

(175) 一方向凝固の統一的記述

長岡技術科学大学工学部 ○宮田保教 鈴木俊夫

1. はじめに 著者らは前報<sup>1)</sup>で摂動論的安定条件を考慮した一方向 dendrite 成長理論<sup>2)</sup>を提案し、dendrite の先端形状や先端溶質濃度<sup>3)</sup>の予測に対して有効であることを示した。ここでは、先端形状として回転放物形状を仮定せずに、任意の二次曲面の界面形状に対して、摂動論的成長理論が作れ、極限として平滑界面の安定条件も得られることを示す。

2. 界面形状 理論展開においては、(1) 一方向定常凝固であること、(2) 場の記述には回転放物座標系を用いる。(3) 界面先端形状は二次曲面、 $\xi_0^2 = 1 + a(\eta^2 - 1)$  ( $a$ : 定数) により表され、 $a$  の値により次のように分類される。

$a = 1$ のとき	平滑界面	$-1 < a < 0$ のとき	回転楕円体
$0 < a < 1$	回転双曲面	$a = -1$	球
$a = 0$	回転放物体		

この形状因子 "a" を陽に含めて、前報と同様に摂動論的安定条件を得ることができる。

拡散方程式の解は (2) より、 $f = f_1 + f_2$ ;

$$f_1 = \sum A_{nm} F_{nm}(p\xi^2) e^{-p\xi^2} (p\xi^2)^{\frac{m}{2}} L_n^{(m)}(p\xi^2) (p\eta^2)^{\frac{m}{2}} e^{\pm im\varphi}$$

$$f_2 = \sum B_{nm} L_n^{(m)}(p\xi^2) e^{-p\xi^2} (p\xi^2)^{\frac{m}{2}} \Phi_{nm}(p\eta^2) (p\eta^2)^{\frac{m}{2}} e^{\pm im\varphi}$$

ここで、 $p$  は Peclet 数、 $L_n^{(m)}$  は Laguerre 級数、 $F_{nm}$  は第一種  $\Phi_{nm}$ 、第二種  $\Psi_{nm}$  の合流型超幾何級数である。温度場、濃度場の解としては、これらのうちから境界条件を満足するものを探ればよい。非摂動界面形状は (3) により  $\xi_0^2 = 1 + a(\eta^2 - 1)$  であり、界面は  $\xi^2 = \xi_0^2$  から  $\xi^2 = \xi_0^2 + \Delta\xi^2$  への摂動を受るとする。温度場、濃度場の解に含まれる定数  $A_{nm}$ 、 $B_{nm}$  は、摂動項、非摂動項に対する境界条件より定まる。

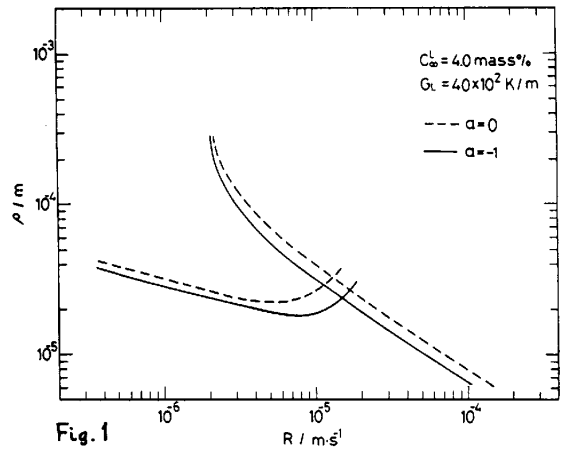


Fig.1

3. 既存の理論との比較 Al-4.0wt%Cu 合金に対して、先端曲率半径  $\rho$  を、先端形状を回転放物形 ( $a = 0$ ) として求めたものと、半球形 ( $a = -1$ ) として求め比較したものが、Fig.1 である。図より両形状から得られる曲率半径の間にはわずかの差しかない。このことは、球表面の摂動の安定性にもとずいて導びかれる marginal stability の妥当性を示している。

平滑界面の極限においては、 $\rho \rightarrow \infty$ 、 $a \rightarrow 1$  となるので、 $\rho^* = \lim_{a \rightarrow 1} \rho(1-a)$  として  $\rho^*$  を定義し、 $\rho^*$  は有限であると仮定する。このとき平滑界面の安定条件は示のようになる。

$$mG_c = G_L \{K_L/K_S + (1-K_L/K_S)T^*\} \{1-k+C^*\} / \{1+C^*\}$$

ここで、 $T^*$ 、 $C^*$  は補正係数であり  $\rho^*$  の値が通常先端曲率半径程度であるとすると  $T^* \cong 0$ 、 $C^* \cong -0.5$  となる。これは Mullins-Sekerka の安定条件と比較すると 2 倍程強い条件となる。

4. おわりに 界面形状を任意の二次曲面で記述することにより、dendrite のような界面形状も平滑界面形状も、同一の理論体系で記述されることが示された。

参考文献 (1) 宮田保教、鈴木俊夫；鉄と鋼 70(1984) S 914 (2) Y.Miyata and T.Suzuki ; Met. Trans., in press (3) Y.Miyata, T.Suzuki and J.Uno ; Met.Trans., in press