

論 文

フェライト・マルテンサイト複合組織鋼の初期降伏
におよぼす内部応力の影響坂木 庸晃*・杉本 公一*²・福里 俊郎*³Role of Internal Stress for the Initial Yielding of
Ferrite-Martensite Dual Phase Steels

Tsuneaki SAKAKI, Kohichi SUGIMOTO, and Toshiro FUKUZATO

Synopsis :

Role of internal stress for the initial yielding and for the masking of Lüders band is discussed as follows :

1) The martensite transformation causes transformation-induced yielding in the ferrite phase. The resultant distribution of the plastic strain in the ferrite surrounding the martensite islands and the distribution of the internal stress in the ferrite and martensite phases are calculated based on the continuum mechanics.

2) There are preferentially yielding zones around each martensite island and initial yielding begins in these zones under very low applied stress compared to the yield strength of the ferrite because the internal stress assists the initial yielding.

3) There are a number of preferentially yielding zones in the dual phase steels, therefore, Lüders band is masked as in the case of temper-rolled rimmed steel sheets.

1. 結 言

強度の高い塑性加工用鋼板として Dual Phase 鋼が脚光を浴びている。Dual Phase 鋼 (以下 DP 鋼と略記する) は、フェライト粒のマトリックスの中に 5~30 vol% の多数の孤立したマルテンサイトの島が分散している組織をもつ鋼である。DP 鋼の機械的性質の特徴に関してはすでに詳しい総合解説がなされている^{1)~4)}。

DP 鋼板の機械的性質の大きな特徴のひとつは、製造したままの鋼板には鋭い降伏点とリュードース伸びが現れずかつ耐力が低いことである。これらの現象に対する原因についてはいくつかの提案がなされているが、主なものは次の 2 つである。

1. オーステナイトの島がマルテンサイトに変態するとき体積が膨張し、それによつて周囲のフェライト中に低い負荷応力のもとで動き得る高密度の可動転位が発生するためである^{1)2)3)5)~11)}。

2. マルテンサイト変態によつて内部応力が発生し、これがフェライト中にある転位の動きを助けるためである^{1)2)5)~9)12)~14)}。

この研究においては、DP 鋼中に分散しているマルテ

ンサイトの島を取り囲むフェライト相中に発生する塑性ひずみおよび内部応力の分布を連続体力学的手法を用いて解くことができた。その結果、DP 鋼を変形させるときの内部応力に助けられて優先的に降伏し始める領域が存在し、これが鋭い降伏点とリュードース伸びを消失させ、かつ降伏応力を低下させる直接的な原因になっていることを明らかにした。

2. マルテンサイト変態によつて発生する内部
応力とフェライト相の変態誘起降伏

DP 鋼は、等軸フェライト粒の母相の中に微細なマルテンサイトの島が分散している組織を基本とするのであるが、およそ 10% 以下の残留オーステナイトを含む¹⁾~³⁾ことが多く、時には少量のベイナイトを含む⁹⁾。DP 鋼の初期降伏に著しい影響を与えるのはマルテンサイトの島であると考えられるので、本報ではフェライトとマルテンサイトの島のみから成る DP 鋼について論ずる。

2.1 マルテンサイトの変態ひずみ

DP 鋼を製造する過程においてマルテンサイト変態が起こると内部応力が発生する。まず、マルテンサイトの変態ひずみについて考えてみよう。

昭和 57 年 4 月本会講演大会にて発表 昭和 57 年 2 月 22 日受付 (Received Feb. 22, 1982)

* 東京都立大学工学部 工博 (Faculty of Technology, Tokyo Metropolitan University 2-1-1 Fukazawa Setagaya-ku 158)

*² 東京都立大学工学部 (Faculty of Technology, Tokyo Metropolitan University)

*³ 東京都立大学大学院 (Graduate School, Tokyo Metropolitan University)

西山の著書¹⁵⁾にオーステナイトの格子定数、マルテンサイトのc軸および軸比が固溶炭素濃度C(wt%)の関数として示されているので、これらの値を用いてマルテンサイトのc, a軸方向の変態ひずみ e_{cM}^* , e_{aM}^* および平均変態ひずみ e_M^* を求めると次式となる。

$$\left. \begin{aligned} e_{cM}^* &= 0.016 + 0.029C \\ e_{aM}^* &= 0.016 - 0.017C \\ e_M^* &= (e_{cM}^* + 2e_{aM}^*)/3 = 0.016 - 0.0017C \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

(1)式の関係を図1に示す。 e_{cM}^* は炭素濃度が高くなるにつれて著しく増加するが、 e_{aM}^* は逆に減少する。平均変態ひずみ e_M^* は炭素濃度が高くなるにつれてわずかに減少するが事実上一定とみなせる。

すでに発表されている研究報告によれば、DP鋼中に分散しているマルテンサイトの島の大きさは1~10 μ 程度の範囲にあり、とくに2~3 μ であることが多い。透過電顕観察に関する報告によれば、1~3 μ ほどの小さなマルテンサイトの島であつても、その中に多数のラス¹⁾³⁾⁸⁾¹²⁾¹⁴⁾¹⁶⁾または多数の微細双晶³⁾⁵⁾⁹⁾¹²⁾¹⁴⁾¹⁷⁾が含まれており、同一の島の中にラスと双晶が混在していることもある⁶⁾。そして、ひとつの島の中にいくつかのバリエーションが含まれている⁵⁾⁶⁾¹²⁾¹⁶⁾。以上述べたことから、以下の計算においては、マルテンサイトの島のもつ変態ひずみは等方性であつてその大きさは $e_M^* = 0.015$ であると仮定する。

2.2 マルテンサイト変態によつて発生する内部応力

DP鋼中に分散しているマルテンサイトの島は、球形に近いものもあれば複雑な形状のものもある。もし球形であれば以下の計算が極めて簡単になるので、マルテンサイトの島は球形であると仮定する。本節から3.1までは、無限に大きいフェライトの中にただ1個のマルテンサイトの島がある場合を考え、3.2においてフェライト中に多数のマルテンサイトの島が分散している場合を考

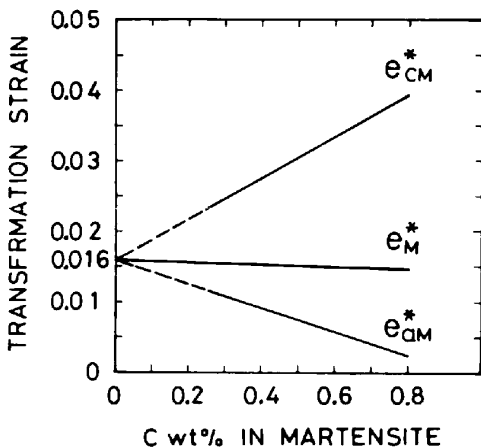


Fig. 1. Transformation strains of martensite.

える。

座標系 $x_i (i=1, 2, 3)$ の原点を中心にもつ半径 a の球形のマルテンサイトの島があると仮定し (Fig. 7 参照), この島のもつ変態ひずみを次式で表す。

$$\left. \begin{aligned} e_{i1M}^* &= e_{i2M}^* = e_{i3M}^* = e_M^* \\ \text{その他の } e_{ijM}^* &= 0, (i, j=1, 2, 3) \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

ここで、 e_M^* は(1)式で表した平均変態ひずみである。

マルテンサイト部およびフェライト部の任意の1点を $r = (x_1, x_2, x_3)$ で表し、 r の大きさを $r = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{1/2}$ で表す。マルテンサイト変態によつて発生する内部応力を $\sigma_{pq}(r)$ ($p, q=1, 2, 3$) で表し、平均垂直応力を $\sigma_m(r) = (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})/3$ で、von Mises の式を用いて表した相当応力を $\bar{\sigma}(r)$ で表すことにする。また、後で述べる eigen ひずみを $e_{ij}^* (i, j=1, 2, 3)$ で表し、その平均垂直ひずみを $e_m^* = (e_{11}^* + e_{22}^* + e_{33}^*)/3$ で表す。多くの場合、応力または eigen ひずみのゼロ成分は表示しないことにする。

フェライトが降伏しないと仮定して、マルテンサイトの島が(2)式に示した変態ひずみをもつために発生する内部応力を ESHELBY の解法¹⁸⁾¹⁹⁾に従つて求めると次のようになる。

マルテンサイト部 ($r < a$) においては

$$\begin{aligned} \sigma_{11}(r) &= \sigma_{22}(r) = \sigma_{33}(r) = \sigma_{m0}(r) \\ &= -\frac{2}{3} \frac{E}{1-\nu} e_M^* \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

$$\bar{\sigma}(r) = 0 \dots \dots \dots (4)$$

フェライト部 ($r > a$) においては

$$\sigma_{pq}(r) = \frac{1}{3} \frac{E}{1-\nu} e_M^* \frac{a^3}{r^3} \left(\delta_{pq} - \frac{3x_p x_q}{r^2} \right) \dots \dots (5)$$

$$\sigma_m(r) = 0 \dots \dots \dots (6)$$

$$\bar{\sigma}_0(r) = \frac{E}{1-\nu} e_M^* \frac{a^3}{r^3} \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 E はマルテンサイトおよびフェライトのヤング率 (2.06×10^5 MPa), ν はポアソン比 (0.28), δ_{pq} はクロネッカーデルタである。(5)式に示した応力を r 方向の応力 σ_{rr} および r と直交する任意の2方向 (θ, φ 方向) の応力 $\sigma_{\theta\theta}, \sigma_{\varphi\varphi}$ に変換すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(r) &= -2\sigma_{\theta\theta}(r) = -2\sigma_{\varphi\varphi}(r) \\ &= -\frac{2}{3} \frac{E}{1-\nu} e_M^* \frac{a^3}{r^3} \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

この式から、 r 方向には圧縮の応力が、 r と直交する2方向にはその半分の大きさの引張応力が作用していることがわかる。

2.3 フェライト相の変態誘起降伏

マルテンサイトの変態ひずみは2.1で述べたように

$e_{\text{M}}^* = 0.015$ であると考えてよく、この場合(3)式からマルテンサイトには $\sigma_{\text{m0}} = -2860 \text{ MPa}$ という圧縮の静水圧応力が作用する。静水圧応力であるためマルテンサイトは降伏しない。一方、フェライト部には(7)式より $\bar{\sigma}_0(r) = 4300a^3/r^3 \text{ MPa}$ という相当応力が作用する (Fig. 4 参照)。フェライト・マルテンサイト界面付近においては $\bar{\sigma}_0$ が極めて大きいのでフェライトは降伏する。しかし、 $\bar{\sigma}_0$ は r^3 に逆比例して急速に減衰する応力であるので、フェライトの降伏はある有限の半径 R の内側でのみ生ずるものと予想できる。マルテンサイト変態に伴ってフェライト相に生ずる降伏を変態誘起降伏とよぶことにする。また、3で述べる引張または圧縮変形によつて生ずる通常の降伏を単に降伏とよんで両者を区別することにする。

2.3.1 塑性ひずみと eigen ひずみの関係

フェライトが変態誘起降伏を起すと内部応力が変化する。降伏後の内部応力を求めるのに先立つて、塑性ひずみと eigen ひずみ¹⁰⁾ (stress-free strain¹⁰⁾ と呼ぶ) の関係について述べる。まず、Fig. 2 に示すようにフェライトの変態誘起降伏域 ($a < r < R$) の中に、内外の半径 r および $r+dr$ をもつ球殻を考える。ここで、 r と dr は変態誘起降伏の起こる前の半径とその増分である。変態誘起降伏が起こる前にこの球殻には(8)式で示した応力が作用しているので、変態誘起降伏によつて r 方向および θ , ϕ 方向に生ずる塑性ひずみ成分はそれぞれ $-\epsilon(r)$, $\frac{1}{2}\epsilon(r)$, $\frac{1}{2}\epsilon(r)$ …………… (9)

となる。ここで、 $\epsilon(r)$ は相当塑性ひずみである。この塑性ひずみは球殻の半径を増大させ、その厚さを減少させる。

変態誘起降伏が起こつた結果として、球殻の内側の半径が r から r' に変化し、外側の半径が $r+dr$ から r'

$+dr'$ に変化したとすると、(9)式を用いて次のように表すことができる。

$$r' = \left\{ 1 + \frac{1}{2} \epsilon(r) \right\} r$$

$$r' + dr' = \left\{ 1 + \frac{1}{2} \epsilon(r) \right\} r + \left\{ 1 - \epsilon(r) \right\} dr$$

また、球殻を取り囲んでいる外側のフェライトの球形の穴の半径は $r+dr$ から次に示す r'' に変化する。

$$r'' = \left\{ 1 + \frac{1}{2} \epsilon(r) + \frac{1}{2} \frac{d\epsilon(r)}{dr} dr \right\} (r+dr)$$

したがつて、この球殻を取囲んでいる外側のフェライトを基準にとつて、この球殻のもつ eigen ひずみの増分 de_{M}^* を求めると次式となる。

$$de_{\text{M}}^* = de_{\text{M}1}^* = de_{\text{M}2}^* = de_{\text{M}3}^* = de_{\text{M}}^* = \frac{(r'+dr') - r''}{r} = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{d\epsilon(r)}{dr} + 3 \frac{\epsilon(r)}{r} \right\} dr \dots\dots\dots (10)$$

つぎに、変態誘起降伏を起こしたフェライトに対してマルテンサイトの島のもつ eigen ひずみの増分 Δe_{M}^* を求める。半径 a の球形のオーステナイトがマルテンサイト変態を起こすとその半径は $a' = (1 + e_{\text{M}}^*)a$ に変わる。また、マルテンサイトを取囲んでいるフェライトの球形の穴の半径は変態誘起降伏によつて a から $a'' = \left\{ 1 + \frac{1}{2} \epsilon(a) \right\} a$ に変わる。したがつて、

$$\Delta e_{\text{M}1}^* = \Delta e_{\text{M}2}^* = \Delta e_{\text{M}3}^* = \Delta e_{\text{M}}^* = \frac{a' - a''}{a} = e_{\text{M}}^* - \frac{1}{2} \epsilon(a) \dots\dots\dots (11)$$

この式は、フェライトの変態誘起降伏によつてマルテンサイトの島が周囲のフェライトから受ける拘束が緩和されることを意味している。

2.3.2 変態誘起降伏域の大きさと相当塑性ひずみ分布

(10) (11) 式で示された eigen ひずみ増分によつて作り出される内部応力は付録に述べる方法によつて求めるこ

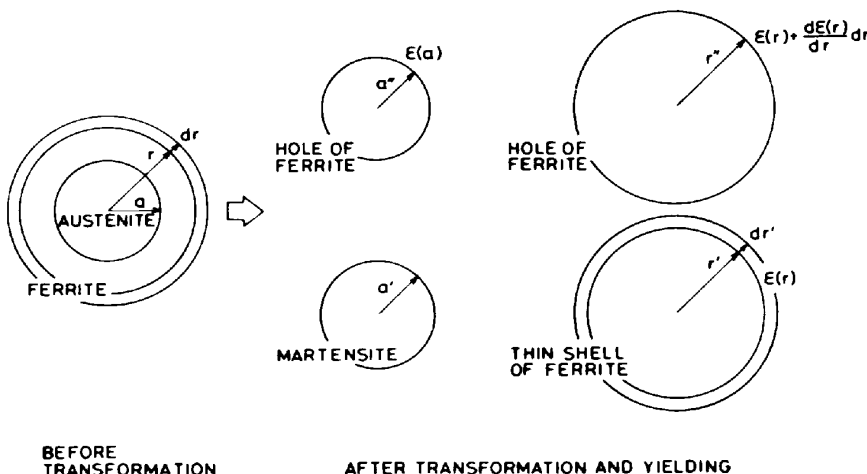


Fig. 2. Change of radii of a martensite and holes or a thin shell of ferrite.

とができる。付録によれば、フェライトの変態誘起降伏域に作用する相当応力は (A-8) 式の $\bar{\sigma}(r)$ で与えられる。変態誘起降伏が起るときフェライトの降伏強さを Y_0 、初期ひずみ硬化率を H_0 とすれば、 $a < r < R$ において次式が成り立つ。すなわち

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}(r) &= \frac{E}{1-\nu} \frac{1}{r^3} \left[\left\{ e_{\text{M}}^* - \frac{1}{2} \varepsilon(a) \right\} a^3 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \int_{r_0=a}^r \left\{ \frac{d\varepsilon(r_0)}{dr_0} + 3 \frac{\varepsilon(r_0)}{r_0} \right\} r_0^3 dr_0 \right] \\ &= Y_0 + H_0 \varepsilon(r) \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

この式を解いて $\varepsilon(r)$ を求めると次式となる。

$$\begin{aligned} \varepsilon(r) &= h \left\{ 2e_{\text{M}}^* \frac{a^3}{r^3} - \frac{2(1-\nu)}{E} Y_0 \right\} \\ &= 2he_{\text{M}}^* a^3 \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{R^3} \right), \quad (a < r < R) \\ \varepsilon(r) &= 0, \quad (r < a \text{ または } r > R) \end{aligned} \dots\dots (13)$$

ここで、

$$h = 1 / \left\{ 1 + \frac{2(1-\nu)}{E} H_0 \right\} = 1 \dots\dots\dots (14)$$

また、 R はすでに述べた変態誘起降伏域の外側の半径であつて (13) 式において $\varepsilon(R) = 0$ とおくことによつて求めることができる。すなわち

$$\frac{R^3}{a^3} = \frac{E e_{\text{M}}^*}{(1-\nu) Y_0} \dots\dots\dots (15)$$

フェライト・マルテンサイト界面におけるフェライト側の相当塑性ひずみ $\varepsilon(a)$ は次式で表される。

$$\varepsilon(a) = h \left\{ 2e_{\text{M}}^* - \frac{2(1-\nu)}{E} Y_0 \right\} = 2e_{\text{M}}^* \dots\dots\dots (16)$$

3.2 で述べるフェライト相中に多数のマルテンサイトの島が分散している DP 鋼において、フェライトの全域を変態誘起降伏させるために必要なマルテンサイトの最小体積率 f_{Mmin} は次式で表され、 Y_0 に比例する。

$$f_{\text{Mmin}} = \frac{a^3}{R^3} \times 100 = \frac{(1-\nu) Y_0}{E e_{\text{M}}^*} \times 100 \quad (\%) \dots\dots\dots (17)$$

$e_{\text{M}}^* = 0.015$ であるので、 R^3/a^3 、 R/a および f_{Mmin} と Y_0 の関係は Fig. 3 に示したとおりになる。

DP 鋼中のマルテンサイトの炭素の濃度は 0.2~0.3%⁴⁾ あるいは 0.5~0.65%¹⁷⁾ であるといわれているので、これらの C% に対応した Ms 点は 400~320°C であると推定される。また、DP 鋼の Ms 点は 250°C であるという実測値¹⁴⁾ もある。したがつて、Ms 点はおおよそ 300°C 付近であると考えてよいであろう。次に変態誘起降伏が起こる温度におけるフェライトの降伏強さ Y_0 を推定してみよう。DP 鋼のフェライトの結晶粒径は 3~20 μ であると報告されているが、ここでは 10 μ

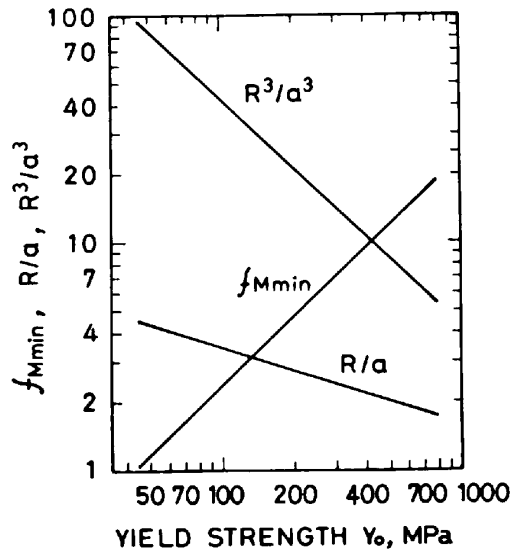


Fig. 3. R^3/a^3 , R/a and f_{Mmin} as a function of yield strength of the ferrite Y_0 at the transformation. a is the radius of a spherical martensite island, and R is the radius of the transformation induced yielded zone of the ferrite. f_{Mmin} is the minimum volume fraction of martensite required to yield the ferrite all over.

程度であると仮定する。そして、フェライト相は侵入型溶質原子の濃度が低くかつ微細な析出物を含まないクリーンなフェライト³⁾⁸⁾¹³⁾²⁰⁾ であると仮定する。変態誘起降伏が起こるとき転位が固着されていないこと、Si, Mn が添加されていることおよび従来報告されている純鉄の降伏強さ²¹⁾²²⁾、固溶強化²³⁾などを考え合わせると、 Y_0 は 200 MPa 程度である。また、クリーンなフェライト相の初期ひずみ硬化率 H_0 は、純鉄の初期ひずみ硬化率 800~1300 MPa²¹⁾ に近いと考えられる。以上述べたことから、以下における具体例においては $Y_0 = 200$ MPa, $H_0 = 1000$ MPa であると仮定する。もし、フェライト中の侵入型溶質原子濃度が高いか、微細な炭化物が析出しているか、フェライトの結晶粒が細かい (3~4 μ) 場合は、 Y_0 の値はもつと高いであろう。

Y_0 と H_0 を上記のように仮定すれば、 $2(1-\nu)H_0/E = 0.007 \ll 1$, $2(1-\nu)Y_0/E = 0.0014 < 2e_{\text{M}}^*$ となるので、(14) (16) 式の近似が成り立つ。また、 $\varepsilon(r)$ も近似的に次式で表される。

$$\varepsilon(r) = 2e_{\text{M}}^* a^3 / r^3 \dots\dots\dots (13 a)$$

$\varepsilon(r)$ はフェライト・マルテンサイト界面においてもつとも大きく (ほぼ 0.03)、ほぼ r^3 に逆比例して急速に減少する。これは、フェライト・マルテンサイト界面付近に転位がもつとも密に存在し、界面から離れるにつれて転位密度が減少するという電顕観察結果¹⁾²⁾³⁾⁵⁾⁶⁾⁸⁾⁹⁾¹²⁾¹³⁾ と良く対応している。Fig. 4 に、 $\varepsilon(r)$ 、 $\bar{\sigma}(r)$ および次

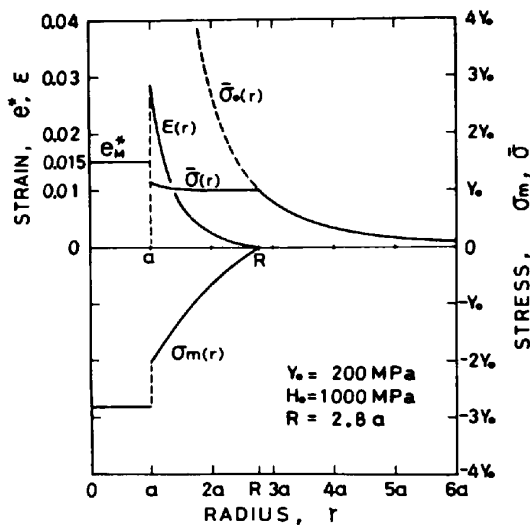


Fig. 4. Distribution of the transformation strain ϵ^* , the equivalent plastic strain ϵ , the equivalent stresses $\bar{\sigma}_0$ and $\bar{\sigma}$, and the mean normal stress σ_m .

項で求める $\bar{\sigma}(r)$, $\sigma_m(r)$ の分布例を示す。 $Y_0=200\text{MPa}$ のとき、(15) (17) 式より $R^3/a^3=21.5$, $R/a=2.8$, $f_{M\min}=4.7\%$ となる。したがって、DP 鋼中にマルテンサイトの島が数パーセント含まれていれば、フェライトの全域が変態誘起降伏を起こすことがわかる。

2.3.3 マルテンサイトおよびフェライトに作用する内部応力

塑性ひずみの分布関数 $\epsilon(r)$ が求まったため各部分に作用する内部応力を知ることができる。(13)式と (A-1~9) 式を用いて次の結果が得られる。

マルテンサイト ($r < a$) に作用する応力

$$\begin{aligned} \sigma_{11}(r) &= \sigma_{22}(r) = \sigma_{33}(r) = \sigma_m(r) \\ &= -\frac{2}{3} \{Y_0 + H_0 \epsilon(a)\} - \frac{2}{3} h Y_0 \ln \frac{R^3}{a^3} \dots (18) \end{aligned}$$

$$\bar{\sigma}(r) = 0 \dots (19)$$

フェライトの変態誘起降伏域 ($a < r < R$) に作用する応力

$$\begin{aligned} \sigma_{pq}(r) &= \frac{1}{3} \{Y_0 + H_0 \epsilon(r)\} \left(\delta_{pq} - \frac{3x_p x_q}{r^2} \right) \\ &+ \sigma_m(r) \delta_{pq} \dots (20) \end{aligned}$$

$$\sigma_m(r) = -\frac{2}{3} h Y_0 \ln \frac{R^3}{r^3} \dots (21)$$

$$\bar{\sigma}(r) = Y_0 + H_0 \epsilon(r) \dots (22)$$

フェライトの弾性域 ($r > R$) に作用する応力

$$\sigma_{pq}(r) = \frac{1}{3} Y_0 \frac{R^3}{r^3} \left(\delta_{pq} - \frac{3x_p x_q}{r^2} \right) \dots (23)$$

$$\sigma_A = \{Y + H_0 \epsilon(r)\} \cdot \left[\frac{3 \sin^2 \theta - 1}{2} \frac{Y_0 + H_0 \epsilon(r)}{Y + H_0 \epsilon(r)} K \pm \sqrt{\left\{ \frac{3 \sin^2 \theta - 1}{2} \frac{Y_0 + H_0 \epsilon(r)}{Y + H_0 \epsilon(r)} K \right\}^2 - \left\{ \frac{Y_0 + H_0 \epsilon(r)}{Y + H_0 \epsilon(r)} K \right\}^2 + 1} \right] \dots (28)$$

$$\sigma_m(r) = 0 \dots (24)$$

$$\bar{\sigma}(r) = Y_0 \frac{R^3}{r^3} \dots (25)$$

この計算結果は、球形の空洞を含む無限に大きい物体の内圧による降伏の問題と極めて深い関係がある。すなわち、物体が完全弾塑性体である ($H_0=0$) と仮定したとき、(18)式に示した σ_m と R の関係および(20)~(25)式は HILL の解²⁴⁾と全く一致する。また、ここに述べた解法は HILL の解法に比べて塑性ひずみの分布を容易に求めることができかつひずみ硬化の影響を考慮することができる。

3. Dual Phase 鋼の降伏

DP 鋼板を 1 軸の引張りまたは圧縮変形させるとき、フェライトの任意の部分がかどの程度の大きさの荷重応力のもとで降伏するのか検討してみよう。外から加えた応力によつて起こる降伏を単に降伏とよんで、2 で述べた変態誘起降伏と区別する。外から加えた応力によつてフェライトが降伏するときの降伏強さを次式で表す。

$$Y + H_0 \epsilon(r) \dots (26)$$

ここで Y は変態誘起降伏を起こさなかつた部分の降伏強さを表し、 $Y + H_0 \epsilon(r)$ は変態誘起降伏によつて $\epsilon(r)$ という相当塑性ひずみが発生した部分の降伏強さを表している。一般に、DP 鋼を変形させるときの温度は室温であつて変態誘起降伏が起るとき温度よりかなり低いこと、DP 鋼を製造したあと室温で保存しておく間に侵入型溶質原子によつて転位が固着されること、プレス加工するときのひずみ速度はかなり速いことなどを考え合わせると、 $Y \geq Y_0$ であるといえる。

3.1 1 個のマルテンサイトの島を含むフェライトの降伏

2.3 と同様に、無限に大きいフェライトの中にただ 1 個のマルテンサイトの島があつてその周囲が変態誘起降伏を起こしている鋼材を考えよう (Fig. 7 参照)。この鋼材に x_3 方向の様な引張または圧縮の応力 σ_A を加えたとき、フェライトの任意の点 r が降伏するための条件は次式で表すことができる。

$$\begin{aligned} \{\bar{\sigma}'(r)\}^2 &= \frac{1}{2} \left\{ \begin{aligned} &(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33} - \sigma_A)^2 \\ &+ (\sigma_{33} + \sigma_A - \sigma_{11})^2 \\ &+ 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2) \end{aligned} \right\} \\ &= \{Y + H_0 \epsilon(r)\}^2 \dots (27) \end{aligned}$$

ここで、 σ_{pq} は(20)または(23)式で表された内部応力である。内部応力 σ_{pq} は(22)または(25)式の関係を満たしているので、(27)式は(28)式のように書き直せる。

$$\left. \begin{aligned} K=1 & \quad (a < r < R \text{ に対して}) \\ K=R^3/r^3 & \quad (r > R \text{ に対して}) \end{aligned} \right\} \dots (29)$$

$$\sin \theta = x_3/r \dots (30)$$

すなわち、 θ は x_1 - x_2 平面と r 方向のなす角度である。(28)式に対応した x_3 方向の塑性ひずみ増分の符号を考慮すると、+は引張りによる降伏を、-は圧縮による降伏を表していることがわかる。次に述べる(31)~(33)式の符号も同じ意味を表している。

実用的な DP 鋼においては、 $Y_0 \approx 200 \text{ MPa}$, $Y \approx 250 \sim 400 \text{ MPa}$, $H_0 \approx 1000 \text{ MPa}$ であり、 $\epsilon(r) \leq 0.03$ であるので、 $H_0 \epsilon(r)$ の項を無視することによって生ずる誤差は $Y + H_0 \epsilon(r)$ に対しては 12% 以下、 $\{Y_0 + H_0 \epsilon(r)\} / \{Y + H_0 \epsilon(r)\}$ に対しては 4% 以下である。したがって、変態誘起降伏域の降伏条件は、(28)式の $H_0 \epsilon(r)$ の項を無視することによってかなり良い近似をもつて次のように書き直すことができる。

$$\sigma_A = Y \left[\frac{3 \sin^2 \theta - 1}{2} \frac{Y_0}{Y} \pm \left\{ \left(\frac{3 \sin^2 \theta - 1}{2} \frac{Y_0}{Y} \right)^2 - \left(\frac{Y_0}{Y} \right)^2 + 1 \right\}^{1/2} \right], \quad (a < r < R) \dots (31)$$

また、弾性域に対しては上記の近似を使う必要はなく次式で表される。

$$\sigma_A = Y \left[\frac{3 \sin^2 \theta - 1}{2} \frac{Y_0}{Y} \frac{R^3}{r^3} \pm \left\{ \left(\frac{3 \sin^2 \theta - 1}{2} \frac{Y_0}{Y} \frac{R^3}{r^3} \right)^2 - \left(\frac{Y_0}{Y} \frac{R^3}{r^3} \right)^2 + 1 \right\}^{1/2} \right], \quad (r > R) \dots (32)$$

変態誘起降伏域における降伏応力 σ_A は、(31)式からわかるように、 Y , Y_0 および θ のみに依存し、 r , a , R および ϵ_{ij} には依存しない。この領域における σ_A の θ 依存性を $Y/Y_0 = 1.0, 1.5$ および 2.0 の場合について Fig. 5 に示す。また、 $\theta = 0^\circ$ および 90° のときの σ_A と Y, Y_0 との関係を図 6 に示す。 $Y_0 = 200 \text{ MPa}$ の材料においてフェライトの各部分が x_3 軸方向の引張りによる降伏を起こすときの σ_A の分布を、 $Y/Y_0 = 1.0, 1.5$ および 2.0 の場合について Fig. 7 に示す。

フェライトの変態誘起降伏域における平均の降伏応力 $\bar{\sigma}_A$ を求めよう。(31)式によるとこの領域においては σ_A は θ のみに依存するので、次式によって $\bar{\sigma}_A$ を求めることができる。

$$\bar{\sigma}_A = \frac{1}{2\pi R^2} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \sigma_A \cdot 2\pi R^2 \cos \theta d\theta$$

$$= \pm Y \left[\int_{\theta=0}^{\pi/2} \left\{ \left(\frac{3 \sin^2 \theta - 1}{2} \frac{Y_0}{Y} \right)^2 \right. \right.$$

$$\left. - \left(\frac{Y_0}{Y} \right)^2 + 1 \right\}^{1/2} \cos \theta d\theta \right] \dots (33)$$

この式の [] 内は Y/Y_0 のみの関数である。 $\bar{\sigma}_A$ の絶対値は引張変形および圧縮変形において相等しい。(33)式を数値積分によつて計算した結果を Fig. 6 に示す。この図には、引張変形における $\sigma_{A0^\circ}/\bar{\sigma}_A$ および圧縮変形

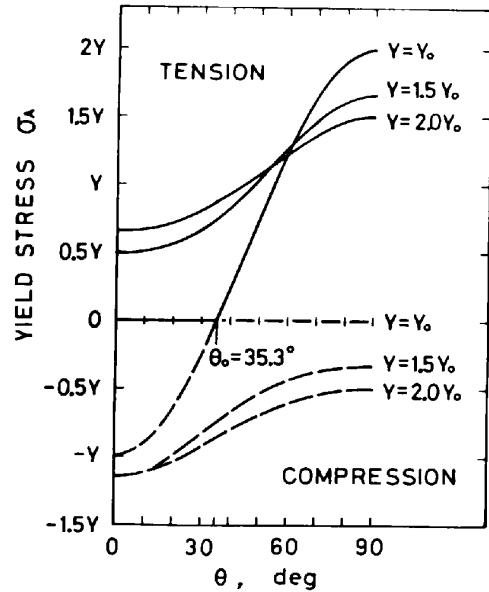


Fig. 5. Yield stress σ_A of the transformation induced yielded zone as a function of the angle θ from the x_1 - x_2 plane, when deformed in the x_3 direction.

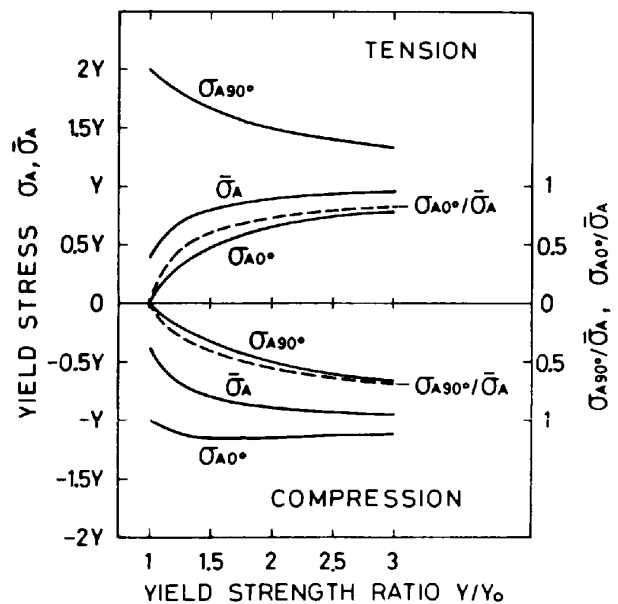


Fig. 6. Yield stress σ_A , mean yield stress $\bar{\sigma}_A$ and $\sigma_A/\bar{\sigma}_A$ of the transformation induced yielded zone as a function of Y/Y_0 . Y is the yield strength of the ferrite when deformed.

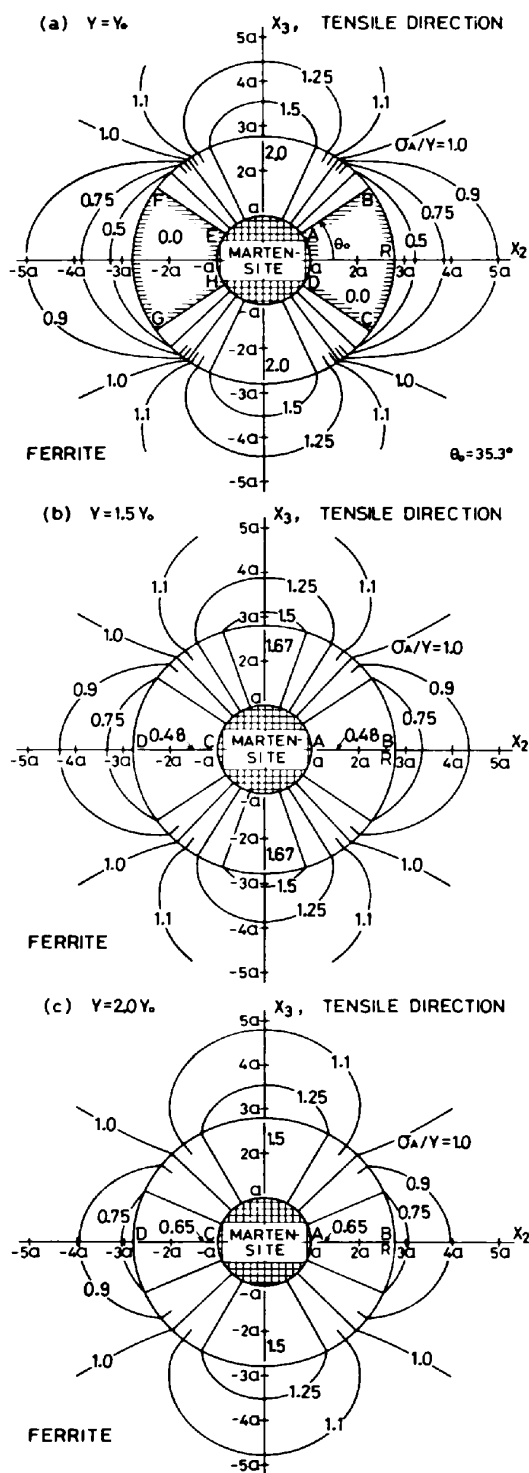


Fig. 7. Distribution of yield stress σ_A in the ferrite, where $\epsilon_{\text{M}}^* = 0.015$ and $Y_0 = 200\text{MPa}$ and $R = 2.8a$. The regions ABCD and EFGH in fig. (a) and AB and CD in figs. (b) (c) are the preferentially yielding zones.

における $\sigma_{A90^\circ}/\bar{\sigma}_A$ の値も示してある。

上に述べた σ_A および $\bar{\sigma}_A$ は、変態誘起降伏状態においてフェライトの各部に作用している内部応力を用いて計算したものである。したがって、次に述べる優先降伏

域の降伏応力は正しく表しているが、それ以外の部分に対する降伏応力は近似値である。なぜならば、優先降伏域から降伏が始まって降伏域が広がるにつれて内部応力が変化するためである。同じ理由により $\bar{\sigma}_A$ も近似値であるが、 $\bar{\sigma}_A$ の意味については 3.2 で述べる。

次に、 $Y/Y_0 = 1.0, 1.5$ および 2.0 のときのフェライトの降伏について述べよう。

1) $Y = Y_0$ の場合

変態誘起降伏域が x_3 方向の引張応力 σ_A によって降伏するとき、Fig. 5 および 7 (a) に示したように、 $|\theta| \leq \theta_0$ ($\theta_0 = \arcsin 1/\sqrt{3} = 35.3^\circ$) すなわち Fig. 7 (a) に示した ABCD および EFGH を断面にもつ環状の領域における降伏応力 σ_A は 0 である。そして、 θ が大きくなるにつれて σ_A は増加し、 $\theta = 90^\circ$ で最大値 $2.0 Y_0$ に達する。上記性質があるため $|\theta| \leq \theta_0$ の領域を優先降伏域と名付ける。優先降伏域は変態誘起降伏域の体積の 58% を占めている。フェライトの弾性域の降伏応力は Fig. 7 (a) に示したとおりである。

もし x_3 方向に圧縮変形させるならば、Fig. 7 (a) に示した ABFE および DCGH を断面にもつ領域が優先降伏域となり $\sigma_A = 0$ で圧縮の降伏を起こす。圧縮の降伏がもつとも起こりにくい場所は $\theta = 0^\circ$ のところであり、ここでは $\sigma_A = -Y_0$ である。

変態誘起降伏域内における平均降伏応力 $\bar{\sigma}_A$ は、Fig. 6 に示したように、 $Y = Y_0$ のときもつとも小さく $\pm 0.38 Y_0$ である。以上述べたことから、 $Y = Y_0$ の材料の特徴は $\sigma_A = 0$ で降伏を起こす優先降伏域が存在し、これが極めて高い体積率を占めており、そのため $\bar{\sigma}_A$ が極めて低い値をとることにある。

2) $Y > Y_0$ の場合

$Y = 1.5 Y_0$ および $Y = 2.0 Y_0$ のときの σ_A の分布を Fig. 7 (b) (c) に示す。Fig. 5, 7 からわかるように、 $Y > Y_0$ の材料の引張変形においても $\theta = 0^\circ$ の部分 (たとえば Fig. 7 (b) (c) に示した AB, CD を断面にもつ円環状の部分) が優先降伏域になる。しかし、 σ_{A90° の値は、Fig. 5, 6 に示したように、 Y/Y_0 の値が大きくなるにつれて Y に近づいてゆく。引張による降伏をもつとも起こしにくい $\theta = 90^\circ$ における σ_A および平均降伏応力 $\bar{\sigma}_A$ はともに Y に近づいてゆく。そして $\sigma_{A90^\circ}/\bar{\sigma}_A$ の値は 1 に漸近してゆく。これらのことは、 Y/Y_0 の値が大きくなるほど優先降伏域の機能が失われてゆくことを意味している。圧縮変形のときも同様のことがいえる。

DP 鋼板は張出成形による面内 2 軸引張変形を受けることが多い。板面内にある x_1 および x_2 軸方向に引張

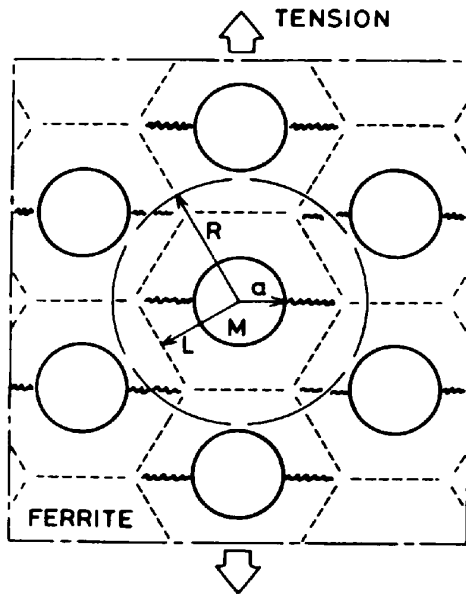


Fig. 8. A dual phase steel containing many martensite islands M. L is the radius of the territory of each island. The wave marks are the preferentially yielding zones.

応力 σ_A を加えて変形させることは、板厚方向 (x_3) に 1 軸圧縮変形させることと等価である。したがって、2 軸引張におけるフェライトの各部分の降伏応力 σ_A および平均降伏応力 $\bar{\sigma}_A$ は、(31)~(33)式に示された圧縮の降伏応力の符号を変えたものに等しい。このため、先に述べた圧縮変形の際の優先降伏域がそのまま 2 軸引張変形の際の優先降伏域となる。

3.2 多数のマルテンサイトの島を含む DP 鋼の降伏

多数のマルテンサイトの島を含む DP 鋼 (Fig. 8) において、個々のマルテンサイトの島のもつ固有の領域の半径を L とする。実用的な DP 鋼にはマルテンサイトが 5% 以上含まれている^{1)~3)} ので、2.3.2 で述べた理由によりフェライトの全域が変態誘起降伏を起こしており $L < R$ であると考えてよい。Fig. 8 に示した半径 L の球面の直近内側と外側には同じ大きさの相当塑性ひずみ $\epsilon(L)$ が発生しているので、この球面を通じて内部と外部が力の及ぼし合いをすることは無い。そのため、 $r \leq L$ の部分に作用する平均垂直応力は(18)または(21)式で示した値に次式に示す鏡像の等方性の垂直応力を加算した値に変わる。

$$\sigma_{m, \text{image}} = \frac{2}{3} \{ Y_0 + H_0 \epsilon(L) + h Y_0 \ln(R^3/L^3) \} \dots \dots \dots (34)$$

鏡像応力は静水圧であるので、Fig. 8 に示すフェライトの $a < r < L$ の部分における相当応力および相当塑性ひずみの分布は 2.3 で述べたものと同じである。したがってこの領域におけるフェライトの降伏応力は 3.1 で述べた変態誘起降伏域の降伏応力と同じである。フェライトの全域が変態誘起降伏を起こしている DP 鋼の降

伏は 1) 優先降伏域の降伏、2) フェライト全域の降伏、3) マルテンサイトの降伏の過程を経て起こると予想される。また、DP 鋼の変形の初期段階での変形応力は、フェライトが単独に存在するときの変形応力とマルテンサイトの島に起因するひずみ硬化の和であると考えられる。

まず、フェライトが単独に存在すると仮定して、フェライトの全域が降伏するときの応力を考えてみよう。2 相合金の降伏とひずみ硬化を論じた TOMOTA らの理論によれば、2 相合金の全域が降伏するときの応力 σ_0 とこのときの平均塑性ひずみ ϵ_0 は十分良い近似をもつて次式で表される²⁵⁾。

$$\sigma_0 = (1-f)y_s + f y_h \dots \dots \dots (35)$$

$$\epsilon_0 = (1-f)(y_h - y_s) / (kE) \dots \dots \dots (36)$$

ここで、 y_h および y_s はそれぞれ硬い相および軟らかい相の降伏強さ、 f は硬い相の体積率、 k は硬い第 2 相の形状によつて決まる係数で球形の第 2 相に対しては 0.6 である。DP 鋼中のフェライトの降伏応力 σ_A は(31)式に示したように θ の関数である。したがって、このフェライトは降伏強さが連続的に変化している多相合金とみなせる。この多相合金の全域が降伏するときの応力は、(35)式を拡張解釈して、 σ_A の加重平均値すなわち(33)式に示した $\bar{\sigma}_A$ であることがわかる。そして、このときのフェライト相の平均塑性ひずみ ϵ_0 は、(36)式に $f = 0.5$, $y_h = \sigma_{A90^\circ}$, $y_s = \sigma_{A0^\circ}$ を代入することによつて求めることができる。 $Y_0 = 200 \text{ MPa}$, $Y/Y_0 = 1.0 \sim 2.0$ のとき $\epsilon_0 = 0.2\%$ となる。

次にマルテンサイトの島に起因するひずみ硬化を考えよう。マルテンサイトの降伏強さ Y_M は 1000 MPa 以上であるので、フェライトが 0.2% 程度の塑性変形を起こしてもマルテンサイトは弾性変形の状態にある。このとき、マルテンサイトに起因するひずみ硬化 $J\sigma$ は次式²⁵⁾で表される。

$$J\sigma = kE\epsilon_0 f_M / (1-f_M) \dots \dots \dots (37)$$

ここで、 f_M はマルテンサイトの体積率である。 $f_M = 0.1$ のとき $J\sigma = 25 \text{ MPa}$ となる。以上述べたことから、DP 鋼の耐力は $\bar{\sigma}_A + J\sigma$ であり主として $\bar{\sigma}_A$ によつて決まるといえる。

マルテンサイトが降伏するときの平均塑性ひずみ ϵ_1 は(36)式に $y_h = Y_M = 1000 \text{ MPa}$, $y_s = \bar{\sigma}_A = 80 \sim 280 \text{ MPa}$, $f_M = 0.1$ を代入すれば求まり、 $\epsilon_1 = 0.5\%$ である。

以上述べたことを要約すると、

1. DP 鋼の $10^{-5} \sim 10^{-4}$ のひずみに対応した微視的降伏応力が極めて低い¹⁰⁾のは、優先降伏域の降伏応力がフェライト本来の降伏強さ Y より極めて低い (Fig. 6) ためである。
2. マルテンサイトを 10% 程度含む DP 鋼の耐力が低いのは、鋭い降伏点が現れないこと、内部応力の影響を受けて¹⁾²⁾⁸⁾¹³⁾フェライトの平均降伏応力 $\bar{\sigma}_A$ が Y よ

り低くなること (Fig. 6), およびマルテンサイトに起因するひずみ硬化 $\Delta\sigma$ の寄与が小さいことによる。また, DP 鋼の 0.2% 耐力がマルテンサイトの体積率にのみ依存しマルテンサイトの強度 (C%) に依存しない²⁰⁾のは, マルテンサイトが弾性変形の状態にあるためである。

3. DP 鋼中のマルテンサイトはおよそ 0.5% 以上の変形を与えたとき降伏する。

なお, 降伏点現象については 4.1 で述べる。

4. 検討およびまとめ

4.1 連続降伏

DP 鋼においては鋭い降伏点とリュウダース伸びが極めて発生しにくく連続降伏が起こる。これに対しては緒言で紹介した 2 つの説に加えていくつかの説が提唱されている。3 章で述べたことを考慮して, この理由を次のように考えてよいであろう。

DP 鋼においては, マルテンサイト変態に伴う体積膨張によつてマルテンサイトの島を取り囲んでいるフェライトが変態誘起降伏を起こしている。そのため, 変態時のフェライトの降伏強さに相応した内部応力が作用している。DP 鋼を変形させるとき, この内部応力の助けによつてフェライトの平均降伏応力より低い負荷応力のもとで降伏し始める優先降伏域がフェライト相中に存在する。負荷応力が高くなるにつれて降伏域が広がってゆき, およそ耐力付近においてフェライトのほぼ全域が降伏する。DP 鋼中にはマルテンサイトの島に付随する優先降伏域が極めて多数分散しているため, 巨視的に見ると一様な変形が起こっているように見えるのである。これは, 普通のリムド鋼に調質圧延を施すと降伏のきつかけになる場所が多数導入されるため, リュウダース帯が隠蔽される²⁷⁾ことと同じである。

連続降伏とマルテンサイトの体積率の関係について考えてみよう。0.5% 耐力が約 200 MPa である DP 鋼において連続降伏が起こりかつ耐力が最低になるのはマルテンサイトの体積率が 2~5% のときである²⁸⁾。また, Nb と V を含み 0.2% 耐力が約 350 MPa である DP 鋼においては, マルテンサイトが 7~8% 以上含まれているとき連続降伏が起こる⁹⁾。したがって, 連続降伏が起こるためにはフェライトの全域が変態誘起降伏を起こしているか, あるいはこれに近い状態にあることが必要なのではなからうか。

4.2 時効・焼もどし等の影響

DP 鋼の微視的降伏応力に関する DAVIES の報告¹⁰⁾によれば, 10^{-5} ~ 10^{-3} のひずみに対応した降伏応力は時効を施さないときは極めて低い。しかし, 100~400°C で時効したあとでは時効温度が高いほど微視的降伏応力は高い¹⁰⁾。巨視的降伏応力も 170°C での時効⁷⁾または 300~400°C での焼もどし¹¹⁾²⁸⁾によつて上昇する。そし

て, およそ 200°C 以上の時効等によつてリュウダース伸びが発生する¹⁰⁾²⁸⁾。また, 製造時の巻き取り温度が 250°C を超える場合にも降伏応力が高くなりリュウダース伸びも長くなる¹³⁾²⁹⁾ことが報告されている。

100~200°C での時効による降伏応力の上昇は転位の固着によるフェライトの降伏強さの上昇による¹⁰⁾と考えてよいであろう。また, 100~170°C 20 min 程度の時効を施してもリュウダース伸びが現れない⁷⁾のは, 転位の固着によつてフェライトの降伏強さがある程度上昇してもなお優先降伏域が保存されているためであると考えられる。

250~400°C の焼もどし等による降伏応力の上昇とリュウダース伸びの発生の原因としては, 250~300°C における炭化物の析出¹³⁾, マルテンサイトの焼もどし収縮による内部応力の緩和¹⁴⁾, 400°C 付近におけるフェライトの回復による内部応力と優先降伏域の完全な消滅が考えられる。

4.3 予ひずみの影響

予ひずみを与えない DP 鋼に 170°C 20 min 程度の時効を施してもリュウダース伸びは現れない¹³⁾が, 1% 程度の調質圧延を施したあとと同様の時効を行うとリュウダース伸びが現れる¹³⁾¹⁶⁾²⁹⁾³⁰⁾。とくに, 1~5% の引張りの予ひずみを与えてから時効するとリュウダース伸びが顕著に現れる¹³⁾²⁸⁾。これは, 予ひずみを与えることによつてフェライトの全域あるいはフェライトとマルテンサイトのすべてが降伏したために, 優先降伏域が消滅してしまつたことによるものと考えられる。

〔付録〕 eigen ひずみ増分が作る内部応力

マルテンサイトのまわりに (10) 式で示されるような球対称の eigen ひずみが分布する時の応力 $\sigma_{pq}(r)$ 等を形式的に $\int_{r_0=a}^R d\sigma_{pq}$ 等で表すと, $d\sigma_{pq}$ 等は以下のように表される。

$r > r_0 + dr_0$ の領域に対しては

$$\left. \begin{aligned} d\sigma_{pq}(r) &= -\frac{1}{6} K_1 \frac{r_0^3}{r^3} \left(\delta_{pq} - \frac{3x_p x_q}{r^2} \right) dr_0 \\ d\sigma_m(r) &= 0 \\ d\bar{\sigma}(r) &= -\frac{1}{2} K_1 \frac{r_0^3}{r^3} dr_0 \end{aligned} \right\} \dots (A-1)$$

$r < r_0$ の領域に対しては

$$\left. \begin{aligned} d\sigma_{11}(r) &= d\sigma_{22}(r) = d\sigma_{33}(r) \\ &= d\sigma_m(r) = \frac{1}{3} K_1 dr_0 \\ d\bar{\sigma}(r) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (A-2)$$

ここで,

$$K_1 = \frac{E}{1-\nu} \left\{ \frac{d\varepsilon(r_0)}{dr_0} + 3 \frac{\varepsilon(r_0)}{r_0} \right\} \dots (A-3)$$

また, (11) 式で示されたマルテンサイトのもつ eigen ひずみ増分が作る内部応力の増分 $\Delta\sigma_{pq}(r)$ 等も同様に求めることができる。すなわち

$r > a$ の領域 (フェライト) に対しては

$$\left. \begin{aligned} \Delta\sigma_{pq}(r) &= \frac{1}{3} K_2 \frac{a^3}{r^3} \left(\sigma_{pq} - \frac{3x_p x_q}{r^2} \right) \\ \Delta\sigma_m(r) &= 0 \\ \Delta\bar{\sigma}(r) &= K_2 \frac{a^3}{r^3} \end{aligned} \right\} \dots (A-4)$$

$r < a$ の領域 (マルテンサイト) に対しては

$$\left. \begin{aligned} \Delta\sigma_{11}(r) &= \Delta\sigma_{22}(r) = \Delta\sigma_{33}(r) \\ &= \Delta\sigma_m(r) = -\frac{2}{3} K_2 \\ \Delta\bar{\sigma}(r) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (A-5)$$

ここで, $K_2 = \frac{E}{1-\nu} \left\{ e_{II}^* - \frac{1}{2} \varepsilon(a) \right\} \dots \dots \dots (A-6)$

したがって任意の点 r に作用する内部応力 $\sigma_{pq}(r)$ 等は (A-1~6) 式を用いて次のように表すことができる。マルテンサイト部 ($r < a$) に対しては

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11}(r) &= \sigma_{22}(r) = \sigma_{33}(r) = \sigma_m(r) \\ &= \int_{r_0=a}^R d\sigma_m(r) + \Delta\sigma_m(r) \\ \bar{\sigma}(r) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (A-7)$$

フェライトの変態誘起降伏域 ($a < r < R$) に対しては

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{pq}(r) &= \int_{r_0=a}^r d\sigma_{pq}(r) + \Delta\sigma_{pq}(r) \\ &+ \bar{\sigma}_{pq} \int_{r_0=r}^R d\sigma_m(r) \\ \sigma_m(r) &= \int_{r_0=r}^R d\sigma_m(r) \\ \bar{\sigma}(r) &= \int_{r_0=a}^r d\bar{\sigma}(r) + \Delta\bar{\sigma}(r) \\ &= \frac{E}{1-\nu} \frac{1}{r^3} \left[\left\{ e_{II}^* - \frac{1}{2} \varepsilon(a) \right\} a^3 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \int_{r_0=a}^r \left\{ \frac{d\varepsilon(r_0)}{dr_0} + 3 \frac{\varepsilon(r_0)}{r_0} \right\} r_0^3 dr_0 \right] \end{aligned} \right\} \dots (A-8)$$

フェライトの弾性域 ($r > R$) に対しては

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{pq}(r) &= \int_{r_0=a}^R d\sigma_{pq}(r) + \Delta\sigma_{pq}(r) \\ \sigma_m(r) &= 0 \\ \bar{\sigma}(r) &= \int_{r_0=a}^R d\bar{\sigma}(r) + \Delta\bar{\sigma}(r) \end{aligned} \right\} \dots (A-9)$$

文 献

- 1) 高橋政司, 国重和俊, 岡本篤樹: 日本金属学会会報, 19 (1980), p. 10
- 2) 古川 敬, 日本金属学会会報, 19 (1980), p. 439
- 3) W. S. OWEN: Met. Technol., 7 (1980), p. 1
- 4) R. G. DAVIES and C. L. MAGEE: Structure and Properties of Dual-Phase Steels, ed. by R. A. KOT and J. W. MORRIS, Jr. (1979), p. 1

[Metall. Soc. AIME]

- 5) J. M. RIGSBEE and P. J. VANDERAREND: Formable HSLA and Dual-Phase Steels, ed. by A. T. DAVENPORT, (1977), p. 56 [Metall. Soc. AIME]
- 6) P. R. MOULD and C. C. SKENA: 同上, p. 181
- 7) W. R. CRIBB and J. M. RIGSBEE: Structure and Properties of Dual-Phase Steels, ed. by R. A. KOT and J. W. MORRIS, Jr. (1979), p. 91 [Metall. Soc. AIME]
- 8) T. FURUKAWA, H. MORIKAWA, H. TAKECHI, and K. KOYAMA: 同上., p. 281
- 9) J. M. RIGSBEE, J. K. ABRAHAM, A. T. DAVENPORT, J. E. FRANKLIN, and J. W. PICKENS: 同上., p. 304
- 10) R. G. DAVIES: Metall. Trans., 10A (1979), p. 1549
- 11) 今村 淳, 古川 敬: 製鉄研究 (1976) 289, p. 11952
- 12) N. K. BALLIGER and T. GLADMAN: Met. Sci., 15 (1981), p. 95
- 13) T. TANAKA, M. NISHIDA, and T. KATO: Structure and Properties of Dual-Phase Steels, ed. by R. A. KOT and J. W. MORRIS, Jr. (1979), p. 221 [Metall. Soc. AIME]
- 14) 国重和俊, 高橋政司, 杉沢精一, 増井淑郎: 鉄と鋼, 65 (1979), p. 1916
- 15) 西山善次: マルテンサイト変態基本編 (1971), p. 13 [丸善]
- 16) K. ARAKI, S. FUKUNAKA, and K. UCHIDA: Trans. ISIJ, 17 (1977), p. 701
- 17) J. Y. KOO, M. RAGHAVAN, and G. THOMAS: Metall. Trans., 11A (1980), p. 351
- 18) J. D. ESHELBY: Proc. Roy. Soc., A241 (1957), p. 376, A252 (1959), p. 561
- 19) 村外志夫, 森 勉: マイクロメカニクス (1976) [培風館]
- 20) 古川 敬, 武智 弘, 渡辺国雄, 戸来稔雄, 竹本長靖: 日本金属学会会報, 19 (1980), p. 541
- 21) 中村正久, 坂木庸晃: 鉄と鋼, 56 (1970), p. 258
- 22) J. T. MICHALAK, W. C. LESLIE, and A. S. KEH: Iron and Its Dilute Solid Solutions, ed. by G. W. SPENCER and F. E. WERNER (1963), p. 309 [Interscience Publishers]
- 23) 竹内 伸: 鉄と鋼, 55 (1969), p. 69
- 24) R. HILL: The Mathematical Theory of Plasticity (1950), p. 97 [The Clarendon Press]
- 25) Y. TOMOTA, K. KUROKI, T. MORI, and I. TAMURA: Mater. Sci. Eng., 24 (1976), p. 85
- 26) R. G. DAVIES: Metall. Trans., 9A (1978), p. 671
- 27) R. D. BATLER and D. V. WILSON: JISI, 200 (1963), p. 16
- 28) N. OHASHI, I. TAKAHASHI, and K. HASHIGUCHI: Trans. ISIJ, 18 (1978), p. 321
大橋延夫, 高橋 功, 橋口耕一: 塑性と加工, 17 (1976), p. 883
- 29) 栗原 極, 荒木健治, 中岡一秀: 鉄と鋼, 67 (1981), p. 343
- 30) 中岡一秀, 荒木健治, 金原 理: 塑性と加工, 17 (1976), p. 875