

討15

マンドレル圧延の塑性理論解析

日本鋼管 鉄鋼製品技術部 西郷 毅

技術研究所

鎌田正誠, 岡戸 克, 三原 豊

藤田文夫, ○平川智之

1. まえがき

マンドレルミルによる連続スタンド圧延では、長手方向・周方向精度向上のために、張力・バー速度の圧延荷重・トルク・先進率への影響の他に変形状態への影響、特にロールともバーとも接触しない自由変形部への影響を正確に把握することが重要となる。すなわち、マンドレルミル圧延では、時々刻々変化するバー速度あるいは素管形状の変化によって生じる張力変動は、カリバー底での肉厚よりも自由変形部での肉厚・外径変動に大きな影響を与える。この肉厚・外径に変動のある自由変形部が次スタンドのカリバー底で圧延される時、さらに新たな張力変動が生じ、他のスタンドに影響を及ぼすという複雑な現象が起こる。これらのことより、マンドレル圧延の総合的な特性を正確に理解するためには、熱延、冷延の連続スタンド圧延とは異なり、バー速度・張力の荷重・先進率への影響の他に、ロールともバーとも接触しない自由変形部の解析が非常に重要となることは明らかである。しかし、この自由変形部での変形解析を行う場合、バー速度とロール周速度は一般的に異なるため、3次元異周速圧延の問題を塑性流れをも考慮して取り扱わなければならない、非常に解析が困難となる。これらの理由により、マンドレル圧延に関する研究としては、岡本ら⁽¹⁾による孔型設計あるいは回転数設定に基準を与えるための理論が発表されているのみで、変形状態の解析を含む系統的なマンドレル圧延の理論解析は行なわれていない。

本論文では、マンドレル圧延をLevy-Misesの塑性流れ、Misesの降伏条件、クーロン摩擦あるいは付着摩擦の仮定のもとに、釣合方程式、ひずみ-変位増分式を差分化し、圧延荷重・トルク・先進率のみでなく、圧延方向・周方向面圧分布さらに変形状態をも求めるための3次元異周速圧延モデルを作成し、解析を行ったので、その報告を行う。

2. 座標系及び記号

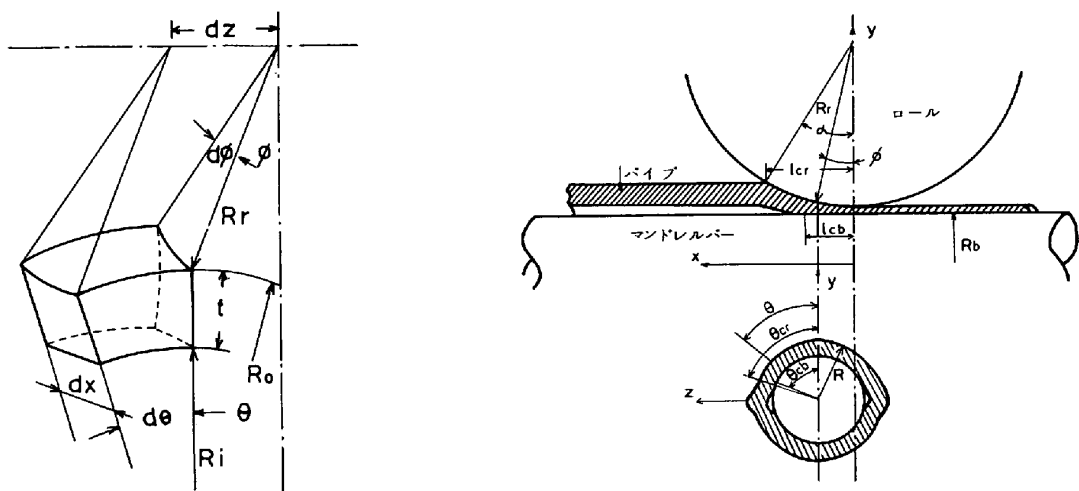


図1 座標系

記 号 表

R_o : パイプ外半径	α : 嚙込角	l_{cr} : ロールとの圧延方向接触弧長	$\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_x, \tau_{r\theta}, \tau_{rx}, \tau_{\theta x}$: 応力
R_i : パイプ円半径	R_b : バー径	l_{cb} : バーとの圧延方向接触弧長	$\epsilon_r, \epsilon_\theta, \epsilon_x, \gamma_{r\theta}, \gamma_{rx}, \gamma_{\theta x}$: ひずみ
θ : カリバー底からの周方向角度	R_r : ロール半径	θ_{cr} : ロールとの周方向接触角	$d\sigma_r, d\sigma_\theta, d\sigma_x, d\tau_{r\theta}, d\tau_{rx}, d\tau_{\theta x}$: 応力増分
	t : 肉厚	θ_{cb} : バーとの周方向接触角	$d\epsilon_r, d\epsilon_\theta, d\epsilon_x, d\gamma_{r\theta}, d\gamma_{rx}, d\gamma_{\theta x}$: ひずみ増分
ϕ : ロール出側からの圧延方向角度	η : 外面角	$\tau_{R\theta}, \tau_{Rx}$: ロールと材料間の摩擦応力	
	P_R : ロール面圧	$\tau_{B\theta}, \tau_{Bx}$: バーと材料間の摩擦応力	
	P_B : バー面圧		

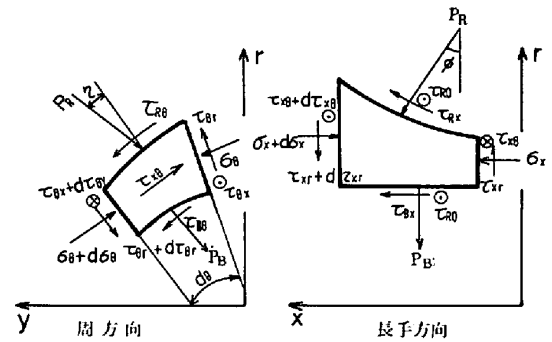
3. 基礎方程式

解析手法としては、Levy-Misesの塑性流れ、Misesの降伏条件、クーロン摩擦あるいは付着摩擦の仮定のもとに、釣合方程式、ひずみ-変位増分関係式を差分化し、増分法を用いて解析を行った。

<釣合方程式>

図2に示すような微小要素を考え、その要素についてr方向、 θ 方向、x方向の釣合方程式を導く。

ただし、圧縮を正として記述する。



(圧縮を正とする)

図2 応力の定義

◎ r方向

$$R_o(P_R + \tau_{R\theta} \frac{\tan \eta}{\cos \phi} - \tau_{Rx} \tan \phi) - P_B R_i - 2\sigma_\theta t \sin \frac{d\theta}{2} / dx + (\tau_{r\theta} dt + t d\tau_{r\theta}) \cos \frac{d\theta}{2} / d\theta - (tR d\tau_{xr} + R\tau_{xr} dt + \tau_{xr} t dR) / dx = 0 \quad (1)$$

◎ θ 方向

$$R_o(P_R \tan \eta + \tau_{R\theta} \frac{1}{\cos \phi}) + \tau_{B\theta} R_i - (t d\sigma_\theta + \sigma_\theta dt) \cos \frac{d\theta}{2} / d\theta - 2\tau_{\theta r} t \sin \frac{d\theta}{2} / d\theta + (tR d\tau_{x\theta} + t\tau_{x\theta} dR + \tau_{x\theta} R dt) \cos \frac{\eta}{2} / dx = 0 \quad (2)$$

◎ x方向

$$R_o(P_R \tan \phi + \tau_{Rx} \frac{1}{\cos \eta}) + \tau_{Bx} R_i + (t d\tau_{x\theta} + \tau_{x\theta} dt) / d\theta - (Rt d\sigma_x dR + t\sigma_x dR + R\sigma_x dt) / dx = 0 \quad (3)$$

<摩擦力>

摩擦としては、摩擦せん断応力がせん断変形抵抗を超えるまではクーロン摩擦、せん断変形抵抗を超えた場合には、付着摩擦の仮定を用いるとした。

$$\tau_{Rx} = \mu_{Rx} P_R \quad (4) \quad \tau_{R\theta} = \mu_{R\theta} P_R \quad (6) \quad \text{ただし、} \tau_r = \mu_r P_r (\text{:slipping}) = k_r (\text{:sticking})$$

$$\tau_{Bx} = \mu_{Bx} P_B \quad (5) \quad \tau_{B\theta} = \mu_{B\theta} P_B \quad (7) \quad \tau_\theta = \mu_\theta P_\theta (\text{:slipping}) = k_\theta (\text{:sticking})$$

<応力-ひずみ増分関係式>

Levy-Misesの塑性流れの式を用いる。

$$3d\epsilon_x / (2\sigma_x - \sigma_\theta - \sigma_r) = 3d\epsilon_\theta / (2\sigma_\theta - \sigma_r - \sigma_x) = 3d\epsilon_r / (2\sigma_r - \sigma_x - \sigma_\theta) = d\gamma_{xr} / 2\tau_{xr} = d\gamma_{x\theta} / 2\tau_{x\theta} = d\gamma_{\theta r} / 2\tau_{\theta r} = d\lambda \quad (8)$$

<ひずみ増分-変位増分関係式>

$$d\epsilon_x = \frac{\partial(du_x)}{\partial x} \quad (9), \quad d\epsilon_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial(du_\theta)}{\partial \theta} + \frac{du_r}{r} \quad (10), \quad d\epsilon_r = \frac{\partial(du_r)}{\partial r} \quad (11)$$

$$d\gamma_{r\theta} = \frac{\partial(du_\theta)}{\partial r} - \frac{du_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(du_r)}{\partial \theta} \quad (12), \quad d\gamma_{\theta x} = \frac{\partial(du_\theta)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(du_x)}{\partial \theta} \quad (13), \quad d\gamma_{xr} = \frac{\partial(du_r)}{\partial x} + \frac{\partial(du_x)}{\partial r} \quad (14)$$

<降伏条件>

$$(\sigma_x - \sigma_r)^2 + (\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xr}^2 + \tau_{r\theta}^2 + \tau_{\theta x}^2) = 6k_r^2 \quad (k_r; \text{せん断変形抵抗}) \quad (15)$$

4. 計算手法

以上の基礎方程式及び表・1に示す仮定と補助的な式を差分化し、解析を行う。ただし、パイプの厚さ方向には一層とし、x方向・θ方向にメッシュ分割を行なった。

本方法では、解析条件として、カリバー底での中立点及び入側カリバー底でのσ_xの2つを与え、解析を進める。その解析結果として生じる入側及び出側でのσ_xをθ方向に積分することにより、その解析に対応する前方張力、後方張力を求めるという手法を用いている。また、増分理論を用いているので入側から周方向の解を収束計算により求めた後、次のx方向メッシュの周方向解析を行い、出側まで解析を進める。周方向の収束計算では、カリバー底でのσ_θを与え、その値に対応するフランジ側θ = π/2でのθ方向変位u_θを求めるが、そのu_θが零となるようなσ_θを収束計算により求める。そのθ方向の収束計算の途中でパイプが、バーとロールとの両方に接触しているか(圧延部)、ロールとのみ接触するか(外圧部)、ロールともバーとも接触しないか(フランジ部)を調べるが、これらの各部では未知数の数が異なるために、解析方法を変えなければならない。

表・1では、これらの各部で妥当とされる仮定、用いた式及び未知数を示す。

表1 (i, j; x, θ方向メッシュ番号)

	仮定	未知数	式	
圧延部	$\tau_{re} = 0$	t, R	R, t, dEr, dUr ; カリバー形状、バー径より決定	4
	$d\tau_{re} = 0$	$\sigma_x, \sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{x\theta}, \tau_{rx}$	釣合式 ; 式(1), (2), (3)	3
	$\tau_m = \frac{1}{2}(\tau_r + \tau_\theta)$	$d\lambda, dE_x, dE_r, dE_\theta, d\tau_{re}, d\tau_{rx}$	摩擦力 ; 式(4), (5), (6), (7)	4
	$\sigma_r = \frac{1}{2}(R + R_1)$	$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}, \frac{\partial \sigma_r}{\partial x}, \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial x}, \frac{\partial \tau_{x\theta}}{\partial x}, \frac{\partial \tau_{rx}}{\partial x}$	応力-ひずみ増分式; τ_{re} の式を除いた(8)式	5
	$\frac{\partial \tau_{re}}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial \sigma_x}{\partial \theta}, \frac{\partial \sigma_r}{\partial \theta}, \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta}, \frac{\partial \tau_{x\theta}}{\partial \theta}, \frac{\partial \tau_{rx}}{\partial \theta}$	ひずみ-変位増分式; 式(9), (10), (13)	3
	$\frac{\partial \tau_{re}}{\partial x} = 0$	dU_r, dU_θ, dU_x	降伏条件 ; 式(15)	1
	$\frac{\partial \tau_{re}}{\partial \theta} = 0$	P_R, P_θ	仮定より ; $\tau_{rx} = \frac{1}{2}(\tau_{rx} - \tau_{rx})$ $\sigma_r = \frac{1}{2}(P_R + P_\theta)$	2
			応力偏微分式	
			$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = (\sigma_{xij} - \sigma_{xi-j})/dx_{j-1}$; (ただし、 τ_{re} の偏微)	10
			$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = (\sigma_{\theta ij} - \sigma_{\theta i-j})/d\theta_{j-1}$; (分は除く)	
		計	32	
外圧部	$\tau_{re} = 0$	t, R	$t_{ij} = t_{i-j} / \exp(dE_{r ij})$; $R_{ij} = R_{i-j} - \frac{1}{2}ij$	2
	$d\tau_{re} = 0$	$\sigma_x, \sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{x\theta}, \tau_{rx}$	$dU_{r ij} = R_{ij} - R_{i-j} - ij$; $dE_{x ij} = \text{圧延部と同じ値}$	2
	$\sigma_r = \frac{1}{2}R$	$d\lambda, dE_x, dE_r, dE_\theta, d\tau_{re}, d\tau_{rx}$	$\sigma_r = \sigma_\theta \cdot t \sin \frac{\theta}{2} / ((1 + \mu_{max}) \tan \theta) / d\theta$	1
	$\frac{\partial \tau_{re}}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}, \frac{\partial \sigma_r}{\partial x}, \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial x}, \frac{\partial \tau_{x\theta}}{\partial x}, \frac{\partial \tau_{rx}}{\partial x}$	釣合式 ; 式(2), (3)	2
	$\frac{\partial \tau_{re}}{\partial \theta} = 0$	$\frac{\partial \sigma_x}{\partial \theta}, \frac{\partial \sigma_r}{\partial \theta}, \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta}, \frac{\partial \tau_{x\theta}}{\partial \theta}, \frac{\partial \tau_{rx}}{\partial \theta}$	摩擦力 ; 式(4), (5)	2
		dU_r, dU_θ, dU_x	応力-ひずみ増分式; τ_{re} の式を除いた(8)式	5
			ひずみ-変位増分式; 式(9), (10), (13)	3
			降伏条件 ; 式(15)	1
			仮定より ; $\sigma_r = \frac{1}{2}P_R$	1
			応力偏微分式	
		$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = (\sigma_{xij} - \sigma_{xi-j})/dx_{j-1}$; (ただし、 τ_{re} の偏微)	10	
		$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = (\sigma_{\theta ij} - \sigma_{\theta i-j})/d\theta_{j-1}$; (分は除く)		
		計	29	
フランジ部	$\tau_{xr} = 0$	t, R	$R_{ij} = R_{i-j} + dU_r, dU_{x ij}, dE_{x ij}$ -外圧部と同じ値	3
	$\frac{\partial \tau_{xr}}{\partial x} = 0$	$\sigma_x, \sigma_\theta, \tau_{re}, \tau_{x\theta}$	$t_{ij} = t_{i-j} / \exp(dE_{r ij})$	1
	$\frac{\partial \tau_{xr}}{\partial \theta} = 0$	$d\lambda, dE_x, dE_r, dE_\theta, d\tau_{re}, d\tau_{rx}$	$\sigma_{\theta ij} = \sigma_{\theta i-j} \frac{\sin \theta_{ij}}{\sin \theta_{i-j}}$; $\tau_{re ij} = -\sigma_{\theta ij} \frac{\cos \theta_{ij}}{\sin \theta_{ij}}$	2
		$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}, \frac{\partial \tau_{re}}{\partial x}$	応力-ひずみ増分式; $\tau_{x\theta}$ の式を除いた(8)式	5
		$\frac{\partial \sigma_x}{\partial \theta}, \frac{\partial \tau_{re}}{\partial \theta}$	ひずみ-変位増分式; 式(10), (12), (13)	3
		dU_r, dU_θ, dU_x	降伏条件	1
			応力偏微分式	
		$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = (\sigma_{xij} - \sigma_{xi-j})/dx_{j-1}$; $\frac{\partial \tau_{re}}{\partial x} = (\tau_{re ij} - \tau_{re i-j})/dx_{j-1}$	2	
		$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = (\sigma_{\theta ij} - \sigma_{\theta i-j})/d\theta_{j-1}$; $\frac{\partial \tau_{re}}{\partial \theta} = (\tau_{re ij} - \tau_{re i-j})/d\theta_{j-1}$	2	
		計	19	

5. 計算結果

解析に用いたカリバー形状、材料定数を以下に示す。

◎カリバー形状 (図.3参照)

$R_R = 402.0 \text{ mm}, R_1 = 139.75 \text{ mm}$

$R_2 = 290.0 \text{ mm}, \theta_1 = 46.0^\circ$

$r_1 = 35.0 \text{ mm}, G/2 = 10.0 \text{ mm}$

◎バー半径 $R_B = 123.5 \text{ mm}$

◎素管寸法 $290^\circ \times 16.0^t$

◎変形抵抗 $k_r = 8.6 \times (0.01 + \bar{\epsilon})^{0.3} \cdot \bar{\epsilon}^{0.1}$

◎バー速度 $V_B = 70.0 \text{ m/min}$

◎ロールカリバー底周速度 $V_R = 90.75 \text{ m/min}$

マンドレル圧延の場合、バー速度は圧延中に時々刻々変化し、各スタンドでのバー速度はパイプよりも充分遅い場合、充分速い場合、ほぼ同じ場合の3条件が考えられるが、以下で示す計算結果は完全に遅い場合の結

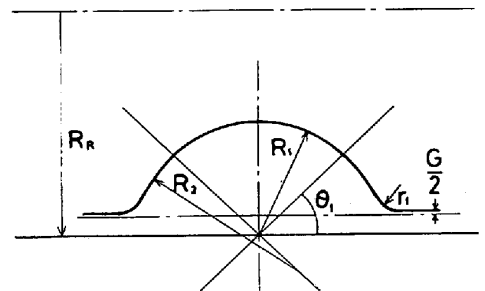


図3 カリバー形状

果を示している。図4では圧延後の形状、図5ではロールとのみあるいはロールとバーとの両方に接触する領域及び中立線分布への前方張力の影響を示している。図6ではロールに作用する長手方向面圧分布及び前方張力の影響、図7ではバーに作用する長手方向面圧及び前方張力の影響、図8は出側でのロール周方向面圧及び前方張力の影響、図9は出側でのバー周方向面圧と前方張力の影響を示す。

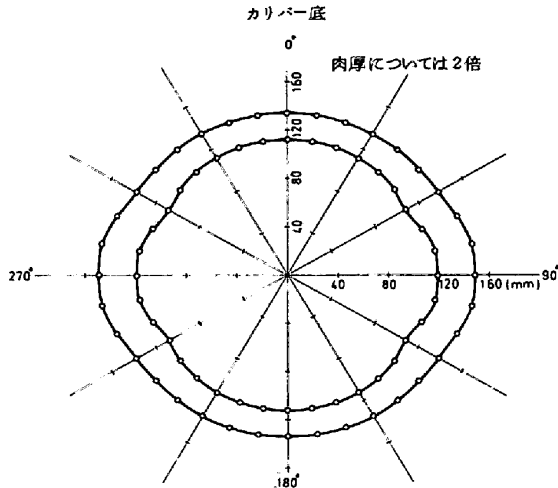


図4 出側形状

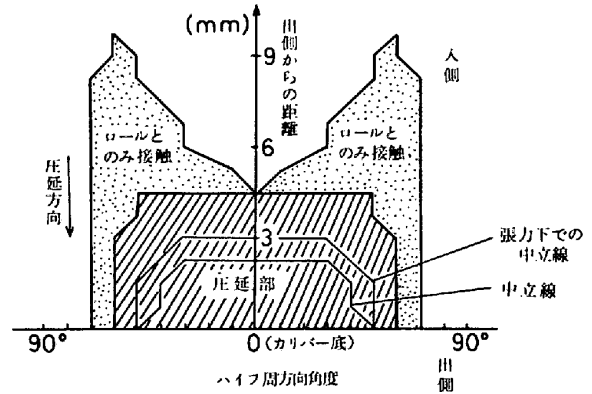


図5 接触領域及び中立線

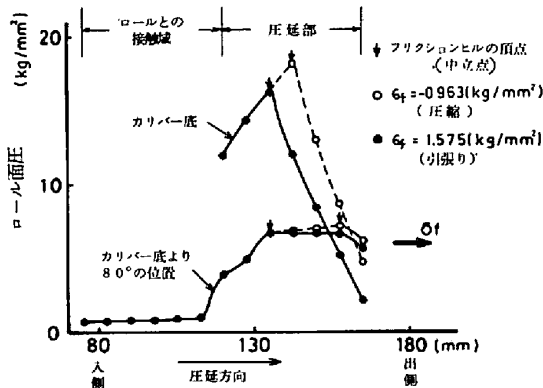


図6 長手方向ロール面圧分布

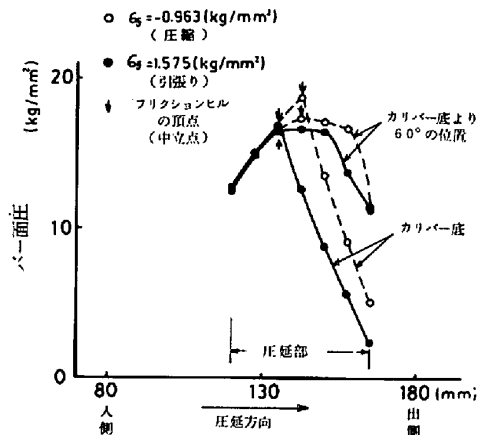


図7 長手方向バー面圧分布

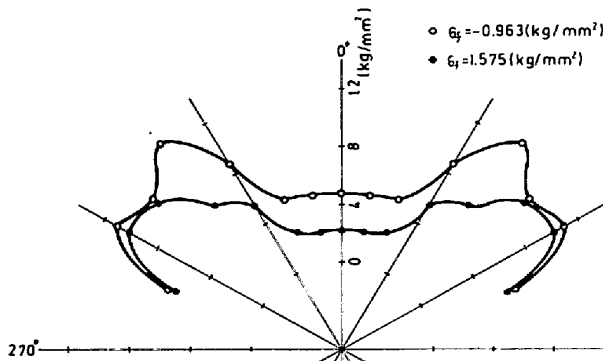


図8 出側周方向ロール面圧分布

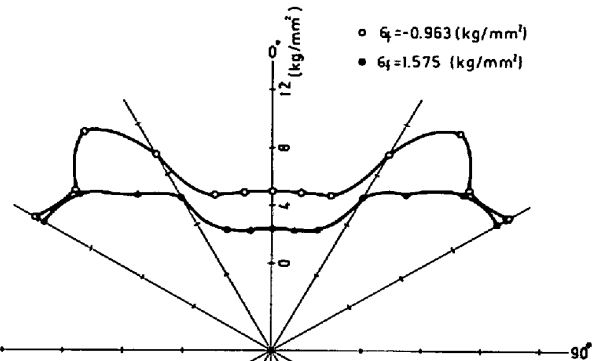


図9 出側周方向バー方向面圧分布

6. あとがき

マンドレルミルによる圧延を詳細に解析するための理論モデルを作成することにより、面圧分布・中立線分布・塑性変形量などを求めることが可能となった。

(参考文献) ; 1) 岡本豊彦, 林千博 "マンドレルミルの塑性論", 住友金属, Vol. 23, No. 4, 1971