

長岡技術科学大学工学部 〇宮田保教 鈴木俊夫

1. はじめに 近年、過冷溶湯からの自由デンドライト成長を中心に発展してきた成長理論の一方方向凝固への適用の試みがなされてきた。ここでは、摂動論的安定条件を考慮したデンドライトの成長理論を示す。また、この理論の応用として、1次デンドライト間隔の推定を試みる。

2. デンドライト成長理論 理論展開にあたり、(1) 一方向定常凝固 (2) 先端形状の回転放物体近似という条件を置いた。回転放物体座標 (ξ, η, ψ) を用いると、界面は $\xi^2 = 1$ となる。このとき拡散方程式 $\left\{ \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \left(\frac{1}{\xi} + 2p\xi \right) \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + (q^2 - 2p\eta) \frac{\partial}{\partial \eta} + \left(\frac{1}{\xi^2} + \frac{1}{\eta^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} \right\} f = 0$

の解は、 $f = f_1 + f_2$
 $f_1 = \sum A_{nm} F_{nm}(p\xi^2) e^{-p\xi^2} (p\xi^2)^{\frac{m}{2}} L_n^{(m)}(p\eta^2) e^{i m \psi}$
 $f_2 = \sum B_{nm} L_n^{(m)}(p\xi^2) e^{-p\xi^2} (p\xi^2)^{\frac{m}{2}} \Phi_{nm}(p\eta^2) e^{i m \psi}$

ここで、 p は Peclet 数、 $L_n(x)$ は Laguerre 級数、 $\Psi_{nm}(x)$ $\Phi_{nm}(x)$ は第2種、第1種の合流型超幾何級数である。 F_{nm} は第1種、第2種合流型超幾何級数のいずれも解となる。温度場、濃度場の解としては、これらのうちから境界条件を満足するものを探ればよい。また、摂動として、界面は $\xi^2 = 1$ から $\xi^2 = 1 + \Delta \xi^2$ への摂動を受けるとする。これらの解に含まれる定数は、摂動項、非摂動項に対する境界条件より定まる。

理論より求めた Al-4.1wt%Cu 合金の曲率半径 ρ と実験の結果を比較したものが、Fig.1 である。理論の中で、セルは $(n, m) = (1, 0)$ 、デンドライトは $(n, m) = (0, \infty)$ で記述されそれぞれ Fig.2 のような回転対称、軸対称な変形モードに対応していることがわかる。

1次アーム間隔は、アーム間の溶質の相互作用により決まると考えられる。上述の理論では、液相中の溶質分布は、先端形状に依存する場と指数的に変化する平均場の和として表される。アーム間の相互作用を代表する距離として、先端近傍の界面に沿った等濃度線の変曲点までの距離をその代表長さとする。

Fig.3は、このようにして求めた距離 Λ と1次アーム間隔の関係を示す。温度勾配が大きく、成長速度が小さい場合には1次アーム間隔と変曲点までの距離 Λ の間には良い相関が得られる。

4. おわりに ここで述べたデンドライト成長理論は、先端形状や先端溶質濃度の予測に対しては極めて有効であった。また、1次アーム間隔などの推定に対する基準をこの理論に求めることもある程度は可能であろう。参考文献 1) 鈴木章、長岡豊、別所勇；”鉄鋼の凝固” 日本鉄鋼協会(1977), p.79 2) K.P.Young and D.H.Kirkwood; Met.Trans.A., 6A(1975) p.197

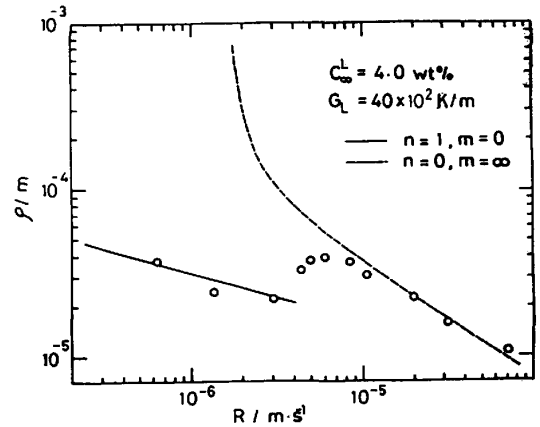


Fig.1 Tip radius vs. growth rate

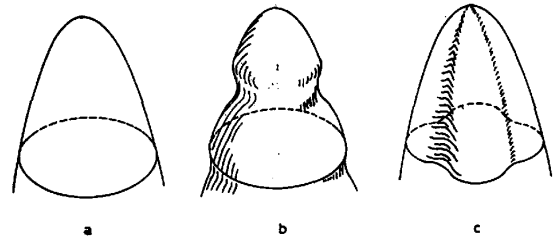


Fig.2 Possible deformation modes of tips

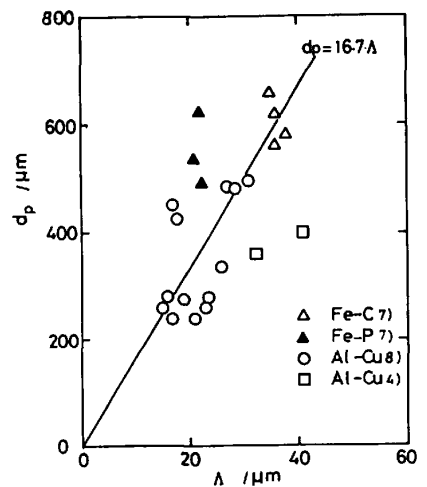


Fig.3 Primary arm spacing vs. Λ