

論文 オンライン・クロム水和酸化物膜厚計の開発

後藤 桂三*・弓場 則男*・大西 英明*・藤原 淳二*
 藤井 靖治*²・坪井 邦夫*³・石田 雅之*⁴

On-line System for Measuring Thickness of Hydrated Chromium Oxide Film on Tin Free Steel

Keizo GOTO, Norio YUMIBA, Eimei ONISHI, Junji FUJIWARA,
 Seiji FUJII, Kunio Tsuboi and Masayuki Ishida

Synopsis:

Hydrated chromium oxide (Cr^{ox}) layer on Tin Free Steel (TFS) is an extremely thin film, from about 50Å to 250Å in thickness. Cr^{ox} film thickness is an important factor for TFS to have corrosion-resistance and lacquer adhesion. An advanced on-line system for measuring thickness of Cr^{ox} film has been developed.

The main features of the instrument are as follows:

- (1) Spectral reflectance mainly at ultraviolet wavelengths are measured, and the thickness is calculated from those multi-wavelength reflective curve.
- (2) It has very simple structure, and consists of three main parts, that is, Hg-lamp, rotary filters, and integrating sphere with photomultiplier. Thus, it has good stability against various kinds of disturbances which occur at on-line measurement.
- (3) Measurement is done nondestructively and continuously.

1. 緒 言

クロムめつき・タイプのティンフリー・スチール (TFS) は冷延鋼板の上に金属クロム (Cr^0) とクロム水和酸化物 (Cr^{ox}) をめつきした 2 層皮膜構造を持ち、缶用材料として広く用いられている¹⁾²⁾。このうち、クロム水和酸化物の膜厚は耐食性、塗装性、耐経時劣化性に大きな影響をおよぼす重要な品質管理項目であり、その厚さは 50~250 Å 程度の極薄膜である。このクロム水和酸化物の膜厚を適正な範囲内に保つためには、複数のめつき条件を厳密に管理しなければならず、膜厚の実績値を迅速に操業条件にフィードバックすることが TFS の製造上極めて重要である。

従来から、このクロム水和酸化物の膜厚測定手段としては蛍光 X 線法や偏光解析法が用いられている^{3)~6)}が、蛍光 X 線法は 2 層中にいずれも存在する Cr 原子の区別がつかないため、破壊検査になつてしまうこと、また偏光解析法は下地鋼板の表面粗度や金属クロムの付着量に大きく影響されることから、いずれもオンラインでの測

定方法としては不満足な方法であつた。

このような現状を打開するため、著者らはオンラインにて非接触、非破壊でしかも精度よくクロム水和酸化物の膜厚を測定する方法の開発を試みてきたが、基礎実験と理論的検討を実施した結果、分光分析法を応用した方法がそのような目的にあつた測定方法になりうることを見出した。分光分析法自体は古くから化学分析や光学材料研究に用いられている方法であり⁷⁾⁸⁾、分光光度計として汎用機も市販されているが、これまでこのような極薄膜の膜厚測定に応用された例^{9)~11)}は少なかつた。著者らは基礎実験で得られた成果をもとに、製造現場に持ち込むオンライン膜厚測定装置として必要な特性を備えた実用機を開発することに成功し、現在品質管理用計測器として実操業に貢献しているので、以下に報告する。

2. 基 礎 実 験

2.1 実験装置・方法

市販の分光光度計を用いて TFS 表面の反射率を測定し、反射率の波長依存性とクロム水和酸化物の膜厚依存

昭和 58 年 11 月 9 日受付 (Received Nov. 9, 1983)

- * 日本鋼管(株)福山製鉄所 (Fukuyama Works, Nippon Kokan K. K., 1 Kokan-cho Fukuyama 721)
- *² 日本鋼管(株)鉄鋼技術部 (現: 日本鋼管(株)新材料開発センター) (Iron and Steel Technology Department, Now New Materials Center, Nippon Kokan K. K.)
- *³ 日本鋼管(株)鉄鋼技術部 (Iron and Steel Technology Department, Nippon Kokan K. K.)
- *⁴ 日本鋼管(株)鉄鋼技術部 (現: 日本鋼管(株)電気計装技術部) (Iron and Steel Technology Department, Now Electrical and Instrumental Engineering Department, Nippon Kokan K. K.)

性を調査した。供試材には冷延鋼板に 100 mg/m² 程度の金属クロムと 3~15 mg/m² のクロム水和酸化物をめつきした TFS を用いた。Fig. 1 に TFS の構造を模式的に示す。クロム水和酸化物の付着量は皮膜溶解前後の蛍光 X 線装置の分析値の差で求めた。付着量と膜厚との関係は、金属クロムは 100 mg/m² ≒ 140 Å¹²⁾、クロム水和酸化物については偏光解析法によるものとして 15 mg/m² ≒ 150 Å³⁾ という結果が報告されている。

実験装置の構成を Fig. 2 に示す。光源には可視光用にタングステン (W) ランプを、紫外光用に重水素 (D₂) ランプを用いて 400 nm で自動的に切り換える。分光系はグレーティングを 2 個用いた構成になっており、それらを回転することによって波長を連続的に変化させ、チョッパーでサンプル表面と基準板 (Al₂O₃) 表面とを交互に照射して各波長における相対反射率を測定する。

いま、入射光の波長を λ, 強度を I₀(λ), 光学系の減衰率を P(λ) とし、基準板とサンプルの絶対反射率をそれぞれ R_{Al₂O₃}(λ), R(λ) とすると、サンプル表面からの光の反射強度 I(λ) は次のように表される。

$$I(\lambda) = I_0(\lambda) \cdot P(\lambda) \cdot R(\lambda) \quad \dots\dots\dots (1)$$

一方、基準板表面からの反射強度 I_{Al₂O₃}(λ) は

$$I_{Al_2O_3}(\lambda) = I_0(\lambda) \cdot P(\lambda) \cdot R_{Al_2O_3}(\lambda) \quad \dots\dots\dots (2)$$

であるため、測定された相対反射率 R'(λ) は(1)式と(2)式から

$$R'(\lambda) = I(\lambda) / I_{Al_2O_3}(\lambda) = R(\lambda) / R_{Al_2O_3}(\lambda) \quad \dots\dots (3)$$

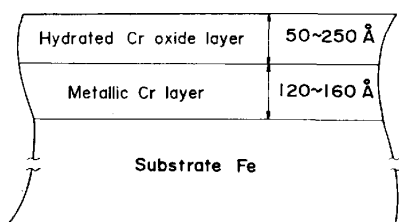


Fig. 1. TFS film structure.

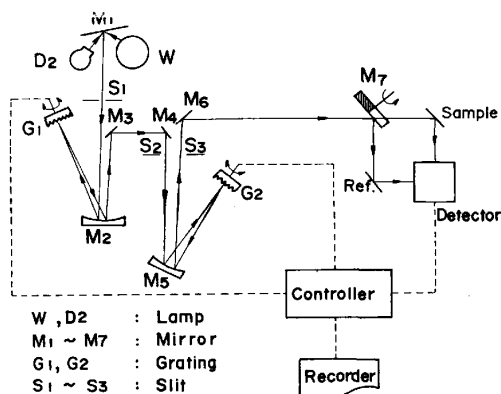


Fig. 2. Schematic diagram of off-line spectrophotometer.

となり、両者の絶対反射率の比とみなされる。いま、基準板の絶対反射率 R_{Al₂O₃}(λ) は既知であり、測定された相対反射率 R'(λ) は(3)式によりサンプルの絶対反射率 R(λ) に変換できる。

2.2 実験結果

TFS 表面の相対反射率を測定したデータの一例を Fig. 3 に示す。入射角は 0° すなわち垂直入射とした。相対反射率は紫外域において短波長になるほど、またクロム水和酸化物の膜厚が厚くなるほど低下する傾向が認められる。そこで、多数のサンプルを測定して、その絶対反射率パターン R(λ) とクロム水和酸化物の膜厚 d との関係性を調査した。Fig. 4 にその結果を示す。ここでは、紫外域を主体とした 5 波長における絶対反射率 R(λ) を 600 nm における絶対反射率 R(600) で正規化した値 R_N(λ) を用いた。それぞれの波長における膜

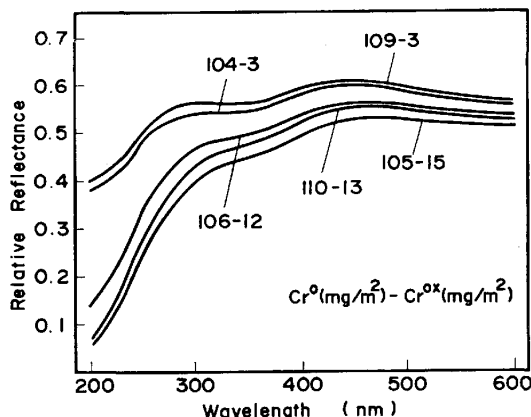


Fig. 3. Example of relative spectral reflectance of TFS (ref; Al₂O₃, incident angle=0°).

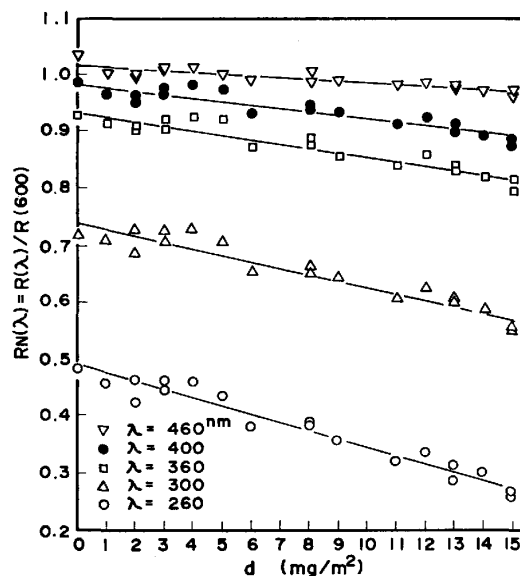


Fig. 4. Relation between normalized reflectance R_N(λ) and Cr^{ox} film thickness d.

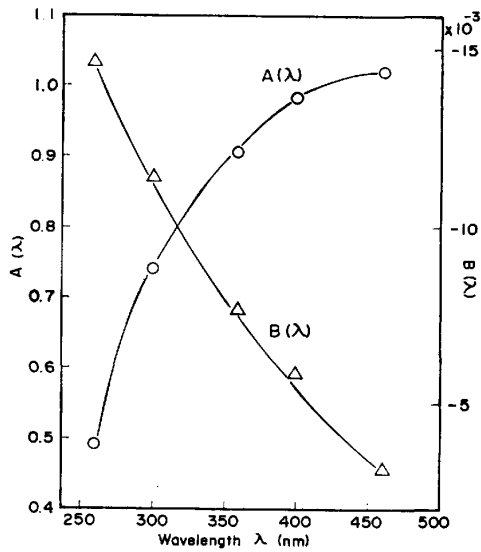


Fig. 5. Variation of coefficient $A(\lambda)$ and $B(\lambda)$ of Eq. (4) according to wavelength.

厚 d との関係は次式のように直線で近似できる.

$$R_N(\lambda) = R(\lambda) / R(600) = A(\lambda) + B(\lambda) \cdot d \dots (4)$$

また Fig. 4 の結果から, $A(\lambda)$ と $B(\lambda)$ は波長に応じて連続的に変化しており, その様子を Fig. 5 に示す.

以上の結果から, ある特定の 2 波長の比, たとえば $R(260) / R(600)$ をとればクロム水和酸化物の膜厚 d を推定することは可能である. しかし, 本来微妙な測定法である分光分析法をオンラインに適用した場合, 種々の外乱 (周囲温度, 外乱光, 測定対象物のばたつきなど) による大きな統計的誤差が懸念され, 2 点のみの測定では不安である. そこで, 各皮膜厚さの多数波長にわたる標準反射率パターン $R_N^s(\lambda, d)$ をあらかじめ求めておき, 未知試料の反射率測定パターン $R_N^m(\lambda)$ と比較し, 最小 2 乗法を用いてクロム水和酸化物の膜厚 d を求めることとした. すなわち,

$$J(d) = \sum_{i=1}^n [R_N^m(\lambda_i) - R_N^s(\lambda_i, d)]^2 = \sum_{i=1}^n [R_N^m(\lambda_i) - \{A(\lambda_i) + B(\lambda_i) \cdot d\}]^2 \dots (5)$$

を最小にするような膜厚 d は, $dJ(d)/dd=0$ から

$$d = \frac{\sum_{i=1}^n \{R_N^m(\lambda_i) \cdot B(\lambda_i)\} - \sum_{i=1}^n \{A(\lambda_i) \cdot B(\lambda_i)\}}{\sum_{i=1}^n \{B(\lambda_i)\}^2} \dots (6)$$

となり, Fig. 5 に示した $A(\lambda)$ と $B(\lambda)$ を用いてクロム水和酸化物の膜厚 d が求められる. 実際に (6) 式を用いて, $\lambda=260, 300, 360, 400, 460, 600$ nm の 6 波長で膜厚 d を計算した結果を蛍光 X 線装置の分析値と比較したものを Fig. 6 に示す.

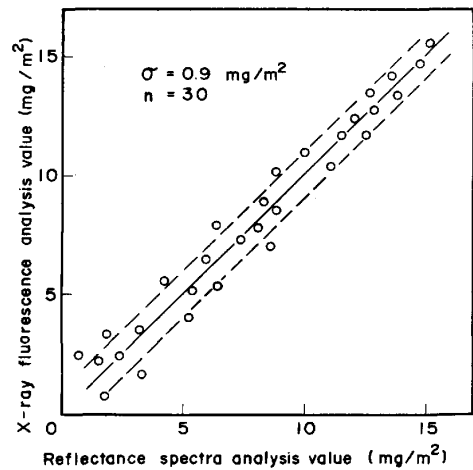


Fig. 6. CrO_x film thickness by reflectance spectra analysis.

3. 考 察

基礎実験の結果, クロム水和酸化物の膜厚は多数波長における反射率を測定することによって求められることがわかった.

いま, 下地の鉄 [Fe] と金属クロム [Cr^0] の 2 層表面を, 光学定数が等価な [$\text{Fe} + \text{Cr}^0$] の 1 層に置き換え, この下地の上にクロム水和酸化物 [CrO_x] が乗っている Fig. 7 のような TFS のモデルを考える. 波長 λ におけるそれぞれの層の光学定数 (複素屈折率) を, 屈折率を $n_j(\lambda)$, 消衰係数を $k_j(\lambda)$ として,

$$N_j(\lambda) = n_j(\lambda) + ik_j(\lambda), \quad j=1, 2, 3; \quad n_1(\lambda) = 1, \quad k_1(\lambda) = 0 \dots (7)$$

と表すと, $\phi_1=0$ すなわち垂直入射のとき, 境界 1, 2 と境界 2, 3 におけるフレネルの反射係数は, λ を省略してかくとそれぞれ次のように表される.

$$\left. \begin{aligned} r_{12} &= \frac{1 - N_2}{1 + N_2} = \rho_{12} \exp(i\phi_{12}) \\ r_{23} &= \frac{N_2 - N_3}{N_2 + N_3} = \rho_{23} \exp(i\phi_{23}) \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

ただし,

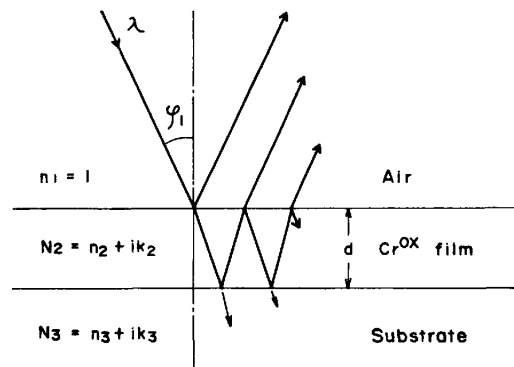


Fig. 7. Reflection model of TFS.

$$\left. \begin{aligned} \rho_{1m}^2 &= \frac{(n_1 - n_m)^2 + (k_1 - k_m)^2}{(n_1 + n_m)^2 + (k_1 + k_m)^2} \\ \tan \phi_{1m} &= \frac{2(n_m k_1 - n_1 k_m)}{(n_1^2 + k_1^2) + (n_m^2 + k_m^2)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

皮膜内のくり返し反射干渉を考慮した表面全体の反射係数 r は、

$$r = \frac{r_{12} + r_{23} \exp(2i\beta)}{1 + r_{12}r_{23} \exp(2i\beta)} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 β は光が皮膜内を片道進むことによつて生じる位相の遅れで、

$$\beta = 2\pi N_2 d / \lambda \dots\dots\dots (11)$$

表面全体の反射率 R は、

$$R = |r|^2 = \frac{\rho_{12}^2 + 2\rho_{12}\rho_{23} \exp(-2k_2\eta) \times \cos(\phi_{12} - \phi_{23} - 2n_2\eta) + \rho_{23}^2 \exp(-4k_2\eta)}{1 + 2\rho_{12}\rho_{23} \exp(-2k_2\eta) \times \cos(\phi_{12} + \phi_{23} + 2n_2\eta) + \rho_{12}^2\rho_{23}^2 \exp(-4k_2\eta)} \dots\dots\dots (12)$$

で表される^{9)13)~15)}。ただし、

$$2\pi d / \lambda = \eta \dots\dots\dots (13)$$

とおいた。(12)式において、 \exp の項と \cos の項をテーラ展開し、1次の項までとつて整理すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} R &= \frac{a_0}{b_0} + \frac{1}{b_0^2} (a_1 b_0 - a_0 b_1) \eta \\ &= \frac{a_0}{b_0} + \frac{1}{b_0^2} (a_1 b_0 - a_0 b_1) \cdot \frac{2\pi}{\lambda} d \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

(14)式の導出の過程は Appendix-I に記述した。ここで、

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \rho_{12}^2 + 2\rho_{12}\rho_{23} \cos(\phi_{12} - \phi_{23}) + \rho_{23}^2 \\ a_1 &= 4\rho_{12}\rho_{23} \{k_2 \cos(\phi_{12} - \phi_{23}) - n_2 \sin(\phi_{12} - \phi_{23})\} \\ &\quad + 4k_2\rho_{23}^2 \\ b_0 &= 1 + 2\rho_{12}\rho_{23} \cos(\phi_{12} + \phi_{23}) + \rho_{12}^2\rho_{23}^2 \\ b_1 &= 4\rho_{12}\rho_{23} \{k_2 \cos(\phi_{12} + \phi_{23}) + n_2 \sin(\phi_{12} + \phi_{23})\} \\ &\quad + 4k_2\rho_{12}^2\rho_{23}^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

であり、(9)式と(15)式から a_0, a_1, b_0, b_1 は光学定数 n_j, k_j のみで記述されているため、絶対反射率 R は特定の波長 λ において膜厚 d の1次式で近似できる。さらに、(14)式において、

$$\frac{a_0}{b_0} = A'(\lambda), \quad \frac{1}{b_0^2} (a_1 b_0 - a_0 b_1) \frac{2\pi}{\lambda} = B'(\lambda) \dots (16)$$

とおくと、600 nm における絶対反射率で正規化された $R_N(\lambda)$ は、

$$\begin{aligned} R_N(\lambda) &= \frac{A'(\lambda) + B'(\lambda) \cdot d}{A'(600) + B'(600) \cdot d} \\ &= \frac{A'(\lambda)}{A'(600)} - \frac{A'(\lambda)}{A'(600)} \left\{ \frac{B'(600)}{A'(600)} + \frac{B'(\lambda)}{A'(\lambda)} \right\} \cdot d \\ &= A''(\lambda) + B''(\lambda) \cdot d \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

となり、基礎実験で得られた(4)式の $A(\lambda)$ と $B(\lambda)$ は(17)式の $A''(\lambda)$ と $B''(\lambda)$ にそれぞれ相当するものである。また、(16)式の $A'(\lambda)$ は(15)式から

$$A'(\lambda) = a_0/b_0 = |r_{13}|^2 \dots\dots\dots (18)$$

となり、下地表面の絶対反射率である。(18)式の導出は、Appendix-II に記述した。したがつて、(4)式における $A(\lambda)$ は下地表面の正規化した反射率となる。

ここで、前述のように下地の光学定数 $N_3 = n_3 + ik_3$ は [Fe] と [Cr⁰] の2層構造をそれと光学的に等価な [Fe + Cr⁰] の1層に置き換えたものであるため、実際には金属クロムの膜厚によつて変化する。そこで、クロム水和酸化物の付着量が同じで、金属クロムの付着量が 48 mg/m², 148 mg/m², 198 mg/m² と極端に異なる3種類のサンプルを測定して、表面全体の反射率パターンを調査した。Fig. 8 にその結果を示す。金属クロムの付着量に 150 mg/m² もの差があるにもかかわらず、正規化した反射率パターンには大きな違いは認められない。さらに現実には、TFSの金属クロムの付着量は耐食性と加工性を確保するため 100 ± 10 mg/m² の範囲内にコントロールされており、実際の測定において金属クロムの付着量の変化はクロム水和酸化物の膜厚測定にほとんど影響をあたえない。

4. オンライン測定装置の開発

基礎実験の結果と理論的検証を踏まえて、オンライン測定装置の開発へと進んだ。分光光度計そのものは前述のように市販されている一般的な装置であるが、これを鉄鋼製造プロセスに適用し、オンラインで使用することが可能な装置とするためには下記のような問題点があり、これらをいかに解決するかが本開発のポイントであった。

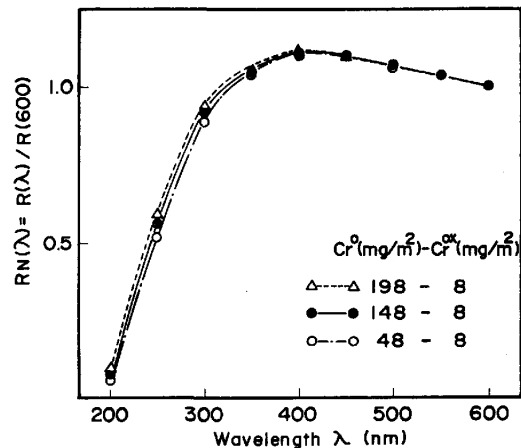


Fig. 8. Influence of Cr⁰ coating weight on normalized spectra reflectance $R_N(\lambda)$ of TFS.

(1) 測定の主体となる紫外光用の重水素ランプは寿命が短く、24 h 連続測定には適さない。

(2) 分光系が精密で、ラインの振動に耐えられない。

(3) 分光器にグレーティングを使用しているが、角度を切り換える間に鋼板は進むので波長ごとの測定点が対応しなくなり、オンライン測定の際には正確な反射率パターンが得られない。

(4) 分光器は温度特性が悪く、ドリフトが予想される。

(5) 検出光が微弱で高ゲインとしているために、外乱光の影響を強く受ける。そのため検出系を暗室状態にする必要があり、試料を検出器に密着させる構造になっている。

(6) パスライン変動や表面粗度の影響を強く受ける。

これらの問題点の解決策として、以下の対策を構じた。

(A) 光源に紫外域に多数の高強度スペクトルを有し、かつ 5000 h 以上の長寿命の水銀ランプを採用した。Fig. 9 に水銀灯のスペクトル分布図を示す。水銀灯のスペクトルを利用することでグレーティングを不要にでき、かつ外乱光の影響が無視できるほどスペクトル強度が高いためにパスラインとの距離を 10 mm 確保できた。

(B) 分光系を複数のモノクロフィルタを光路に交差的に挿入する回転フィルタ方式とし、多数波長測定を実現するとともに、回転数を上げることで波長ごとの測定個所を同一とした。また、検出器を 1 個にできるために波長ごとの測定値のばらつきがなく、校正も容易である。

(C) 集光器に積分球を採用し、正反射光のみならず乱反射光をも取り込むことによつて、パスライン変動や下地鋼板の表面粗度の影響を受けにくくした。

こうして実現したオンライン・クロム水和酸化膜厚

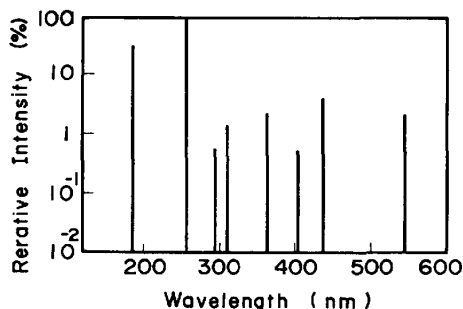


Fig. 9. Spectrogram of a Hg-lamp.

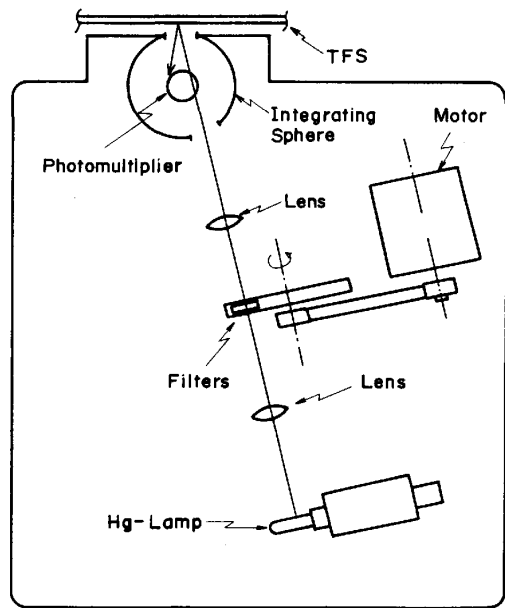


Fig. 10. Schematic diagram of on-line CrO_x film thickness meter.

Table 1. Specification of on-line CrO_x film thickness meter.

1) Light source	; Hg-Lamp
2) Spectroscope	; Rotary monochromatic filters, 1800 rpm at 60 Hz
3) Collector for reflex	; Integrating sphere (70 mm ϕ , BaSO ₄ treatment, open ratio=7.8%)
4) Detector	; Photomultiplier
5) Range of measurement	; 5~25 mg/m ²
6) Measuring spot size	; 10 mm ϕ
7) Distance between detector and strip	; 10 mm
8) Scanning system	; Motor drive for transverse direction

Table 2. Effect of distance and angular variations in measurement error.

	Variation	Error
Distance	± 1 mm	± 0.25 mg/m ²
	± 3 mm	± 0.75 mg/m ²
Angular	$\pm 1^\circ$	± 0.25 mg/m ²
	$\pm 2^\circ$	± 0.25 mg/m ²

計の構成を Fig. 10 に、仕様を Table 1 に示す。また、オンライン測定の際に特に問題となる距離変動特性と角度変動特性を Table 2 に示す。いずれも実用上問題とならない良好な特性を有していることがわかる。

次に本装置を福山製鉄所 No. 1 TFS ラインの出側に設置した写真を Photo. 1 に示し、実際にオンライン測定を行った結果の一例を Fig. 11 に示す。図中 ●—● で示した値はラインの出側でサンプルを採取し、オフラインの蛍光 X 線装置で分析したものであり、オンライン測定値はこれとよく対応していることがわかる。Fig. 12 には、さらに多数のサンプルを測定し、両者の測定値の関係を示した。これよりオンラインでの測定精度は



Photo. 1. On-line Cr^{Ox} film thickness meter installed in TFS line.

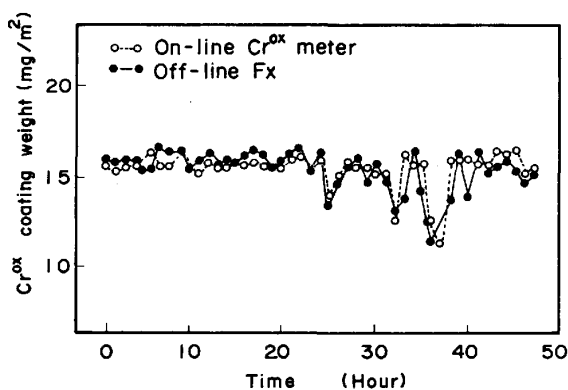


Fig. 11. Example of on-line measurement result compared with off-line X-ray fluorescence analysis value.

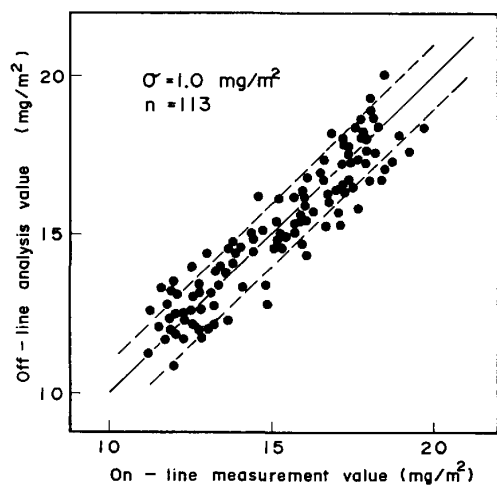


Fig. 12. Relation between on-line measurement value by Cr^{Ox} film thickness meter and off-line X-ray fluorescence analysis value.

蛍光X線装置の分析値との比較において、 $\sigma = 1.0 \text{ mg/m}^2$ であった。

5. 結 言

光吸収膜の紫外領域における分光反射率特性を応用したオンライン膜厚計を開発した。本装置は連続的かつ非接触、非破壊で TFS のクロム水和酸化物の膜厚を測定するもので、多数波長における反射率を測定すること

で良好な膜厚の再現性を実現している。なお、本装置は昭和 58 年 3 月に福山製鉄所 No. 1 TFS ラインに設置され、以降順調に稼働し、TFS の安定製造に大きく貢献している。

おわりに、本装置の開発にあたって資料を御提供いただいた日本アイ・ビー・エム株式会社に深く感謝の意を表します。

Appendix-I

本文中の(12)式において、

$$\exp(-2k_2\eta) \equiv 1 - 2k_2\eta + 2k_2^2\eta^2 \dots\dots\dots (A \cdot 1 \cdot 1)$$

$$\cos(\phi_{12} - \phi_{23} - 2n_2\eta) \equiv \{1 - (2n_2\eta)^2\} \cos(\phi_{12} - \phi_{23}) + (2n_2\eta) \sin(\phi_{12} - \phi_{23}) \dots\dots\dots (A \cdot 1 \cdot 2)$$

$$\exp(-4k_2\eta) \equiv 1 - 4k_2\eta + 8k_2^2\eta^2 \dots\dots\dots (A \cdot 1 \cdot 3)$$

$$\cos(\phi_{12} + \phi_{23} + 2n_2\eta) \equiv \{1 - (2n_2\eta)^2\} \cos(\phi_{12} + \phi_{23}) - (2n_2\eta) \sin(\phi_{12} + \phi_{23}) \dots\dots\dots (A \cdot 1 \cdot 4)$$

と近似すると、(A・1・1) 式と (A・1・2) 式から次式が得られる。

$$\begin{aligned} &\exp(-2k_2\eta) \cdot \cos(\phi_{12} - \phi_{23} - 2n_2\eta) \\ &\equiv \cos(\phi_{12} - \phi_{23}) - 2\{k_2 \cos(\phi_{12} - \phi_{23}) \\ &\quad - n_2 \sin(\phi_{12} - \phi_{23})\} \eta + 2\{k_2^2 \cos(\phi_{12} - \phi_{23}) \\ &\quad - 2n_2k_2 \sin(\phi_{12} - \phi_{23}) - 2n_2^2 \cos(\phi_{12} - \phi_{23})\} \eta^2 \\ &\dots\dots\dots (A \cdot 1 \cdot 5) \end{aligned}$$

(A・1・3) 式と (A・1・5) 式から、(12)式の分子 P は次式となる。

$$\begin{aligned} P &= \{\rho_{12}^2 + 2\rho_{12}\rho_{23} \cos(\phi_{12} - \phi_{23}) + \rho_{23}^2\} \\ &\quad - [4\rho_{12}\rho_{23}\{k_2 \cos(\phi_{12} - \phi_{23}) - n_2 \sin(\phi_{12} - \phi_{23})\} \\ &\quad + 4k_2\rho_{23}^2] \eta + [4\rho_{12}\rho_{23}\{k_2^2 \cos(\phi_{12} - \phi_{23}) \\ &\quad - 2n_2k_2 \sin(\phi_{12} - \phi_{23}) - 2n_2^2 \cos(\phi_{12} - \phi_{23})\} \\ &\quad + 8k_2^2\rho_{23}^2] \eta^2 \equiv a_0 + a_1\eta + a_2\eta^2 \dots\dots\dots (A \cdot 1 \cdot 6) \end{aligned}$$

同様に、(12)式の分母 Q は次式となる。

$$\begin{aligned} Q &= \{1 + 2\rho_{12}\rho_{23} \cos(\phi_{12} + \phi_{23}) + \rho_{12}^2\rho_{23}^2\} \\ &\quad - [4\rho_{12}\rho_{23}\{k_2 \cos(\phi_{12} + \phi_{23}) + n_2 \sin(\phi_{12} + \phi_{23})\} \\ &\quad + 4k_2\rho_{12}^2\rho_{23}^2] \eta + [4\rho_{12}\rho_{23}\{k_2^2 \cos(\phi_{12} + \phi_{23}) \\ &\quad + 2n_2k_2 \sin(\phi_{12} + \phi_{23}) - 2n_2^2 \cos(\phi_{12} + \phi_{23})\} \\ &\quad + 8k_2^2\rho_{12}^2\rho_{23}^2] \eta^2 \equiv b_0 + b_1\eta + b_2\eta^2 \dots\dots\dots (A \cdot 1 \cdot 7) \end{aligned}$$

(A・1・6) 式と (A・1・7) 式から、反射率 R は次式となる。

$$\begin{aligned} R &= \frac{P}{Q} = \frac{a_0 + a_1\eta + a_2\eta^2}{b_0 \left\{ 1 + \frac{1}{b_0^2} (b_1\eta + b_2\eta^2) \right\}} \\ &\equiv \frac{a_0}{b_0} + \frac{1}{b_0^2} (a_1b_0 - a_0b_1) \eta \\ &\quad + \frac{1}{b_0^3} (a_2b_0^2 - a_1b_0b_1 + a_0b_1^2 - a_0b_0b_2) \eta^2 \dots\dots\dots (A \cdot 1 \cdot 8) \end{aligned}$$

(A・1・8) 式の 1 次の項までとれば本文中の (14) 式となる。

Appendix-II

本文中の(15)式から、次式が得られる.

$$\begin{aligned} \frac{a_0}{b_0} &= \frac{\rho_{12}^2 + 2\rho_{12}\rho_{23} \cos(\phi_{12} - \phi_{23}) + \rho_{23}^2}{1 + 2\rho_{12}\rho_{23} \cos(\phi_{12} + \phi_{23}) + \rho_{12}^2\rho_{23}^2} \\ &= \frac{\rho_{12} \exp(i\phi_{12}) + \rho_{23} \exp(i\phi_{23})}{1 + \rho_{12} \exp(i\phi_{12}) \cdot \rho_{23} \exp(i\phi_{23})} \\ &\times \frac{\rho_{12} \exp(-i\phi_{12}) + \rho_{23} \exp(-i\phi_{23})}{1 + \rho_{12} \exp(-i\phi_{12}) \cdot \rho_{23} \exp(-i\phi_{23})} \\ &= \left(\frac{r_{12} + r_{23}}{1 + r_{12}r_{23}} \right) \left(\frac{r_{12}^* + r_{23}^*}{1 + r_{12}^*r_{23}^*} \right) \dots\dots\dots (A \cdot 2 \cdot 1) \end{aligned}$$

ここで、 r^* は r の共役複素数である。さらに、(8)式から

$$\frac{r_{12} + r_{23}}{1 + r_{12}r_{23}} = \frac{1 - N_3}{1 + N_3} = r_{13} \dots\dots\dots (A \cdot 2 \cdot 2)$$

であるから、(A・2・1) 式より結局次式が得られる.

$$\frac{a_0}{b_0} = r_{13} \cdot r_{13}^* = |r_{13}|^2 \dots\dots\dots (18)$$

文 献

- 1) 小林誠七: 鉄と鋼, 66 (1980), p. 992
- 2) 松林 宏: 金属表面技術, 33 (1982), p. 465
- 3) 内田 弘, 門 智, 山田光三, 加藤忠一: 日本金属学会誌, 33 (1969), p. 1286

- 4) 内田 弘, 門 智, 山田光三, 小笠原正: 日本金属学会誌, 33 (1969), p. 1295
- 5) A. IZUMIDATE, H. YAMAMOTO, S. SHIKI, MOTOMURA and Y. NOMURA: Preprints of IFAC International Symposium Tokyo (1977), p. 228
- 6) 特開昭 53-116860 号
- 7) 物性における光学的問題・塑性, 物性物理学講座 9, (武藤俊之助編) (昭和 42 年), p. 45 [共立出版]
- 8) 南 茂夫: 光学技術ハンドブック (久保田広, 浮田祐吉, 會田軍太夫編), p. 1014 [朝倉書店]
- 9) P. S. HAUGE: J. Opt. Soc. Am., 69 (1979), p. 1143
- 10) 虎尾 彰, 浅野有一郎, 矢部 直, 栗田邦夫: 第 20 回 SICE 学術講演会予稿集, 2706 (昭和 56 年), p. 425
- 11) 大志田信義, 松海紘一: NEC 技報, 34 (1981), p. 52
- 12) 東洋鋼板(株): ブリキとティンフリー・スチール (1974), p. 312 [アグネ]
- 13) マックス・ボルン, エミル・ウォルフ著, 草川徹, 横田英嗣訳: 光学の原理 I (1980) [東海大学出版会]
- 14) マックス・ボルン, エミル・ウォルフ著, 草川徹, 横田英嗣訳: 光学の原理 III (1980) [東海大学出版会]
- 15) 工藤清勝, 岡本 剛: 材料, 17 (1968) p. 656