

論 文

振動片粘度計の特性に関する実験的検討

飯田孝道*・川本正幸*²・藤本慎司*²・森田善一郎*

An Experimental Investigation on Characteristics of the New Oscillating-plate Viscometer

Takamichi IIDA, Masayuki KAWAMOTO, Shinji FUJIMOTO and Zen-ichirô MORITA

Synopsis :

The characteristics of the new oscillating-plate viscometer have been investigated experimentally. The results obtained are as follows : (1) The resonant frequency of plate oscillation decreases with increasing viscosity. (2) The apparatus constant K determined experimentally includes the end and slipping effects. (3) The dimensions of the plate should be determined by referring to empirical relations between $\rho\mu$ and $A(\equiv\{(E_a/E)-1\}^n)$ for various dimensions of the plate, where ρ is the density, μ the viscosity, E_a the resonant amplitude of plate in air, E the amplitude of plate in a liquid, and n a constant. (4) If the distance between the plate and the wall of vessel is longer than about one wavelength of the wave produced by plate, the effect of reflected wave from the wall can be neglected.

In conclusion, the theoretical working formula, i.e., $\rho\mu=K\{(E_a/E)-1\}^2$, is mostly applicable to viscosity measured by the new viscometer. The empirical relation, i.e., $\rho\mu=K\{(E_a/E)-1\}^n$, is eminently suitable for instantaneous and continuous viscosity measurement.

1. 結 言

著者らは、不規則に流動している融体の粘度変化を瞬時のかつ連続的に精度良く測定することを目的として、振動片粘度計に振動信号分離器を接続した粘度・信号偏差同時迅速測定装置を設計・試作した¹⁾。振動片粘度計の測定原理は明らかであり、それに基づいて測定の基本となる理論式(粘度算出式)が導出されている。しかしながら粘度算出式を導くまでには次に示すように、いくつかの仮定がおかれていることに注意しなければならない。それらのすべての仮定を満足するような状態で粘度測定を行うことは、現在の技術においても極めて困難であるか、あるいは不可能な場合もある。したがって粘度測定に際しては、まず粘度算出式を導出する時の仮定とそれから生ずる問題点を検討する必要がある。

実際の粘度測定においては、多少仮定からはずれた条件の下で測定し、それに対する補正を加えて粘度を求めるとか、あるいは測定の目的によつては理論的に導出された粘度算出式を基にして実験式を求めた方が、測定操作および測定精度の面から考えて、都合が良い場合もあるものと思われる。

本報においては、粘度算出式を導出する際の仮定と著者らが試作した振動片粘度計との関係、すなわち仮定か

らのずれについて考察を行い、粘度迅速測定の立場から、測定上の処置について実験的検討を加えた。各仮定に対する測定上の処置については、多くは一般論的に明らかになされているが、試作した粘度計固有の問題もあるものと思われるので、計測学的立場からの実験的検討が不可欠と考えられる。

2. 粘度算出式とそれに対する仮定

振動片を一定の駆動力の下で、その面に平行に正弦的に共振周波数で振動させた場合には、振動片粘度計の粘度算出式は次の(1)式で与えられる²⁾。

$$\rho\mu = \frac{R_M^2}{\pi f A^2} \left(\frac{f_a}{f} \frac{E_a}{E} - 1 \right)^2 = K A_0 \dots \dots (1)$$

ここで、

$$K \equiv \frac{R_M^2}{\pi f_a A^2}$$

$$A_0 \equiv \frac{f_a}{f} \left(\frac{f_a}{f} \frac{E_a}{E} - 1 \right)^2$$

ρ : 試料液体の密度

μ : 試料液体の粘度

E_a : 空気中での振動振幅

E : 試料液体中での振動振幅

R_M : 粘度計固有の機械的インピーダンスの抵抗分

昭和 59 年 12 月 6 日受付 (Received Dec. 6, 1984)

* 大阪大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Osaka University, 2-1 Yamadaoka Suita 565)

*² 大阪大学大学院 (Graduate School, Osaka University)

f_a : 空気中での共振周波数

f : 試料液体中での共振周波数

A : 振動片の両面の面積

ただし, (1)式を導くにあたっては次の仮定がおかれている。

(1) 試料がニュートン流体である。

(2) 振動片の振動によつて乱流が生じない。

(3) 振動片の表面と液体との間にすべりが無い。

(4) 振動片の大きさが, 振動によつて生じる波の波長に比べて十分大きく, 振動片の端の影響が無視でき, 更に波が平面波とみなせる。

(5) 試料の容器が大きく, 壁による反射波の影響が無視できる。

ここで, 更に次の仮定, すなわち

(6) 空気中の共振周波数と試料液体中の共振周波数が同一であるとすれば, (1)式から次の粘度算出式が得られる²⁾。

$$\rho\mu = K \left(\frac{E_a}{E} - 1 \right)^2 = KA \dots\dots\dots (2)$$

ここで

$$A \equiv \left(\frac{E_a}{E} - 1 \right)^2$$

そこで, あらかじめ密度および粘度が既知の基準液体(粘度標準液)を用いて装置定数 K を求めておけば, 空気中での振動振幅 E_a と試料液体中での振動振幅 E との比を求めることによつて, (2)式により試料液体の $\rho\mu$ の値を知ることができるので, 密度が与えられると試料液体の粘度を求めることができる。なお, A_0 および A を減衰因子と呼ぶ。

さて, 上述の仮定の中で(1)は液体の性質に関する仮定である。それに対して(2)~(6)は液体の性質と装置の両方に関係する仮定である。すなわち(2)の仮定を検討するためには, 液体の動粘度と振動片の振動数, 振動片の寸法について考える必要がある。

(3)の仮定は液体と振動片との間のぬれに関する問題であるから, これについては液体の性質と振動片の性状の両面から検討しなければならない。振動片をぬらさない液体の場合には, すべりの影響があると考えられるが, ぬれの現象は極めて複雑であり, この問題に対して理論的考察を行うことは, 現在のところ不可能と考えられるので, 実験的検討が必要である。

(4)の仮定を考察するためには, 振動片の寸法(面積, 厚さ)と振動片によつて生ずる波の波長との関係について検討しなければならない。振動によつて生ずる波の波長は, 振動片の振動数と液体の性質によつて決定さ

れる。また(5)の仮定を検討するためには, 振動片の振動数と液体の物性について考えねばならない。以上, 仮定(1)~(5)は(1)式を導くために置かれたものであるが, (6)の仮定によつて(1)式は(2)式のように簡単化される。(2)式によると, 測定の直前に空気中での振動振幅 E_a を求めておけば, 試料液体中に浸漬されている振動片の振動振幅 E を読みとるだけで $\rho\mu$ 値を決定することができる。したがって粘度迅速測定の見地からすれば, (1)式よりも(2)式の方が極めて都合が良い。この問題については WOODWARD の研究²⁾があり, それによると粘度があまり高くなければ, 共振周波数の変化は1~2%である。しかし, 著者らが試作した粘度計の共振周波数は, WOODWARD のものと比べてかなり低くなっている。このような相違は振動駆動部の性能などに関係するものであり, 共振周波数の粘度依存性もまた振動駆動部の性能によつて異なるものと考えられるので, それぞれの粘度計について, 共振周波数と粘度との関係を明らかにしておくことが重要である。

3. 仮定に関する検討

3.1 振動片の共振周波数に関する検討

振動片粘度計による粘度測定に対する粘度算出式は, 既に述べたように, 振動片を一定の駆動力のもとに共振周波数で振動させた場合に成り立つものである。一般に, 液体の粘度によつて, 共振周波数が変わることが知られている²⁾³⁾。本報では, 粘度算出式を導くまでの間におかれた各仮定とそれに対する処置について, 実験的な立場から検討することを目的としているが, いくつかの仮定については, それらを検討するにあたって共振周波数の粘度依存性を考慮する必要があるものと考えられる。そこで, まず共振周波数と粘度との関係について検討を加えることにする。なお, 振動片粘度計によつて直接測定される量は粘度 μ ではなく“密度×粘度($\rho\mu$)”なので, 厳密に言えば, 共振周波数と“密度×粘度($\rho\mu$)”との関係について検討を加える。本研究では, いくつかの問題を実験的に検討するために, 粘度標準液を使用するが, 粘度標準液の種類による密度差が小さいので, $\rho\mu$ 値の相違は粘度 μ の相違と見なすことができる。

さて, 粘性減衰振動系を強制振動させた場合の共振周波数は, 次式で与えられる³⁾。

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \sqrt{1-2\zeta^2} \dots\dots\dots (3)$$

$$\zeta \equiv \frac{C}{2\sqrt{mk}}$$

k : ばね定数, m : 実効振動質量, ζ : 減衰係数比, C :

減衰係数

ここで、振動片粘度計の場合について考えると、振動系固有の機械的インピーダンスの抵抗分 R_M と振動片が液体から受ける粘性抵抗 (液体の負荷による機械的インピーダンスの抵抗分)²⁾ が振動を減衰させる原因となる。すなわち

$$C = R_M + A\sqrt{\pi f \rho \mu} \dots\dots\dots (4)$$

(4)式を(3)式に代入すると、次のような共振周波数と $\rho\mu$ との関係式が得られる。

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \sqrt{1 - \frac{(R_M + A\sqrt{\pi f \rho \mu})^2}{2mk}} \dots\dots\dots (5)$$

(5)式の関係から、 $\rho\mu$ が変わればそれに応じて共振周波数 f も変わることは明らかであるが、 k, R_M などのパラメータの値が不明、あるいは値を求めることが極めて困難なものもあるので、いま種々の $\rho\mu$ 値に対する f の値を算出することは不可能である。そこで、粘度標準液 (ニュートン流体) を用いて、著者らが試作した振動片粘度計に対する共振周波数 f と $\rho\mu$ との関係を実験的に求めた。具体的に言えば、光学式変位計に周波数測定装置を接続して、振動片の振動振幅が最大値を示す周波数、すなわち共振周波数を決定した。なお振動片には、一辺の長さ 30 mm の正方形で厚さ 0.3 mm のステンレス鋼製のものを使用し、振動片の面と容器壁との間隔を約 30 mm とした。Fig. 1 に測定結果を示す。同図から明らかのように、 $\rho\mu$ が増大すると f は減少し、本粘度計の場合、 $\rho\mu = 1900 \text{ kg}^2 \text{ m}^{-4} \text{ s}^{-1}$ において空気中 ($\rho\mu = 0$) の共振周波数に比べて 15% 程度減少することがわかる。

ここで、 f の $\rho\mu$ 依存性から生ずる問題を更に検討するために、Fig. 2 に $\rho\mu$ と減衰因子 (Λ_0, Λ) との関係を示す。同図から明らかのように、 $\rho\mu$ と Λ_0 との間には良好な直線関係が得られているが、一方、 $\rho\mu$ と Λ と

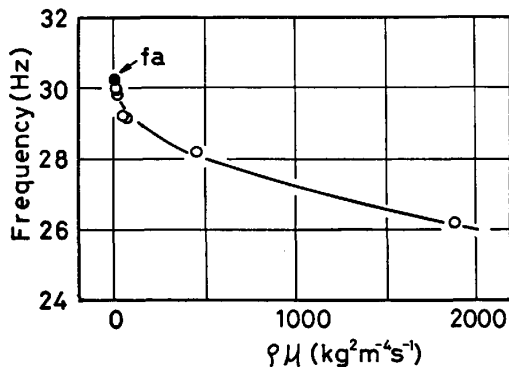


Fig. 1. Dependence of the resonant frequency on $\rho\mu$ values.

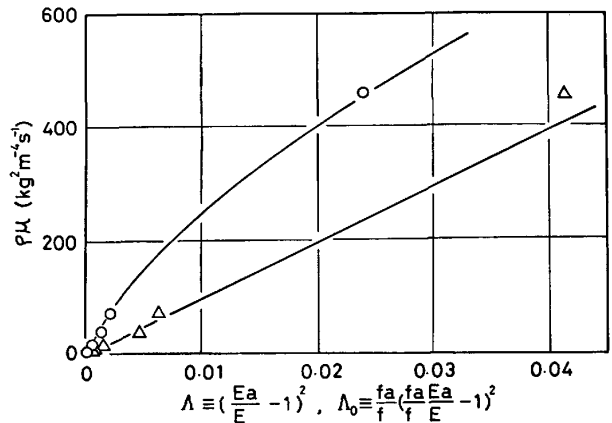


Fig. 2. Relations between $\rho\mu$ values and damping factors (Λ_0, Λ).
 ○ : resonant frequency in air was used for f .
 △ : resonant frequencies in liquids were used for f .

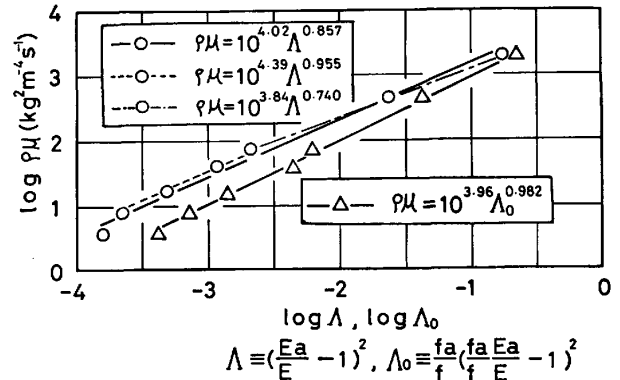


Fig. 3. Log-log plots of $\rho\mu$ vs. Λ_0 and $\rho\mu$ vs. Λ .
 ○ : resonant frequency in air was used for f .
 △ : resonant frequencies in liquids were used for f .

の間には直線関係が成立せず、したがって(2)式は粗い近似式であることがわかる。Fig. 3 に $\rho\mu$ の対数と減衰因子の対数との関係を示す。同図の $\log(\rho\mu)$ と $\log \Lambda_0$ との関係から、次式が得られる。

$$\rho\mu = 10^{3.96} \Lambda_0^{0.982} = 9.12 \times 10^3 \left(\frac{f_a}{f}\right)^{0.982} \cdot \left(\frac{f_a}{f} \frac{E_a}{E} - 1\right)^{1.96} \dots\dots\dots (6)$$

(1)式および(6)式から明らかのように、それらの式の減衰因子 Λ_0 の指数は、それぞれ 1.00 および 0.982 である。 $\rho\mu$ 値が $100 \sim 2000 \text{ kg}^2 \text{ m}^{-4} \text{ s}^{-1}$ (約 1~20 P) の粘度範囲においては、減衰因子の指数の相違すなわち 1.00 と 0.982 から生ずる $\rho\mu$ 値の相違は、3~8% 程度である。一般に、振動片粘度計の測定精度は、3~5% 程度であることを考えると、(1)式と(6)式は一致すると言えよう。すなわち、装置定数 K は実験的に決定され

るので(6)式と(1)式とは同意義なものであり、したがって(1)式の関係が成り立っていることがわかる。なお、 $\rho\mu$ 値が $2000 \text{ kg}^2 \text{ m}^{-4} \text{ s}^{-1}$ 程度で共振周波数の変化は約 15% なので、Fig. 1 に示されているような粘度範囲では、極めて良い近似で $(f_a/f)^{0.982}$ を f_a/f と置くことができる。したがって、この場合は(6)式を次のように書き変えても良い。

$$\rho\mu = 9.12 \times 10^3 \frac{f_a}{f} \left(\frac{f_a}{f} \frac{E_a}{E} - 1 \right)^{1.96} \dots (7)$$

また、 $\log(\rho\mu)$ と $\log A$ との間にも直線関係が成り立っており、次のように定式化される。

$$\rho\mu = 10^{4.02} A^{0.857} = 1.05 \times 10^4 \left(\frac{E_a}{E} - 1 \right)^{1.71} \dots (8)$$

上述の結果は、 $\rho\mu = 4 \sim 2000 \text{ kg}^2 \text{ m}^{-4} \text{ s}^{-1}$ の広い粘度範囲に対して得られた関係式であるが、実際には、このような広い粘度範囲にわたる測定を一度に行うことは極めてまれである。そこで、粘度範囲を多少狭くとると、 $\rho\mu$ と A との関係は次のような式で表される。

10~100 $\text{kg}^2 \text{ m}^{-4} \text{ s}^{-1}$ の範囲に対しては、

$$\rho\mu = 10^{4.39} A^{0.955} = 2.45 \times 10^4 \left(\frac{E_a}{E} - 1 \right)^{1.91} \dots (9)$$

100~2000 $\text{kg}^2 \text{ m}^{-4} \text{ s}^{-1}$ の範囲に対しては、

$$\rho\mu = 10^{3.84} A^{0.740} = 6.92 \times 10^3 \left(\frac{E_a}{E} - 1 \right)^{1.48} \dots (10)$$

Table 1 に、(9)式と(10)式からの計算値と実験値との比較、すなわち $\{(\rho\mu)_{\text{expt.}} - (\rho\mu)_{\text{cal.}}\} / (\rho\mu)_{\text{cal.}}$ (%) を示す。同表から明らかのように、上式は実験値を良く再現することがわかる。なお、 $\rho\mu = 2.5 \sim 100 \text{ kg}^2 \text{ m}^{-4} \text{ s}^{-1}$

の低粘度の場合についても、実験的に決定した粘度算出式は、実験値を比較的良く再現することを前報で述べた¹⁾。

さて、いくつかの仮定の下に理論的に導出された粘度算出式、すなわち(1)式が、本粘度計に対してかなりの精度で成立することが明らかになった。したがって、(1)式を導くまでの間に置かれた仮定が、本粘度計では、ほぼ満たされているように思われる。しかしながら、このような結果は、見掛け上のこととも考えられるので、次に振動片の厚さの影響、すべりの影響について検討を加えることにする。

3.2 振動片の厚さの影響

試料液体中で振動片を振動させ、その時振動片が受ける粘性抵抗を測定して粘度を求めるのが振動片粘度計の測定原理であり、それに基づいて粘度算出式が理論的に導出されている²⁾。ただし、粘度算出式を導くにあたって振動片の厚さの影響は全く考慮されておらず、換言すれば、振動片が無限に薄いとする仮定が置かれている。しかし実際においてはこれは不可能で、言うまでもなく有限の厚さの振動片を用いて粘度測定を行わねばならない。著者らの実験的な検討結果によると、振動片の厚さは、金属製の場合で 0.2~0.3 mm、セラミックス製の場合で 0.8 mm 程度であり、それより薄くすることは強度上あるいは作製技術上困難である。そのために振動片の両面だけではなく、各端面においても粘性抵抗を受けるので、実際の測定においては厚さの影響を考慮しなければならない。しかし、振動片の厚さの影響を理論的に厳密に考慮することは困難であり、また振動片粘度計は比較測定方式として用いられるので、この影響を実験的に検討するのが妥当と考えられる。

Table 1. Comparison of calculated $\rho\mu$ values with experimental data.

A	$(\rho\mu)_{\text{expt.}}$	$(\rho\mu)_{\text{cal.}}$	$\{(\rho\mu)_{\text{cal.}} - (\rho\mu)_{\text{expt.}}\} / (\rho\mu)_{\text{cal.}}$
2.27×10^{-4}	8.23 ($\text{kg}^2 \text{ m}^{-4} \text{ s}^{-1}$)	8.01 ($\text{kg}^2 \text{ m}^{-4} \text{ s}^{-1}$)	-2.7 (%)
4.79×10^{-4}	16.1	16.4	1.8
1.32×10^{-3}	40.8	43.2	5.6
2.12×10^{-3}	71.5	67.8	-5.5
$\rho\mu = 10^{4.39} A^{0.955}$ ($10 < \rho\mu < 100$) ($\text{kg}^2 \text{ m}^{-4} \text{ s}^{-1}$)			
A	$(\rho\mu)_{\text{expt.}}$	$(\rho\mu)_{\text{cal.}}$	$\{(\rho\mu)_{\text{cal.}} - (\rho\mu)_{\text{expt.}}\} / (\rho\mu)_{\text{cal.}}$
2.12×10^{-3}	71.5 ($\text{kg}^2 \text{ m}^{-4} \text{ s}^{-1}$)	73.0 ($\text{kg}^2 \text{ m}^{-4} \text{ s}^{-1}$)	2.1 (%)
2.38×10^{-2}	458.3	437.5	-4.8
1.76×10^{-1}	1871.7	1919.8	2.5
$\rho\mu = 10^{3.84} A^{0.740}$ ($100 < \rho\mu < 2000$) ($\text{kg}^2 \text{ m}^{-4} \text{ s}^{-1}$)			

本研究では、厚さの影響によつて振動片の面積が見掛け上増加したと見なして、その量を ΔA_E とする。また、実際の測定においてはすべりの影響も考慮すべきであり、すべりによつて振動片の面積が見掛け上減少した、あるいは、振動片の面に試料液体が吸着するような場合には、振動片の面積が見掛け上増加したとみなして、その量を ΔA_S とする。

(1)式から

$$\frac{A_0}{\rho\mu} = \frac{\pi f a}{R_M^2} (A + \Delta A_E + \Delta A_S)^2 \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 ΔA_E および ΔA_S は A に比べてかなり小さいと考えられるので、それらの2乗および積の項を無視し、また端面の補正量 ΔA_E は振動片の厚さ T に比例するものと考えて、

$$\Delta A_E = C_E T \dots\dots\dots (12)$$

C_E : 長さの次元を有する定数

とすれば、(11)式は次のように書くことができる。

$$\begin{aligned} \frac{A_0}{\rho\mu} &= \frac{\pi f a}{R_M^2} (A^2 + 2A\Delta A_E + 2A\Delta A_S) \\ &= \frac{\pi f a A^2}{R_M^2} + \frac{2\pi f a A \Delta A_S}{R_M^2} + \frac{2\pi f a A C_E}{R_M^2} T \dots (13) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} a &\equiv \frac{\pi f a A^2}{R_M^2} + \frac{2\pi f a A \Delta A_S}{R_M^2} \\ b &\equiv \frac{2\pi f a A C_E}{R_M^2} \end{aligned}$$

と置けば、次式が得られる。

$$\frac{A_0}{\rho\mu} = a + bT \dots\dots\dots (14)$$

そこで、(14)式の関係を検討するために、振動片の厚さと減衰因子との関係を実験的に求めた。実験に用いた振動片は、アルミニウム製のもので、いずれも一辺の長さ 30 mm の正方形で、質量を 15.5 g とした。Fig. 4 に、 $A_0/\rho\mu$ と T との関係に関する測定結果を示す。同図から明らかなように、(14)式が成り立つことがわかる。こ

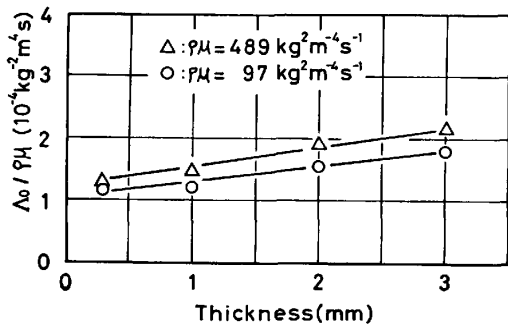


Fig. 4. Effect of thickness of oscillating-plates on $A_0/\rho\mu$ values.

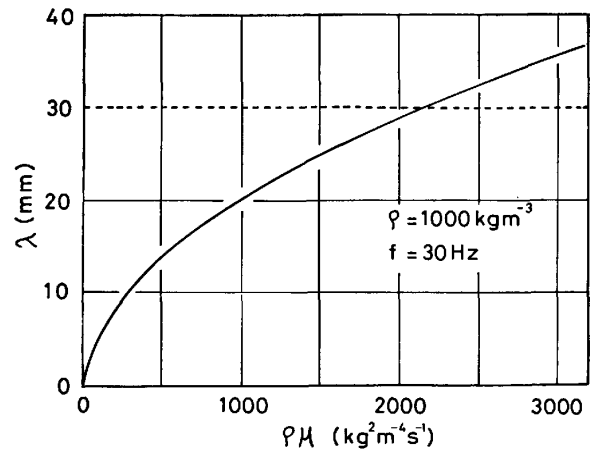


Fig. 5. Wavelength λ of the wave produced by plate oscillation in liquids of $\rho\mu$ values.

のような結果から、振動片の面積 A は、厚さおよびすべりの補正が加えられている有効面積と考えるのが妥当と思われる。なお、厚さの影響 ΔA_E 、すべりの影響 ΔA_S は液体の粘度によつて変わることも考えられるので、測定の際には、可能な限り薄い振動片を採用し、試料液体の粘度と同程度の粘度を有する基準液体を用いて、装置定数を決定する方が良いと思われる。

3.3 振動片の面積 (大きさ) に関する検討

振動片の大きさが、振動によつて生ずる波の波長に比べて十分大きいと仮定されているので、ここではこの問題について検討しよう。

振動片の振動によつて液体中に生ずる波の波長 λ は、次式で与えられる⁵⁾。

$$\lambda = 2\pi \sqrt{\frac{2\mu}{\omega\rho}} \dots\dots\dots (15)$$

ω : 振動の角振動数

上式から明らかなように、液体の動粘度 μ/ρ が小さいほど、また角振動数 ω が大きいほど、波長は短くなることがわかる。ここで、振動片の共振周波数を 30 Hz、液体の密度を 10^3 kg m^{-3} とした場合の λ と $\rho\mu$ との関係を求め、その結果を Fig. 5 に示す。同図の結果によると、 $\rho\mu$ 値が約 $2200 \text{ kg}^2 \text{ m}^{-4} \text{ s}^{-1}$ の液体の場合、波の波長は 30 mm となる。振動片の大きさを決定する際には、上述の関係を考慮することが必要である。なお、振動片が大きいほど、端面の影響は小さくなるものと考えられる。

さて、振動片粘度計による粘度測定の原理から考えると、振動片の面積が大きいほど、振動片が受ける粘性抵抗が大きくなることがわかる。また、(1)式あるいは(2)式から明らかなように、振動片の両面の面積 A が大きいほど、装置定数 K の値が小さくなり、測定感度が向

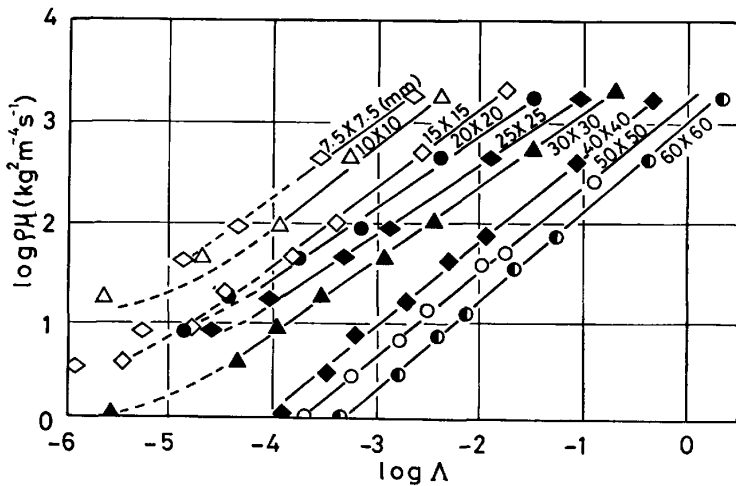


Fig. 6. Relations between $\log \rho\mu$ and $\log A$ for various sizes of oscillating-plates.

上することがわかる。そこで、種々の面積（大きさ）を有する振動片を用いて、各種の粘度標準液に対する減衰因子を求めた。ただし、共振周波数を正確に決定することは必ずしも容易ではないこと、また Fig. 3 から明らかなように、 $\log(\rho\mu)$ と $\log A$ との間に直線関係が成り立つこと、更に著者らの目的は、振動片粘度計の特徴を生かして、液体の粘度を瞬間的かつ連続的に測定することであるので、ここでは(2)式に基づいた実験式すなわち $\rho\mu$ と A との関係を求めた。なお、振動片の厚さおよび質量を、いずれも 0.3 mm, 15.5 g とした。Fig. 6 に、一連の実験結果を示す。同図から明らかなように、振動片の面積の大きいほうが、すなわち切片の小さいほうが (A が大きいほど、 $\log(\rho\mu)$ - $\log A$ の切片、すなわち装置定数 K は小さくなる)、低粘度から高粘度までの広い範囲にわたって、良好な直線関係が得られているのが認められる。

3.4 試料容器の大きさに関する検討

振動片の振動によつて生ずる波は、振動片の面に垂直な方向に伝わる減衰性の正弦波である。振動片の振動によつて生じた波の振幅は、1 波長進む間に $e^{-2\pi}$ (≈ 0.002) 倍に減衰する⁵⁾。このようなことから考えると、振動片の面と試料容器の壁面までの距離が 1 波長程度以上あれば、容器壁による反射波の影響を無視し得るものと推察される。ここでは、この問題について実験的な検討を加えた。

実験としては、振動片の両側にアクリル板を設置し、振動片の面とアクリル板との間の距離 δ を変えて、それぞれの δ に対する A の値を求めた。なお、ここでは試料液体にグリセリン水溶液を使用し、振動片には一辺の長さ 40 mm の正方形で、厚さ 0.3 mm のステンレス鋼製のものを用いた。Fig. 7 に、実験結果および各試料中における 1 波長を併せて示す。同図から明らかなよう

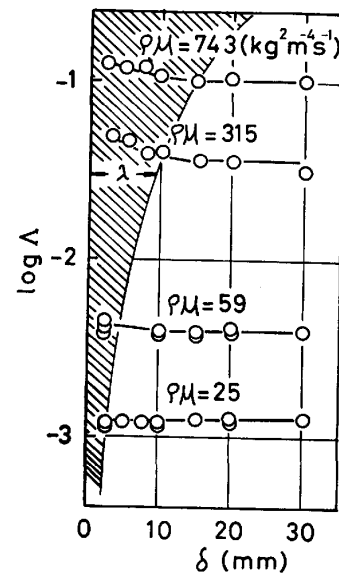


Fig. 7. Variations of $\log A$ with distances between oscillating-plate and wall of vessel.

に、本測定の範囲では、 $\rho\mu$ が $25 \text{ kg}^2 \text{ m}^{-4} \text{ s}^{-1}$ の低粘度の場合、 δ によらず A は一定値を示すが、 $\rho\mu$ が 315, $743 \text{ kg}^2 \text{ m}^{-4} \text{ s}^{-1}$ の場合は、 δ が小さくなるにつれて A は増大するのがわかる。換言すれば、 δ が 1 波長以上では A は一定となるのがわかる。このように、振動片の面と容器壁との間の距離 δ が小さくなるにつれて減衰因子 A が増大するのは、反射波の影響によるものと考えられる。

4. 仮定に対する測定上の処置

ここまでは、粘度算出式を導くまでの間に置かれた仮定の中から、主として振動片粘度計の装置に関する仮定について検討を加えてきた。ここでは、それらの検討結果に基づいて、各仮定に対する測定上の処置について考えてみよう。

分子粘性を求めるためには、(2)の仮定、すなわち層流条件は不可欠であるが、振動片粘度計による粘度測定の場合、層流条件を満足するレイノルズ数はいまだ明らかにされていない。しかしながら、Fig. 6 において良好な直線関係が成立する範囲内では、層流条件を満たしているものと考えて差し支えないと思われる。Fig. 6 から明らかのように、一辺の長さが 25 mm 以下の大きさの振動片の場合、 $\log A \approx -4$ 以下の A においては、 $\log(\rho\mu)$ と $\log A$ の関係が直線からずれるのが認められる。このような領域では、一応層流条件を満足していないと考えた方がよいように思われる。

すべりの問題に対する処置としては、被測定液体と同程度のぬれを示す基準液体を用いて、装置定数を決定すればよい。

(4)の仮定を満たすためには、一般的に言えば、大きくかつ薄い振動片を使用する必要がある。具体的に言えば、粘度測定に先立つて、それぞれの粘度計について(一般に、振動駆動部分の性能が異なるので) $\rho\mu$ と A の間の関係を実験的に求めておき、すなわち振動片の面積を有効面積とみなして装置定数を決定し、試料液体の粘度、目標とする測定精度などに応じて振動片の大きさを決定することが重要である。

振動片の面と容器壁との間の距離が、振動片の振動によつて生ずる波の 1 波長程度以上であれば、壁による反射波の影響を無視することができる。すなわち、上述の条件下で測定すれば、(5)の仮定を満たすことができる。

$f=f_a$ と仮定して導出された(2)式は、本粘度計の場合、粗い近似式となる。したがつて、粘度の精密測定を目的とする場合には、振動片の振動振幅 E_a , E と同時に共振周波数 f_a , f を測定し、(1)式から粘度を算出する方法を採用するのがよい。一方、粘度迅速連続測定を目的とする場合には、 $f=f_a$ と置いて、 $\rho\mu$ と A との関係を実験的に決定する方法を採用すべきである。すなわち、Fig. 3, Fig. 6 から明らかのように、 $\rho\mu = KA^n$ (n : 定数) の関係が成立するので、 K および n の値を実験的に求め、その関係式に基づいて試料液体の粘度あるいは粘度変化を算出するのが、便利かつ妥当である。

5. 結 言

著者らが試作した振動片粘度計の性能・特性に関して理論的に導出されている粘度算出式に基づいて、粘度迅速連続測定の立場から、実験的な検討を加えた。その結果、(i) 共振周波数は粘度 ($\rho\mu$) が高くなるにつれて減少する。(ii) 振動片の厚さの影響およびすべりの影響のために、見掛け上振動片の面積が増加あるいは減少したとみなすことができる。すなわち、振動片の面積 A を有効面積とみなして、装置定数 K を実験的に決定すればよい。(iii) 振動片の面積の大きい方が、低粘度から高粘度までの広い範囲にわたる粘度測定が可能となる。(iv) 振動片の面と試料容器の壁面との間の距離が、振動片の振動によつて生ずる波の 1 波長程度以上であれば、壁面による反射波の影響を無視することができる。などのことが明らかになった。

以上の検討結果から、理論的に導出されている粘度算出式((1)式)は、本粘度計に対してかなりの精度で成立するが、試料液体の粘度に応じて共振周波数を迅速に求めることは容易ではなく、(1)式に従つて粘度迅速連続測定を行うことは極めて困難であることがわかつた。また、粘度迅速連続測定を行う場合には、粘度 $\rho\mu$ と減衰因子 A ($f_a=f$ とする) との関係を実験的に決定した式を用いて、粘度あるいは粘度変化を算出するのが便利かつ妥当であり、 $f=f_a$ と置いて実験的に求めた粘度算出式は、理論的な厳密さに欠けるが、適用粘度範囲をある程度制限すれば、実験値をよく再現することがわかつた。

終わりに、本研究の遂行にご協力くださいました近沢文一郎工学修士(現、新日本製鉄(株))に感謝致します。

文 献

- 1) 森田善一郎, 飯田孝道, 川本正幸, 毛利 晃: 鉄と鋼, 70 (1984), p. 1242
- 2) J. G. WOODWARD: The Journal of the Acoustical Society of America, 25 (1953) 1, p. 147
- 3) 例えば, 亘理 厚: 機械振動 (1980), p. 103 [丸善]
- 4) 川田裕郎: 改訂 粘度, 計量管理技術双書 (1) (1980), p. 139 [コロナ社]
- 5) 例えば, 今井 功: 流体力学 (前編), (物理学選書 14) (1973), p. 292 [裳華房]