

(222) 確率論にもとづく分散気泡の弦長さ分布からの代表径分布の推定

豊橋技術科学大学

〇川上正博 富本 登
北沢康憲 伊藤公允

1. 緒言 著者らは、水中、および、溶鉄中における分散気泡について、統計的処理法を用い、その形態について研究を行ってきた。その中で、気泡径分布の推定に用いた Spector の方法には推定精度上問題があることが、コンピュータ・シミュレーションより明らかになった。そこで、本研究では確率論にもとずき、弦長さ分布より代表径分布を推定する方法を導出し、その妥当性を検討した。

2. 推定式の導出 直径Dの単一球形気泡が探針を通過するとき、探針が気泡の垂直軸とrの距離となる確率密度関数P(r)は、(1)式で与えられる。また、気泡通過距離(弦長さ)がlとなる確率密度関数P(l)は(2)式で与えられる。

$$P(r) = \frac{8r}{D^2} \quad (1) \quad P(l) = \frac{2l}{D^2} \quad (2)$$

これを気泡群に適用すれば(3)式が与えられる。

$$P_{chord}(l) = \int_l^\infty P_{dia}(D) \cdot P_D(l) dD \quad (3)$$

ここで、 $P_{chord}(l)$ は弦長さlの確率密度関数、 $P_{dia}(D)$ は気泡径Dの確率密度関数、 $P_D(l)$ は気泡径がDで弦長さがlとなる確率密度関数である。 D_{max} をk等分した微小区間 Δ を用いて離散系に変換すれば(4)式を得る。

$$P_{chord}(l) = 2l \sum_{D_i=l}^{D_k} P_{dia}(D_i) \frac{\Delta}{D_i^2} \quad (4)$$

観測される弦長さが l_j である確率を $N_L(l_j)$ 、また、気泡径が D_i である確率を $N_V(D_i)$ とすれば(5)式を得る。

$$N_L(l_j) = 2l_j \sum_{D_i=l_j}^{D_k} \frac{N_V(D_i)}{D_i^2} \Delta \quad (5)$$

(5)式より、弦長さの確率分布から、気泡径の確率分布を求める式は(6)式となる。

$$N_V(D_j) = \frac{D_j}{2\Delta} \left\{ N_L(l_j) - \frac{l_j}{l_{j+1}} N_L(l_{j+1}) \right\} \quad (6)$$

$$N_V(D_k) = \frac{D_k}{2\Delta} N_L(l_k)$$

3. 結果および考察 気泡径一定の気泡群における弦長さ分布についてシミュレーションを行った結果を

図1に示した。図1より平均弦長さを1.5倍することにより平均気泡径が求まることがわかる。正規分布に従う気泡径分布の場合のシミュレーション結果を図2に示した。図中、Dは正規乱数発生より求めた気泡径分布を示す。 N_L はDより(5)式を用いて計算される弦長さ分布を示す。 N_V はこの弦長さ分布より逆に気泡径分布を(6)式を用いて推定した結果である。データ数を無限大にとれば、Dと N_V は一致するはずである。本計算結果は約65000個のデータで比較的良好な推定ができることを示している。同時に N_L よりSpector法を用いて計算した結果が破線である。明らかに(6)式の推定精度が向上している。更に、気泡球径による形状変化および上昇速度の変化の効果についても検討する。

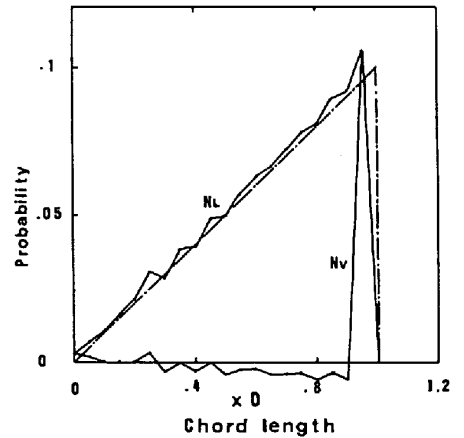


Fig. 1 Probability function of chord length.

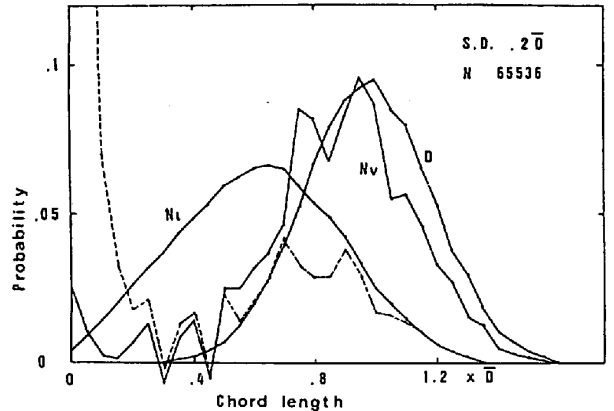


Fig. 2 Results of computer simulation on the estimation of bubble diameters.