'82－S1210

(546) 有限要素法を応用した伝熱境界の推定法

新日鉄　生産技術研究所　○福田敬爾　　有吉敏彦

1．緒　言　一般に鋼板等の冷却設備は，冷却方式としてラミナー，フラットスプレやジェット水流等が使用されており，その冷却パターン，鋼板の表裏面温度が激しい変化を伴う場合，しばしば材質や形状に影響をもたらすことがある。そのため伝熱境界の解析が必要であるが，鋼板内部の測温結果から境界条件，すなわち表面温度と熱流束を推定することは，境界条件の変化が激しいと格段に難しい。ここに，熱伝導方程式に則した解法として，有限要素法の解の安定性に着目して，最小自乗法と組合せた境界同定法と，その解析例を示す。

2．方　法　一次元非定常の熱伝導方程式に仮想変化 $\delta\theta$ を掛けて時空で積分すると

$$\delta_x = \int_s^p \left[\int_a^b \rho c \frac{\partial\theta}{\partial t}\,\delta\theta\,dx + \int_a^b \kappa \frac{\partial\theta}{\partial x}\frac{\partial\delta\theta}{\partial x}\,dx + q_a\delta\theta_a + q_b\delta\theta_b \right] dt = 0 \qquad (1)$$

ここで　θ：温度，ρc：熱容量，κ：熱伝導率，q_a，q_b：境界熱流束

となり，温度を $\theta = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 t + \alpha_3 xt$ と置いて有限要素法を適用すると

$$\left\{ \frac{\rho c\,(b-a)}{12} \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \frac{\kappa\,(p-s)}{b-a} \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \right\} \begin{Bmatrix} \theta_{as} \\ \theta_{bs} \\ \theta_{ap} \\ \theta_{bp} \end{Bmatrix} + \frac{p-s}{2} \begin{Bmatrix} q_{as} \\ q_{bs} \\ q_{ap} \\ q_{bp} \end{Bmatrix} = 0 \qquad (2)$$

と等価な連立方程式を得る。今時間 j（1 ～m），空間の点 i （1 ～ n）の温度 θ_{ij}，と境界熱流束 q_{aj}, q_{bj} を変数とし $(X_{ij}) = (\theta_{1j}\ \theta_{2j} \cdots \theta_{nj}\ q_{aj}\ q_{bj})$ に対し全体の行列を組直すと

$$\begin{bmatrix} A_{11} & B_{12} & & & \\ C_{21} & A_{22} & B_{23} & & \\ & C_{32} & \ddots & B_{m-1m} & \\ & & C_{mm-1} & A_{mm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{Bmatrix} = [A]\{x\} = 0 \qquad (3)$$

ここでA，B，Cは n行n＋2列の行列，よって（n＋2）×m 個の変数に対し n×m個の制約式を得る。一方冷却実験ではLヶの測温点の実測温度 $\theta_{\ell j}$，$\ell \in L$ が得られるので，(3)の制約の下に誤差 $\Sigma(\theta_{\ell k} - \hat{\theta}_{\ell k})^2$ を最小にするため（n＋2）×m 個の未定常数(y)を用い

$$V = \sum_{k=1}^{m} \sum_{\ell \in L} (x_{\ell k} - \hat{x}_{\ell k})^2 + (y)[A]\{x\}$$

を最小にすればよい，x_{ij} で微分して

$$\begin{bmatrix} [A] & [O] \\ [\lambda_i \delta_{ij}] & [A]^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \lambda_i\,\hat{x}_{ij} \end{Bmatrix} \qquad \begin{aligned} \lambda_i &= 1 \quad i \in L \\ &= 0 \quad i \notin L \end{aligned}$$

を得る。

3．解析例　図に下部フラットスプレ冷却時の解析例を示す。上図の破線は表面より1．5，4．5，8 ㎜内側の測定温度を示し，この変動する測温値から推定した表面温度が実線である。また下図は推定した表面温度と熱流束より換算した熱伝達率でピーク値は $1 \sim 3 \times 10^4$ 程度とほぼ妥当な結果が得られた。

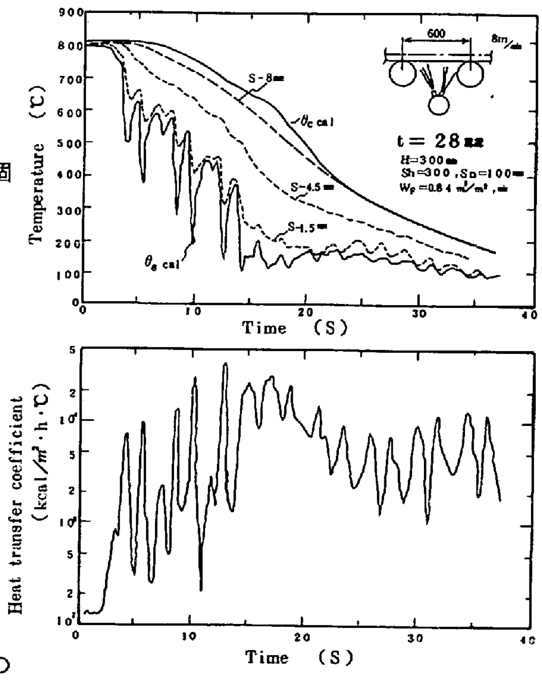

Fig. Temperature change and Heat transfer coefficient change with time for Lower flat－spray cooling.