

© 1988 ISIJ

 論文
 論 文

熔融金属の波動抑制に及ぼす表面に垂直に 印加された直流磁場の効果

 小塚 敏之*・浅井 滋生*²・鞭 巖*³

Effect of Direct Magnetic Field Imposed Vertically to Surface on Suppression of Wave Motion

Toshiyuki KOZUKA, Shigeo ASAI and Iwao MUCHI

Synopsis:

The surface wave of molten metal is a trigger to induce instabilities and surface defects in several processes such as twin roll, electromagnetic casting and conventional continuous casting.

Molten metal is an electrically conducting fluid. So its surface wave motion is expected to be suppressed by imposing direct magnetic field.

In this work, a direct magnetic field was imposed vertically to surface of liquid mercury and damping behavior of wave motion was measured by using laser slit beam. On the other hand, a damping coefficient of wave motion was derived on the basis of magnetohydrodynamics, and experimental data verified the theoretical results. Magnetic field intensity to completely suppress wave motion of molten steel is evaluated by use of the dispersion relation and the damping coefficient derived here.

Key words: electromagnetic metallurgy; magnetohydrodynamics; surface wave; wave theory; direct rolling; twin roll; continuous casting; electromagnetic casting.

1. 緒 言

近年、鋼の鑄造分野では、従来の連続鑄造法に代わりうる新しい鑄造法として、薄板を溶湯から直接鑄造する直接成形プロセスが指向されている。直接成形プロセスには双ロール法¹⁾²⁾やツインベルト法³⁾⁴⁾があるが、ここでは溶湯の注入流や湯溜りの表面に生じる波動が製品の品質を劣化させ、操業を不安定にすると考えられている。また、アルミニウムや銅の鑄造の分野では、電磁圧により溶湯を支えて固体壁との接触を断ち、鑄型内凝固に絡む表面欠陥を一掃する垂直式の電磁鑄造プロセスが欧米を中心に稼動している⁵⁾⁶⁾。電磁鑄造法にはこの垂直式のものの他に、著者らが提案している水平式のもの⁷⁾⁸⁾もあるが、いずれも電磁気力により溶湯を保持しており、溶融部の表面波動は、製品の表面品質劣化の主因となる。さらには、従来の連続鑄造法においてもメタル-フラックス界面の波動は安定操業の妨げとなり、オシレーションマークの乱れに繋がるものと考えられている⁹⁾。そのため、これらのプロセスにおいては、表面波

動を抑制することが重要な技術課題となっている。

熔融金属は電気の良い良導体であり、磁場を印加することによつて波動を抑制することが可能である¹⁰⁾。GARNIERとMOREAU¹¹⁾は交流磁場印加によつて生じる電磁圧を用いて表面波動を抑制できることを理論的に示した。一方、交流磁場は直流磁場に比べ磁場を発生させる設備が大規模になるので、林田ら¹²⁾は直流磁場による連続鑄造の鑄型内表面波動の抑制法を提案している。しかし、波動に対する直流磁場印加方向については理論的に十分検討がなされていない。著者ら¹³⁾は直流磁場を横断方向に印加する場合には抑制効果が少ないことを明らかにした。岸田と武田¹⁴⁾は表面波動の波面に垂直方向に印加された磁場と表面波動に対して横断方向に印加された磁場の場合についてそれぞれ減衰挙動を測定し、簡潔・明瞭な理論解析を行つている。一方、本研究で取り上げた波動表面に垂直に磁場を印加する場合については、六車と小林¹⁵⁾が理論解析を行つているが、減衰定数の導出といった形ではまとめられておらず、実験的検証もなされていない。

昭和 62 年 10 月本会講演大会にて発表 昭和 63 年 2 月 3 日受付 (Received Feb. 3, 1988)

* 名古屋大学工学部 (Faculty of Engineering, Nagoya University, Furo-cho Chikusa-ku Nagoya 464)

*² 名古屋大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Nagoya University)

*³ 名古屋大学工学部 工博 (故)

本研究では、表面に垂直な直流磁場が表面波動抑制に及ぼす効果を明らかにすることを目的として、磁場存在下での波動を電磁流体力学の理論に基づいて近似的に解析し、波動の減衰定数を導出するとともに、水銀を用いた実験により理論結果の検証を行った。

2. 減衰定数の理論的導出

磁場による波動抑制の効果を定量化するためには、波動に対する制動力を正確に見積もらなければならない。この制動力は流体の流速に対して逆向きに働く力であり、後述するように減衰定数を用いて評価することができる。以下では、いくつかの異なつた電氣的境界条件に対して減衰定数を理論的に導出する。

2.1 波動の伝播が制限されていない場合

解析に用いる座標系と変数を Fig. 1 に示す。溶融金属表面には y 方向の定常波が存在し、その波長を λ とする。表面の高さ h は y と時間 θ の関数 $h(y, \theta)$ であるとし、静止状態の溶融金属の深さを h_0 とする。溶融金属の流速は v とし、その y 成分および z 成分をそれぞれ w 、 v で表す。直流磁場は z 成分のみであり均一に印加されているとする。

誘導電流密度 J は (1) 式で示されるオームの法則により与えられる。

$$J = \sigma(E + v \times B) \quad (1)$$

十分に広い導電性流体中では電場 E を無視することができるので、Fig. 1 に示した系における J の各成分は次式のようになる。

$$J = (\sigma v B_z, 0, 0) \quad (2)$$

x 方向には電流に対する制約がないため、 J は x 成分のみとなる。このとき、電磁体積力 F は (3) 式で与えられ、その成分は (2) 式を用いて (4) 式のように求めることができる。

$$F = J \times B \quad (3)$$

$$F = (0, -\sigma v B_z^2, 0) \quad (4)$$

F の y 成分の大きさは流速の y 成分である v に比例し、

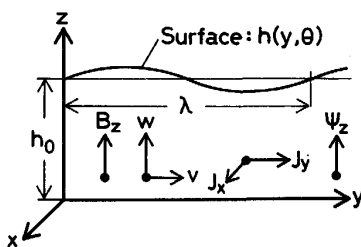


Fig. 1. Coordinate system and components of each variable.

その方向は v とは逆向きになることが (4) 式に現れるマイナス符号からわかる。すなわち、 y 方向の制動力が印加磁場により生じたことになる。

角周波数 ω で y 方向に振動している流体粒子の運動は次式で記述される¹⁶⁾。

$$d^2\eta / d\theta^2 + \omega\eta = F_y / \rho \quad (5)$$

ここで、 F_y は y 方向の制動力である。 η は任意の位置での y 方向の変位であり、 v と η の関係は (6) 式で与えられる。

$$v = d\eta / d\theta \quad (6)$$

(4) 式により印加磁場による y 方向の制動力 F_y は (7) 式となる。

$$F_y = -\sigma B_z^2 (d\eta / d\theta) \quad (7)$$

(7) 式で表された制動力を考慮すると波動方程式は (8) 式となる。

$$\rho (d^2\eta / d\theta^2) + \sigma B_z^2 (d\eta / d\theta) + \rho\omega\eta = 0 \quad (8)$$

(8) 式の各項は、体積力を表し、それぞれ、第1項は慣性力、第2項は制動力、そして第3項は中心力である。中心力として考えられるのは重力と表面張力であるが、ここでは、重力によつて支配されている波、すなわち重力波を対象にする。(8) 式を解くことにより (9) 式が得られる。

$$\eta = \eta_0 \cdot \exp(-D_m\theta) \cdot \cos\{\sqrt{\omega^2 - D_m^2} \theta\} \quad (9)$$

ここで、 D_m は減衰定数であり次式で定義される。

$$D_m = \sigma B_z^2 / 2\rho \quad (10)$$

なお、ここでは、 D_m は ω に比べて十分小さいとして (9) 式のように振動減衰解だけを求めた。また、 z 方向の制動力は存在しないので w は減衰しないことになる。実際の波動は、ここでは考慮されていない粘性力等を介して y 方向の運動エネルギーと z 方向の運動エネルギーの交換が起こるものと考えられるため、(10) 式で示される理論値ほどには減衰しないことになる。しかしながら、振幅が小さいことから z 方向の運動エネルギーに比して y 方向のエネルギーが大きいと考えて全体の振動運動の減衰定数を (10) 式で近似する。

2.2 波動の伝播が絶縁壁で制限されている場合

2.2.1 x 方向に絶縁壁が存在する場合

Fig. 2 に示すように幅 $2l$ の矩形の溝の中で溶融金属が振動運動しているものとする。 $x = \pm l$ の位置に置かれた絶縁体の壁のため、(2) 式で示された x 方向の誘導電流は x 方向に直進できないことになる。この場合、電流分布を知るためには、速度場と電磁場を同時に考慮する必要がある。電磁場の解析には次の方程式が用いられる。

$$\nabla \times E = -\partial B / \partial \theta \quad (11)$$

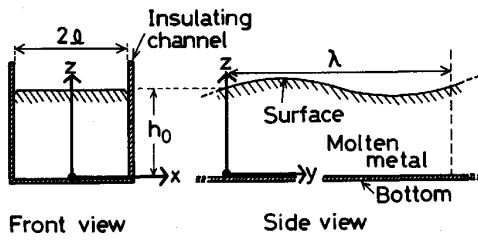


Fig. 2. Configuration of surface wave in channel and coordinate system.

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad \dots\dots\dots (14)$$

(11), (12)式はマクスウェルの方程式であり, (13), (14)式は, それぞれキルヒホッフの法則とオームの法則を表す式である. ここで(13)式が成立することから, \mathbf{J} のベクトルポテンシャル ψ を次式により定義することができる.

$$\mathbf{J} \equiv \nabla \times \psi \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\nabla \cdot \psi = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

ψ と連続の式を使つて(11)~(14)式をまとめると(17)式を得る. ((17)式の誘導は Appendix I 参照)

$$\nabla^2 \psi = -\sigma(\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{v} \quad \dots\dots\dots (17)$$

Fig. 1 に示されている \mathbf{v} と \mathbf{B} の成分を用いると, (17)式の y 成分と z 成分はそれぞれ次のように展開できる.

$$\nabla^2 \psi_y = -\sigma B_z (\partial v / \partial z) \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\nabla^2 \psi_z = -\sigma B_z (\partial w / \partial z) \quad \dots\dots\dots (19)$$

(18)式の ψ_y は $x-z$ 平面内をループ状に流れる電流を与える. (2), (4)式が示すように制動力は x 方向の電流のみに起因するとしているので ψ_y によつて与えられる J_x を厳密には考慮しなくてはならない. しかし, この J_x は x 方向の正, 負両方向に流れており, z 方向に積分することにより, ψ_y による J_x を無視できるものとするれば, ψ_y については考慮する必要がない. (19)式の ψ_z は $x-y$ 平面内をループ状に流れる電流を与えるものであり, 制動力は(15)式を用いて(3)式から次のように表される.

$$\mathbf{F} = (-B_z (\partial \psi_z / \partial x), -B_z (\partial \psi_z / \partial y), 0) \quad \dots\dots (20)$$

また, 連続の式および粘性項と慣性項を無視した運動の式は次のようになる.

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\rho \partial \mathbf{v} / \partial \theta = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F} \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここで, \mathbf{g} は重力加速度であり $\mathbf{g}=(0, 0, -g)$ である. (21), (22)式も成分ごとに表示すると次のようになる.

$$\partial v / \partial y + \partial w / \partial z = 0 \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$\rho \partial v / \partial \theta = -\partial p / \partial y - B_z \partial \psi_z / \partial y \quad \dots\dots\dots (24)$$

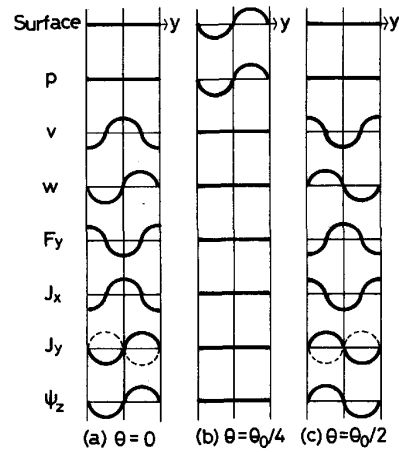


Fig. 3. Transitional variations of surface shape and each variable at the time (a) $\theta=0$, (b) $\theta_0/4$, (c) $\theta_0/2$.

$$\rho \partial w / \partial \theta = -\partial p / \partial z - \rho g \quad \dots\dots\dots (25)$$

Fig. 3 に各変数の y 方向の関数形の推移を, 以下に示す推察に基づいて示す. (4)式に倣い, J_x が \mathbf{v} に比例するとして J_x の変化が決定できる. 電流は絶縁壁を貫いて流れないので J_y が生じる. (13)式と J_x の変化から J_y を決定できる (J_y は x が負の場合には逆向き(破線)となる). 次に, J_x と B_z より F_y の変化を決定することができる. さらに, (15)式に従い, 図に示した J_x と J_y の変化より ψ_z を求めることができる. 一方, 圧力 p は表面 h と一致することからその変化を決定できる.

各変数の y 方向分布を正弦波あるいは余弦波で近似することにより, Fig. 3を参考にしてそれぞれの関数形を次のように決める.

$$v = \hat{v}(z) \cdot \cos(\xi y) \cdot \exp(-j\omega\theta) \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$w = \hat{w}(z) \cdot \sin(\xi y) \cdot \exp(-j\omega\theta) \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$p = \rho g(h_0 - z) + j\hat{p}(z) \cdot \sin(\xi y) \cdot \exp(-j\omega\theta) \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$\psi_z = \hat{\psi}_z(x, z) \cdot \sin(\xi y) \cdot \exp(-j\omega\theta) \quad \dots\dots\dots (29)$$

(26), (27)式を(23)式に代入して(30)式を, (26)~(29)式を(24), (25)式に代入し \hat{p} を消去して(31)式を, (27), (29)式を(19)式に代入して(32)式を得る.

$$-\xi \hat{v} + d\hat{w} / dz = 0 \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$d\hat{v} / dz - \xi \hat{w} = (-j\xi B_z / \rho\omega)(\partial \hat{\psi}_z / \partial z) \quad \dots\dots (31)$$

$$\partial^2 \hat{\psi}_z / \partial x^2 - \xi^2 \hat{\psi}_z + \partial^2 \hat{\psi}_z / \partial z^2 = -\sigma B_z \xi \hat{v} \quad \dots (32)$$

(30), (31), (32)式の厳密解を得ることは困難であるため(31)式を(33)式で, (32)式を(34)式で近似する. (近似の妥当性についての検討を Appendix II に示す)

$$d\hat{v} / dz - \xi \hat{w} = 0 \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$\partial^2 \hat{\psi}_z / \partial x^2 - \xi^2 \hat{\psi}_z = -\sigma B_z \xi \hat{v} \quad \dots\dots\dots (34)$$

(34)式を(35), (36)式で与えられる境界条件の下で解く

と(37)式が得られる.

$$\hat{\phi}_z = 0 \text{ at } x = \pm l \dots\dots\dots (35)$$

$$d\hat{\phi}_z/dx = 0 \text{ at } x = 0 \dots\dots\dots (36)$$

$$\hat{\phi}_z(x, z) = (\sigma B_z \hat{v} / \xi) \{1 - \cosh(\xi x) / \cosh(\xi l)\} \dots\dots\dots (37)$$

(37)式を(20)式に代入すると F_y は次式のように求められる.

$$F_y = -\sigma B_z^2 \hat{v} \{1 - \cosh(\xi x) / \cosh(\xi l)\} \dots\dots\dots (38)$$

(38)式から, y 方向の制動力は x 方向に分布していることがわかる. 波動抑制のための平均の制動力として, ここでは(39)式で定義される平均値をとる.

$$\bar{F}_y = \frac{1}{2l} \int_{-l}^l F_y dx \dots\dots\dots (39)$$

(38)式を(39)式に代入して積分を実行すると(40), (41)式を得る.

$$\bar{F}_y = -\alpha \sigma B_z^2 \hat{v} \dots\dots\dots (40)$$

$$\alpha = 1 - \tanh(\xi l) / \xi l \dots\dots\dots (41)$$

(40)式は(4)式と同様に流速と逆向きに働く力となっており, 2・1の取扱いと同様にして減衰定数が求められる.

$$D_m = \alpha \sigma B_z^2 / 2\rho \dots\dots\dots (42)$$

(20)式と(37)式から F_x を導出することはできるが, この解析では x 方向の波は無視しており, 熔融金属の運動は y 方向と z 方向のみとしているため, ここでは考慮する必要はない.

(42)式を(10)式と比較すると, 電流がループ状に流れるため(42)式の減衰定数には補正係数 α が含まれることになる. α は(41)式からわかるように容器の幅と定常波の波数の積に依存している. Fig. 4 に α の値に及ぼす ξl の依存性を示した. $\xi l = 1 \sim 10$ のところで α の値は急激に増加しており, 絶縁壁の場合には, 容器の幅と波数が減衰定数に大きな影響を与えることがわかる. なお, 容器の幅が無限となれば $\alpha = 1$ となり(42)式は(10)式と一致する.

2・2・2 x 方向と y 方向に絶縁壁が存在する場合[†]

2・2・1 で述べた解析は y 方向には無限に流体が存在していると仮定している. y 方向に絶縁体の壁が存在する場合には, 減衰定数を解析的に求めることは困難であるので, ここでは減衰効果を定性的に述べる.

(15), (29), (37)式から求められる電流は, Fig. 5(a)に示すように定常波の節から節までを一つのセルとしたループを形成する. 従つて, y 方向に絶縁体の壁があれば電流ループは変形し(40), (41)式は厳密には成立しなくなる. この場合, 境界の位置が重要となる. 図中に示

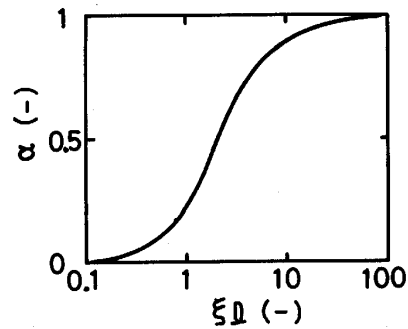


Fig. 4. Effect of ξl on α .

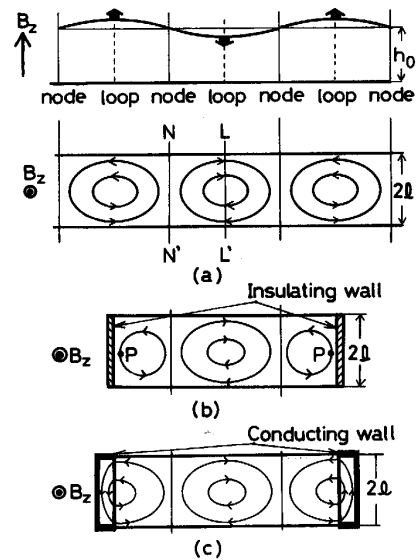


Fig. 5. Surface wave and induced eddy current in the case of (a) without any walls, (b) with insulating walls at loop positions and (c) with conducting walls at the loop positions.

す節の位置 (N-N') に絶縁壁が存在する場合には電流分布は影響を受けないことになるが, その他の位置, 例えば腹の位置 (L-L') に存在する場合には, 電流ループは壁によつて妨害され, Fig. 5(b)に示すように電流は(a)に示されているループよりも小さなものとなろう. さらに図中の P 点においては電流と磁束の相互作用によつて流体は加速される方向に力を受けることになるため減衰効果は(42)式の理論値よりも低減すると考えられる. 腹の位置 (N-N') に導体壁が存在する場合には, Fig. 5(c)に示すように電流ループは導体中を流れ, 減衰定数は Fig. 5(a)に示される電流ループで与えられる理論値に近づくと考えられる.

3. 実 験

2章で述べた理論解析の結果を検証するために, 水銀

[†] y 方向のみに絶縁壁が存在する場合も考えられるが, その絶縁壁は x 方向の電流に影響を及ぼさないため, 2・1の結果と同じことになる.

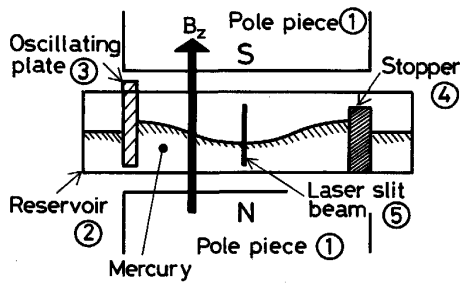


Fig. 6. Schematic view of the experimental apparatus.

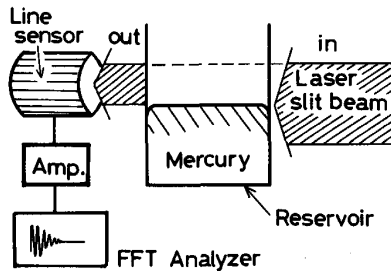
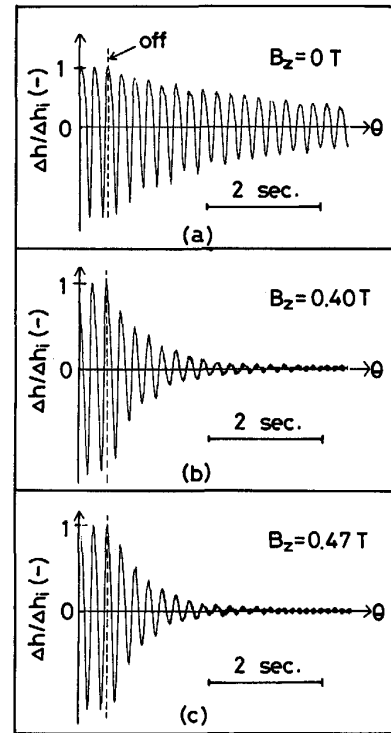


Fig. 7. Measuring system of surface wave motion in the experiments.

Table 1. Experimental conditions.

Size of pole piece	80 mm × 80 mm
Gap of pole pieces	40 mm
Width of reservoir	20 mm
Liquid depth	10 mm
Frequency of wave motion	4.3 Hz, 4.4 Hz
Wave length	65 mm, 70 mm
Wave amplitude	~ 2 mm
Imposed magnetic field	0.4 T, 0.47 T

を用いて減衰定数を求める実験を行った。Fig. 6 に実験装置の模式図を示す。永久磁石①の磁極間に水銀の入ったアクリル製容器②を置き、振動板③を介して水銀を振動させ、振動数に応じてストッパー④の位置を調節して容器内に1波長の定常波が安定に形成されるようにした。その際、振動板とストッパーの位置は定常波の腹となることがわかった。2章で述べたように、波面の進行方向の電気的境界条件が表面波動の減衰挙動に大きく影響すると考えられるので、振動板とストッパーはアクリル製(絶縁体)のものと同アルミニウム製(導体)のものを用いて実験を行った。振動板によつて定常波が形成されている状態から、振動板を停止させ、レーザースリット光⑤を用いて波の腹の位置(振動板とストッパーの中心)の湯面高さの経時変化を測定した。測定系を Fig. 7 に示す。容器の側面から入射されたレーザースリット光は、波高に比例して光量が減少する。これをラインセンサーにより検出し、FFT (Fast Fourier Transformer)



$\lambda = 70 \text{ mm}$ $f = 4.3 \text{ Hz}$

Fig. 8. Typical damping behaviors under the condition of using conducting walls.

アナライザーに入力する。アナライザーにより周波数を測定し、定常波が形成される振動条件を定め、減衰挙動を測定した。実験条件を Table 1 に示す。磁極は 80 mm 角であり、波長 λ はそれ以下に限られたので $\lambda = 65 \text{ mm}$ および 70 mm の条件の下で実験を行った。測定された減衰挙動の一例を Fig. 8 に示す。これらは、導体壁を用いて得られたものであり、図中の破線は振動板を止めた時刻である。(a)は磁場を印加しない場合であり、(b), (c)はそれぞれ 0.40 T, 0.47 T 印加した場合の減衰挙動を示した。減衰定数は(9)式からわかるように、振動減衰曲線の包絡線の値を対数にとり、時間軸に対してプロットした直線の傾きから求めることができる。以上の実験により求めた減衰定数の値を磁束密度の2乗に対して示したものが Fig. 9 である。(a)は振動板とストッパーが導体の場合であり、(b)は絶縁体の場合である。図からわかるように磁場が印加されていない場合 ($B = 0$) にも減衰定数 D_f が存在するが、これは容器との摩擦および粘性消散による減衰と考えられる。減衰定数は、磁束密度の2乗に対してほぼ直線的に増加しており、(40)式の理論解析どおり磁場による減衰定数 $D_m (= D - D_f)$ が印加磁束密度の2乗に比例していることがわかる。(42)式との比較を Fig. 10 に示すが、絶縁壁の場合の減衰定数は導体壁の場合のそれよりもわ

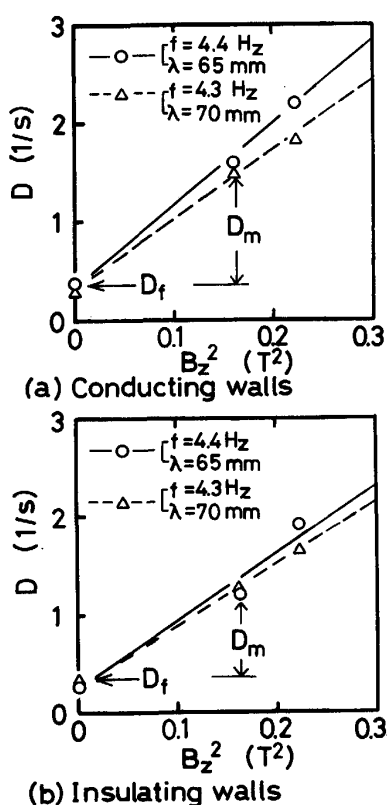


Fig. 9. Effect of vertical magnetic flux density on damping coefficient in the case of (a) with conducting walls and (b) with insulating walls.

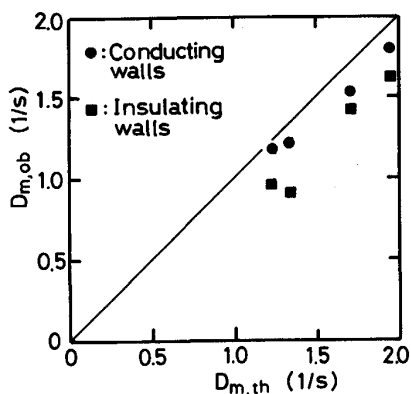


Fig. 10. Comparison of theoretical values of damping coefficient with observed ones.

ずかに小さくなっており、導体壁の場合の値は理論値に近い値を示している。これは、Fig. 5(b)に示したように電流ループが絶縁壁により遮られるためであると考えられる。また実験値がわずかながら理論値より小さな値となった理由の一つには理論解析で述べたように水平方向と鉛直方向の運動エネルギーの交換が考えられる。

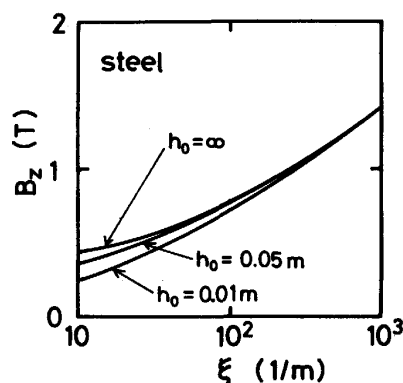


Fig. 11. Effect of ξ on the theoretical values of B_z to suppress wave motion.

4. 波動抑制効果についての検討

実際のプロセスでは種々の外乱によつて波動が引き起こされる。ここでは、2章で展開した理論解析に基づいて、外乱が波動（振動）を伴うことなく減衰する過減衰条件について述べる。線形小振幅波理論によれば、制動力が無い場合の重力波の分散関係は次式で表される。

(誘導は Appendix III 参照)

$$\omega^2 = g\xi \tanh(h_0\xi) \dots\dots\dots (43)$$

(43)式に電磁気力の効果を付け加えると次式が得られる。(誘導は Appendix III 参照)

$$\omega^2 = -D_m^2 + g\xi \tanh(h_0\xi) \dots\dots\dots (44)$$

(44)式を使つて、直流磁場による溶融金属の表面波動の抑制効果を見積もることができる。波動が抑制されるためには、周期が無限大になる必要がある。すなわち、 ω が0となることが過減衰の条件であり、次式で表される。

$$D_m^2 = g\xi \tanh(h_0\xi) \dots\dots\dots (45)$$

Fig. 11 に溶鋼の波動の伝播が制限されている場合の過減衰となるための磁束密度 B_z の値を波数 ξ に対して示す。なお、磁場による減衰定数は(10)式で表されるものとした。 ξ が増大するにつれて B_z の限界値は増加しており波長の短い波の抑制は困難であることがわかる。また、 h_0 が小さくなるにつれて、 B_z の限界値が小さくなっていることがわかる。すなわち、浅水であるほどより小さな直流磁場で過減衰にできることになる。

5. 結 言

双ロール法やツインベルト法における溶湯プールの表面波動、アルミニウムや銅の casting 分野で一部実用化されている電磁 casting プロセスにおける溶湯保持部の表面波動、さらには、鋼の連続 casting プロセスにおける溶湯-フラックス界面の波動は安定した操業を妨害し、表面品質

などを著しく劣化させる。本研究では上記のようなプロセスにおいて重要な課題となつている表面波動の直流磁場による抑制効果を定量化した。ここでは、溶融金属の表面波動抑制を目的として、表面に垂直に印加された直流磁場による波動の減衰定数について理論解析を行った。また、水銀を使つて表面波動の減衰挙動を調べる実験を行い、解析結果を検証した。その結果、次のことが明らかとなつた。

(1) 減衰定数は(42)式で表され、磁束密度の2乗に比例する。

(2) 溶融金属の容器が絶縁壁の場合には、導体壁の場合に比較して制動力が小さくなることを理論的に予測し、実験によつて確認した。

(3) 溶融金属が導電体壁で囲まれた場合について、表面に波動を生じせしめないために必要となる最小磁束密度を線形小振幅波理論に基づいて求めた。

最後に、本研究の研究費の一部は、文部省科学研究費補助金、一般研究(B)(No. 61470056) および日本鉄鋼協会特定基礎研究会「電磁気冶金の基礎研究部会」の援助によつて付記して謝意を表します。

Appendix I

(14)式の両辺に $(\nabla \times)$ を作用させ、(11)式と(15)式を用いると次式を得る。

$$\nabla \times \nabla \times \phi = -\sigma \partial B / \partial \theta + \sigma \nabla \times (v \times B) \quad \dots (A-1)$$

ベクトル演算と(16)式により左辺は次のようになる。

$$\nabla \times \nabla \times \phi = (\nabla \cdot \phi) \phi - \nabla^2 \phi = -\nabla^2 \phi \quad \dots (A-2)$$

直流磁場を印加していることと誘導電流により生じる磁場が印加磁場に比べて小さいこと(磁気レイノルズ数 $R_{em} \ll 1$ による)から(A-1)式の右辺第1項は無視することができる。また、第2項はベクトル演算と(12)式と(21)式により次式のようになる。

$$\nabla \times (v \times B) = v(\nabla \cdot B) - B(\nabla \cdot v) + (B \cdot \nabla)v - (v \cdot \nabla)B = (B \cdot \nabla)v - (v \cdot \nabla)B \quad \dots (A-3)$$

誘導電流によつて生じる磁場を無視すると、 $(v \cdot \nabla)B = 0$ となるので、(A-1)式に(A-2)式と(A-3)式を代入することにより(17)式を得る。

Appendix II

2.1の解析においては(2)式より $\hat{\phi}_z$ は次式となる。

$$\hat{\phi}_z = (\sigma B_z \hat{v} / \xi) \quad \dots (A-4)$$

(31)式の $\hat{\phi}_z$ を近似的に(A-4)式で評価すれば(31)式の右辺と左辺第1項との比は $2D_m / \omega$ となる。本実験系では、この値は約0.1と小さいので右辺を無視して(33)式とした。

(32)式も同様に(A-1)式を代入すると、左辺第3項の右辺に対する比は1となり、(34)式はかならずしも妥当とは言えないことになる。しかしながら、絶縁体壁により J_x は(A-4)式に示した導体壁の場合よりも減少

するため、 $\hat{\phi}_z$ も(A-4)式の値より小さな値であると考へ、(32)式を(34)式で近似した。

Appendix III

ここでは、線形小振幅波理論¹⁷⁾に基づいて分散関係の導出を行う。渦なしの流れを仮定して速度ポテンシャル ϕ を導入する。

$$v = -\nabla \phi \quad \dots (A-5)$$

連続の式より ϕ に関してラプラスの方程式が成立する。

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \dots (A-6)$$

Fig. 1に示すように底($z=0$)では w は零であるので ϕ の境界条件は次式となる。

$$\partial \phi / \partial z = 0 \quad \text{at } z=0 \quad \dots (A-7)$$

ϕ の解は次のようになる。

$$\phi = C \cosh(\xi z) \cos(\xi y) \exp(-j\omega\theta) \quad \dots (A-8)$$

ここで本文中の解析と同様に、 y に関しては余弦関数を仮定し θ に関しては指数関数を適用した。

(24)式の運動方程式は外力がない場合には ϕ を用いて次のように表される。

$$\rho \partial / \partial \theta (-\nabla \phi) = -\nabla p + \nabla(-\rho g z) \quad \dots (A-9)$$

ここで、重力によるポテンシャルを右辺第2項のように表すことにする。(A-9)式は、ベルヌーイの式を与える。

$$\rho \partial \phi / \partial \theta = p + \rho g z \quad \dots (A-10)$$

自由表面では $p=0$ であるので次式を得る。

$$\rho \partial \phi / \partial \theta |_{z=h} - \rho g h = 0 \quad \dots (A-11)$$

また、表面 h の時間微分は表面での流速を与えるので次の関係が得られる。

$$\partial \phi / \partial z |_{z=h} = -\partial h / \partial \theta \quad \dots (A-12)$$

(A-11)式と(A-12)式から h を消去し、振幅が小さいことを考慮して、 $h=h_0$ とすると次式を得る。

$$\{\partial \phi / \partial z + (1/g)(\partial^2 \phi / \partial \theta^2)\}_{z=h_0} = 0 \quad \dots (A-13)$$

(A-13)式はCauchy-Poissonの条件式と呼ばれており、(A-8)式を代入することにより(43)式の分散関係が得られる。

(40)式で与えられる制動力を次のように書き換える。

$$F = 2\rho D_m \nabla \phi \quad \dots (A-14)$$

(A-14)式は厳密には y 方向のみで成立し、 x, z 方向では成立しない。しかしながら、 y 方向の運動エネルギーが z 方向のそれに比べて大きいので近似的に(A-14)式が成立するものと仮定する。(A-14)式を用いれば(A-11)式の導出と同様に次式が得られる。

$$\rho \partial \phi / \partial \theta |_{z=h} - \rho g h + 2\rho D_m \phi |_{z=h} = 0 \quad \dots (A-15)$$

(A-12)式と(A-15)式から修正Cauchy-Poissonの条件式として(A-16)式が成立する。

$$\{\partial \phi / \partial z + (1/g)(\partial^2 \phi / \partial \theta^2 + 2D_m \partial \phi / \partial \theta)\}_{z=h_0} = 0 \quad \dots (A-16)$$

(A-8)式を(A-16)式に代入し、 ω の虚部が $-D_m$ ($\omega = \omega_r - jD_m$)であることを考慮すると(44)式の分散関係を得る。

記 号

文 献

B, B : 磁束密度 (T)
 D : 減衰定数 (1/s)
 D_f : 壁との摩擦等による減衰定数 (1/s)
 D_m : 磁場による減衰定数 (1/s)
 E : 電場 (A/m)
 f : 周波数 (Hz)
 F : 電磁体積力 (N/m³)
 \bar{F}_y : x 方向に積分平均した体積力 (N/m³)
 g, g : 重力加速度 (m/s²)
 h : 液深 (m)
 h_0 : 静止状態での液深 (m)
 $\Delta h, \Delta h_i$: 波の振幅, およびその初期値 (m)
 J : 誘導電流密度 (A/m²)
 j : 虚数単位 (—)
 $2l$: 容器の幅 (m)
 p, \hat{p} : 溶融金属内部の静圧 (Pa)
 v, \hat{v} : 流速の y 方向成分 (m/s)
 w, \hat{w} : 流速の z 方向成分 (m/s)
 α : 導体壁に対する絶縁壁の補正係数 (—)
 η : 任意の位置での y 方向の変位 (m)
 θ : 時間 (s)
 θ_0 : 波の周期 (s)
 λ : 波の波長 (m)
 ξ : 波の波数 (1/m)
 ρ : 溶融金属の密度 (kg/m³)
 σ : 溶融金属の導電率 (1/ $\Omega \cdot m$)
 ϕ : 速度ポテンシャル (m²/s)
 $\phi, \hat{\phi}_z$: 電流密度のベクトルポテンシャル (A/m)
 ω : 波の角周波数 (1/s)
 ω_r : ω の実数部 (1/s)

- 1) 草川隆次, 山本博之, 田中 悟, 柳 義博: 鉄と鋼, 70 (1984), S969
- 2) 竹本弘郷, 坂口治男, 末広照善, 大西邦彦, 長井邦雄, 橋本俊英, 毛利勝一: 鉄と鋼, 72 (1986), S143
- 3) 岡寄 卓, 小出優和, 井上雄二, 高本 勉, 浅里孝志: 鉄と鋼, 72 (1986), S140
- 4) 糸山誓司, 中戸 参, 野崎 努, 垣生泰弘, 別所永康: 鉄と鋼, 71 (1985), A249
- 5) D. G. GOODRICH, J. L. DASSEL and R. M. SHOGREN: J. Met., 34 (1982)5, p. 45
- 6) Ch. VIVÈS and R. RICOU: Metall. Trans. B, 16 (1985), p. 377
- 7) 浅井滋生, 小塚敏之, 鞭 巖: 鉄と鋼, 72 (1986), p. 2218
- 8) 小塚敏之, 浅井滋生, 鞭 巖: 鉄と鋼, 74 (1988), p. 1793
- 9) 松下 昭, 磯上勝行, 二宮健嘉, 天満雅美, 林田道弥, 堤 一彦: 鉄と鋼, 73 (1987), S200
- 10) J. A. SHERCROFF: A Textbook of Magnetohydrodynamics (1965), p. 79 [Pergamon Press]
- 11) M. GARNIER and R. MOROEU: J. Fluid Mech., 127 (1983), p. 365
- 12) 林田道弥, 尾野 均, 堤 一彦: 鉄と鋼, 73 (1987), S686
- 13) 小塚敏之, 浅井滋生: 鉄と鋼, 72 (1986), S1652
- 14) 岸田 豊, 武田紘一: 材料とプロセス, 1 (1988), p. 386
- 15) 六車俊範, 小林純夫: 鉄と鋼, 73 (1987), S1448
- 16) 原島 鮮: 力学 I (1973), p. 63 [裳華房]
- 17) バーナード・ル・メオーテ, 堀川清司訳: 応用流体力学入門 (1979), p. 212 [東京大学出版会]