- ω_r, ω_i : ω の実数部および虚数部 (1/s)
- ω_{ro} : $k=0$ の場合の角周波数の実数部 (1/s)

文 献

- 1) 草川隆次, 山本博之, 田中 悟, 柳 義博: 鉄と鋼, 70 (1984), S969
- 2) 竹本弘郷, 坂口治男, 末広照善, 大西邦彦, 長井邦雄, 橋本俊英, 毛利勝一: 鉄と鋼, 72 (1986), S143
- 3) 岡寄 卓, 小出優和, 井上雄二, 高本 勉, 浅里孝志: 鉄と鋼, 72 (1986), S140
- 4) 糸山誓司, 中戸 参, 野崎 努, 垣生泰弘, 別所永康: 鉄と鋼, 71 (1985), A 249
- 5) D. G. GOODRICH, J. L. DASSEL and R. M. SHOGREN: J. Met., 34 (1982)5, p. 45
- 6) C. VIVÉS and R. RICOU: Metall. Trans. B, 16(1985), p. 377
- 7) 浅井滋生, 小塚敏之, 鞭 巖: 鉄と鋼, 72 (1986), p. 2218
- 8) 小塚敏之, 浅井滋生, 鞭 巖: 鉄と鋼, 74 (1988), p. 1793
- 9) 松下 昭, 磯上勝行, 二宮健嘉, 天満雅美, 林田道弥, 堤 一彦: 鉄と鋼, 73 (1987), S200
- 10) 浅井滋生: 日本金属学会会報, 22 (1983), p. 1029
- 11) M. GARNIER and R. MOROEU: J. Fluid Mech., 127 (1983), p. 365
- 12) 林田道弥, 尾野 均, 堤 一彦: 鉄と鋼, 73 (1987), S686
- 13) S. LUNDQUIST: Phys. Rev., 76 (1949), p. 1805
- 14) B. LEHNERT: Arkiv för Fysik, 5 (1951), p. 69
- 15) J. A. SHERCLIFF: J. Fluid Mech., 38 (1969), p. 353
- 16) 岸田 豊, 武田紘一: 材料とプロセス, 1 (1988), p. 386
- 17) 小塚敏之, 浅井滋生: 鉄と鋼, 72 (1986), S1652
- 18) 六車俊範, 小林純夫: 鉄と鋼, 73 (1987), S1448
- 19) 小塚敏之, 浅井滋生, 鞭 巖: 鉄と鋼, 74 (1988), p. 2278
- 20) 中田高義, 高橋則雄: 電気工学の有限要素法 (1986), p. 13 [森北出版]
- 21) 日野幹雄: 流体力学 (1974), p. 88 [朝倉書店]
- 22) バーナード・ル・メオーテ著, 堀川清司訳: 応用流体力学入門 (1979), p. 212 [東京大学出版会]