

.....
 論 文

等温変態線図を基にした焼入性の予測

梅本 実*・西岡 伸夫*²・田村 今男*³

Prediction of Hardenability from Isothermal Transformation Diagram

Minoru UMEMOTO, Nobuo NISHIOKA, and Imo TAMURA

Synopsis :

A quantitative prediction of hardenability of eutectoid steels from the corresponding isothermal transformation diagram is considered. A general equation expressing the transformation kinetic during continuous cooling of eutectoid steel is derived by combining the isothermal transformation kinetics with the cooling curves under the assumption that the transformation is additive over the whole transformation temperature range. Based on this equation, the simple equations expressing the values of critical cooling rate α_u and α_l , Jominy distance J_0 and ideal critical diameter D_I using the values obtained from the isothermal transformation diagram are developed. The relationships between D_I and J_0 and D_I , H and D_0 which had been derived by Grossmann et al. based on the half temperature time are reconsidered from the continuous cooling transformation point of view. The main results obtained are as follows :

- (1) The transformed fraction X of pearlite during continuous cooling can be expressed as,

$$X = 1 - \exp \left[- \left\{ \int_{T=T_c}^{T=T} \frac{e^{-a/n(T-b)^2}}{dT/dt} dT \right\}^n \frac{\ln 2}{t_0^n} \right]$$

- (2) Upper and lower critical cooling rate α_u and α_l , Jominy distance J_0 and ideal critical diameter D_I can be expressed as,

$$\alpha_u = \frac{1}{Z} (69)^{1/n}, \quad \alpha_l = \frac{1}{Z} (0.15)^{1/n}$$

$$J_0^4 = 3.12 \times 10^{-5} (T_1 - T_2)(b - T_2) Z$$

$$D_I^2 = 2.56 \times 10^{-2} f^2 (T_1 - T_2)(b - T_2) Z \quad \text{where } Z = t_0 \sqrt{\frac{a}{n\pi}}$$

- (3) The values of D_I derived from J_0 and D_0 derived from D_I and H using Grossmann's method may be smaller and larger respectively than the actual ones.

1. 結 言

鋼の焼入性の問題は、その工業的重要性から古くより精力的に研究が成されてきたが、特に 1940 年前後に JOMINY¹⁾²⁾ や GROSSMANN³⁾⁴⁾ により焼入性の試験方法や、合金元素と γ 粒径から焼入性を計算によつて予測する方法が考え出され、それらの方法が今日まで広く一般に使用されている。この GROSSMANN によつて初期に提示された焼入性の予測法はそれ自身かなり合理的なものであり、現在もなおその原理に従つて焼入性倍数の見直しや、合金元素間の相互作用の導入などによりその適用範囲や精度上の難点を克服する試みが成されている⁵⁾

⁶⁾。しかし問題となる点は焼入性の評価を焼入後の材料の硬さを基準とした比較試験に依つており、冷却挙動や変態挙動に忠実でないことである。そのためこの方法には自ずとその精度に限界があると考えられる。

鋼を焼入れるということは高温のオーステナイト状態からフェライト、パーライト、ベイナイトなどの拡散変態生成物が生成し得ないような速い速度で冷却しマルテンサイト組織にすることである。焼入性に対する合金元素の影響も、それら元素がフェライト、パーライト、ベイナイトなどの反応をいかに遅らせるかの問題である。従つて焼入性の問題は鋼を冷却中にいかなる拡散変態相がどのような速度で生成してくるのかを理解することに

昭和 55 年 5 月日本熱処理技術協会学術講演大会にて発表 昭和 56 年 4 月 2 日受付
 (Received Apr. 2, 1981)

* 京都大学工学部 Ph. D. (Faculty of Engineering, Kyoto University, Yoshidahonmachi Sakyo-ku Kyoto 606)

*² 京都大学大学院 (Graduate School, Kyoto University)

*³ 京都大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Kyoto University)

よつて、初めてより正確に予測し得るものと考えられる。

さて相変態を考慮した焼入性の予測としてこれまで連続冷却変態線図⁷⁾を利用する方法が考え出されている。しかし連続冷却変態線図は一つの冷却曲線群によつて測定されるべきもので、その冷却曲線群が違つたと変態線図の形が異なることから、一つ一つの冷却曲線群に対応した変態線図が必要となる。そのため連続冷却変態線図による方法はあまり便利とはいえない。これに反して等温変態線図は γ 粒径が決まればその鋼に対して一義的に定まるものである。また近年、熱膨張を利用した測定装置の進歩などにより、オーステナイト状態から急冷した後の等温変態の進行が非常に簡単に測定できるようになり、多くの実用鋼について等温変態の kinetics や等温変態線図⁸⁾が求められるようになってきている。また等温変態線図の基となる等温変態は連続冷却変態と異なり、重要な物理変数である温度が一定に保たれているため、核生成や成長を含め、変態の進行を理論的に解析できるという大きな長があり、将来等温変態線図は純粋な理論計算から求められるものと期待される。そこでこれら等温変態線図を基に焼入性の評価を行うことができれば実用的にも極めて便利であると考えられる。しかしこれまで、TTT 図は焼入性を定性的に見積る程度に利用されているだけで、定量的な予測に利用する試みはほとんど見当たらない。

著者ら⁹⁾はこのような観点からこれまで、鋼の等温変態 kinetics を基に共析鋼において鋼材の大きさ、 γ 粒径、マルテンサイト率の3つの間で等温変態線図のC曲線の形にかかわらず成立する一般的関係を導き、その応用を検討してきた。本研究では等温変態線図のC曲線の形を考慮した焼入性の問題を、簡単のためパーライトがその主たる拡散変態生成物であり、等温変態線図が一つのC曲線で表される共析鋼の場合について取り上げた。まず任意の冷却曲線に沿つて冷却した場合に得られるマルテンサイト率を求める基本式を導き、次に焼入性を表す代表的な値である臨界冷却速度、ジョミニ距離 (J_0)、理想臨界直径 (D_1) を等温変態線図から読み取つた値を使つて、できる限り簡単な計算で求める方法について検討した。最後にこれまで半温度時間を基準にして求められていた J_0 と D_1 及び D_1-H-D_0 の関係について相変態の立場から再検討を加えた。

2. 共析鋼の連続冷却変態速度式

ここで鋼の等温変態の kinetics について考えるが、話を簡単にするために変態が進行中に母相濃度が変化しないパーライト変態に限る。パーライト反応の速度式につ

いては従来から種々の研究¹⁰⁾¹¹⁾があり、一般にJohnson-Mehl タイプの式で表現できるとされている。またパーライトは γ 粒界に優先的に核生成することから、パーライト変態の進行速度は γ 粒径によつて著しく変化する。そこで γ 粒径をも考慮したパーライト変態の速度式を考察すると(1)式のようなになる。

$$X = 1 - \exp\{-k(T) \frac{t^n}{d^m}\} \dots \dots \dots (1)$$

これは CAHN¹²⁾ が導いたパーライト変態の速度式を著者ら¹³⁾¹⁴⁾がさらに発展させたものである。ここで X はパーライト変態率を表し、 t は等温保持時間、 d は γ 粒径を表す。また指数 m はパーライト変態速度の結晶粒径に依存する指数であり、その値は核生成場所によつて異なる。Table 1に指数 m を核生成場所によつて分類した値を示す。核生成場所としては Fig. 1の γ 粒の模式図に示すように結晶粒の surface, edge, corner に分類できる。ここで surface とは2つの結晶粒が接している面で、edge とは結晶粒の交線、corner は結晶粒の交点をそれぞれ意味する。

さて $k(T)$ は変態温度のみに依存する関数で、核生成速度や成長速度によつて決まるものであり、等温変態線図におけるC曲線の形状を表している。等温変態線図のC曲線は一般に放物線に近いことから $k(T)$ を次式のよ

$$k(T) = \exp\{-a(T-b)^2 - c\} \dots \dots \dots (2)$$

に近似することにする。 $k(T)$ を上式のように表わした場合、 a は等温変態線図の広がり

の程度、 b は nose 温度、また c は等温変態線図の時間的な位置を表し、それぞれ与えられた等温変態線図からその値を読み取ることができ

Table 1. The value of m for different nucleation site.

nucleation site	surface	edge	corner
the value of m	1	2	3

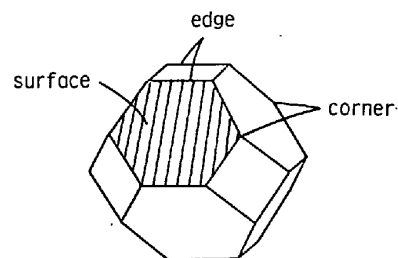


Fig. 1. Schematic diagram of austenite grain showing three types of nucleation sites.

† 付録参照

却曲線と何らかの方法で結びつけることにより、連続冷却過程におけるパーライト変態の進行を計算で求められるわけであるが、この問題に対して以前著者ら¹³⁾¹⁴⁾は、これまで潜伏期だけに対して適用されていた加算則¹⁵⁾を変態が開始した後の変態率に対して拡張できることを実験的に確かめ、連続冷却過程における変態の進行を表す式を求めた。その方法について簡単に説明する。

一般に加算則とは冷却曲線を階段状の等温保持で近似し、各温度での保持時間 Δt をその温度での潜伏期 τ で割った値、つまり部分核生成時間 (fractional nucleation time) の合計が 1 になつたところで変態が開始するとしたもので、次式で表される。

$$\sum_{i=1}^n \frac{\Delta t_i}{\tau_i} = 1 \dots\dots\dots (3)$$

また分割を十分に細かくすればこの式は積分に書き換えられて次式のようにになる。

$$\int_{t=0}^{t=t} \frac{dt}{\tau(T)} = 1 \dots\dots\dots (4)$$

この加算則の考え方を変態が開始した後の変態率に対して拡張する。まず温度 T での等温変態により変態率が X になるのに要する時間を $\tau_x(T)$ とすると連続冷却によりパーライト変態率が X になる条件は次式のようにになる。

$$\int_{t=t_0}^{t=t} \frac{dt}{\tau_x(T)} = \int_{T=T_0}^{T=T} \frac{1}{\tau_x(T)} \frac{dt}{dT} dT = 1 \dots\dots\dots (5)$$

ここで T_0 は共析温度である。次に (1) 式を変形すると $\tau_x(T)$ は次式のようにになる。

$$\tau_x(T) = \left\{ \frac{dm}{k(T)} \ln \frac{1}{1-X} \right\}^{1/n} \dots\dots\dots (6)$$

(6) 式を (5) 式に代入し、温度に依存しない項を積分の外に出すと、

$$\int_{T=T_0}^{T=T} \frac{k(T)^{1/n}}{dT/dt} dT = dm^{1/n} \left(\ln \frac{1}{1-X} \right)^{1/n} \dots\dots\dots (7)$$

(7) 式の両辺を n 乗し、 X について整理すると、

$$X = 1 - \exp \left[- \left\{ \int_{T=T_0}^{T=T} \frac{k(T)^{1/n}}{dT/dt} dT \right\}^n \frac{1}{dm} \right] \dots\dots\dots (8)$$

となる。また $k(T)$ を (2) 式のように近似し、nose 温度での等温変態により変態率が 50% になるのに要する時間 t_0 を用いれば、 $k(T) = (dm \ln 2 / t_0^n) e^{-a/n(T-b)^2}$ となり上式は、

$$X = 1 - \exp \left[- \left\{ \int_{T=T_0}^{T=T} \frac{e^{-a/n(T-b)^2}}{dT/dt} dT \right\}^n \frac{\ln 2}{t_0^n} \right] \dots\dots\dots (9)$$

となる。この (9) 式が連続冷却過程におけるパーライト変態率を与える式である。また等速冷却の場合では $dT/dt = -\alpha$ (const.) であるから、(9) 式は次のように表せる。

$$X = 1 - \exp \left[- \left\{ \int_{T=T}^{T=T_0} e^{-a/n(T-b)^2} dT \right\}^n \frac{\ln 2}{\alpha^n t_0^n} \right] \dots\dots\dots (10)$$

3. 連続冷却変態速度式の焼入性予測への応用

3.1 臨界冷却速度の求め方

臨界冷却速度は鋼の焼入性を表す最も一般的な値であり、100% マルテンサイトを生ずる (完全焼入れ) のに要する最小の冷却速度は上部臨界冷却速度、初めてマルテンサイトの現れ始める冷却速度は下部臨界冷却速度と呼ばれている。臨界冷却速度は等速冷却した場合の冷却速度で表すが、(8) 式より温度 T まで等速冷却したときパーライト変態率が X になる等速冷却速度 α は次式のように表せる。

$$\alpha = \frac{\int_{T=T}^{T=T_0} k(T)^{1/n} dT}{dm^{1/n} \{ \ln(1-X) \}^{1/n}} \dots\dots\dots (11)$$

また $k(T)$ を (2) 式のように近似し、nose 温度での等温変態によりパーライト変態率が 50% になるのに要する時間 t_0 を用いた (10) 式より、 α はより簡単に次式のようにになる。

$$\alpha = \frac{1}{t_0} \left\{ \frac{\ln 0.5}{\ln(1-X)} \right\}^{1/n} \int_{T-b}^{T_0-b} e^{-a/nT'^2} dT' \dots\dots\dots (12)$$

この (12) 式において被積分関数は、温度 T が nose 温度から離れるのに伴い急速に 0 に収束する性質をもつ。従つて実際の焼入れの場合のように nose 温度から十分離れた温度が積分の上限、下限となる場合には、 $-\infty$ から ∞ までの積分として近似できて α は次のようになる。

$$\alpha \approx \frac{1}{t_0} \left\{ \frac{\ln 0.5}{\ln(1-X)} \right\}^{1/n} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-a/nT'^2} dT' = \frac{1}{t_0} \left\{ \frac{\ln 0.5}{\ln(1-X)} \right\}^{1/n} \sqrt{\frac{n\pi}{a}} \dots\dots\dots (13)$$

ここで冷却終了後の組織が 99% マルテンサイトを含む、すなわち冷却中に生成するパーライト量が 1% である等速冷却速度を上部臨界冷却速度 α_u 、また冷却終了時の組織が 1% のマルテンサイトを含む等速冷却速度を下部臨界冷却速度 α_l と定義すれば、 α_u, α_l はそれぞれ (13) 式の X に 0.01, 0.99 を代入して次式のように表される。

$$\alpha_u = \frac{1}{t_0} \left\{ \frac{\ln 0.5}{\ln 0.99} \right\}^{1/n} \sqrt{\frac{n\pi}{a}} \approx \frac{69^{1/n}}{t_0} \sqrt{\frac{n\pi}{a}} \dots\dots\dots (14)$$

$$\alpha_l = \frac{1}{t_0} \left\{ \frac{\ln 0.5}{\ln 0.01} \right\}^{1/n} \sqrt{\frac{n\pi}{a}} \approx \frac{0.15^{1/n}}{t_0} \sqrt{\frac{n\pi}{a}} \dots\dots\dots (15)$$

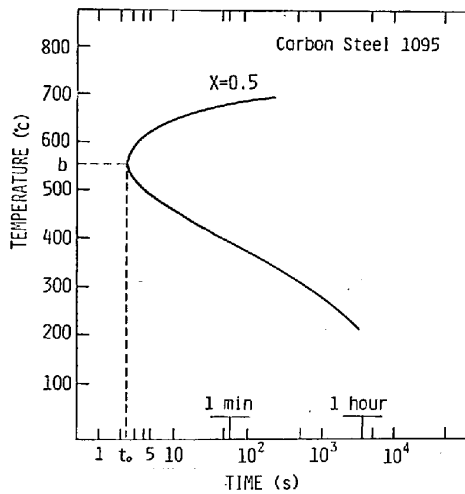


Fig. 2. TTT diagram of carbon steel 1095.

または

$$\alpha_1 = \left(\frac{\ln 0.99}{\ln 0.01} \right)^{1/n} \cdot \alpha_u \approx (2.2 \times 10^{-3})^{1/n} \cdot \alpha_u \quad (16)$$

これらの式から分かるように上部及び下部臨界冷却速度は等温変態線図から nose 温度で 50% 変態するのに要する時間 t_0 を読み取り、C 曲線の広がりから a/n の値を決めるだけで上のような簡単な計算により求められる。例えば Fig. 2 は 1095 鋼の等温変態線図⁸⁾ であるが、図より nose 温度で 50% 変態するのに要する時間 t_0 は 2.5 s, a/n は 0.18×10^{-3} と求まる。また n の値はパーライトの核生成・成長モデルから計算された Johnson-Mehl 式で求められている 4 としてこれらを (14), (15) 式に代入すると、 α_u 及び α_1 はそれぞれ 152 及び 33 (deg/s) と求まる。これらの値は FRENCH¹⁶⁾ がこの鋼とほぼ同組成の 0.96 C 鋼を用いて実測した値、160 及び 35 (deg/s) と極めて近く、(14) 及び (15) 式を用いて上部及び下部臨界冷却速度が精度良く計算し得ることが分かる。

最後に臨界冷却速度は r 粒径の影響を受けるが、(11) 式の関係から、いま粒径が d_1 のとき臨界冷却速度が α_1 であるとすれば、粒径 d_2 に対する臨界冷却速度 α_2 は

$$\alpha_2 = \alpha_1 \cdot \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^{m/n} \quad (17)$$

より求められる。

3.2 ジョミニ距離 J_0 の求め方

ジョミニ試験は鋼の焼入性を測定する最も単純で最も秀れた方法であり、ジョミニ距離とは焼入端から 50% マルテンサイト組織になる位置までの距離である。さて、ジョミニ試片の冷却曲線は焼入端からの距離により変化するが、その冷却速度は焼入端からの距離 J と分離され

次式のように表せることが時弘と田村¹⁷⁾により実験的に示されている。

$$\frac{dT}{dt} = -Q_J(T) \cdot J^{-1.4} \quad (18)$$

ここで $Q_J(T)$ は冷却端から単位長さの距離での冷却速度である。この (18) 式を (9) 式に代入して整理すればジョミニ距離 J_0 は次式のように表される。

$$J_0^{1.4} = t_0 \left\{ \int_{T=T}^{T=T_0} \frac{e^{-a/n(T-b)^2}}{Q_J(T)} dT \right\}^{-1} \quad (19)$$

$Q_J(T)$ については条件を与えて純粋に計算により求める方法¹⁸⁾も示されているが、やはり実測のデータを用いることが望ましい。ここでは RUSSEL¹⁹⁾らにより測定され報告されている冷却曲線を用い、これを簡単化のため焼入性にとって重要な温度範囲 (750~350°C) で 2 次曲線として近似し、次のように表すことにした。

$$Q_J(T) = 1.13 \times 10^{-3} (T_1 - T_2) \sqrt{T - T_2 - 301} \quad (20)$$

ただし T_1 は鋼の初期温度、 T_2 は冷却剤の温度である。この (20) 式を (19) 式に代入すると

$$J_0^{1.4} = 1.13 \times 10^{-3} (T_1 - T_2) t_0 \left\{ \int_{T=T}^{T=T_0} \frac{e^{-a/n(T-b)^2}}{\sqrt{T - T_2 - 301}} dT \right\}^{-1} \quad (21)$$

となり、この式がジョミニ距離を与える式である。さらに J_0 は、(36) 式で示すような理想臨界直径との関係を利用すれば、(21) 式よりは多少荒いが次のように近似できる。

$$J_0^{1.4} = 0.0122 \cdot D_i^2 = 3.12 \times 10^{-5} \cdot (T_1 - T_2) (b - T_2) t_0 \sqrt{\frac{a}{n\pi}} \quad (22)$$

これら (21) または (22) 式を用いれば、等温変態線図から nose 温度 b , nose 温度で 50% 変態するのに要する時間 t_0 を読み取り、C 曲線の広がりから a/n を求めればジョミニ距離が計算できる。

Table 2 は ASM Atlas⁸⁾ に示される種々の共析鋼のジョミニ曲線から読み取ったジョミニ距離と、TTT 図から a/n , b , t_0 を読み取り、(21) 及び (22) 式を用い

Table 2. Comparison of Jominy distance with experimental and present calculation.

steel	a/n x 10 ³	b (°C)	t ₀ (s)	J ₀ (experimental) (cm)	J ₀ (calculated)	
					eq(21)	eq(22)
1060	0.32	580	2.5	0.58	0.51	0.48
1080	0.18	550	2.5	0.56	0.40	0.38
0.6C-3.9Ni	0.24	510	7	0.76	0.86	0.83
2340	0.18	490	12	0.99	1.07	1.05
4042	0.11	500	4	0.58	0.41	0.41
4068	0.19	500	10.5	1.16	1.03	1.00
0.65C-0.1Mo	0.14	540	4	0.66	0.49	0.47

て計算したジョミ=距離とを比較したものである。計算値と実測値は、かなり良い一致を示しており、以上のような計算からジョミ=距離が満足すべき精度で得られることが分かる。またこの方法を用いれば、これまで実測が困難であった焼入性の非常に小さな鋼や、逆に焼入性の非常に大きな鋼についてもジョミ=距離が計算により求められる。

最後にジョミ=距離の r 粒径依存性について考察する。前報の計算¹³⁾を利用すれば、 r 粒径が d_1 のときのジョミ=距離を J_1 とすると r 粒径が d_2 のときのジョミ=距離 J_2 は

$$J_2 = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^{m/1.4n} \cdot J_1 \dots\dots\dots (23)$$

として求めることができる。またジョミ=試験片におけるマルテンサイトの分布は、焼入端からの距離 J とマルテンサイト率 X_M の間に成立する次式の関係から求められる。

$$J = J_0 \left(\frac{\ln X_M}{\ln 0.5}\right)^{1/1.4n} \dots\dots\dots (24)$$

3.3 理想臨界直径 D_I の求め方

焼入性の比較基準として最もよく用いられているのが理想臨界直径 D_I である。理想臨界直径とは、鋼材を冷却剤中に焼入れた瞬間に、その表面が冷却剤温度になるような理想的な焼入れ ($H=\infty$) を行つた場合の臨界直径 (中心部が 50% マルテンサイト組織になる丸棒の直径) であり、GROSSMANN ら⁴⁾ により定義されたものである。この D_I は冷却剤の冷却能には無関係な、その鋼特有の値であることから焼入性を評価するには非常に合理的な基準である。そこでこの D_I を連続冷却中の相変態の観点から、TTT 図を用いて求める方法を検討してみる。

いま半径 r の無限長さの丸棒を加熱して焼入れる場合、半径方向のみの熱流を考えれば中心から x の位置において次の熱伝導方程式が得られる。

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{f^2} \frac{\partial T}{\partial t} \dots\dots\dots (25)$$

ここで f^2 は鋼の熱拡散率である。いま丸棒の初期温度を T_1 、冷却剤の温度を T_2 で一定とし、またニュートン冷却を仮定して解けば (25) 式の解は次のようになる。

$$T = T_2 + (T_1 - T_2) \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-f^2 \mu_n^2 t} \cdot J_0(\mu_n \cdot x) \dots (26)$$

ここで $\mu_n = M_n/r$ であり、 M_n は次式を満たす値をとる。

$$J_0(M_n) = \frac{M_n}{B} \cdot J_1(M_n) \dots\dots\dots (27)$$

ここで J_0, J_1 はそれぞれ一種零次及び一種一次のベッセル関数である。また A_n は次のように表される。

$$A_n = \frac{2}{(1 + M_n^2/B^2) \cdot B \cdot J_0(M_n)} = \frac{2}{(1 + M_n^2/B_2) \cdot M_n J_1(M_n)} \dots\dots\dots (28)$$

さて無限大の冷却能をもつ冷却剤中に焼入れる理想焼入れの場合 ($B=\infty$) では

$$A_n = \frac{2}{M_n J_1(M_n)} \dots\dots\dots (28')$$

となり、この式の M_n は、 $J_0(M_n)=0$ を満たす値をとることになる。また丸棒中心部を考えると $x=0$ であるので (26) 式の $J_0(\mu_n x)$ は

$$J_0(\mu_n x) = J_0(0) = 1$$

となる。これらのことから理想焼入れの場合の丸棒中心部の温度は丸棒の直径 D を使って

$$T = T_2 + (T_1 - T_2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{M_n J_1(M_n)} e^{-f^2 \cdot M_n^2 \cdot 4t/D^2} \dots\dots\dots (26')$$

と表される。さて M_n の値は直径に依存しないので、 t/D^2 の値が一定のとき温度は一定となる。つまり丸棒中心部の冷却速度 dT/dt は直径 D の因子と分離できて次式のように表せる。

$$\frac{dT}{dt} = -Q_D(T) \cdot D^{-2} \dots\dots\dots (29)$$

ここで $Q_D(T)$ は単位直径の無限長さの丸棒を理想焼入れたときの丸棒中心部での冷却速度である。(29)式を連続冷却変態 kinetics を表す (9) 式に代入し、 $X=0.5$ として整理すれば理想臨界直径 D_I は次式のように表せる。

$$D_I^2 = t_0 \left\{ \int_{T=T}^{T=T_0} \frac{e^{-a/n(T-b)^2}}{Q_D(T)} dT \right\}^{-1} \dots\dots\dots (30)$$

次に (26) 式を用いて計算により求めた $Q_D(T)$ を簡単化のため焼入性にとって重要な温度範囲 (750~350 °C) で次のように近似することにする。

$$Q_D(T) = 2.56 \times 10^{-2} f^2 (T_1 - T_2) (T - T_2) \dots\dots\dots (31)$$

ただし T_1 は鋼の初期温度、 T_2 は冷却剤の温度であり、 f^2 は鋼の熱拡散率である。この $Q_D(T)$ を (30) 式に代入すれば次式を得る。

$$D_I^2 = 2.56 \times 10^{-2} f^2 (T_1 - T_2) t_0 \cdot \left\{ \int_{T=T}^{T=T_0} \frac{e^{-a/n(T-b)^2}}{T - T_2} dT \right\}^{-1} \dots\dots\dots (32)$$

(32) 式の積分項は次式のように近似できる。

$$\int_{T=T}^{T=T_0} \frac{e^{-a/n(T-b)^2}}{T - T_2} dT = \frac{1}{b - T_2} \int_{T=b}^{T_0-b} e^{-a/nT'^2} dT' \approx \frac{1}{b - T_2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-a/nT'^2} dT'$$

$$= \frac{1}{b-T_2} \sqrt{\frac{n\pi}{a}} \dots\dots\dots (33)$$

従つて D_I は

$$D_I^2 = 2.56 \times 10^{-2} f^2 (T_1 - T_2) (b - T_2) t_0 \sqrt{\frac{a}{n\pi}} \dots\dots\dots (34)$$

となり、等温変態線図から a/n , b , t_0 の3つの値を読み取れば (34) 式を用いて D_I が計算できる。

ところで理想臨界直径 D_I は直接には測定できないので、一般にジョミニ距離から変換して求められている⁴⁾ 20)。そこで本研究で示したジョミニ距離と理想臨界直径との関係を求めてみる。ジョミニ距離 J_0 と理想臨界直径 D_I は、それぞれ (21) 及び (32) 式で与えられる。

$$J_0^{1.4} = 1.13 \times 10^{-3} (T_1 - T_2) t_0 \cdot \left\{ \int_{T=T}^{T=T_0} \frac{e^{-a/n(T-b)^2}}{\sqrt{T-T_2-301}} dT \right\}^{-1} \dots\dots\dots (21)$$

$$D_I^2 = 2.56 \times 10^{-2} f^2 (T_1 - T_2) t_0 \cdot \left\{ \int_{T=T}^{T=T_0} \frac{e^{-a/n(T-b)^2}}{T-T_2} dT \right\}^{-1} \dots\dots\dots (32)$$

ここで両式の比をとれば次のようになる。

$$\frac{J_0^{1.4}}{D_I^2} = \frac{4.41}{f^2} \cdot \frac{\int_{T=T}^{T=T_0} \frac{e^{-a/n(T-b)^2}}{T-T_2} dT}{\int_{T=T}^{T=T_0} \frac{e^{-a/n(T-b)^2}}{\sqrt{T-T_2-301}} dT} \dots (35)$$

(35) 式の右边を $f^2=0.1$ (cm²/s) とし、 a/n と b に実際の鋼の等温変態において見られる種々の値を入れて計算したものを Table 3 に示すが、右辺の値は a/n や b によつてあまり変化しないことが分かる。そこで $a/n=1.0 \times 10^{-4}$, $b=550^\circ\text{C}$ における値 0.0122 で代表させることにすると、 J_0 と D_I の関係は次のように表せる。

$$J_0^{1.4} = 0.0122 D_I^2 \text{ または } D_I = 9.05 \cdot J_0^{0.7} \dots\dots\dots (36)$$

従来、理想臨界直径 D_I はジョミニ距離における半温度時間と等しい半温度時間をもつ丸棒の直径として求められていた。Fig. 3 は本研究で求めた J_0 と D_I の関係と、RUSSEL ら¹⁹⁾ が測定したジョミニ試験片の冷却曲線

Table 3. The value of $J_0^{1.4}/D_I^2$ as functions of a/n and b .

b (°C)	a/n x 10 ⁴			
	0.5	1.0	1.5	2.0
500	0.0114	0.0116	0.0118	0.0119
520	0.0116	0.0119	0.0120	0.0121
540	0.0118	0.0121	0.0122	0.0123
560	0.0119	0.0122	0.0124	0.0124
580	0.0121	0.0124	0.0125	0.0125
600	0.0122	0.0125	0.0125	0.0126

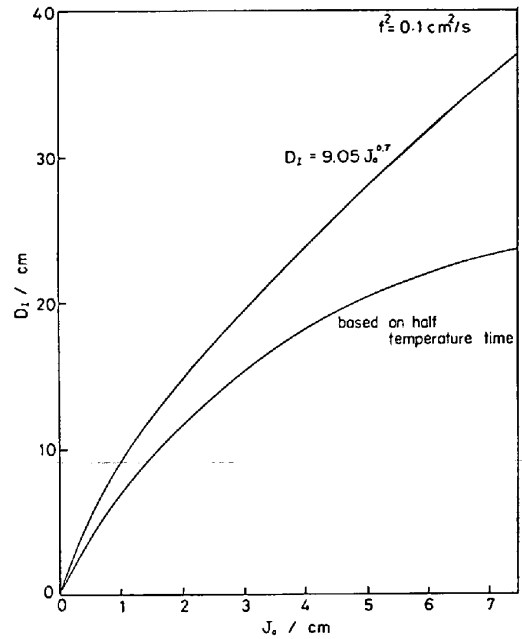
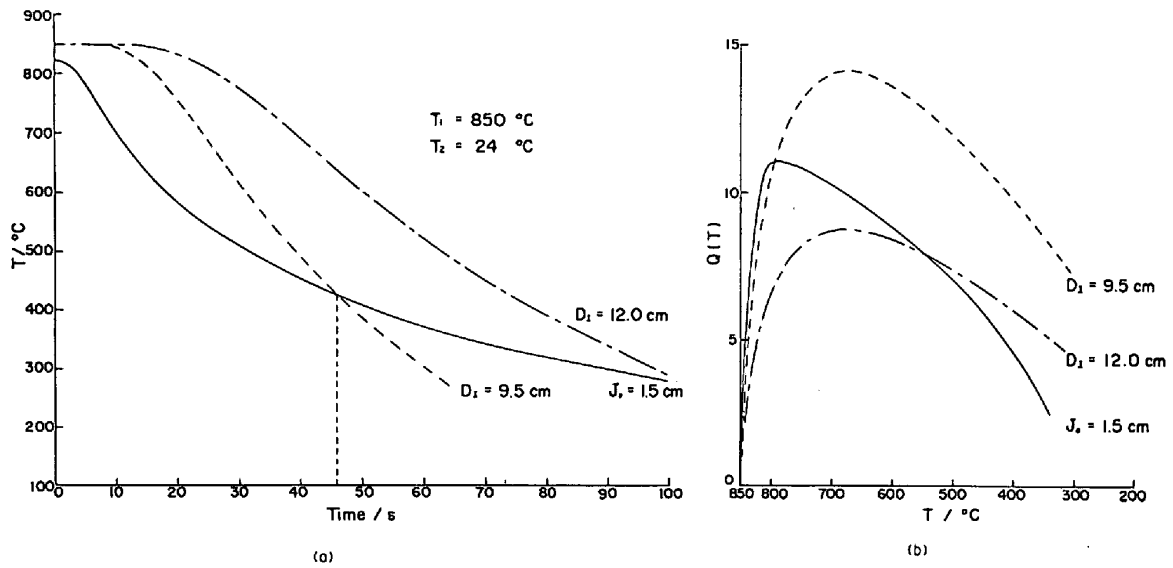


Fig. 3. Relationship between Jominy distance, J_0 and ideal critical diameter, D_I .

のデータを基に、半温度時間を基準として求めた J_0 と D_I の関係を比較して示したものである。この図より半温度時間を基準として求めた D_I の値は、すべてのジョミニ距離に対して本研究で得られる値より小さく、その差はジョミニ距離が大きくなるとともに大きくなること分かる。この原因は、本研究では冷却中の相変態を考慮し、各温度における冷却速度を重視したのに対して、GROSSMANN ら⁴⁾ は半温度時間が等しければ得られる組織は等しいと仮定したところにあると考えられる。半温度時間が等しいということは、その間の平均の冷却速度が等しいということであり、個々の温度における冷却速度が必ずしも等しいわけではない。Fig. 4 は例としてジョミニ試験片の焼入端から 1.5 cm の位置における冷却曲線と、 $J_0=1.5$ cm と同じ半温度時間をもつ $D_I=9.5$ cm の場合及び本研究で相変態を考慮して求めた $D_I=12$ cm の場合の3つの冷却曲線を示している。(a) の図で $D_I=12$ cm と $J_0=1.5$ cm の冷却曲線は、ほぼ共析鋼の nose 温度に相当する 550°C 前後で傾きがよく似ており、時間軸方向に平行移動したような形になっている。また冷却速度の温度変化を示す (b) の図から、 $D_I=12$ cm と $J_0=1.5$ cm の冷却曲線は同一温度における冷却速度が最も等しくなるような組み合わせであることが分る。一方 $D_I=9.5$ cm と $J_0=1.5$ cm の冷却曲線を (a) の図で比較すると半温度時間は両者とも 46s で等しいが、(b) の図で $D_I=9.5$ cm の丸棒では冷却過程の各温度における冷却速度が $J_0=1.5$ cm の場合と比べて、焼入性に影響する 750°C 以下のすべての



(a) temperature VS time (b) $Q(T)(=dT/dt)$ VS temperature
 Fig. 4. Comparison of cooling curves for $D_1=12.0, 9.5$ cm and $J_0=1.5$ cm.

温度で大きくなっている。このことから半温度時間を基準にして求めた D_1 では冷却速度が大きく、中心部でのマルテンサイト率は 50% をはるかに超えているものと思われる。従つて真の D_1 は、これまで計算されているものより大きな値となるであろう。

ところで理想臨界直径 D_1 は広い活用範囲をもつが²¹⁾ ²²⁾、中でも最もよく利用されるのは D_1 が既知の鋼を、ある冷却能 H をもつ焼入冷却剤中に焼入れたときの臨界直径 D_0 を求める問題である。そこで次に D_1-H-D_0 の関係について考えてみる。

3.4 D_1-H-D_0 の関係

任意の冷却能 H を有する冷却剤中に焼入れた場合の臨界直径 D_0 を求める問題に対して、GROSSMANN ら⁴⁾ は半温度時間が等しければ得られる組織は等しいと仮定し、次のように解いている。いま無限に長い丸棒を加熱して焼入れる場合を考え、側面からニュートン冷却の法則に従つて冷却されるものとすれば、冷却途中の温度降下因子 $u=(T-T_2)/(T_1-T_2)$ は、冷却能因子 $B=HD$ 、時間因子 $\tau=(4f^2/D^2) \cdot t$ 及び位置の因子 $R=D_u/D$ の関数として次のように示される。

$$u=f\left\{ (HD), \left(\frac{4f^2}{D^2} \cdot t \right), \left(\frac{D_u}{D} \right) \right\} \dots\dots (37)$$

ここで T は冷却途中の温度、 T_1 は鋼の初期温度、 T_2 は冷却剤の温度、 H は冷却能、 D は直径、 f^2 は鋼の熱拡散率、 t は焼入瞬間からの時間、 D_u は中心からの距離の 2 倍を表す。いま中心部における半温度時間について考えれば、 $u=1/2, D_u/D=0$ となる。このときの直径を D_0 とすれば、 t は半温度時間 t_h を示す。

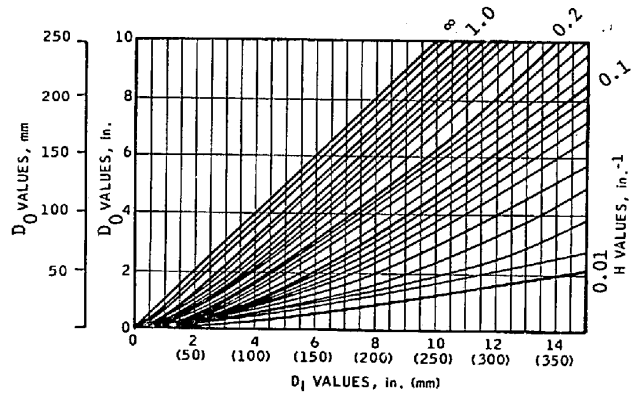


Fig. 5. Relationship among ideal critical diameter, D_1 , severity of quench, H and actual critical diameter, D_0 (by GROSSMANN⁴⁾).

$$f\left\{ (HD_0), \left(\frac{4f^2}{D_0^2} \cdot t_h \right) \right\} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots (38)$$

次に無限大の冷却速度で冷却したときの半温度時間について考えると $HD=\infty$ となり、そのときの直径を D_1 とすれば

$$f\left\{ \frac{4f^2}{D_1^2} t_h \right\} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots (39)$$

となる。この関係から種々の D_1 に対する t_h の値を求めることができる。その t_h を (38) 式に代入することによつて H と D_0 の関係を求め、これらを組み合わせたものが Fig. 5⁴⁾ に示す D_1-H-D_0 の関係図である。この図から理想臨界直径 D_1 が既知の鋼を、種々の冷却能 H をもつ冷却剤中に焼入れた場合の臨界直径 D_0 が読み取れ、実用上、便利な図である。しかしながら GROSSMANN ら⁴⁾ がこの図を導出した半温度時間という基準

は、先にも示したように、同じ焼入組織を与えるという条件を十分に満足するものではない。そこで相変態の立場から D_I-H-D_0 の関係を再検討する。

まず鋼の連続冷却中の変態進行は (9) 式で表せる。いま同じ組成の鋼を 2 つの異なる冷却速度 Q_1, Q_2 で冷却した場合 (9) 式はそれぞれ

$$X = 1 - \exp \left[- \int_{T=T_0}^{T=T} \frac{e^{-a/n(T-b)^2}}{Q_1(T)} dT \right]^n \frac{\ln 2}{t_0^n} \tag{40}$$

$$X = 1 - \exp \left[- \int_{T=T_0}^{T=T} \frac{e^{-a/n(T-b)^2}}{Q_2(T)} dT \right]^n \frac{\ln 2}{t_0^n} \tag{41}$$

となり、冷却後の変態率が等しくなるためには上式中の積分値が等しくなる必要がある。つまり

$$\int_{T=T_0}^{T=T} \frac{e^{-a/n(T-b)^2}}{Q_1(T)} dT = \int_{T=T_0}^{T=T} \frac{e^{-a/n(T-b)^2}}{Q_2(T)} dT \tag{42}$$

さて丸棒中心部の冷却速度は冷却剤の冷却能 H と丸棒の直径 D の関数である。 D_I-H-D_0 の関係を求める場合を考えれば、理想焼入れの場合の冷却速度は $Q(H_\infty, D_I)$ 、またある冷却能 H で冷却した場合の冷却速度は $Q(H, D_0)$ として表される。ここで D_I は理想臨界直径、 D_0 は臨界直径を表す。この $Q(H_\infty, D_I)$ と $Q(H, D_0)$ を (42) 式に代入すると

$$\int_{T=T_0}^{T=T} \frac{e^{-a/n(T-b)^2}}{Q(H_\infty, D_I)} dT = \int_{T=T_0}^{T=T} \frac{e^{-a/n(T-b)^2}}{Q(H, D_0)} dT \tag{43}$$

となり、この式から D_I-H-D_0 の関係が求められる。ところでこのような D_I-H-D_0 の組み合わせは、実際の TTT 図で問題になる $a/n(10^{-4} \sim 10^{-3})$ 及び b (500~

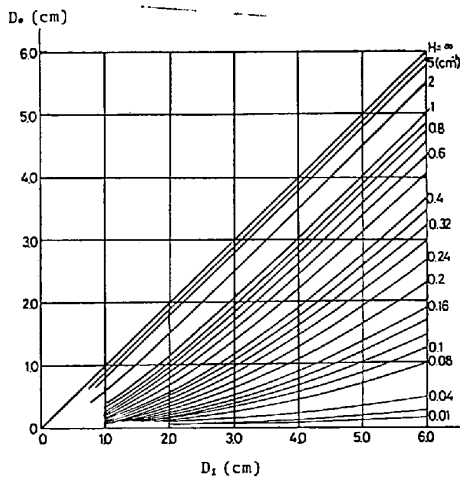


Fig. 6. Relationship among ideal critical diameter, D_I , severity of quench, H and actual critical diameter, D_0 (by present calculation).

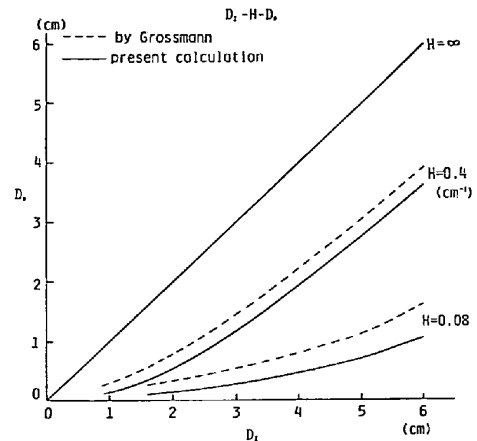


Fig. 7. Comparison of the D_I-H-D_0 obtained by Grossmann's method and present calculation.

600°C) の変化ではほとんど変わらず、実際上ただ一組の D_I-H-D_0 の関係が成立する。 Fig. 6 は以上のようにして求めた D_I-H-D_0 の関係を示したもので、この図は鋼の種類にかかわらず成立する。

最後に本研究で得られた D_I-H-D_0 の関係を GROSSMANN ら⁴⁾ のものと比較してみる。 Fig. 7 は H が 0.4 と 0.08 の場合を例にとり、GROSSMANN らの結果と本研究での結果を比較して示したものである。ここで H が 0.4 の場合はほぼ水焼入れに、 H が 0.08 の場合はほぼ油焼入れにそれぞれ相当している。この図より明らかのように、ある H に対して同じ D_I における D_0 を比較すると GROSSMANN らの半温度時間を基準にして求めた D_0 の値は、本研究で得られる値よりも大きくその差は H の小さいものほど大きくなっている。この差の原因は先程と同様、半温度時間という基準にあり、そのもたらす誤差はあまり小さくないことが分かる。

4. 結 言

鋼の焼入性を等温変態線図を基に定量的に判定する方法を見出す目的でまず共析鋼を取り上げ、パーライトの等温変態 kinetics と冷却曲線を加算則で結びつけ、連続冷却中の変態 kinetics を表す一般式を導いた。この式を基に、鋼の焼入性を表す代表的な値である臨界冷却速度 α 、ジョミニ距離 J_0 、理想臨界直径 D_I を、等温変態線図から読み取った値を用いて簡単な計算により求める方法を検討した。また GROSSMANN らによつて半温度時間を基準にして求められている D_I-J_0 や D_I-H-D_0 の関係を連続冷却中における相変態の進行を表す式に基づいて再検討した。得られた主な結果は次のとおりである。

- (1) パーライトの等温変態速度式を $X = 1 - \exp\{-$

$k(T) t^n/d^m$ とし, $k(T)$ を等温変態線図の形から $k(T) = \exp\{-a(T-b)^2 - c\}$ と近似すれば連続冷却中のパーライト変態率 X は次のように与えられる.

$$X = 1 - \exp\left[-\left\{\int_{T=T_0}^{T=T} \frac{e^{-a/n(T-b)^2}}{dT/dt} dT\right\}^n \frac{\ln 2}{t_0^n}\right]$$

ここで t_0 は nose 温度での等温保持により 50% 変態するのに要する時間である.

(2) 上部臨界冷却速度 α_u , 下部臨界冷却速度 α_l , ジョミニ距離 J_0 , 理想臨界直径 D_I はそれぞれ次のよう

$$\alpha_u = \frac{1}{Z} (69)^{1/n}, \quad \alpha_l = \frac{1}{Z} (0.15)^{1/n}$$

$$J_0^{1.4} = 3.12 \times 10^{-5} (T_1 - T_2) (b - T_2) Z$$

$$D_I^2 = 2.56 \times 10^{-2} f^2 (T_1 - T_2) (b - T_2) \cdot Z$$

$$\text{ただし } Z = t_0 \sqrt{\frac{a}{n\pi}}$$

(3) 従来, 半温度時間を基準にして求められていた J_0 と D_I の関係について相変態の立場から再検討した結果, 半温度時間を基準として J_0 から得られる D_I は実際のものより小さすぎることが予想される.

(4) 同様に D_I - H - D_0 の関係を検討した結果, 半温度時間を基準として, ある D_I と H から得られる D_0 は実際のものよりも大きく見積もられすぎていることが予想される.

付 録

a および c は具体的には次のようにして求めることができる. (1) および (2) 式より $X=0.5$ のところでは次式が成立する.

$$a(T-b)^2 + c = -\ln(d^m \ln 2/t_0^n)$$

まず c は nose 温度 ($T=b$) で 50% 変態するのに要する時間 t_0 を使つて

$$c = -\ln(d^m \ln 2/t_0^n)$$

として与えられる. しかし本論文においては直接 c 値のを求める場合はない. 次に a の値は上の 2 つの式から次のように与えられる.

$$a = \frac{n}{(T' - b)^2} \ln \frac{t'_{0.5}}{t_0}$$

つまり TTT 図から nose 温度以外の温度 T' で 50% 変態するのに要する時間 $t'_{0.5}$ を読み取れば n の値がわかっている場合 a が求められる. ところで本論文において直接 a の値を求める場合はなく, a/n の値だけが必要であるがその際は,

$$\frac{a}{n} = \frac{1}{(T' - b)^2} \ln \frac{t'_{0.5}}{t_0}$$

として与えられた TTT 図だけから a/n が求められる.

記 号

J_0 : ジョミニ距離 (cm)
 D_I : 理想臨界直径 (cm)
 d : γ 粒径 (μm)

X : パーライト率
 a : 等温変態線図の広がり度
 b : nose 温度 ($^{\circ}\text{C}$)
 c : 等温変態線図の時間的位置
 t_0 : nose 温度で 50% 変態するのに要する時間 (s)
 n : 等温変態の時間指数
 m : 等温変態の γ 粒径依存性を表す指数
 α_u : 上部臨界冷却速度 (K/s)
 α_l : 下部臨界冷却速度 (K/s)
 H : 冷却能 (cm^{-1})
 f^2 : 熱拡散率 (cm^2/s)
 u : 温度降下因子
 T_1 : 鋼の初期温度 ($^{\circ}\text{C}$)
 T_2 : 冷却剤の温度 ($^{\circ}\text{C}$)
 t_h : 半温度時間
 D_0 : 臨界直径 (cm)

文 献

- 1) W. E. JOMINY: "Hardenability Tests," Hardenability of Alloy Steels (1939), p. 66 [ASM]
- 2) W. E. JOMINY: "Standardization of Hardenability Tests," Metal Prog. (1941) Dec., p. 911
- 3) M. A. GROSSMANN: Elements of Hardenability, (1952) Cleveland [ASM]
- 4) M. A. GROSSMANN, M. ASIMOW, and S. F. URBAN: Hardenability of Alloy Steels, (1939), p. 12 [ASM]
- 5) AISI: Calculation of the standard end-quench hardenability curve from chemical composition and grain size, (1946) [AISI]
- 6) 金沢正午: 鉄と鋼, 67 (1981), p. 295
- 7) F. WEVER, A. ROSE: Stahl u. Eisen, 74 (1954), p. 749
- 8) ASM: Atlas of Isothermal Transformation and Cooling Transformation Diagrams (1977) [ASM]
- 9) M. UMEMOTO, N. KOMATSUBARA, and I. TAMURA: J. Heat Treating, 1(1980), p. 57
- 10) M. AVRAMI: J. Chem. Phys, 7 (1939), p. 1103
- 11) W. A. JOHNSON and R. F. MEHL: Trans. AIME, 135 (1939), p. 416
- 12) J. W. CAHN: Acta Met, 4(1956), p. 449
- 13) 梅本 実, 小松原望, 田村今男: 鉄と鋼, 66 (1980), p. 400
- 14) 梅本 実, 田村今男: 熱処理, 20(1980), p. 317
- 15) E. SCHEIL: Arch. Eisenhüttenw, 12 (1935), p. 565
- 16) H. J. FRENCH: "The Quenching of Steels," Amer. Soc. Steel Treat (1930)
- 17) 時弘義雄, 田村今男: 鉄と鋼, 60(1974), p. 1639
- 18) 児玉元一: 日本機械学会誌, 36(1933), p. 262
- 19) T. F. RUSSEL and J. C. WILLIAMSON: ISI Special Rept, No. 36 (1946), p. 34, p. 251
- 20) D. J. CARNEY: Trans. ASM, 46 (1954), p. 882
- 21) 大和久重雄: 焼入性一求め方と活用一 (1979) [日刊工業新聞社]
- 22) C. A. SIEBERT, D. V. DOANE, and D. H. BREEN: The Hardenability of Steels (1977) [ASM]