

## 論 文

© 1982 ISIJ

## 噴流水-固体円板間の定常対流伝熱

谷口 尚司\*・沢田 勝実\*<sup>2</sup>・菊池 淳\*・只木 楨力\*

## Steady Heat Transfer by Convection between an Impinging Jet of Water and a Disk

Shoji TANIGUCHI, Katsumi SAWADA, Atsushi KIKUCHI, and Teiriki TADAKI

## Synopsis :

Studies of fluid flow and heat transfer in the fluid under a steady-state condition were made to discuss the heat transfer by convection in the system detailed in a previous paper, in which a hot disk is cooled by an impinging jet of water.

First, the fluid-flow characteristics in each of regions I, II and III which have been defined by several workers were discussed. Approximate solutions of the fluid flow in regions II and III were presented, and it was shown that the solutions of the thickness of liquid film were roughly consistent with experimental values.

Secondly, the heat-transfer characteristics in each of three regions were discussed. Theoretical solutions of the heat-transfer coefficients for region I were shown graphically at  $Pr$  (Prandtl number)=0.1–100. And also it was shown that theoretical solutions were consistent with numerical ones at  $Pr=0.5-15$ . Numerical solutions of the heat-transfer coefficients for regions II and III with the constant heat flux at the fluid-solid interface were obtained. It was shown that their solutions were roughly consistent with experimental values. The heat-transfer coefficients for the system shown in the previous paper could be roughly expressed by the theory in this paper.

## 1. 緒 言

前報<sup>1)</sup>で、噴流水-固体円板間の対流伝熱と固体内熱伝導の二つの過程からなる非定常熱移動現象を実験的に考察するため、固体内温度の経時変化を種々の条件で測定した。その結果、固体内非定常熱伝導と定常対流伝熱とを組み合わせたモデルで固体内温度の経時変化をあらわすことができた。しかし、局所伝熱係数と半径との関係式として、定常状態でかつ等熱流束の条件で求められた平田ら<sup>2)</sup>の式を適用範囲外に拡張した式を用いたため、得られた伝熱係数の妥当性については更に検討の余地が残された。

そこで本報では平田らの式の適用範囲外における伝熱係数について検討するため、まず熱移動と密接な関係にある液膜の厚さおよび速度分布について考察し、ついでその結果を用いて定常対流伝熱を理論的に考察し、さらに伝熱係数の理論値と実測値とを比較した。

## 2. 液膜の厚さおよび速度分布

## 2.1 液膜の流動特性

ノズルより水を円板表面に噴射すると、Fig. 1 のよ

うに円板上には流れのことなる4つの領域ができることが知られている<sup>2)3)</sup>。

すなわち、淀み点 ( $r=0$ ) 近傍ではきわめて薄い速度境界層が形成され、その厚さ  $\delta$  は半径  $r$  によらず一定であるが (領域 I :  $0 \leq r \leq r_p$ )、 $r$  が大になると  $\delta$  はしだいに厚くなりある半径  $r_q$  で液膜の厚さ  $l$  と同じになる (領域 II :  $r_p \leq r \leq r_q$ )。  $r \geq r_q$  では液膜それ自体が境界層で、その厚さははじめうすくなるが、さらに  $r$  が大きく

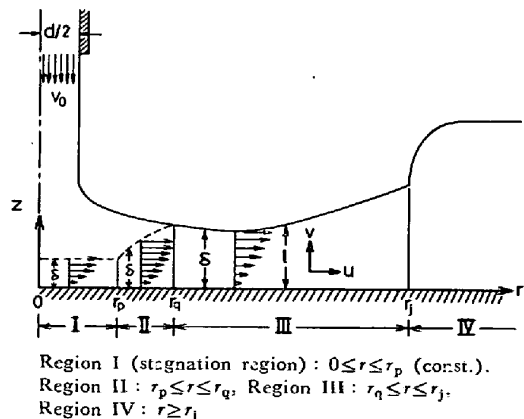


Fig. 1. Flow regions in a liquid film formed on the solid surface.

昭和 53 年 10 月本会講演大会にて発表 昭和 56 年 10 月 9 日受付 (Received Oct. 9, 1981)

\* 東北大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Tohoku University, Aza-Aoba Aramaki Sendai 980)  
<sup>2</sup> 東北大学大学院 (現: 東北金属工業(株)) (Graduate School, Tohoku University, Now Tohoku Metal Industries, Ltd.)

なると逆に厚くなり(領域Ⅲ:  $r_q \leq r \leq r_j$ ), ある半径  $r_j$  で液膜が急に厚くなる跳水現象が生じる(領域Ⅳ:  $r \geq r_j$ ).

以上の領域Ⅳにおける流動は複雑で, その研究は少ないが<sup>2)</sup>, 領域Ⅰ~Ⅲについては境界層厚さ, 液膜の厚さ, および速度分布などが以下に示すごとく求められている.

まず領域Ⅰについては, 境界層厚さ  $\delta$  と速度分布の厳密解が FROESSLING によつて求められており<sup>4)5)</sup>, それらの解は SCHOLKEMEYER によつて求められた近似解<sup>6)7)</sup>で次のようにあらわしうる.

$$\delta = \left( A \frac{\nu}{a} \right)^{1/2} \dots\dots\dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{u}{u_\delta} &= 2\eta - 2\eta^3 + \eta^4 + \frac{1}{6} A\eta(1-\eta)^3 \dots\dots\dots (2) \\ u_\delta &= ar \end{aligned} \right\}$$

Eq. (1), (2)の  $a$  として, 平田ら<sup>3)</sup>の結果 ( $a = v_s/d$ )を用いると,  $\delta$  および  $u_\delta$  はつぎのようになる.

$$\left. \begin{aligned} \delta &= 2.172d(Re_s^*)^{-1/2} \dots\dots\dots (a) \\ \frac{u_\delta}{v_s} &= \frac{r}{d} \dots\dots\dots (b) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

つぎに領域Ⅱ, Ⅲについては液膜の厚さ  $l$  が永井ら<sup>8)</sup> および石谷ら<sup>2)</sup> によつて測定されているが, 永井らの結果は石谷らのそれより大きな値を示している<sup>2)</sup>.

また, この領域については, 層流境界層方程式を相似則を用いて解いた WATSON<sup>9)</sup> の研究および速度分布の4次式近似により解いた石谷ら<sup>2)</sup> の研究があり, それぞれ Eq. (4) および Eq. (5), (6) が得られている.

WATSON

$$\left. \begin{aligned} r^* \leq r_{q^*w}^* (=0.462) : \\ l^* &= 0.996(r^*)^{1/2} + \frac{0.5}{r^*} \dots\dots\dots (a) \\ r^* \geq r_{q^*w}^* : \\ l^* &= 1.209(r^*)^2 + \frac{0.692}{r^*} \dots\dots\dots (b) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

石谷ら<sup>†</sup>

$$\left. \begin{aligned} r^* \leq r_{q^*i}^* (=0.212) : \\ l^* &= 1.01(r^*)^{1/2} + \frac{0.5}{r^*} \dots\dots\dots (a) \\ r^* \geq r_{q^*i}^* : \\ l^* &= 1.41(r^*)^2 + \frac{0.315}{r^*} \dots\dots\dots (b) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} r^* > r_p^* : \\ \frac{u}{u_\delta} &= 2\eta - 2\eta^3 + \eta^4 \dots\dots\dots (6) \end{aligned} \right\}$$

液膜の厚さに関する両者の解は領域Ⅱでは一致するが, 領域Ⅲでは WATSON の解は石谷らのそれよりも小さい値を示している<sup>2)</sup>.

なお, 石谷らの示した Eq. (5)-(a) と Eq. (5)-(b) とは  $r^* = r_{q^*i}^* (=0.212)$  で不連続である.

いま, 石谷らが用いた手法で, Eq. (5) に相当する式を求めた結果, 次式を得た.

$$\left. \begin{aligned} r^* \leq r_{q^*r}^* (=0.356) : \\ l^* &= 1.01(r^*)^{1/2} + \frac{0.5}{r^*} \dots\dots\dots (a) \\ r^* \geq r_{q^*r}^* : \\ l^* &= 1.60(r^*)^2 + \frac{0.642}{r^*} \dots\dots\dots (b) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

なお, Eq. (7) による  $l^*$  の計算値は石谷らの報文<sup>2)</sup>における図4の計算値(実線)とほぼ一致することを確かめた<sup>†2)</sup>.

以上のように, 領域Ⅱ, Ⅲにおける液膜の厚さに関する実測値および計算値はともに研究者間でことなつてゐる.

そこで, 対流伝熱に関する考察に先立ち, 前報と類似の条件下で液膜の厚さを測定し, その結果と既往の研究結果とを比較するとともに速度分布についても考察を加えた.

2.2 液膜の厚さの測定結果および考察

触針法<sup>2)</sup>により, 液膜の厚さ  $l$  を測定した. その装置の概略および実験条件をそれぞれ Fig. 2 および Table 1 に示した. 水は常温の水道水を, また円形ノズル①および試料円板③としてはいずれも黄銅製のものを用いた.

得られた結果を Fig. 3 に示した. まず, Fig. 3(a) は  $d=0.008$  m ( $L/d=25$ ) の場合であるが,  $l/r_s$  と  $r/r_s$  および  $Re$  との間的一般的な関係は既往の研究結果<sup>2)8)</sup>と類似である. つぎに, Fig. 3(b) は  $Re=15000$  の場合であるが,  $l/r_s$  は  $L/d=15.4 \sim 50$  において  $L/d$  にほぼ無関係となつてゐる.

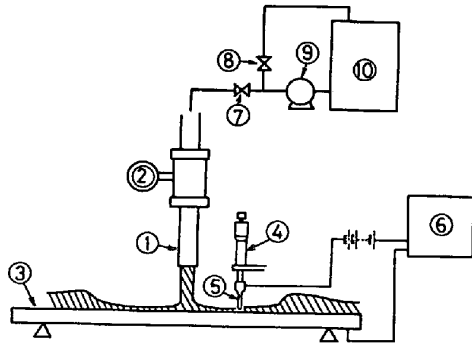
Fig. 4 は Eq. (4) および Eq. (7) を実測値と比較したものである. 図より,  $r^* \leq 0.5$  では Eq. (4) と Eq. (7) とは一致しており, また実測値もそれらの式とほぼ一致している. しかし,  $r^* \geq 0.5$  では  $r^*$  が大きくなるにつれて Eq. (7) は Eq. (4) より大となつており, また実測値は Eq. (7) より幾分大きい値となつてゐる. 石谷ら<sup>2)</sup>によれば, ノズル平行部の長さが  $3d$  であればノズル内の水は平行流で, その場合の液膜の厚さは彼らの理論式であらわされる. また, ノズル平行部

† 石谷らは諸式を導出する際, 淀み点 ( $r=0$ ) における  $\delta$  を 0 とし, 領域Ⅰでも  $\delta$  は  $r$  とともに厚くなるとした. したがって  $r=r_p$  では SCHOLKEMEYER の解と石谷らの解とは連続しない.

†<sup>2)</sup> Eq. (5) は石谷ら<sup>2)</sup>の報文よりそのまま引用したものであるが, 数字を誤記したものようである. 彼らの報文中にある図中の計算値も Eq. (5) と一致しない.

Table 1. Experimental conditions.

	This study		Previous study
	Fluid flow	Steady heat transfer	Unsteady heat transfer
$r_0/10^{-2}$ m	18.0	9.5	5.0, 7.5
$d/10^{-2}$ m	0.4, 0.8, 1.3	0.4, 0.8, 1.3	0.4, 0.8, 1.3
$L/m$	0.2	0.2	0.2
$H/m$	0.1	0.1	0.05, 0.1, 0.15
$v_0/m \cdot s^{-1}$	0.9~6.0	0.8~12.0	2.7~16.0
$Pr$	—	8.2~8.6	7.7~8.6
$Re$	$(1.0 \sim 4.0) \times 10^4$	$(0.86 \sim 4.0) \times 10^4$	$(0.97 \sim 5.8) \times 10^4$



① Nozzle, ② Pressure gauge, ③ Brass plate, ④ Micrometer, ⑤ Needle, ⑥ Oscilloscope, ⑦, ⑧ Valve, ⑨ Pump, ⑩ Tank

Fig. 2. Schematic diagram of experimental apparatus for measuring the thickness of water film.

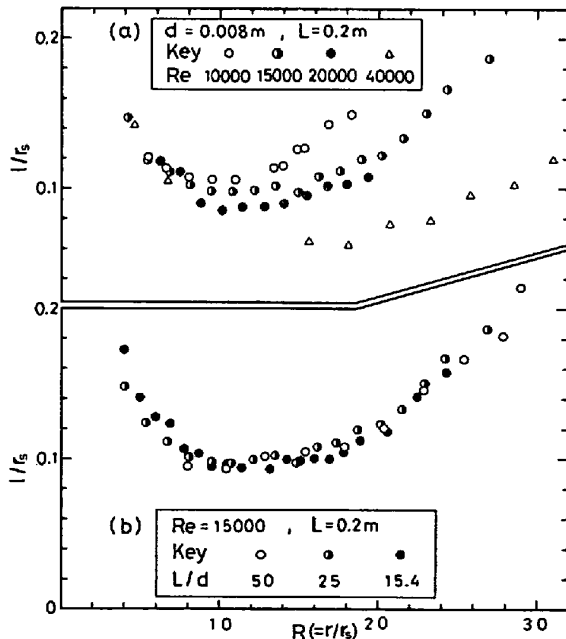


Fig. 3. Experimental results on the thickness of water film.

の長さが  $50d$  であれば、乱流の場合十分発達した管内速度分布を与えるが、その場合の液膜の厚さは彼らの理論式より厚めになる。本実験のノズル長さ  $L$  と石谷らのノズル平行部の長さとは対応しないが<sup>†3</sup>、Fig. 4 のように実測値が Eq. (7) より幾分大きいのは  $L/d (=15.4 \sim 50)$  が大きいためであると思われる。

しかし、Fig. 4 から本実験条件下の液膜の厚さはほ

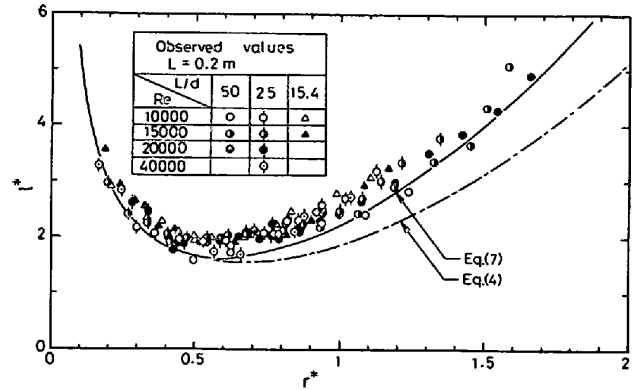


Fig. 4. Comparison between experimental and calculated values on the thickness of water film.

ぼ Eq. (7) であらわしうるものと考えられたので、後述の対流伝熱の解析に用いる液膜の厚さ  $l$ 、境界層厚さ  $\delta$  および速度分布は石谷らの研究を参照して求めた。

すなわち、 $r=r_p$  で SCHOLKEMEYER の解と連続するように、領域 II, III における  $l$ 、 $\delta$  および速度分布を石谷らの手法により求めた。ただし、 $r_p$  としては平田ら<sup>3)</sup> の研究結果 ( $r_p=d$ ) を用いた。その結果、Eq. (8)~(10) を得た。

$$d^* \leq r^* \leq r_q^* :$$

$$l^* = 1.01(r^*)^{1/2} \left( 1 - 1.17 \frac{d^*}{2} \frac{1}{r^*} \right)^{1/2} + \frac{0.5}{r^*} \dots \dots \dots (a)$$

$$r^* \geq r_q^* :$$

$$l^* = 1.60(r^*)^2 + \frac{0.714}{r^*} \{ 1 - 2.24(r_q^*)^3 \} \dots \dots \dots (b)$$

$$d^* \leq r \leq r_q^* :$$

$$\frac{\delta}{d} = 3.37 \left( \frac{r}{d} \right)^{1/2} (Re_s^*)^{-1/2} \times \left\{ 1 - 0.584 \left( \frac{r}{d} \right)^{-1} \right\}^{1/2} \dots \dots \dots (a) \dots \dots \dots (9)$$

$$r^* \geq r_q^* :$$

$$\delta = l \dots \dots \dots (b)$$

$$d^* \leq r^* \leq r_q^* :$$

$$\frac{u}{u_\delta} = 2\eta - 2\eta^3 + \eta^4 \dots \dots \dots (a)$$

$$\frac{u_\delta}{v_s} = 1 \dots \dots \dots (b)$$

$$r^* \geq r_q^* :$$

$$\frac{u}{u_\delta} = 2\eta - 2\eta^3 + \eta^4 \dots \dots \dots (a)$$

$$\frac{u_\delta}{v_s} = \frac{0.446 Re_s}{R^3 - R_q^3 + 0.446 Re_s} \dots \dots \dots (b)$$

<sup>†3</sup> 石谷らはノズル上方に7mの助走筒(3inの塩化ビニル管)をつけているが、本実験では助走筒はつけていない。Fig. 2のバルブ⑥から圧力計②までを約1.5mのビニルパイプ(径2cm)で接続した。

ここに、 $r_q^*$  は  $(r_q^*)^3 - 1.17(d^*/2)(r_q^*)^2 = 0.045$  の正根である。  $d^*=0$  とすると、 $r_q^* = r_{qT}^* = 0.356$  となり、Eq. (8) は Eq. (7) と同一になる。 また本実験条件下 ( $Re > 10000$ ) では  $d^* < 0.144$  であるので、Eq. (8) による  $l^*$  の計算値は Eq. (7) のそれとほとんど一致する。

### 3. 伝熱係数

平田ら<sup>3)</sup> は定常状態でかつ等熱流束の場合の噴流水-固体円板間の対流伝熱を検討し、Eq. (11) の伝熱係数  $h_r$  の半理論式 Eq. (12) を得ている (ただし  $Pr = 7 \sim 10$ )。

$$q_r|_{z=0} = h_r(\theta_s - \theta_w) \dots\dots\dots(11)$$

$$0 \leq r \leq d :$$

$$\left. \begin{aligned} Nu \left( \equiv \frac{h_r d}{\lambda} \right) \\ = 0.763 (Re_s^*)^{0.5} Pr^{0.4} (\equiv Nu^0) \dots (a) \end{aligned} \right\} \dots(12)$$

$$d \leq r \leq 5d :$$

$$Nu = Nu^0 \left( \frac{r}{d} \right)^{-0.5} \dots\dots\dots(b)$$

しかし、 $Pr < 7$  or  $Pr > 10$  の場合<sup>4)</sup> および  $r \geq 5d$  の場合の  $h_r$  は不明である。

そこで本報では、まず 1)  $0 \leq r \leq d$  (領域 I) の伝熱係数の理論解を  $Pr = 0.1 \sim 100$  の場合について求め、ついで 2) 領域 I の伝熱係数の数値解を  $Pr = 0.5 \sim 15$  の場合について、また  $0 \leq r \leq r_0 (r > 5d)$  (領域 I ~ III),  $Pr = 8$  の場合について伝熱係数の数値解を求めた。さらに、3) 数値解と実測値とを比較し、また前報<sup>1)</sup>の結果についても考察した。

#### 3.1 領域 I における伝熱係数の理論解

軸対称流れの場合の淀み点近傍 (領域 I) における伝熱係数、 $h_r$  は角度  $\pi/2$  の二次元楔に一樣流が衝突する場合の理論解を Mangler 変換することにより導出される<sup>3)10)</sup>。いま上記の理論解として EVANS<sup>11)</sup>の解<sup>15)</sup>を用いて、 $h_r$  を求めてみると、Fig. 5 のようになり、その値は次式で近似された。

$$\left. \begin{aligned} 0.1 \leq Pr \leq 1 : Nu = 0.763 (Re_s^*)^{0.5} Pr^{0.4} \dots (a) \\ 1 \leq Pr \leq 10 : Nu = 0.765 (Re_s^*)^{0.5} Pr^{0.36} \dots (b) \\ 10 \leq Pr \leq 100 : Nu = 0.792 (Re_s^*)^{0.5} Pr^{0.345} \dots (c) \end{aligned} \right\} \dots(13)$$

Eq. (13) と Eq. (12)-(a) を比較すると Fig. 5 のようになり、 $Pr = 7 \sim 10$  では Eq. (12)-(a) は Eq. (10) より幾分大きな値を示す。

#### 3.2 領域 I ~ III における伝熱係数の数値解

領域 II, III における対流伝熱を理論的に考察するため

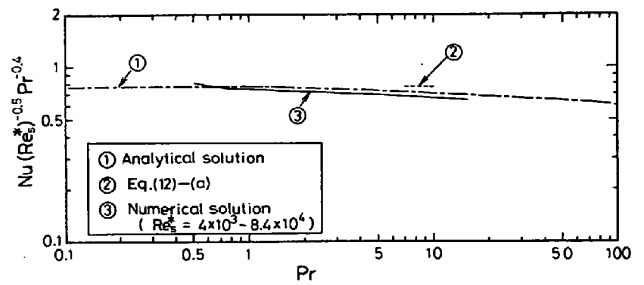


Fig. 5. Relation between  $Nu(Re_s^*)^{-0.5} Pr^{-0.4}$  and  $Pr$  for the stagnation region.

に、以下に示す仮定および条件のもとに数値解析を試みる。また数値解析法の妥当性について検討するために、領域 I についても数値解析をおこない、数値解と前節の理論解とを比較する。

#### 仮定ならびに条件

- 1) 定常状態である。
- 2) 液の物性値は一定である。
- 3) 試料円板 (半径  $r_0$ ) 内では跳水現象はない。
- 4) 軸対称流れである。
- 5) 領域 I ( $0 \leq r \leq d$ ) における速度分布および境界層厚さ  $\delta$  はそれぞれ Eq. (2), (3) で与えられ、また領域 II, III ( $d \leq r \leq r_j$ ) における液膜の厚さ  $l$ , 境界層厚さ  $\delta$  および速度分布はそれぞれ Eq. (8) ~ (10) で与えられる。
- 6) 速度境界層外縁 ( $z = \delta$ ) における伝熱条件としては、領域 I では等温 ( $\theta = \theta_w$ )、領域 II, III では断熱 ( $q_r|_{z=\delta} = 0$ ) とする。
- 7) 速度境界層内では半径方向の熱伝導を無視する。
- 8) 固-液界面における伝熱条件としてはつぎの二つの場合を考える。(A) 界面温度一定 (等温壁の条件と呼ぶ)。(B) 熱流束 ( $q_r|_{z=0}$ ) 一定 (等熱流束)。

#### (1) 基礎式

以上の仮定および条件下では熱移動の基礎式および境界条件はそれぞれ Eq. (14) および Eq. (15), (16) で与えられる。

$$\begin{aligned} U \frac{\partial T}{\partial R} + \left[ V - \eta \frac{dA}{dR} U \right] \frac{1}{A} \frac{\partial T}{\partial \eta} \\ = \frac{1}{Re_s} \frac{1}{Pr \cdot A^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \eta = 1, R = 0 \sim R_p : T = 0 \\ \eta = 1, R = R_p \sim R_0 : \frac{\partial T}{\partial \eta} = 0 \\ R = 0, \eta = 0 \sim 1 : \frac{\partial T}{\partial R} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(15)$$

<sup>4)</sup> 水の  $Pr$  は 283, 293 および 373 K ではそれぞれ約 10, 7 および 1.8 であるので、水の場合には Eq. (12) は常温付近の温度の場合に適用される。

<sup>15)</sup> EVANS は  $Pr = 10^{-4} \sim 10^3$  の場合の解を求めている。

$$\left. \begin{aligned} &\eta=0, R=0\sim R_0 : T=1 \\ \text{or} \\ &\eta=0, R=0\sim R_0 : (T)_{R=0}=1 ; \\ &\frac{1}{\Delta} \frac{\partial T}{\partial \eta} = \left( \frac{1}{\Delta} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_{R=0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

また、局所伝熱係数  $h_r$  は Eq. (17) で算出される。

$$\frac{h_r \cdot r_s}{\lambda} = - \frac{1}{\Delta} \left( \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} \dots\dots\dots (17)$$

以上の基礎式を upwind 法<sup>12)</sup>を用いて差分化し、SOR 法<sup>13)</sup>により、 $\Delta\eta=0.05$ ,  $\Delta R=0.625$  ( $R=0\sim 7.5$ ),  $1.25$  ( $R=7.5\sim R_0$ ) の条件で解いた。解の収束判定は次式によつた。

$$\sum |T^{k+1} - T^k| < 10^{-5} \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 $k$ は反復回数である。また、計算には東北大学大型計算機センタ ACOS シリーズ 77NEAC システム 900 を使用した。

(2) 計算結果

まず、等熱流束の場合と等温壁の場合の伝熱係数の計算値を Fig. 6 に示した。図より、領域 I では両者の間には差異はないが、領域 II, III では等温壁の方が等熱流束の場合よりも伝熱係数は小さくなつてゐる。この結果は二次元流れの場合の結果<sup>10)</sup>と類似である。

つぎに領域 I における伝熱係数を  $Pr=0.5\sim 15$  の場合について求めた結果を Fig. 5 に示した。図より、 $Nu \cdot (Re_s^*)^{-1/2} \cdot Pr^{-0.4}$  の数値解は  $Pr=0.5\sim 15$  において前節の理論解とほぼ一致していることが分かる。これより数値解析の際に用いた条件、仮定ならびに数値解法はほぼ妥当なものとする。

なお、以下に示す数値解は等熱流束の条件で得られたものである。

領域 I ~ III における  $Nu_s$  の数値解より Eq. (19) で示される  $Y$  を算出し、その値と領域 I, II における平田らの式とを比較して Fig. 7 に示した。

$$\left. \begin{aligned} Y &\equiv mNu(Re_s^*)^{-0.5}Pr^{-0.4} \\ m &= 1 (0 \leq r \leq d) ; m = (r/d)^{0.5} (r \geq d) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

図より数値解は平田らの式 ( $Y=0.763$ ) よりも小さいことが分かる。また、数値解は領域 I では  $r/d, Re_s$  によらず一定で、領域 II では  $Re_s$  にはほぼ無関係で  $r/d$  とともにわずかに減少し、領域 III では  $r/d$  が大きくなるにつれて  $r/d, Re_s$  によつてことなつてゐるのがみとめられる<sup>†6)</sup>。

3.3 伝熱係数の実験結果および考察

(1) 実験方法

金属薄板を通電加熱する方法<sup>2)3)</sup>により、等熱流束下の

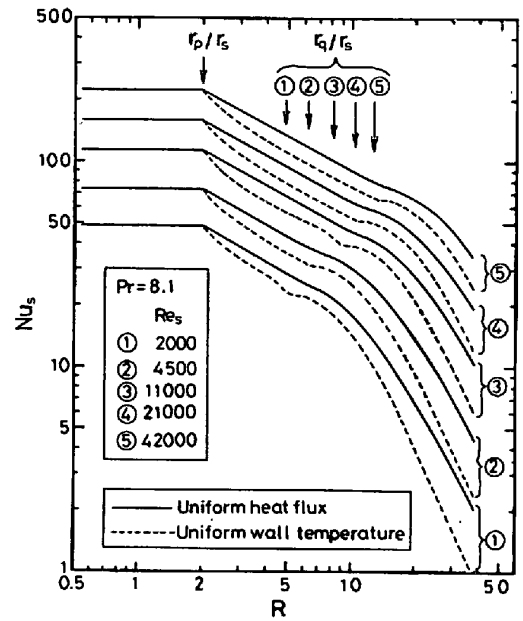


Fig. 6. Relation between  $Nu_s$  and  $R$  for the cases of uniform heat flux and uniform wall temperature.

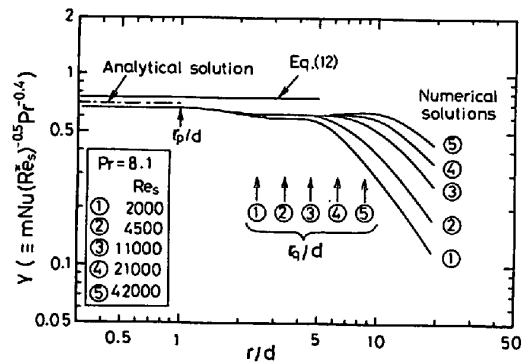


Fig. 7. Relation between  $Y$  and  $r/d$ .

伝熱係数を実験で求めた。その実験装置の概略を Fig. 8 に示した。金属薄板としては厚さ  $40\mu$ 、幅  $2\text{cm}$ 、長さ  $0.2\text{m}$  のステンレス (18%Cr-8%Ni) 箔③を用いた。この箔はベークライト板⑤に接着したシリコンゴム板⑥上に2枚の銅電極④で固定されている。また箔裏面には所定の間隔で径  $80\mu$  の銅-コンスタンタン熱電対⑦がはんだ付けされている。

この箔の表面に円形ノズル①より所定流量の水を噴射するとともに箔に一定の交流電流を通電しそれを加熱し、また箔の裏面温度  $\theta_s'$  を測定した。 $\theta_s'$  が一定になる定常状態を得たのち、Eq. (11) より伝熱係数  $h_r$  を算出した。この際、箔の表面温度  $\theta_s$  は箔内部均一加熱の場合の式<sup>2)</sup>より、また熱流束 ( $q_r|_{z=0}$ ) は電流と箔の比抵抗からそれぞれ求めた。この比抵抗としては4端子

<sup>†6)</sup> 前記の解析条件 (3) で示したように、 $r_0 < r_1$  とした。Fig. 7 の使用の際にはこの点十分留意しておく必要がある。

法により実測したものをを用いた。

実験条件は Table 1 に示した。

(2) 実測値と計算値との比較

Fig. 9~12 に各種  $Re(\equiv dv_0/\nu)$  における  $Nu_s(\equiv h_r r_s/\lambda)$  の計算値および実測値を示した。

まず, Fig. 9 は  $Re \approx 8600$  の場合であるが,  $Nu_s$  の計算値は  $R(=r/r_s) > 2$  でノズル径  $d$  とともに大になつてはいるが, これは  $d$  とともに  $Re$  と  $2 \cdot Re_s$  との差異が大になるためである。しかし  $Nu_s$  の実測値に対するノズル径の依存性はデータのばらつきのため明確にはあらわれていない。また, Fig. 9 の条件下では試料平板上に跳水現象がみとめられた。図中に矢印で跳水半径  $R_j$

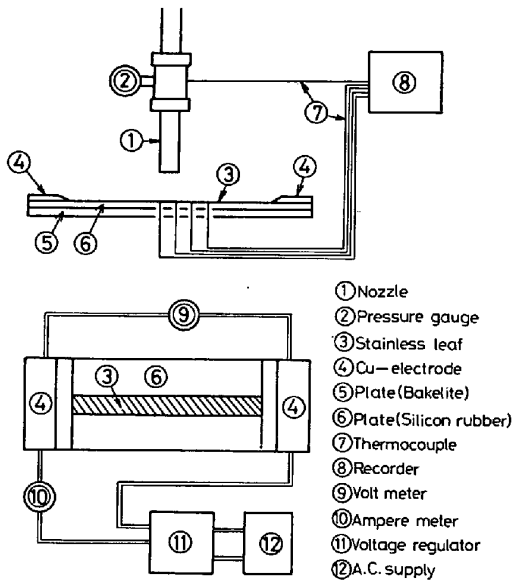


Fig. 8. Schematic diagram of experimental apparatus for measuring the local heat-transfer coefficient.

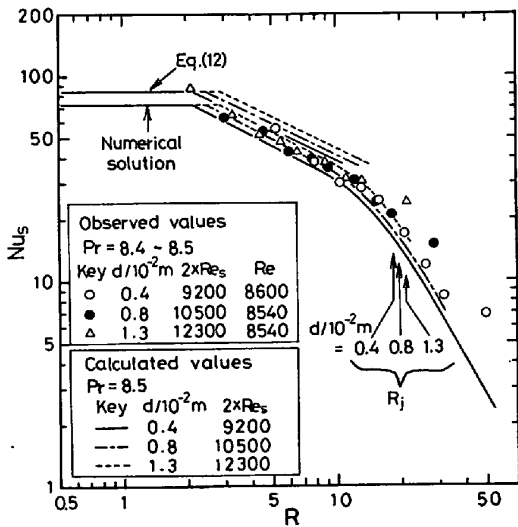


Fig. 9. Comparison between experimental and calculated values on  $Nu_s$  ( $Re \approx 8600$ ).

( $=r_j/r_s$ ) を示したが,  $R \leq R_j$  では  $Nu_s$  の実測値は計算値とはほぼ一致し,  $R \geq R_j$  では実測値は計算値より幾分大きい傾向を示している。

つぎに, Fig. 10 は  $Re \approx 18000$  の場合であるが,  $Nu_s$  の計算値に対するノズル径  $d$  の依存性は  $Re$  が大きいいため少なくなつており, したがつてこの場合には  $2 \cdot Re_s = Re$  とみなしても計算値に大きな差異は生じない。また Fig. 10 の条件の場合,  $d = 4 \text{ mm}$  では跳水現象が

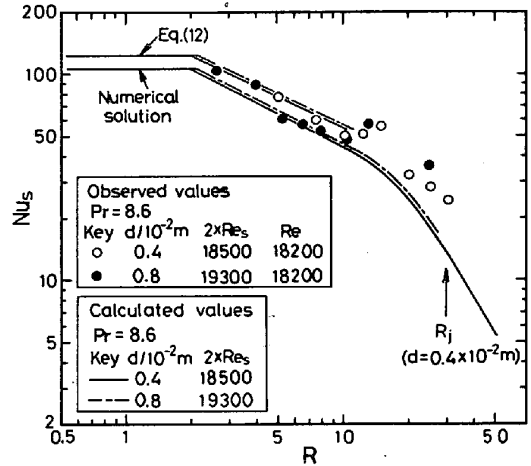


Fig. 10. Comparison between experimental and calculated values on  $Nu_s$  ( $Re \approx 18000$ ).

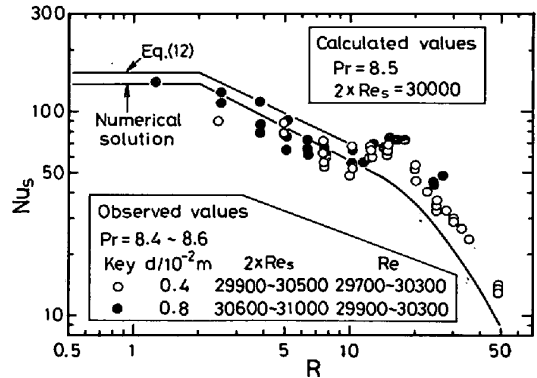


Fig. 11. Comparison between experimental and calculated values on  $Nu_s$  ( $Re \approx 3 \times 10^5$ ).

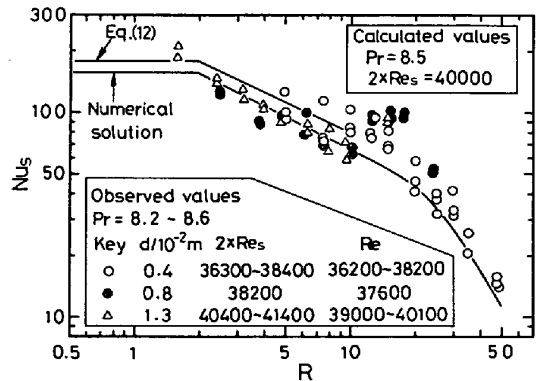


Fig. 12. Comparison between experimental and calculated values on  $Nu_s$  ( $Re \approx 4 \times 10^5$ ).

みとめられたが、 $d=8\text{ mm}$  ではその現象がみとめられなかつた。図より、いずれの $d$ の場合も $Nu_s$ の実測値は $R \leq 10 (< R_j)$  で計算値とほぼ一致し、 $R \geq 10$  では計算値より大きくなる傾向がみとめられる。

Fig. 11 および Fig. 12 はそれぞれ  $Re \approx 3 \times 10^5$  および  $4 \times 10^5$  の場合であるが、これらの高レイノルズ数の場合には  $Nu_s$  の計算値に対するノズル径 $d$ の依存性はほとんどみられず、また試料平板上には跳水現象もみとめられなかつた。Fig. 11, 12 より、 $R \leq 10$  では  $Nu_s$  の実測値は計算値とほぼ一致するが、 $R > 10$  では一度計算値より高くなり、さらに $R$ が大きくなると再び計算値に近づく傾向がみとめられる。このように、 $Nu_s$  が極小値および極大値をもつことは石谷ら<sup>2)</sup> も示しており、その原因として石谷らはそれぞれの極値を示す半径での乱流遷移および層流への逆遷移を考えている。

以上のように、本実験条件下の流れはかなり複雑と考えられるが、層流近似をして得た数値解が実測値の大略の傾向を示し得るのは興味深い。

また、Fig. 9~12 に平田らの式を示したが、その式は $R$ の大きいところまでは拡張できない。

3.4 前報の結果との比較

前報<sup>1)</sup>において、噴流水による固体円板の冷却実験を Table 1 の条件でおこない、固体内温度の経時変化を測定した。また、その実験結果を考察するにあたり、Eq. (11) の伝熱係数<sup>17</sup> として、平田らの関係式を拡張した Eq. (20) を用い、この Eq. (20) と固体内非定常二次元熱伝導とを組み合わせたモデルを考えた。

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq r \leq d : \\ N_\lambda \left( \equiv \frac{h_{rk} z_0}{\lambda_s} \right) \\ = \beta \left( \frac{\lambda}{\lambda_s} \right) D^{-1} Pr^{0.4} (\equiv N_\lambda^0) \dots (a) \\ d \leq r \leq r_0 : \\ N_\lambda = N_\lambda^0 \left( \frac{r}{d} \right)^{-0.5} \dots (b) \end{aligned} \right\} \dots (20)$$

その結果、 $Nu_K^0 (\equiv h_{rk}^0 d / \lambda)$  の実験式として Eq. (21) を得た。

$$Nu_K^0 = 0.035 (Re_s^*)^{0.75} Pr^{0.4} (Re = 9 \times 10^3 \sim 6 \times 10^4) \dots (21)$$

この前報の結果を Eq. (19) と同じ型であらわすと、つぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} Y_K \equiv m Nu_K (Re_s^*)^{-0.5} Pr^{-0.4} = 0.035 (Re_s^*)^{0.25} \\ m = 1 (0 \leq r \leq d); m = (r/d)^{0.5} (d \leq r \leq r_0) \end{aligned} \right\} \dots (22)$$

すなわち、前報では対流伝熱を定常状態かつ等熱流束

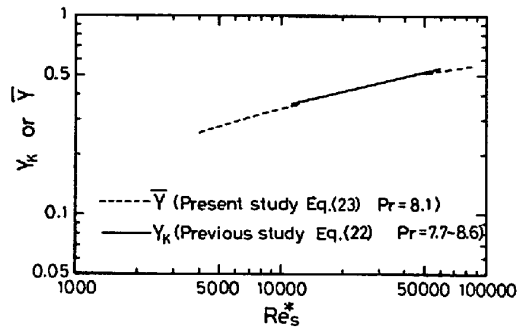


Fig. 13. A comparison of  $Y_K$  with  $\bar{Y}$ .

下の対流伝熱とみなし、また  $d \leq r \leq r_0$  を領域IIで、かつ Eq. (19) の $Y$ は $r/d$ には無関係で $Re_s^*$ のみでことなるとみなしたことになる<sup>18</sup>。

したがって、Eq. (22) の $Y_K$ は Fig. 7 における $Y$ の平均値 $\bar{Y}$ (Eq. (23))に相当すると考えられる。

$$\bar{Y} = \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} Y \cdot 2\pi r dr \dots (23)$$

そこで $Y_K$ と $\bar{Y}$ とを比較してみると、Fig. 13 のようになり、 $Y_K$ と $\bar{Y}$ がほぼ一致している。これより前報の対流伝熱の条件は定常状態でかつ等熱流束の条件と類推される。しかしこの点をさらに明確にするためには理論的研究が必要と考えている。

4. 結 言

前報で得た伝熱係数について検討するために、前報と類似の条件で、まず液膜の厚さおよび速度分布について、ついで定常対流伝熱についてそれぞれ考察した。

得られた結果は以下のように要約される。

(1)  $r_p \leq r \leq r_j$  における液膜の流れに関する近似解は Eq. (8)~(10) で与えられる。また液膜の厚さの実測値はほぼ近似解であらわされる。

(2) 領域 I ( $0 \leq r \leq r_p$ ) における伝熱係数の理論解は  $Pr=0.1 \sim 100$  において、Eq. (13) で近似される。この解は  $Pr=7 \sim 10$  において、平田らの式 Eq. (12)-(a) より幾分小さい値を示す。

(3) 領域 I における伝熱係数の数値解が  $Pr=0.5 \sim 15$  の条件で求められたが、その解は理論解とほぼ一致する。

(4) 等温壁と等熱流束の場合の伝熱係数は領域 I では同一であるが、領域 II ( $r_p \leq r \leq r_q$ )、III ( $r_q \leq r \leq r_j$ ) では等温壁の方が伝熱係数が小さい。

(5) 領域 I ~ III における数値解  $Y$  (Eq. (19); 等熱流束の場合) と  $r/d$ ,  $Re_s$  との関係は Fig. 7 で与えられる。

<sup>17</sup> 前報の伝熱係数を  $h_{rk}$  とする。

<sup>18</sup> 前述 (Fig. 7) のごとく、 $r$  は領域 III では  $r/d$  および  $Re^*$  でことなる。

(6) 等熱流束下の  $Nu_s$  の実測値はほぼ本報の数値解であらわされる。

(7) 本報の数値解  $Y$  で前報の実験式 (Eq. (22)) を説明しうる。しかし、前報の実験条件が等熱流束の定常対流伝熱の条件を満たしているか否かについては更に検討の必要があると考える。

本研究の遂行にご協力いただいた佐藤正君 (現: (株) 第二精工舎), 高野義夫君 (現: (株) 東京鍛工所) に深謝する。

## 記号

$a$ :  $u_s/r$  [1/s]  
 $C_p$ : 水の比熱 [J/kg·K]  
 $D$ :  $d/z_0$  [—]  
 $d$ : ノズル内径 [m]  
 $d^*$ :  $(d/r_s)(Re_s)^{-1/3}$  [—]  
 $g$ : 重力加速度 [m/s<sup>2</sup>]  
 $H$ : ノズル下端から円板表面までの距離 [m]  
 $h_r$ : 局所伝熱係数 [J/m<sup>2</sup>·s·K]  
 $h_r^0$ : 淀み点近傍の領域における伝熱係数 [J/m<sup>2</sup>·s·K]  
 $h_{rK}$ : 局所伝熱係数 (Eq. (20)) [J/m<sup>2</sup>·s·K]  
 $h_{rK}^0$ : 淀み点近傍の領域における伝熱係数 [J/m<sup>2</sup>·s·K]  
 $L$ : ノズル長さ [m]  
 $l$ : 液膜の厚さ [m]  
 $l^*$ :  $(l/r_s)(Re_s)^{1/3}$  [—]  
 $m$ :  $1(0 \leq r \leq d)$ ;  $=(r/d)^{0.5}(d \leq r \leq r_q \text{ or } r_0)$  [—]  
 $Nu$ :  $h_r d / \lambda$  (ヌッセルト数) [—]  
 $Nu^0$ :  $h_r^0 d / \lambda$  [—]  
 $Nu_K$ :  $h_{rK} d / \lambda$  [—]  
 $Nu_K^0$ :  $h_{rK}^0 d / \lambda$  [—]  
 $Nu_s$ :  $h_r r_s / \lambda$  [—]  
 $N_\lambda$ :  $h_{rK} z_0 / \lambda_s$  (Eq. (20)) [—]  
 $N_\lambda^0$ :  $h_{rK}^0 z_0 / \lambda_s$  (Eq. (20)) [—]  
 $Pr$ :  $C_p \mu / \lambda$  (プラントル数) [—]  
 $q_r$ : 熱流束 [J/m<sup>2</sup>·s]  
 $R$ :  $r/r_s$  [—]  
 $R_0$ :  $r_0/r_s$  [—]  
 $R_j$ :  $r_j/r_s$  [—]  
 $R_p$ :  $r_p/r_s$  [—]  
 $R_q$ :  $r_q/r_s$  [—]  
 $Re$ :  $d v_0 / \nu$  (レイノルズ数) [—]  
 $Re_s$ :  $r_s v_s / \nu$  [—]  
 $Re_s^*$ :  $d v_s / \nu$  [—]  
 $r$ : 試料円板の中心から半径方向の距離 [m]  
 $r_j$ : 跳水点の半径 [m]  
 $r_0$ : 試料円板の半径 [m]  
 $r_p$ : 淀み点近傍の領域の半径 (=  $d$ ) [m]  
 $r_q$ :  $\delta$  と  $l$  とが同一になる半径 [m]  
 $r_s$ : 衝突時噴流半径 (=  $(d/2)(1+\xi)^{-1/4}$ ) [m]  
 $r^*$ :  $R \cdot (Re_s)^{-1/3}$  [—]  
 $r_q^*$ :  $R_q \cdot (Re_s)^{-1/3}$  [—]  
 $r_{qI}^*$ : 0.212 (Eq. (5)) [—]  
 $r_{qW}^*$ : 0.462 (Eq. (4)) [—]  
 $r_{qT}^*$ : 0.356 (Eq. (7)) [—]  
 $T$ :  $(\theta - \theta_w) / (\theta_s - \theta_w)$  [—]  
 $U$ :  $u/v_s$  [—]  
 $u$ : 半径方向の速度 [m/s]

$u_s$ : 境界層外縁における半径方向の速度 [m/s]  
 $V$ :  $v/v_s$  [—]  
 $v$ : 鉛直上方の速度 [m/s]  
 $v_0$ : ノズル内の水の平均速度 [m/s]  
 $v_s$ : 衝突時噴流速度 (=  $v_0(1+\xi)^{1/2}$ ) [m/s]  
 $Y$ :  $mNu(Re_s^*)^{-0.5}Pr^{-0.4}$  [—]  
 $\bar{Y}$ : Eq. (23) [—]  
 $Y_K$ : Eq. (22) [—]  
 $z$ : 試料円板から鉛直上方への距離 [m]  
 $z_0$ : 試料円板の厚さ [m]  
 ギリシャ文字  
 $\beta$ : Eq. (20) の係数 [—]  
 $\Delta$ :  $\delta/r_s$  [—]  
 $\delta$ : 境界層の厚さ [m]  
 $\eta$ :  $z/\delta$  [—]  
 $\theta$ : 温度 [K]  
 $\theta_s$ : 試料表面の温度 [K]  
 $\theta'_s$ : 試料裏面の温度 [K]  
 $\theta_w$ : ノズル内の水温 [K]  
 $A$ :  $(\delta^2/\nu) du_s/dr$  (= 4.716) [—]  
 $\lambda$ : 水の熱伝導度 [J/m·s·K]  
 $\lambda_s$ : 試料円板の熱伝導度 [J/m·s·K]  
 $\mu$ : 水の粘度 [kg/m·s]  
 $\nu$ : 水の動粘度 [m<sup>2</sup>/s]  
 $\xi$ :  $2gH/v_0^2$  [—]  
 $\rho$ : 水の密度 [kg/m<sup>3</sup>]

## 文 献

- 1) 菊池 淳, 玉井 豊, 谷口尚司, 只木楨力, 前田 四郎: 鉄と鋼, 68 (1982), p. 1932
- 2) 石谷清幹, 中西重康, 水野 稔, 今村豊夫: 日本機械学会論文集 (第2部), 42 (1976), p. 1502
- 3) 平田 賢, 森岡 茂: 日本機械学会論文集 (第2部), 42 (1976), p. 236
- 4) N. FROESSLING: Lunds. Univ. Arsskr. N. F. Afd., 2 (1940), p. 35
- 5) H. SCHLICHTING: Boundary-Layer Theory (Trans. by J. KESTIN), 7th ed. (1979), p. 98 [McGraw-Hill]
- 6) F. W. SCHOLKEMEYER: Die laminare Reibungsschicht an rotations-symmetrischen Körpern, Thesis, Braunschweig (1943)
- 7) P. A. LONGWELL (大谷寛治訳): 化学技術者のための流れ学 (1970), p. 250 [共立出版]
- 8) 永井四郎, 河合 壘, 谷口 薫: 日本機械学会論文集, 21 (1955), p. 310
- 9) E. J. WATSON: J. Fluid Mech., 20 (1964), p. 481
- 10) 甲藤好郎: 伝熱概論, 第14版 (1976), p. 419 [養賢堂]
- 11) H. L. EVANS: Int. J. Heat Mass Transfer, 5 (1962), p. 35
- 12) H. Z. BARAKAT and J. A. CLARK: Proc. 3rd Int. Heat. Transf. Conf., 2 (1966), p. 152
- 13) G. D. SMITH (藤川洋一郎訳): 電算機による偏微分方程式の解法 (1970), p. 153 [サイエンス社]