

# れんが積み構造体のき裂発生条件に関する 確率論的検討

藤原 昭文\*・岩本 信也\*<sup>2</sup>

## A Statistical Consideration on Crack Initiation Condition of Brick Work Structure

Akibumi FUJIWARA and Nobuya IWAMOTO

### Synopsis:

A Statistical technique was used to clarify the difference between the bending strength of small size specimens and the crack initiation stress value of blast furnace hearth model constructed by carbon blocks.

By the Weibull's weakest link model, strength (size effect) and its variance of carbon blocks of blast furnace hearth model were estimated from those of small size bending specimen.

To obtain the crack initiation stress value of the carbon block, 2-dimensional elastic-creep analysis and 3-dimensional elastic analysis were carried out. The stress value which caused cracks in the carbon block model became about  $\frac{1}{5} \sim \frac{1}{4}$  of the bending strength of small size specimens.

Also, the variance of stress value was estimated from the variance of location of cracks in carbon blocks.

By combining the size effect, strength- and stress-value variances, we clarified that the stress level of about  $\frac{1}{5} \sim \frac{1}{4}$  of bending strength is small size specimens is large enough to cause cracks in large blocks of the blast furnace hearth model.

**Key words:** carbon block; crack; thermal stress; 3-dimensional analysis; creep; failure-probability; strength variance; stress variance.

## 1. 緒 言

製鉄用炉の内張耐火が損傷を受ける原因の一つとして、操業時に生じる熱応力により発生するき裂があげられる。き裂による損傷低減を目的として、れんが積み模型構造体でのき裂発生実験を行うと共に応力解析を実施することにより、どの程度の応力でき裂が生じるかについて、いくつかの研究がなされてきた。

例えば、加藤ら<sup>1)</sup>は、シャモットれんがを用いたアーチの急速加熱実験を行い、解析により発生応力を求めることから直接引張強度程度の応力でき裂が生じるとしている。

著者らは、炭素系れんがを用いた高炉炉底部に関するモデル実験<sup>2)</sup> (以下モデル炉実験と略す) とその解析<sup>3)</sup> により、き裂発生時の応力としては、常温での割裂強度の約  $\frac{1}{2}$  (常温での曲げ強度の約  $\frac{1}{5}$ ) と極めて小さい値となるものと推定してきた。

池田らは、著者らと同様の実験<sup>4)</sup> と解析<sup>5)</sup> を行い、き裂発生時の応力として筆者らの約 1.5 倍の値を推定している。

このように、れんが積み模型構造体の実験におけるき裂発生時の応力が、実験者によつて異なるうえに、その材料強度に比して極めて小さい理由も明らかでない現状である。

本報では、既報のモデル炉による実験<sup>2)</sup> ならびに応力解析<sup>3)</sup> に以下にのべる実験、解析および確率論的検討を加えることにより、れんが積み構造体のき裂発生条件を考察することにした。その手法として、

- ①実験後れんがの曲げ強度データの追加と統計処理
- ②応力解析に用いるクリープデータの採取
- ③応力推定精度向上のためのクリープ解析と 3 次元解析
- ④モデル炉実験におけるき裂の統計処理
- ⑤発生応力のばらつきの推定

昭和 63 年 2 月 3 日受付 (Received Feb. 3, 1988)

\* (株)神戸製鋼所材料研究所 (Materials Research Laboratories, Kobe Steel, Ltd., 1-3-18 Wakinocho Chuo-ku Kobe 651)

\*<sup>2</sup> 大阪大学溶接工学研究所 工博 (Welding Research Institute, Osaka University)

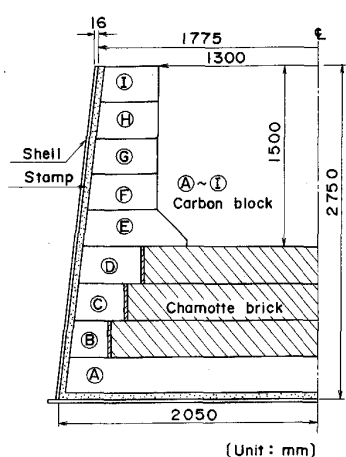


Fig. 1. Construction of model furnace.

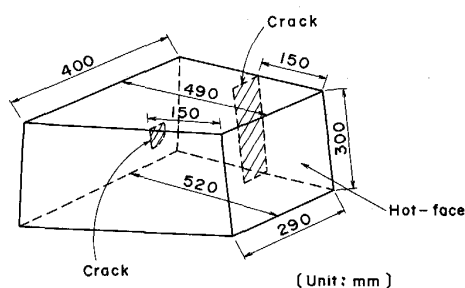


Fig. 2. Typical cracks appeared in carbon block at side wall of model furnace.

を用いた。このことにより、モデル炉実験におけるき裂発生応力が、材料の曲げ強度に比してかなり低いことを明らかにしようとした。

## 2. モデル炉実験と応力解析の概要

まず、既報における実験と解析の概要を簡単にまとめておく。Fig. 1 に実験に用いたモデル炉を示す。炉の内側をアーク加熱によって昇温する際の条件は、例えば、同図中の④で示した部位 (④段) では、約 28 h かけて最高温度 1430°C 程度に達する緩やかなものである。

また、実験後の解体調査では、⑤、④、③段のれんが側面に Fig. 2 に示すようなき裂が認められた。検討対象とした④段には、既報<sup>2)</sup> に示すように 28 個中の 13 個のれんがにき裂が生じていた。各れんがは 2 個の側面を持つことから、側面の数を評価対象数とすれば、き裂の生じていた側面は 17 箇所、総数は 28×2=56 箇所であることから、き裂発生確率  $F_s$  は、 $F_s=17/56=0.30$  となる。

これらのき裂発生原因を知るために、目地部をすきま  $2\delta$  と剛体部に分離し、鉄皮応力、れんがと鉄皮の半径

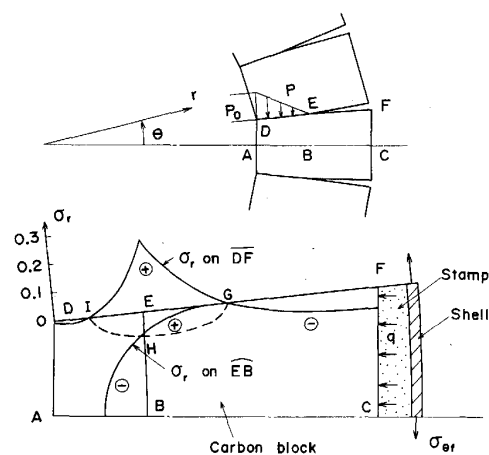


Fig. 3. Contact and stress states of carbon block of model furnace.

方向変位が、実験と解析において一致するように  $2\delta$  を決め、れんがを平面応力状態の弾性体として応力解析を行った。その結果、Fig. 3 に示すように、隣接れんがとの接触端 E 点 (DE 間が接触部) で半径 ( $r$ ) 方向に引張応力  $\sigma_{rm}$  が生じ、その位置がき裂位置と一致することから、き裂は、この  $\sigma_{rm}$  (接触端引張応力) によって生じると考えた。

一方、実験中は Acoustic Emission (AE) 法を用いてき裂発生時期の検知を試み、最大音波出力があつた昇温開始約 24 h 後の計算による応力値  $\sigma_{rm}=0.26 \text{ kgf/mm}^2$  を、き裂発生時の応力と推定することから、その値を常温における割裂強度と比較してきた。

本報では、以上の計算および推定における問題点の見直しと、前述の追加項目①～⑤の検討を加えることにより、モデル炉実験に際してなぜ低応力でき裂が発生したかの理由を説明することを目的とした。

## 3. 曲げ強度の統計処理

耐火物のような多孔質脆性材料では一般に強度がばらつくことが知られている。また、既に筆者<sup>6)</sup> が高アルミナれんがについて示したように、曲げ強度において寸法効果があることが判明している。

強度のばらつきと寸法効果は、ワイブルの最弱リンクモデルによって説明できる。そこで、実験に用いた炭素系れんがの強度がワイブル分布するものとして、そのばらつきを定量化することを試みた。

### 3.1 ワイブル確率分布

体積  $V$  の物体内の任意点の応力を  $\sigma$  とし、その物体の破壊 (き裂発生) 確率分布関数を  $F_s$  とすれば、 $F_s$  は次式で与えられる<sup>7)</sup>。

$$F_s = 1 - \exp \left\{ - \int_V (\sigma / \sigma_0)^m dV \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $\sigma_0$ 、 $m$  は材料定数であり、 $m$  はワイブル係数である。また、 $\sigma_0$  は後述の有効体積を 1 とした場合に 63.2% の破壊確率を与える応力値である。

ここで、物体内の最大応力を  $S$  とし、有効体積  $V_E$  を次式で定義する。

$$V_E = \int_V (\sigma / S)^m dV \dots\dots\dots (2)$$

式(2)を式(1)に代入すれば、次式が得られる。

$$F_s = 1 - \exp \left\{ - (S / \sigma_0)^m \cdot V_E \right\} \dots\dots\dots (3)$$

確率密度関数を  $f_s$  とすれば、 $f_s$  は定義により次式となる。

$$f_s = \frac{dF_s}{dS} = \exp \left\{ - (S / \sigma_0)^m \cdot V_E \right\} \left\{ S^{m-1} / \sigma_0^m \right\} m \cdot V_E \dots\dots\dots (4)$$

強度の平均値を  $\bar{S}$  とすれば、 $\bar{S}$  は期待値であり、定義により次式となる。

$$\bar{S} = \int_0^\infty S f_s ds \dots\dots\dots (5)$$

式(5)に式(4)を代入すれば、母集団の平均強度  $\bar{S}$  は、

$$\bar{S} = \sigma_0 \cdot V_E^{-1/m} \cdot \Gamma \left( \frac{m+1}{m} \right) \dots\dots\dots (6)$$

となる。なお、 $\Gamma$  は関数である。

ここで、相似試験片 1, 2 があり、それぞれの有効体積を  $V_{E,1}$ ,  $V_{E,2}$ , 平均強度を  $S_1$ ,  $S_2$  とすれば、式(6)より、

$$S_2 / S_1 = (V_{E,1} / V_{E,2})^{1/m} \dots\dots\dots (7)$$

となり、強度のばらつきから、寸法効果が得られることになる。

### 3・2 試験材の曲げ強度の統計処理

ここで、モデル炉実験に用いた材料(押出成形材)の半径(押し)方向の曲げ強度のばらつきを検討する。実験後のれんがの曲げ強度は既に報告している<sup>2)</sup>。しかし、それは、れんがの中央部について測定したものである。一方、き裂はれんがの側面に発生している。そこで、実験後のれんが 6 体の、鉄皮側に位置し、負荷および熱履歴を受けていないと思われる側面部から 2 本ずつ計 12 本の曲げ試験片(250×120 l)を採取し、スパン 100 mm の 3 点曲げ試験を実施し、その強度のばらつきを調べた。

曲げ強度  $S$  をワイブル確率紙にプロットした結果を Fig. 4 の左側に示す。同図の右側には、既報<sup>2)</sup>における、中央部より採取した 400×150 l の 4 点曲げ試験結果

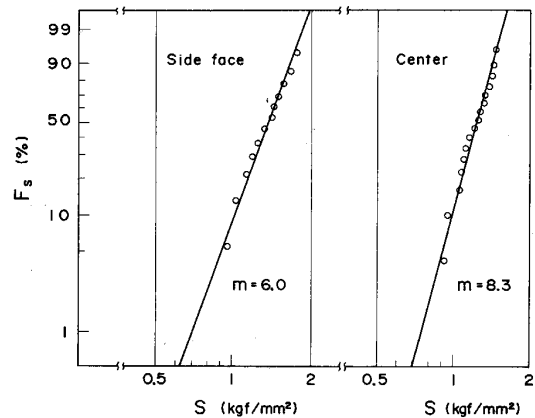


Fig. 4. Relation between probability of failure ( $F_s$ ) and bending strength ( $S$ ).

のうち、鉄皮側に位置し、実験中の温度が約 600°C 以下で、熱および応力履歴を受けていないと考えた 16 本からのデータも示している。同図に示されるように、曲げ強度は、おおむねワイブル分布すると考えられる。

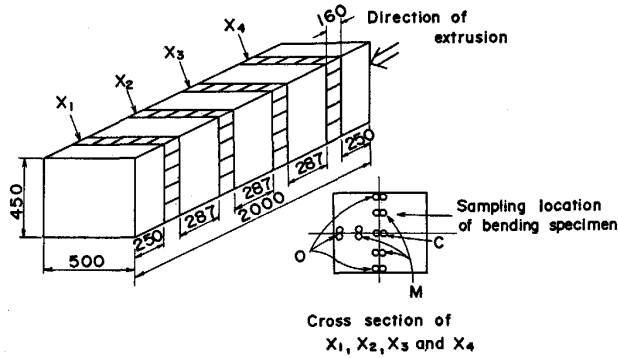
また、Fig. 4 に対する定数  $m$ 、 $\sigma_0$  (有効体積を 1 とする) を最尤推定法<sup>3)</sup> によつて求めると次のようになった。

$$\left. \begin{aligned} \text{側面部: } m = 6.0, \quad \sigma_0 = 1.47 \text{ kgf/mm}^2 (n = 12) \\ \text{中央部: } m = 8.3, \quad \sigma_0 = 1.30 \text{ kgf/mm}^2 (n = 16) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

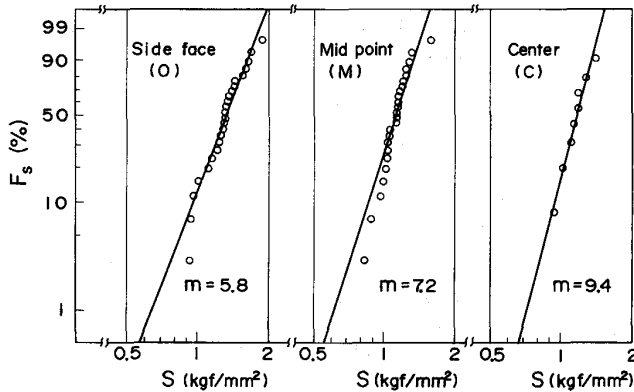
Fig. 4 あるいは式(8)からわかるように、側面部と中央部でワイブル係数  $m$  の値が異なる。そこで、 $m$  の差が製造工程に依存するものと考え、材料組成は若干異なるが、実験材と同様に押出成形された 500×450×2000 mm (2000 が押出方向) の炭素系れんがブロックを用いて、250、スパン 100 mm の 3 点曲げ強度の、試験片採取位置によるばらつきの差を調べることにした。Fig. 5(a) に試験片採取位置を、Fig. 5(b) に曲げ試験結果を示す。同図に示される結果から、外周部になるほど  $m$  が小さくなり、モデル炉実験に用いた材料の挙動と良好な一致を示していることがわかる。したがつて、式(8)の  $m$  の値は妥当なものと考えた。

なお、式(8)の中央部の  $m$  は、既報<sup>2)</sup> の Fig. 12 で示した最高被熱温度 600°C 以下の部位から採取された 16 本から求めたものである。最高被熱温度 510°C 以下の 13 本からは  $m = 9.2$ 、また、き裂の多発した㊦、㊧、㊨段の 600°C 以下の 7 本からは  $m = 8.5$  となる。したがつて、式(8)におけるワイブル係数  $m$  には 1 割程度の誤差を見込む必要があると考えられる。

また、側面部より別途 6 本の試験片を採取し、



(a) Sampling location



(b) Failure probability

Fig. 5. Difference of Weibull coefficient ( $m$ ) which depends on sampling location (extruded carbon block).

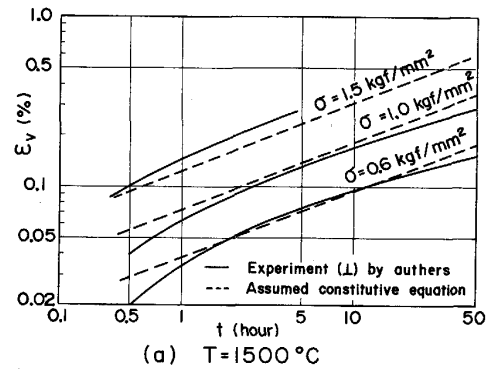
Table 1. Bending properties of test carbon black of model furnace.

	Center ( $n=16$ )	Side face		
		R. T ( $n=12$ )	1000°C ( $n=3$ )	1200°C ( $n=3$ )
$S_t^b$	1.23	1.37	1.65	1.72
$m$	8.3	6.0	—	—
$\sigma_0$	1.30	1.47	—	—
$\sigma_0/S_t^b$	1.06	1.07	—	—

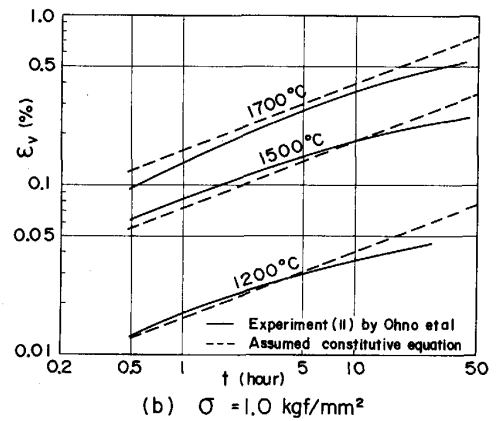
1000°Cと1200°Cでの曲げ強度を調べた。それらの結果と実験材の半径(押し)方向の性質を、Table 1に併せて示す。同表では曲げ強度を  $S_t^b$  で示しているが、これは式(6)とは異なり、通常の算術平均値で与えている。

#### 4. 応力解析

既報<sup>3)</sup>の解析においては、クリープ効果を見逃しているという問題点、また、3次元体のれんがを平面応力状態として取り扱っているなどの問題点が残されている。



(a)  $T=1500^\circ\text{C}$



(b)  $\sigma = 1.0 \text{ kgf/mm}^2$

Fig. 6. Comparison of creep by experiment with that by assumed constitutive equation.

したがって、本報では、クリープデータを求め、クリープ挙動の解析を行うとともに、3次元解析を行い、き裂発生応力の推定精度を高めることを試みた。

#### 4.1 クリープ特性

実験に用いた材料に関するクリープデータは大野ら<sup>9)</sup>によつて与えられたものしか見受けられないようである。その場合、応力  $\sigma = 1 \text{ kgf/mm}^2$  で、1700, 1500, 1200°Cの3条件でのクリープ曲線が示されているにすぎない。

本報では、クリープの応力依存性を調べるため、 $30\phi \times 45l$ の試験片を用いて、1500°C一定の条件で、 $\sigma = 1.5, 1.0, 0.6 \text{ kgf/mm}^2$ のもとでの圧縮クリープ試験を実施した。なお、目的がモデル炉での周方向の圧縮応力の緩和の定量化であるため、押し方向に垂直な方向の性質を調べることにした。

Fig. 6に、得られたクリープひずみ  $\epsilon_v$  と時間  $t$  の関係を、大野らの結果と併せて示す。なお、同図中の破線は、後述の構成式に基づくクリープ曲線である。

一般に耐火物のクリープ構成式としては次式が用いられる。

$$\epsilon_v = A_v \cdot \sigma^n \cdot t^m \cdot \exp(-\Delta H/RK) \dots\dots\dots (9)$$

Table 2. Material properties for analysis.

$E_s$	1.5	kgf/mm <sup>2</sup>	$\nu_s$	0	1/1
$E_f$	20 000		$\nu_f$	0.3	
$E_{c,r}$	1 000		$\nu_{c,r}$	0.15	
$E_{c,\theta}$	640		$\nu_{c,\theta}$	0.1	
$E_{c,z}$	640		$\nu_{c,z}$	0.1	
$\alpha_s$	0	1/°C			
$\alpha_f$	$1.2 \times 10^{-5}$				
$\alpha_c$	$3.0 \times 10^{-6}$				

## Remarks notation

E: Young's modulus

 $\alpha$ : Thermal expansion coefficient $\nu$ : Poisson's ratio

## Suffix

s: Stamp

r: Radial direction

f: Shell

 $\theta$ : Circumferential direction

c: Carbon block

z: Axial direction

ただし、 $A_v$ 、 $n_v$ 、 $m_v$ 、 $\Delta H$ は材料定数 ( $\Delta H$ は活性化エネルギー)、 $t$ は時間、 $R$ は一般ガス定数 ( $R = 8.31 \times 10^{-3} \text{ kJ/mol K}$ )、 $K$ は絶対温度である。

ここで、実験に用いた材料についても式(9)があてはまるものとして、 $t = 0.5 \sim 10 \text{ h}$ におけるクリーブ特性を表示できるように、最小自乗法によつて  $A_v$ 、 $n_v$ 、 $m_v$ 、 $\Delta H$ を定めると、次式が得られた。

$$\epsilon_v = 1.3 \times 10^2 \cdot \sigma^{1.3} \cdot t^{0.4} \cdot \exp(-110/RK) \quad \dots (10)$$

ただし、 $\epsilon_v$ は%、 $\sigma$ はkgf/mm<sup>2</sup>、 $t$ はhを用いる。実験値との比較を Fig. 6 に示すように、式(10)は、0.5 ~ 10hにおけるクリーブ特性と良好な一致を示すものと考えられる。

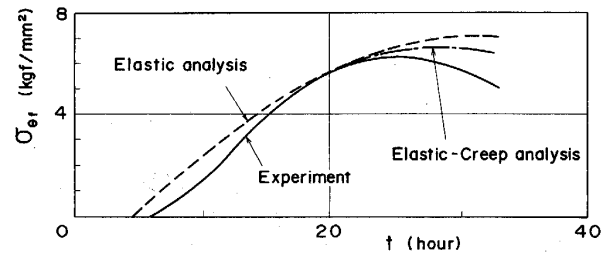
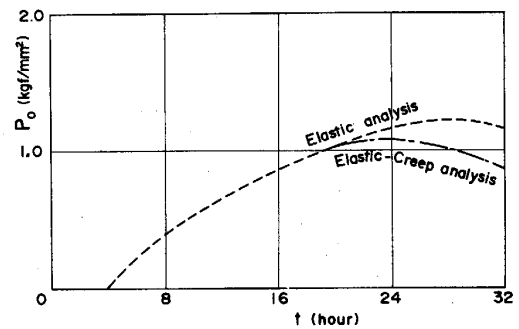
## 4.2 クリーブ解析

隣接れんがとの接触長の昇温による変化を考えれば、3次元クリーブ接触問題としての解析が必要となり、演算に長時間を必要とする。そこで、ここではクリーブの効果と3次元の効果とを個別に評価することにし、まず、2次元解析によつてクリーブ効果を明らかにする。

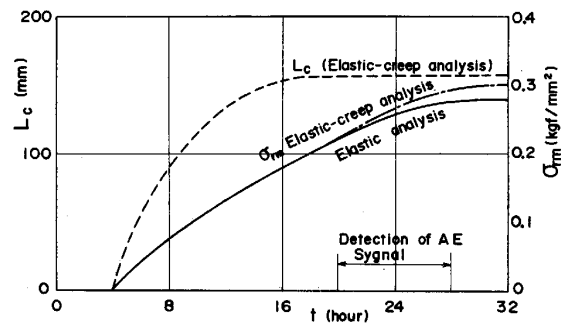
本報では、材料の異方性も考慮することとし、解析に用いた物性値を Table 2 に示す。また、クリーブ構成式としては式(10)を用いた。

解析対象部 (Fig. 1 の◎段) と解析の考え方は既報<sup>3)</sup>と同じで、目地部 (0.3mm) はすきま部  $2\delta$  と剛体部から構成されるとし、昇温開始 20h 後での鉄皮応力が実験値と解析値で一致するように  $2\delta$  を定めた。弾性率の異方性を考慮したために、 $2\delta$  は既報<sup>3)</sup> と異なり  $2\delta = 0.14 \text{ mm}$  となった。これは、目地部の 45% (0.14/0.3) が熱膨張吸収しることとなることを意味している。

以上の前提条件にしたがつて得た計算結果を Fig. 7, 8 に示す。Fig. 7 には、解析による鉄皮応力  $\sigma_{of}$  と実験によるそれを比較し、かつ弾性解析の結果も併示しているが、クリーブ効果を考慮すると実験値に近づくことがわかる。

Fig. 7. Comparison of shell hoop stress ( $\sigma_{of}$ ) by analysis with the experimental value.

(a) Circumferential stress



(b) Radial stress and contact length

Fig. 8. Comparison of stress by elastic analysis with that by elastic-creep analysis.

Fig. 8(a) は周方向の拘束応力の稼働面側の値  $p_0$  の時間推移を示す。弾性解析との比較からわかるように、本実験の昇温条件では、稼働面近傍での応力緩和が大きいことがわかる。また、同図(b)は、き裂発生原因と推定される接触端引張応力  $\sigma_{rm}$  の時間推移を示したものである。この場合、弾性解析に比してクリーブ解析の方が  $\sigma_{rm}$  を高く算定したことになる。これは、既報<sup>3)10)</sup>で示したように、 $\sigma_{rm}$  の相殺要因である鉄皮反力  $q$  (Fig. 1 参照) が、周方向の拘束応力  $p$  の減少に応じて低減した結果と考えられる。

## 4.3 3次元応力解析

◎段のれんがの軸 ( $z$ ) 方向の形状変化を無視し、軸方向と周方向の二つの対称性を仮定し、れんがの  $1/4$  領

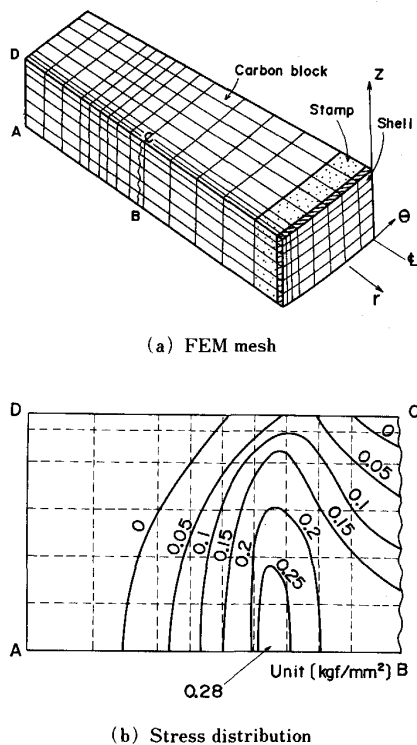


Fig. 9. Three dimensional stress analysis of carbon block.

域を対象として、Fig. 9(a)の分割モデルを用いて昇温開始 20 h 後での FEM 応力解析を実施した。

解析結果の、側面における半径方向分布を同図(b)に示す。同図に示すように、最大引張応力  $\sigma_{rm}$  は AB 線上、すなわち、軸方向の中央部に生じ、その値は 0.28 kgf/mm<sup>2</sup> である。この値は 2 次元解析の同時刻における値 0.22 kgf/mm<sup>2</sup> の約 1.3 倍となり、2 次元解析では発生応力を過少評価していることがわかる。Fig. 2 に示したように、モデル炉実験では、き裂は少なくとも一端は軸方向の上面もしくは下面にまで達することが多く、軸方向の中央部でき裂が発生したか否かは明瞭ではないが、池田らの実験<sup>4)</sup>では、き裂が上下面に達していない例が示されている。したがって、この 3 次元解析の結果は、池田らの実験と良好に対応していることがわかる。

#### 4.4 き裂発生時の推定応力値

以上の計算結果を基にして、き裂発生応力値を推定する。既報<sup>3)</sup>では、10 dB 以上の音波出力がある状態をき裂発生時と推定し、昇温開始後 20 ~ 28 h がそれにあたると思った。しかし AE 波は、周方向の拘束力による微小き裂発生を意味するか、接触端き裂(巨視的き裂)発生を意味するかは明らかではない。宮本ら<sup>11)</sup>は熱膨張拘束下で昇温を行い、クリープが顕著となり応力緩和が生じる温度で、AE カウント数が減少することを報告している。Fig. 7, Fig. 8 に示すように、AE 波出力(音圧)

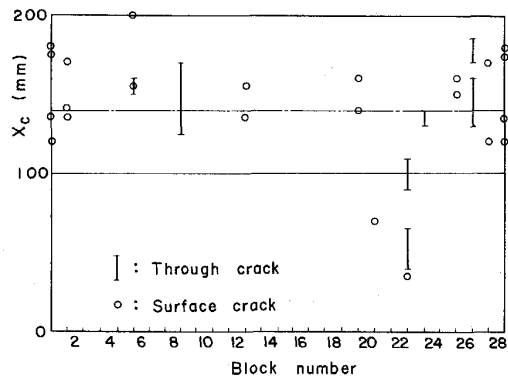


Fig. 10. Variance of location of cracks ( $X_C$ ).

が最高となるのは、鉄皮応力、あるいは、計算上の周方向応力が最大となる時刻である。したがって、本実験における AE 波は周方向の拘束力との対応がよい。Fig. 8 に示すように、計算では AE 波出力が減少しても  $\sigma_{rm}$  は増加しつづける。発生応力が高いほどき裂は生じやすいと考えられる。したがって、接触端き裂が多発したのは AE 波出力のピーク以後で、そのときの応力は 2 次元クリープ解析では  $\sigma_{rm} = 0.3 \text{ kgf/mm}^2$  となる。また、前述の 3 次元解析によれば、2 次元解析の 1.3 倍の応力値となる。これは  $t = 20 \text{ h}$  での解析結果であるが、たんなる形状効果であるので、 $t = 20 \text{ h}$  以外でも同様の結果になると考えられる。この 3 次元効果を考慮すれば、き裂発生時の応力は、 $\sigma_{rm} = \bar{\sigma}_{rm} = 0.39 \text{ kgf/mm}^2$  となる。

き裂発生時刻を  $t \geq 28 \text{ h}$  とし、また、Fig. 10 に示すようにき裂多発位置  $X_C$  を稼働面から約 140 mm とすれば、き裂発生時のき裂位置の温度は 1000 ~ 1070°C 程度であり、 $\bar{\sigma}_{rm} = 0.39 \text{ kgf/mm}^2$  は、Table 1 に示す 1000°C あるいは 1200°C での曲げ強度の  $1/2 \sim 1/3$  となる。

## 5. き裂発生確率から推定される発生応力

### 5.1 モデル炉れんがの有効体積

ここでは、半径方向の正の引張応力  $\sigma_r$  のみがき裂発生に関与すると仮定する。 $\sigma_r$  の分布例は Fig. 3 に示している。同図からわかるように、 $\overline{IG}$ ,  $\overline{IHG}$  に囲まれた半楕円状の領域が  $\sigma_r \geq 0$  の領域となり、 $\sigma_r$  は接触端 E 点で最大となり、E 点から離れるにしたがって減少する。この  $\sigma_r$  の分布は Fig. 11 に示すように I, G 点を支点とした深さ  $2\overline{EH}$  の梁の 3 点曲げ時の正の応力分布と類似している。ここで、 $\overline{EH} \cong 0.3 L_C$ ,  $\overline{IE} \cong 0.5 L_C$ ,  $\overline{EG} \cong L_C$  であるので、求める有効体積は、曲げスパン  $1.5 L_C$ , 深さ  $0.6 L_C$ , 厚さ  $t$ (れんが厚み 300 mm)

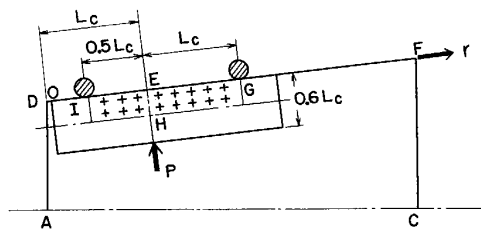


Fig. 11. Comparison of stress state of carbon block with that of simple beam.

の梁の3点曲げの有効体積とほぼ等しいことになる。  
 以上は特定の接触長における有効体積である。実験では昇温とともに接触長が増大する。これによつて引張応力発生域は変化する。Fig. 11の  $0 \leq r \leq L_c/2$  の側面部は、同図の状態では負の応力域であるが、 $L_c$  の小さい昇温初期には正の応力域にあつたと考えられる。このようなことから考えれば、有効体積は特定の接触長におけるそれよりは大きく、各部位が受ける応力履歴中の最大値を用いて算定する必要があると考えられる。

応力履歴を用いて有効体積を定めるには複雑な計算を必要とする。そこで、ここでは以下の二つの値  $V_{EL}$ ,  $V_{EU}$  を定義し、それぞれ有効体積の下限、上限とする。

$$V_{EL} = 0.9 \cdot L_c^2 \cdot t / \{2(m+1)^2\} \dots\dots\dots (11)$$

$$V_{EU} = 1.2 \cdot L_c^2 \cdot t \cdot (m+2) / \{4(m+1)^2\} \dots\dots\dots (12)$$

$V_{EL}$  は特定の接触長  $L_c = L_L$  における3点曲げの梁に置換して求めた有効体積であり、前述のように下限値を与える。

$V_{EU}$  は次のようにして定めた。

すなわち、実験中に生じる最大の接触長を  $L_U$  とする。このとき、接触端の移動に伴い側面の  $0 \leq r \leq L_U$  間は最大引張応力発生位置となる可能性を有する。そこで、 $V_{EU}$  は外面曲げスパン  $2L_U$ , 内側曲げスパン  $L_U$ , 深さ  $0.6L_U$  の梁の4点曲げ時の有効体積で定義した。この場合、接触長が最大の状態での応力分布から梁の深さを算定しているため、また、 $0 \leq r \leq L_U$  の側面で一様でかつ最大値と等しい応力が発生することを仮定することになるため、有効体積は過大評価される。

以上の  $V_{EL}$ ,  $V_{EU}$  を用いれば、真の有効体積  $V_{ME}$  は両者の間に存在することになり、次式が成立する。

$$V_{EL} < V_{ME} < V_{EU} \dots\dots\dots (13)$$

5・2 き裂発生確率から推定される発生応力

Table 1 の  $\sigma_0$  は  $V_{OE} = 1$  として求めたものである。したがつて、式(3)よりモデル炉れんがのき裂発生確率  $F_s$  と発生応力  $S$  の関係は次のようになる。

$$F_s = 1 - \exp\{- (S / \sigma_0)^m \cdot V_{ME} / V_{OE}\} \dots\dots\dots (14)$$

$$S = \{- \ln(1 - F_s)\}^{1/m} \cdot \{V_{OE} / V_{ME}\}^{1/m} \cdot \sigma_0 \dots\dots (15)$$

式(13), (15)より、モデル炉れんがに発生した応力の上下限が得られることになる。

前述したように、き裂発生確率は  $F_s = 0.3$  であり、き裂発生位置の平均値は稼動面から 140 mm ( $X_c = 140$  mm) である。接触端が最大応力点であるので、き裂発生時は  $L_c = X_c$  であつたと仮定すれば、 $L_L = \bar{L}_L = 140$  mm として式(11)より  $V_{EL}$  が得られる。

また、既報<sup>2)</sup>の Fig. 10 には実験後のれんがが側面の周方向の永久変形例を示している。永久変形が 0 となる位置が実験中に生じた最大接触長  $L_U$  と仮定する。検討対象とする◎段の 15 か所で測定した最大接触長  $L_U$  の平均値は  $\bar{L}_U = 199$  mm であつた。これを式(12)に代入すれば  $V_{EU}$  が得られる。

以上の  $V_{EL}$ ,  $V_{EU}$  を用いればれんがに発生した応力  $S$  の上下限が得られ、その結果は次のようになった。

$$\left. \begin{aligned} 0.43 \text{ kgf/mm}^2 < S < 0.65 \text{ kgf/mm}^2 & (m = 5.4) \\ 0.48 \text{ kgf/mm}^2 < S < 0.72 \text{ kgf/mm}^2 & (m = 6.0) \\ 0.54 \text{ kgf/mm}^2 < S < 0.79 \text{ kgf/mm}^2 & (m = 6.6) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

$m = 5.4, 6.0, 6.6$  の 3 通りで計算を行つたのは、前述したように、ワイブル係数  $m$  の推定誤差として  $\pm 10\%$  を仮定したからである。式(16)の発生応力  $S$  は解析結果の  $\bar{\sigma}_{rm} = 0.39 \text{ kgf/mm}^2$  に比較して若干大きい。その原因を次に検討する。

5・3 接触長と発生応力のばらつきの考慮

ここでは上述の  $S$  と  $\bar{\sigma}_{rm}$  の不一致の原因が、モデル炉における力学状態のばらつきによる可能性があることを、接触長のばらつきに着目した計算によつて示す。

前述したように  $L_U$  の平均値  $\bar{L}_U$  は 199 mm である。この値は測定した 15 の接触面でばらつき、標準偏差  $S_D$  は 39 mm であつた。ここで、任意の平均接触長  $\bar{L}_C$  を有するときは、 $\bar{L}_C / \bar{L}_U \cdot S_D$  の標準偏差をもつて各部の  $L_C$  がばらつき、それが正規分布すると仮定する。

以上によつてモデル炉の周方向の均一性はなくなるが、周方向の断面力の釣合いを考えれば次式が成立する。

$$\int_0^{L_c} p dr = \text{Const.} \dots\dots\dots (17)$$

ここで、 $p$  は周方向の拘束力分布を表し、各接触面で  $L_c$  が異なれば、それに応じて各接触面で  $p$  が異なることを意味する。 $p$  が各接触面で異なれば、その結果、 $\sigma_{rm}$  も各側面で異なる。そこで、既報<sup>10)</sup>の解析手法を用いて、 $L_c$  が炉内でばらつく場合の  $\sigma_{rm}$  のばらつきを求めることにした。なお、既報<sup>10)</sup>の解法では 2 次元等

方弾性問題で、かつ、 $p$  の分布が線形の場合しか解は得られない。したがって、本報で扱う条件とは異なり、解に誤差が生じる。そこで、既報<sup>10)</sup> の解を  $\sigma'_{rm}$  としてその誤差を補正するため、 $k$  を定数として次式を仮定した。

$$\sigma_{rm} = k \cdot \sigma'_{rm} \dots\dots\dots (18)$$

まず、 $t = 30$  h での FEM 弾性解の  $p_0 = 1.2$  kgf/mm<sup>2</sup> と  $L_C = 160$  mm を用いて既報<sup>10)</sup> の解法で  $\sigma'_{rm}$  を求め、それがクリープ、異方性、3次元効果を考慮した FEM の解  $0.39$  kgf/mm<sup>2</sup> となるように  $k = 1.3$  を定めた (弾性率は Table 2 の  $E_{cr}$  を用いている)。

次に、 $p$  の分布を線形とし、 $L_C = \bar{L}_L = 140$  mm で  $p_0$  を仮定し、この  $\bar{L}_L$  を平均値として  $L_C$  が前述の仮定にしたがってばらつく場合の  $p_0$  を式(17)より求め、それらと既報の解法<sup>10)</sup> および式(18)から  $\sigma_{rm}$  のばらつきを求め、炉全体のき裂発生確率  $F_s$  を求めた。この  $F_s$  が  $0.3$  となる場合の  $\sigma_{rm}$  の平均値を  $\bar{S}_U$  とした。この場合、式(11)の有効体積 (下限) を用い、そのばらつきも考慮した。  $L_C = L_L = 199$  mm を平均接触長とし、式(12)の有効体積 (上限) を用いた場合も、上と同様の手順で  $F_s$  を  $0.3$  とする  $\sigma_{rm}$  の平均値を求め  $\bar{S}_L$  とした。

以上によつて、れんがに発生した平均応力  $\bar{S}$  は  $\bar{S}_L < \bar{S} < \bar{S}_U$ 、すなわち、次式となる。

$$\left. \begin{aligned} 0.38 \text{ kgf/mm}^2 < \bar{S} < 0.57 \text{ kgf/mm}^2 \quad (m = 5.4) \\ 0.43 \text{ kgf/mm}^2 < \bar{S} < 0.64 \text{ kgf/mm}^2 \quad (m = 6.0) \\ 0.47 \text{ kgf/mm}^2 < \bar{S} < 0.69 \text{ kgf/mm}^2 \quad (m = 6.6) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

式(16)と(19)の比較によつてわかるように、接触長のばらつきから発生応力のばらつきを推定することによつて、れんがに発生したと考えられる応力は約 1 割小さくなる。

式(19)による発生応力  $\bar{S}$  は、 $0.38 \sim 0.69$  kgf/mm<sup>2</sup> である。この値は応力解析によるそれ  $\bar{\sigma}_{rm} = 0.39$  kgf/mm<sup>2</sup> の  $1.0 \sim 1.8$  倍であり、若干大きめであるが、応力解析にも誤差があり、それを考慮すれば両者はおおむね一致するといえよう。

## 6. 結 言

モデル炉実験に用いた材料の曲げ強度から、モデル炉のれんがの強度 (寸法効果) とそのばらつきを推定した。これらのデータを活用し、モデル炉のれんがのき裂発生

確率から、れんがに発生したと考えられる応力を推定した。また、モデル炉のれんがの力学状態にばらつきがある場合のき裂発生応力についても検討した。

一方、クリープあるいは 3次元効果を考慮してモデル炉の応力解析を行い、れんがに発生する応力を求めた。

以上の結果を要約すると次のようになる。

① 押出成形されたれんがの曲げ強度のばらつきは、中央部より外周 (側面) 部の方が大きい。

② 応力解析結果によれば、稼動面近傍でクリープが生じて周方向の応力が緩和されても、接触端引張応力は緩和されない。また、2次元解析は 3次元解析に比較して、接触端引張応力を過小評価する。

③ モデル炉れんがのき裂発生確率かられんがの発生応力を推定する場合、接触長と発生応力のばらつきを考慮すれば、ばらつきを考慮しない場合に比べて発生応力は 10% 低下する。その応力値は、応力解析による値とおおむね一致する。これらのことは、れんが積み構造体のき裂の評価には、強度のばらつきの考慮と確率・統計処理が重要であり、精度を向上するには構造体における力学状態のばらつきの考慮が必要となる可能性を示すといえよう。

## 文 献

- 1) 加藤一郎, 森田喜保, 樋上文範: 鉄と鋼, 68 (1982), p. 105
- 2) 広中邦汎, 藤原昭文, 藤野真之, 下村興治, 太田芳男: 鉄と鋼, 69 (1983), p. 1121
- 3) 藤原昭文, 広中邦汎, 藤野真之: 鉄と鋼, 68 (1982), p. 2116
- 4) 池田順一, 藤原 茂, 村井良行, 仲井正人, 立川佳久, 疋田圭一: 鉄と鋼, 69 (1983), S852
- 5) 池田順一, 藤原 茂, 村井良行, 菊地 麗, 立川佳久, 疋田圭一: 鉄と鋼, 69 (1983), S854
- 6) 藤原昭文: 鉄と鋼, 72 (1986), p. 2085
- 7) 例えば, セラミックスの機械的性質 (窯業協会編) (1979), p. 21
- 8) 例えば, 北川敏男, 稲葉三男: 統計学通論 (1966), p. 123 [共立出版]
- 9) 大野 卓, 若狭 勉, 鈴木 敦, 小長谷幸弘: 鉄と鋼, 69 (1983), S848
- 10) 藤原昭文, 藤野真之: 鉄と鋼, 70 (1984), p. 208
- 11) 宮本 学, 尾上俊雄, 成田貴一: 鉄と鋼, 67 (1981), p. 313