

(285) Brody-Flemings 模型の近似解—凝固時溶質再分配の解析

住友金属工業(株)中研 小林純夫

1. 緒言：¹⁾ 前報において、Brody-Flemings 模型の厳密解を導出するとともに、凝固末期においては、従来提案された近似式^{2)~4)}の結果と厳密解の結果とが、大きく異なる場合のあることを示した。ただし、厳密解は合流型超幾何関数の比を係数とする級数解であるため、手計算が困難である。計算が比較的容易な、固液界面濃度を表わす近似解を求めたので報告する。

2. Brody-Flemings 模型： Fig.1 に示すような体積要素を考え、デンドライト凝固を平面凝固で近似し、固相内拡散を考慮する。このとき、液相内完全混合、体積要素内溶質保存、固液界面における局所平衡の成立を仮定する。ここでは、さらに、拡散係数 D が一定、および固液界面位置 $X = K\sqrt{t}$ (K : 定数, t : 凝固開始後時間) を仮定した。

3. 近似式の算出： Fig.1 より、位置に関する新変数； $z = x^2 / (2\gamma X^2)$ ； $\gamma = 2D/K^2$ ，を導入し、時間 t の代わりに固相率 f_s を独立変数に選ぶと、拡散方程式および溶質保存式より、次式を得る。

$$f_s \frac{\partial C_s}{\partial f_s} = (1+2z) \frac{\partial C_s}{\partial z} + 2z \frac{\partial^2 C_s}{\partial z^2}, \quad (1); \quad (1-f_s) \frac{\partial C_s}{\partial f_s} + (k-1)C_s + k \frac{\partial C_s}{\partial z} = 0, \quad z = \frac{1}{2\gamma}, \quad (2)$$

ここで、 C_s : 固相中溶質濃度, k : 平衡分配係数。式(1), (2)を連立させ、逐次近似を行なった。すなわち、 n 次近似を $C_s^{(n)}$ で表わすとき、式(1)を次式で近似し、式(2)の C_s を $C_s^{(n)}$ とした。

$$f_s \frac{\partial C_s^{(n)}}{\partial f_s} = (1+2z) \frac{\partial C_s^{(n)}}{\partial z} + 2\omega z \frac{\partial^2 C_s^{(n-1)}}{\partial z^2}, \quad (3); \quad \text{ここで, } \frac{\partial^2 C_s^{(0)}}{\partial z^2} = 0, \quad \omega = \frac{1}{2}, \quad \text{とした。}$$

2 次近似まで行なって得た固液界面の固相濃度 C_s^i を次式に示す。

$$C_s^i = k C_0 [1 - (1-\beta k) f_s]^{(k-1)/(1-\beta k)} \times \left[1 + \frac{k(1-k)\beta^3}{2(1-\beta k)^3} \left\{ \left(1 - \frac{1+\beta}{2} k \right) \left(\frac{1}{[1 - (1-\beta k) f_s]^2} - 1 \right) - 5 \left(1 - \frac{2+3\beta}{5} k \right) \left(\frac{1}{1 - (1-\beta k) f_s} - 1 \right) - 3 \left(1 - \frac{1+2\beta}{3} k \right) \ln[1 - (1-\beta k) f_s] \right\} \right] \quad (4)$$

4. 結果： $\delta-Fe$ 中の P の濃化挙動を式(4)を用いて計算し、厳密解と比較した結果を Fig.2 に示す。良い対応である。 $k=0.1-0.8$, $\gamma=0.03-1.0$ の場合について、 $f_s=1$ における C_s^i を式(4)により計算し、厳密解と比較したところ、両者は 5% 以内の精度で一致した。

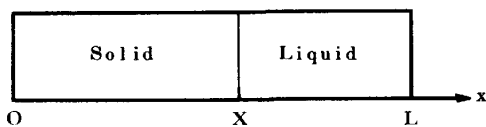


Fig.1 Volume element analysed

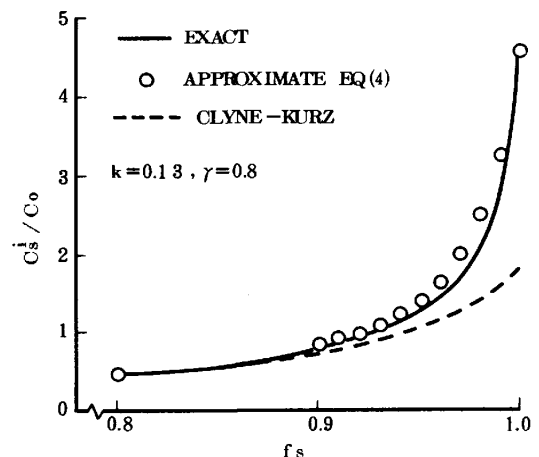


Fig.2 Results of calculation

文献：1) 小林；鉄と鋼 70(1985) S199, 2) Brody et al. ; Trans AIME 236(1966) 615, 3) Clyne et al. ; Met. Trans. A 12A(1981) 965, 4) 大中；鉄と鋼 70(1984) S913.