

(199) 固相内拡散を伴う平面凝固時の溶質再分配

住友金属工業(株) 中央技術研究所 小林 純夫

1. 緒言

固相内拡散を考慮した凝固時の溶質再分配を表現する式として、Brodyらの式¹⁾が知られているが、 $\gamma = 2D/K^2 > 1$ 、(D:固相内拡散係数, K:凝固定数, 後述)では形式的に不合理である。Clyne²⁾ら, 大中³⁾は, それぞれ, $\gamma \rightarrow 0$ で Scheil の式 $\gamma \rightarrow \infty$ で平衡凝固式に近づく形式を与えているが, それらの適用限界は明きらかにされていない。そこで, 平面凝固時の溶質再分配に関する厳密解を導びき, あわせて数値計算を行なったので結果を報告する。なお, 凝固厚 X が時間 t の平方根に比例する: $X = K\sqrt{t}$ …(1) の場合に限定した。

2. 解析内容

Fig. 1 に示す模型を考え, 液相内溶質分布は均一であるとして次の方程式を対象とした。

$$\frac{\partial C_s}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C_s}{\partial x^2} \quad 0 \leq x \leq X \quad (2)$$

$$t = 0; C_s = k C_0 \quad (3)$$

$$x = 0; \partial C_s / \partial x = 0 \quad (4)$$

$$x = X; C_s = k C_L \quad (5)$$

$$f_s \bar{C}_s + (1 - f_s) C_L = C_0 \quad (6)$$

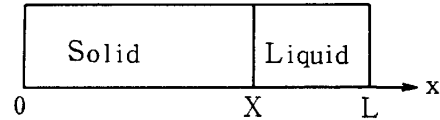


Fig. 1 Calculation model

(1)および(2)~(6)式より, 次の厳密解を導びいた。

$$C_s(f_s, x^*) = k C_0 \sum_{n=0}^{\infty} \zeta_n \frac{F(-n/2, 1/2; -x^{*2}/2\gamma)}{F(-n/2, 1/2; -1/2\gamma)} f_s^n$$

$$\zeta_n = \prod_{m=0}^{n-1} \left(1 - k \frac{F(-m/2, 3/2; -1/2\gamma)}{F(-m/2, 1/2; -1/2\gamma)} \right) \quad (7)$$

ここで, C_s :固相内溶質濃度, C_L :液相内溶質濃度, k :平衡分配定数, f_s :固相率(=X/L), $x^*=x/X$, $\bar{C}_s = \int_0^1 C_s(f_s, x^*) dx^*$, C_0 :初期液相内溶質濃度, F:合流型超幾何関数, である。

(7)式の $x^* = 1$; $\gamma \rightarrow 0$ の漸近解として

Brodyらの式が, $\gamma \rightarrow \infty$ のとき平衡凝固式が得られる。

3. 数値計算例

種々の γ , k に対する計算結果を, Table.1 に示す。 γ , k が小のとき, Clyneらの式は偏析を過小評価する傾向にある。なお, (7)の計算は, 倍精度で行ない, 第1項の 10^{-8} になるところで計算を打ち切った。また, $f_s = 1$ における \bar{C}_s より計算精度を確認した。

1) H.D. Brody et al: Trans AIME 236, 615, 2) T.W. Clyne et al: Met. trans. 12A, 965, 3) 大中: 鉄と鋼, 70, S. 913

Table. 1 Calculated results of the final Solute concentration: $C_s(1, 1)/C_0$.
Upper numerical data: Clyne-Kurz
Lower numerical data: This work

$k \backslash \gamma$	0.03	0.1	0.3	1.0	3.0	10.0
0.1	18.9	6.58	2.88	1.72	1.25	1.08
	94.6	34.4	13.2	4.85	2.25	1.34
0.2	12.3	4.88	2.40	1.56	1.20	1.06
	34.6	13.6	5.92	2.60	1.52	1.14
0.4	5.87	2.99	1.81	1.34	1.13	1.04
	9.47	4.78	2.65	1.56	1.17	1.05
0.8	1.72	1.39	1.19	1.09	1.03	1.01
	1.85	1.49	1.24	1.09	1.03	1.01