

© 1984 ISIJ

有限要素-最小自乗法による熱伝導逆問題  
の解析

論 文

福田 敬爾\*・有吉 敏彦\*2

Analysis of Inverse Heat Conduction Problem by Finite  
Element-least Squares Method

Keiji FUKUDA and Toshihiko ARIYOSHI

## Synopsis :

To determine the boundary condition of cooling process with temperature-dependent thermal properties, the method of least squares was applied under the linear constraints derived from finite element method.

The method was applicable for the time-dependent heat transfer boundary.

Some examples were shown in the case of laminar and spray cooling of hot steel plate; the surface temperature and the heat transfer coefficient were estimated.

## 1. 結 言

高温鋼材を冷却する冷却設備では、一般に冷却方式としてラミナー水流、ジェット水流、スプレー水流などが用いられる。これらの冷却では、冷却中の鋼板の表面温度、すなわち境界条件は激しく変化する。表面温度の変化量が大きい場合には、この変化量が被熱処理鋼材の材質に悪影響をおよぼすことがある。そのため冷却設備の開発に際して、いかなる冷却方式を採用するかは、きわめて重要な課題であり、かつその冷却方式によつて得られる鋼材表面の温度変化状況をあらかじめ予測しておくことも重要である。

近年、計算機の発達に伴い冷却問題の解析技術は急速に発展してきたが、伝熱境界条件を解析・定量化する場合、冷却中の試料表面温度を測定することが困難なため、内部の測温結果から表面温度と熱流束を推定せざるを得ない。冷却過程での試料表面温度と熱流束の推定方法は種々提案されているが<sup>1)~14)</sup>、これらの方法は、いずれも単調な伝熱過程に適用できるものであり、間欠的に強冷と弱冷が繰り返される冷却過程の表面温度と熱流束を時間の関数として算出することはできない。

本計算法は、熱伝導方程式に則した解法、すなわち有限要素法で導いた線型方程式と最小自乗法を組み合わせる境界同定法である。本法を用いると境界条件が時間の経過につれて激しく変化する場合にも、実用上十分な精度で境界条件を推定することができる。

本報では、伝熱境界条件の計算法および本法を高温鋼板の水冷の境界条件推定に適用した結果について報告する。

## 2. 計 算 方 法

領域  $[a, b]$  における 1 次元非定常熱伝導は変態熱も比熱に換算すれば

$$\rho c \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \kappa \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

境界条件

$$x=a \quad -\kappa \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_a + q_a = 0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$x=b \quad \kappa \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_b + q_b = 0 \quad \dots \dots \dots (3)$$

初期条件

$$\theta_{(0)} = \theta_0 \quad \dots \dots \dots (4)$$

で与えられる。

これに対し、次の方法で仮想仕事の原理に相当する変分式を求める。まず  $\theta$  が解であれば(1)式に対し任意の関数  $\delta\theta$  を掛けて時間  $(s, p)$  と空間  $(a, b)$  で積分しても (Fig. 1),

$$\delta\chi = \int_s^p \left[ \int_a^b \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} \delta\theta dx - \int_a^b \frac{\partial}{\partial x} \left( \kappa \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \delta\theta dx \right] dt = 0 \quad \dots \dots \dots (5)$$

と 0 になる。

ここで(5)式の第 2 項を部分積分すると、

昭和 58 年 9 月 16 日受付 (Received Sep. 16, 1983)

\* 新日本製鉄(株)第三技術研究所 (R & D Laboratories - III, Nippon Steel Corp., 1-1-1 Edamitsu Yahatahigashi-ku Kitakyushu 805)

\*2 新日本製鉄(株)第一技術研究所 (R & D Laboratories - I, Nippon Steel Corp.)

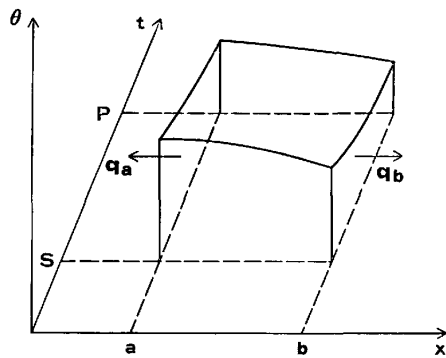


Fig. 1. Temperature distribution in space and time.

$$\int_a^b \frac{\partial}{\partial x} \left( \kappa \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \delta \theta dx = \left[ \kappa \frac{\partial \theta}{\partial x} \delta \theta \right]_a^b - \int_a^b \kappa \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial \delta \theta}{\partial x} dx \dots (6)$$

(6)式において両端の  $\left( \kappa \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_a \delta \theta_a, \left( \kappa \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_b \delta \theta_b$  に (2), (3)を代入すると,

$$\delta \chi = \int_s^p \left[ \int_a^b \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} \delta \theta dx + \int_a^b \kappa \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial \delta \theta}{\partial x} dx + q_a \delta \theta_a + q_b \delta \theta_b \right] dt = 0 \dots (7)$$

を得る。(7)式に有限要素法を適用するために温度  $\theta$  を,

$$\theta = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 t + \alpha_3 xt = (1 \quad x \quad t \quad xt) \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \dots (8)$$

とおくと各節点の温度は,

$$\{\theta_e\} = \begin{pmatrix} \theta_{as} \\ \theta_{bs} \\ \theta_{ap} \\ \theta_{bp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a & s & as \\ 1 & b & s & bs \\ 1 & a & p & ap \\ 1 & b & p & bp \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \dots (9)$$

で表すことができる。これを逆に解くと,

$$\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & s & as \\ 1 & b & s & bs \\ 1 & a & p & ap \\ 1 & b & p & bp \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \theta_{as} \\ \theta_{bs} \\ \theta_{ap} \\ \theta_{bp} \end{pmatrix} = \frac{1}{A} \begin{bmatrix} bp & -ap & -bs & as \\ -p & p & s & -s \\ -b & a & b & -a \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta_{as} \\ \theta_{bs} \\ \theta_{ap} \\ \theta_{bp} \end{pmatrix} \dots (10)$$

$A = (b-a)(p-s)$

したがって、内部の温度分布  $\theta$  は,

$$\theta = (1 \quad x \quad t \quad xt) \frac{1}{A} \begin{bmatrix} bp & -ap & -bs & as \\ -p & p & s & -s \\ -b & a & b & -a \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \{\theta_e\} = (\zeta_1 \quad \zeta_2 \quad \zeta_3 \quad \zeta_4) \{\theta_e\} \dots (11)$$

となり、各節点温度と重み関数  $\zeta_i$  の積和で表される。

ここで,

$$\left. \begin{aligned} \zeta_1 = \zeta_{as} &= \frac{bp - px - bt + xt}{A} \\ \zeta_2 = \zeta_{bs} &= \frac{-ap + px + at - xt}{A} \\ \zeta_3 = \zeta_{ap} &= \frac{-bs + sx + bt - xt}{A} \\ \zeta_4 = \zeta_{bp} &= \frac{as - sx - at + xt}{A} \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

また、時間および空間での微分は、重み関数の微分との積和

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} (\zeta_i) \{\theta_e\} \\ &= \left( -\frac{b-x}{A} \quad -\frac{x-a}{A} \quad \frac{b-x}{A} \quad \frac{x-a}{A} \right) \{\theta_e\} \\ &= \frac{(b-x)(\theta_{ap} - \theta_{as}) + (x-a)(\theta_{bp} - \theta_{ps})}{(b-a)(p-s)} \\ &= \frac{b-x}{b-a} \frac{\theta_{ap} - \theta_{as}}{p-s} + \frac{x-a}{b-a} \frac{\theta_{bp} - \theta_{ps}}{p-s} \dots (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} (\zeta_i) \{\theta_e\} \\ &= \left( -\frac{p-t}{A} \quad \frac{p-t}{A} \quad -\frac{t-s}{A} \quad \frac{t-s}{A} \right) \{\theta_e\} \\ &= \frac{(p-t)(\theta_{bs} - \theta_{as}) + (t-s)(\theta_{bp} - \theta_{ap})}{(b-a)(p-s)} \\ &= \frac{p-t}{p-s} \frac{\theta_{bs} - \theta_{as}}{b-a} + \frac{t-s}{p-s} \frac{\theta_{bp} - \theta_{ap}}{b-a} \dots (14) \end{aligned}$$

で与えられる。

以上のモデル関数を(7)式に適用して積分すると、まず(7)式第1項、すなわち熱容量の項は,

$$\begin{aligned} \int_s^p \int_a^b \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} \delta \theta dx dt &= \rho c (\delta \theta) \int_s^p \int_a^b \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \\ \zeta_4 \end{pmatrix} \\ &\quad \left( \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} \quad \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} \quad \frac{\partial \zeta_3}{\partial t} \quad \frac{\partial \zeta_4}{\partial t} \right) dt dx \{\theta\} \\ &= (\delta \theta) [P] \{\theta\} \dots (15) \end{aligned}$$

ここで  $[P]$  は,

$$[P] = \frac{\rho c (b-a)}{12} \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{ss} & P_{sp} \\ P_{ps} & P_{pp} \end{bmatrix} \dots (16)$$

つぎに(7)式第2項、すなわち熱伝導の項は,

$$\int_s^p \int_a^b \kappa \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial \delta \theta}{\partial x} dx dt = \kappa (\delta \theta) \int_s^p \int_a^b \begin{pmatrix} \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} \\ \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} \\ \frac{\partial \zeta_3}{\partial x} \\ \frac{\partial \zeta_4}{\partial x} \end{pmatrix} \dots$$

$$\cdot \left( \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} \frac{\partial \zeta_3}{\partial x} \frac{\partial \zeta_4}{\partial x} \right) dx dt \{ \theta \} = (\delta \theta) [H] \{ \theta \} \dots (17)$$

ここで [H] は,

$$[H] = \frac{\kappa(p-s)}{6(b-a)} \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{ss} & H_{sp} \\ H_{ps} & H_{pp} \end{bmatrix} \dots (18)$$

同様に(7)式第3, 4項, すなわち境界熱流束の項は,

$$\int_s^p q_a \delta \theta_a dt = (\delta \theta_{as} \delta \theta_{ap}) q_a \frac{p-s}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \dots (19)$$

$$\int_s^p q_b \delta \theta_b dt = (\delta \theta_{bs} \delta \theta_{bp}) q_b \frac{p-s}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \dots (20)$$

となる. 以上(15), (17), (19), (20)式を加え合わせる

$$\begin{aligned} & (\delta \theta_{as} \delta \theta_{bs} \delta \theta_{ap} \delta \theta_{bp}) \left[ \begin{array}{c} \rho c(b-a) \\ 12 \end{array} \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \right. \\ & \left. + \frac{\kappa(p-s)}{6(b-a)} \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \right] \\ & \begin{Bmatrix} \theta_{as} \\ \theta_{bs} \\ \theta_{ap} \\ \theta_{bp} \end{Bmatrix} + \frac{p-s}{2} \begin{Bmatrix} q_{as} \\ q_{bs} \\ q_{ap} \\ q_{bp} \end{Bmatrix} = 0 \dots (21) \end{aligned}$$

となり,  $\delta \theta$  の任意性より(7)式と等価な連立方程式が得られる.

実際には単一の区間では精度が低いので, 時間および空間を Fig. 2 のように時間  $j$  ( $1 \sim m$ ) と空間  $i$  ( $1 \sim n$ ) に区分し, 各節点の温度  $\theta_{ij}$  と, 両端の境界熱流束  $q_{aj}$ ,  $q_{bj}$  に対し, 各枠ごとに(21)式を計算し総和をとる. ただし, 熱流束の項は, 両端の枠のみ考えればよい (Fig. 3). 今,  $q_{aj}$ ,  $q_{bj}$  を含めた

$$(x_j) = (\theta_{1j} \theta_{2j} \dots \theta_{ij} \dots \theta_{nj} q_{aj} q_{bj}) \dots (22)$$

を変数として, 係数の行列を求めると,

$$\begin{pmatrix} A_{11} & B_{12} & & & 0 \\ C_{21} & A_{22} & B_{23} & & \\ & C_{32} & & & \\ & & & B_{m-1m} & \\ 0 & & & C_{mm-1} & A_{mm} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{Bmatrix} = [A] \{ x \} = 0 \dots (23)$$

ここで

$$\begin{aligned} A^j &= [P_{ss}^j] + [P_{pp}^{j-1}] + [H_{ss}^j] + [H_{pp}^{j-1}] + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ B^j &= [P_{sp}^j] + [H_{sp}^j] \\ C^j &= [P_{ps}^j] + [H_{ps}^j] \end{aligned} \dots (24)$$

なる関係式を得る. しかし  $A, B, C$  は  $n$  行  $n+2$  列

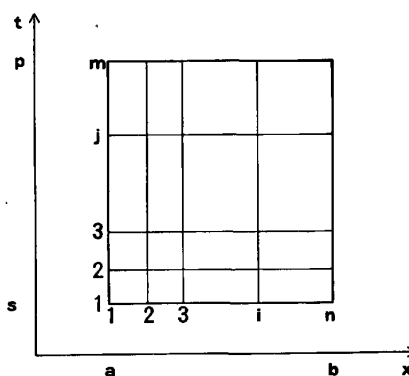


Fig. 2. Mesh division of space and time.

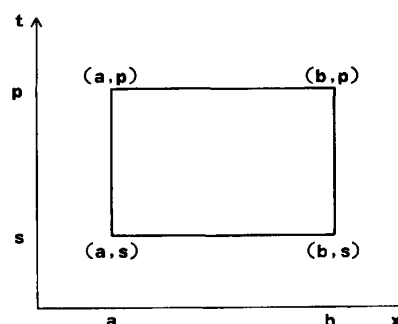


Fig. 3. Element enclosed by space  $[a, b]$  and time  $[s, p]$ .

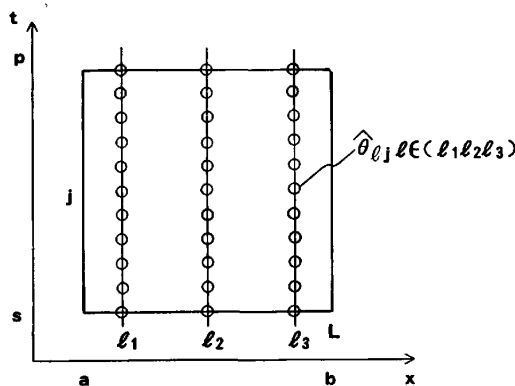


Fig. 4. Measured temperature in space and time.

の行列であるから(23)式は  $(n+2) \times m$  個の変数に対して,  $n \times m$  個の式しかなく, このまま解くことはできない. 一方, 冷却実験では Fig. 4 に示す  $L$  ( $l_1, l_2, l_3$ ) 個の測温点の実測温度  $\hat{\theta}_{l_j} l \in L$  が各時刻ごとに得られる. したがって温度と熱流束  $x = (\theta, q)$  が(23)式を満足し, かつ誤差

$$V = \sum_{j=1}^m \sum_{l \in L} (\theta_{lj} - \hat{\theta}_{lj})^2 \dots (25)$$

が最小になる解が得られれば, 逆算問題は解けたことになる. これには  $n \times m$  個のラグランジュ乗数 ( $Y$ ) を用いて,

$$V' = \sum_{j=1}^m \sum_{l \in L} (\theta_{lj} - \hat{\theta}_{lj})^2 + (Y)[A]\{x\} \dots \dots \dots (26)$$

を最小にする問題に帰着するので(26)式を  $(x, y)$  で微分すると,

$$\begin{bmatrix} [A] & [0] \\ [\lambda_l \delta_{ll}] & [A]^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \lambda_l \hat{x}_{lj} \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (27)$$

$$\lambda_l = 0 \quad l \notin L$$

$$l \in L$$

の線型方程式が得られる。

プログラム上では(27)式のままではメモリー・計算時間の上で無駄があるので、 $(x_l, y_l)$  の組で(23)式のような小行列にならべ直して、これをファイルとして取り扱うと便利である。本法では下から対角の上側の小行列を消去した後、前進代入に入る前に最初の時刻の温度を初期温度に置き換えて次の時刻から前進代入を行う。また物性値が温度で変化する場合、各時刻での測温値の平均を初期値として繰り返し計算を行う。

なお本法は、無限の時間から現象の一部を抜き取って誤差を最小に解を求めるから、解を得ようと期待する時刻の前後も測定しておくことが望ましい。

### 3. 計算結果および考察

#### 3-1 精度の検討

本計算法の目的は、境界条件が激しく変化しながら冷却される場合、内部の測温結果から境界条件を推定することであり、推定結果が実用上十分な精度でなければならない。本計算法により逆算した表面温度  $(\theta_s)$  と熱伝達係数  $(h_{cal})$  の精度について検討する。

まず板厚 28 mm の高温鋼板 (800°C) の両面から Fig. 5 の実線で与えられる強冷弱冷の間欠冷却に相当する熱伝達係数  $(h)$  を用いて伝熱計算を行い、Fig. 6 に示す板厚方向各位置 (節点) の冷却曲線 (温度と時

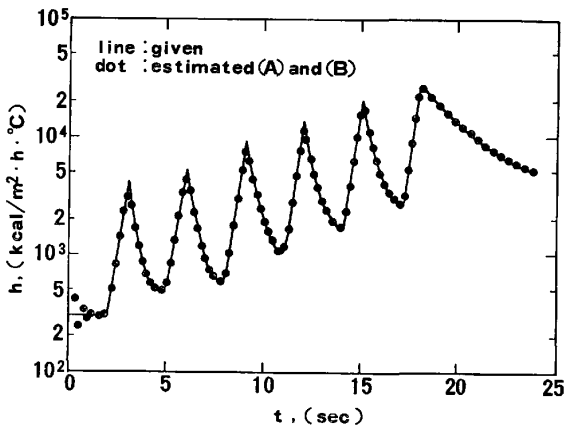


Fig. 5. Comparison between given and estimated heat transfer coefficient.

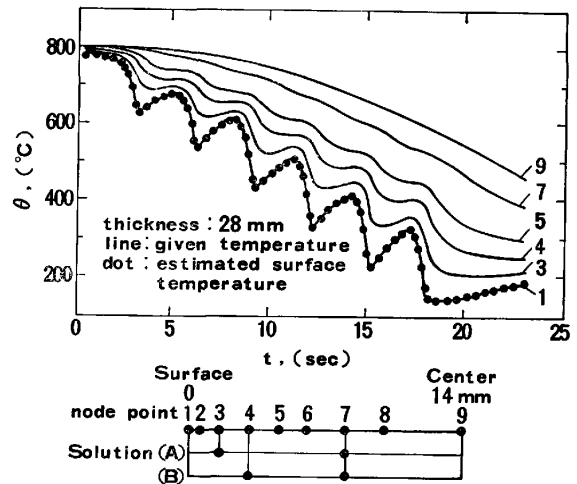


Fig. 6. Comparison between given and estimated surface temperature.

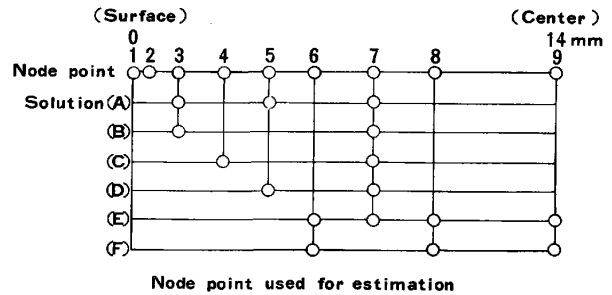


Fig. 7. Conditions for estimation.

間) を得る。伝熱計算により求めた各節点の冷却曲線のうち、たとえば、解 (A) では、2 個の節点③と⑦、鋼板表面下 1.5 mm と 8 mm の位置、解 (B) では、節点④と⑦、3 mm と 8 mm の位置の実測値が得られたとして、本計算法を用いて時間刻み 0.2 s で  $\theta_s$  と熱流束  $(q)$  を求め、 $q = h(\theta_s - \theta_w)$  により  $h_{cal}$  を逆算した。計算で得られた  $\theta_s$  と  $h_{cal}$  をそれぞれ Fig. 5 と 6 に点で示す。これらの図によると、解 (A)、(B) とともに、実線で示す  $h$  と  $\theta_s$  (節点①) の線上にほぼ重なり、いずれもよく一致している。

つぎに、このように境界条件が激しく変化する場合、熱の拡散に要する時間のおくれがあるから、測温位置、主に鋼板表面下からの距離と測温点数が  $h_{cal}$  の計算精度に影響を与える。そこで Fig. 7 に示す測温位置、表面からの距離と測温点数の組み合わせ、解 (A)、(B)、(C)、(D)、(E)、(F) について、 $h_{cal}$  の逆算を行い、おのおの時刻ごと (0.2 s ごと) に求められた  $h_{cal}^n$  の誤差  $(E^n)$  を

$$E^n = 100 \cdot |(h^n - h_{cal}^n) / h^n| \dots \dots \dots (28)$$

で求め、その平均誤差  $(\bar{E})$  を

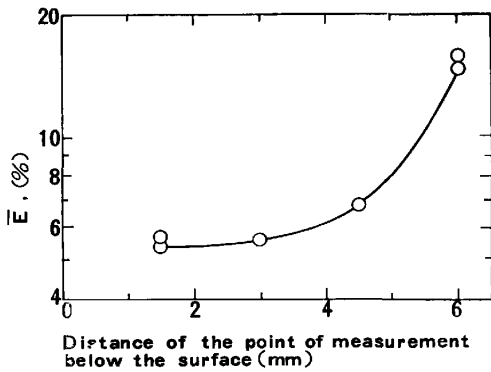


Fig. 8. Influence of the position of measurement on the accuracy of the estimation.

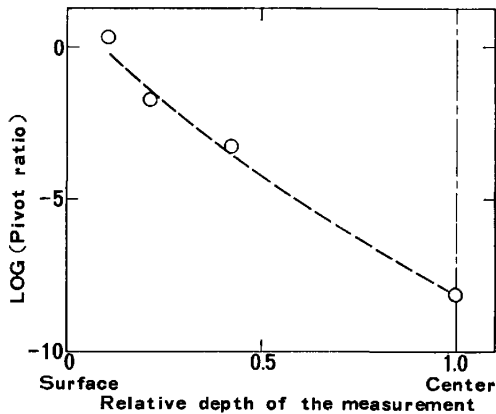


Fig. 9. Stability of the estimation.

$$\bar{E} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N E^n \dots\dots\dots (29)$$

で求めた結果を Fig. 8 に示す。Ēは板の厚み方向の測温点数が多くなると若干小さくなるが、主なばらつきは表面下からの距離で支配される。したがって、可能なかぎり表面近傍の位置を測温することが望ましいけれども、実際には測温技術上限界がある。本計算法によるとĒは、測温位置が表面下3mmで約5.5%、4.5mmで約7%、6mmで約15%であり、実用上十分な精度を確保するには、表面下5mm位置での測定が必要と考えられる。

また、数値計算上の安定性を評価する指標としてピボット (Pivot) の最大最小値の比でみることもできる (Fig. 9)。ピボット比が小さくなると計算は不安定で、精度が悪くなる。その比が大きいと安定し、精度はよくなることを示すが、これはĒの結果と一致している。

以上のように本計算法を用いると、強冷弱冷が繰り返される鋼板の冷却過程のθ<sub>s</sub>とhの変動状況を詳細に求めることができる。もちろん、本計算法を連続冷却過程に適用すれば、強冷却 (水量密度、2 m<sup>3</sup>/min・m<sup>2</sup>相当) の場合でも、時間分割 Δt=2s (フーリエ数が0.13相当) で、約2.3%のĒでhを得ることができ

る。

3.2 実測からの推定結果

境界条件が激しく変化する冷却過程について伝熱計算により得られた時間と温度の関係 (冷却曲線) を用いて境界条件を逆算した結果、非常によく一致が得られることがわかったので、実験により得られた実測値を用いてθ<sub>s</sub>とhの推定を行った。

Fig. 10と11は、上面スリットラミナー冷却、Fig. 12と13は、下面フラットスプレー冷却におけるθ<sub>s</sub>とhの推定結果である。

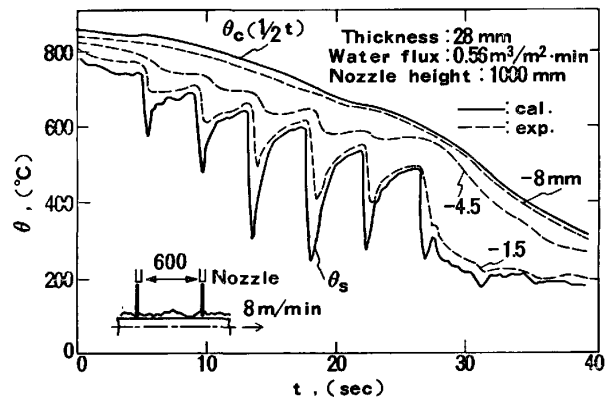


Fig. 10. Temperature estimation for upper slit-laminar-flow cooling.

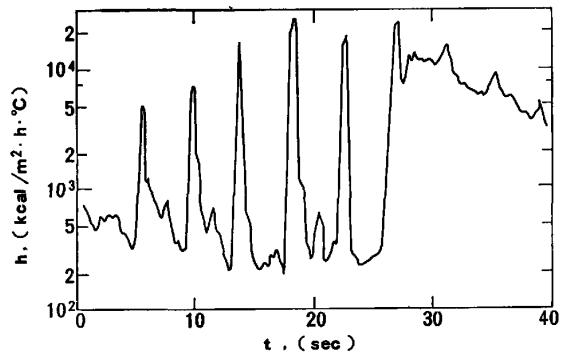


Fig. 11. Estimation of heat transfer coefficient for upper slit-laminar-flow cooling.

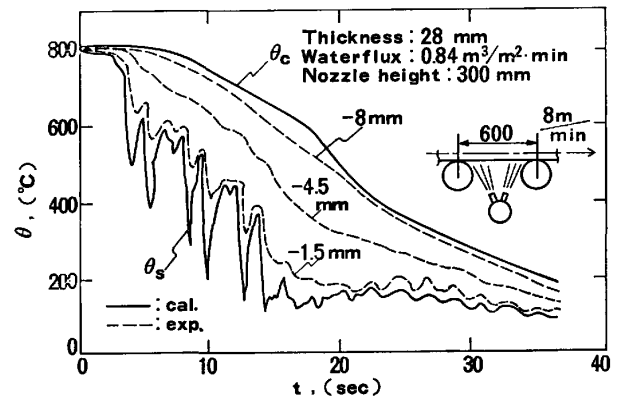


Fig. 12. Temperature estimation for lower flat-spray cooling.

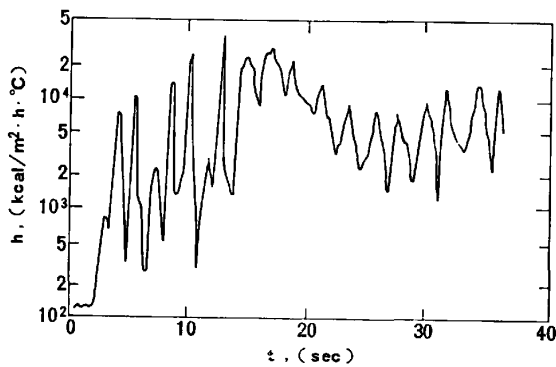


Fig. 13. Estimation of heat transfer coefficient for lower flat-spray cooling.

スリットラミナー冷却は、ノズルをローラーテーブル上 1 m の高さに 600 mm 間隔に、フラットスプレー冷却は、600 mm のローラー間に 150 mm 間隔で 2 列にノズルを配置し、1.6φK シース熱電対をとりつけた高温鋼板を 8 m/min の速さで通過させながら冷却した。

Fig. 10 および Fig. 12 の破線は熱電対による測温結果で、それぞれ鋼板の表面下 1.5, 4.5 および 8 mm の位置である。この測温値を用いて本計算法により推定した  $\theta_s$  を実線で示す。  $\theta_s$  は、ラミナーまたはスプレーの衝突点で急激に降温し、それ以外の部分では復熱を繰り返しながら全体としては降下している。  $\theta_s$  の変動幅は、内部温度のそれより大きく、かつ時間的に先行している。

Fig. 11 および Fig. 13 は推定された  $h$  で、Fig. 11 の  $h$  は、高温域においてはラミナー流の衝突点で極大となり、その周辺の流水部では急激に小さくなる現象を繰り返す。一方、低温域においては流水部にも核沸騰が生じるため、流水部も含めて大きな値となり、その変化も小さくなる。Fig. 13 の  $h$  は、高温域においてはスプレーの衝突点で極大となり、非衝突部では急激に復熱し、その変化は非常に激しい。これは、試料に衝突したスプレーが下方に落下するためと考えられる。低温域においては、試料全面で核沸騰が生じるため上面と同様に  $h$  は大きく、その変化も小さくなる。

このように、本計算法により推定された  $\theta_s$  と  $h$  は、冷却方式や、その冷却現象からみても、ほぼ妥当である、と考えられる。

#### 4. 結 言

(1) 冷却中の鋼板の表面温度、すなわち境界条件が激しく変化する場合でも、鋼板内部の測温結果から境界

条件を高精度で推定できる方法を開発した。

(2) この方法によると、冷却の変動周期 3 s で、フォーリエ数 0.2 相当の場合、表面にもつとも近い測温位置と表面間の距離を  $l$ 、表面と断熱面の距離を  $L$  とすると、 $l/L$  を 0.3 以下にすれば、推定精度は、約 5% で実用上十分な精度である。連続冷却に適用する場合、推定精度はさらに向上する。

(3) この方法を用いると、任意の複数の鋼板内部の冷却パターンを設定すれば、境界条件が得られるため、冷却設備の設計が容易になる。

#### 記 号

- $\rho$  : 密度 (kg/m<sup>3</sup>)
- $c$  : 比熱 (kcal/kg·°C)
- $\kappa$  : 熱伝導率 (kcal/m·h·°C)
- $\theta$  : 温度 (°C)
- $\theta_s$  : 表面温度 (°C)
- $\theta_w$  : 周囲温度 (°C)
- $t$  : 時刻 (h)
- $x$  : 厚み方向の座標 (m)
- $q$  : 熱流束 (kcal/m<sup>2</sup>·h)
- $h$  : 熱伝達係数 (kcal/m<sup>2</sup>·h·°C)
- $E^n$  :  $n$  番目の熱伝達係数の誤差 (%)
- $\bar{E}$  : 熱伝達係数の平均誤差 (%)

#### 文 献

- 1) M. ECONOMOPOULOS: CNRM Metallurgical Report 14, (1968), p. 45
- 2) 三塚正志: 鉄と鋼, 54 (1968), p. 1457
- 3) J. V. BECK: Int. J. Mass Transfer, 13 (1970), p. 703
- 4) E. A. MIZIKAR: Iron Steel Engr., 47 (1970)6, p. 53
- 5) N. LAMBERT and M. ECONOMOPOULOS: JISI, 208 (1970), p. 917
- 6) C. J. HOOGENDOORN and R. den HOND: 5th Int. Heat Transfer Conf. (1974), Vol. IV, p. 135
- 7) N. LAMBERT and T. GREYDAY: CRM Report 44 (1975), p. 13
- 8) 庄司正弘: 第 12 回日本伝熱シンポジウム講演論文集 (1975), p. 213
- 9) 庄司正弘: 日本機械学会論文集, 44 (1978), p. 1633
- 10) 天野虔一, 鎌田晃郎: 鉄と鋼, 64 (1978), S 254
- 11) 佐々木寛太郎, 杉谷泰夫, 川崎守夫: 鉄と鋼, 65 (1979), p. 90
- 12) 国岡計夫, 平田 賢, 杉山峻一, 神尾 寛: 日本機械学会論文集 (B編), 45 (1979), p. 279
- 13) 中西重康, 石谷清幹, 越智敏明, 森田五生: 日本機械学会論文集 (B編), 46 (1980), p. 714
- 14) 三塚正志, 福田敬爾: 鉄と鋼, 69 (1983), p. 262